

基于微分博弈的沙漠化治理模式

孙佳艺^{1,2}, 谭德庆¹

(1. 西南交通大学经济管理学院, 四川 成都 610031; 2. 成都理工大学管理科学学院, 四川 成都 610059)

摘要: 在只依赖政府投资治理土地沙漠化不具有可持续性背景下, 研究政府以什么模式引入社会资本治理土地沙漠化是具有现实意义的问题. 通过构建微分博弈模型, 研究了政企双方在非合作和合作不同模式下的最优治理投入水平、治理规模的最优轨迹以及收益变化. 研究表明, 在非合作模式下, 企业独立承担其治理成本的治理规模与政企收益均最低, 但政府可以降低税率促进企业提高治理投入水平, 并且政府分担企业的部分治理成本能够提高治理规模和双方收益, 同时适当提高税率能够促进政企双方的治理投入水平. 政企合作是最优治理模式, 在合作模式下政府的税率调控将会影响双方的最优收益分配比例. 研究结果能够为政府采取不同模式引入社会资本治理沙漠化提供决策参考, 并且为政府调控政策提供理论支撑.

关键词: 沙漠化治理; 微分博弈; 社会资本; 税率; 收益分配

中图分类号: X22; F224

文献标识码: A

文章编号: 1000-5781(2023)05-0630-13

doi: 10.13383/j.cnki.jse.2023.05.005

Desertification control mode based on differential game theory

Sun Jiayi^{1,2}, Tan Deqing¹

(1. School of Economics and Management, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China;

2. School of Management Science, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China)

Abstract: When it is not sustainable to rely only on government investment to control desertification, it is of practical significance to study the mode in which the government can introduce social capital to control desertification. Differential game models are established to study the optimal governance input level, the optimal trajectory of governance scale, and the revenues of the government and enterprises under the non-cooperative and cooperative modes respectively. The results show that in the non-cooperative mode, the governance scale and both parties' revenues are the lowest when the firm bears the governance costs solely. However, the government can reduce tax rate to incentivize the enterprise to improve its governance input level. In addition, the government can improve the governance scale and both parties' revenues by sharing part of the governance costs, and appropriately increasing tax rate can promote the governance input level of both parties. Cooperation between the government and the enterprise is the optimal governance mode, in which the government's tax rate regulation will affect the optimal revenue distribution ratio of both parties. The results can provide reference for the government to adopt different modes to introduce social capital to control desertification, and provide theoretical support for the government's regulatory policies.

Key words: desertification control; differential game; social capital; tax rate; revenue distribution

1 引言

沙漠化面积占全球陆地面积的四分之一, 共计影响约 250×10^6 人^[1]. 根据我国第五次土地荒漠化和沙化监测结果, 全国沙漠化土地面积 172.12 万平方千米, 是世界上沙漠化问题最为严重的国家之一. 自 20 世

收稿日期: 2020-08-03; 修订日期: 2023-08-29.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71571149).

纪80年代,我国政府持续大量投资进行土地沙漠化治理工程,例如著名的三北防护林体系建设工程、京津冀风沙源治理工程和天然林保护工程等,使我国沙尘暴天气有了显著改善。但是由于治理沙漠化需要巨额资金,且具有治理周期较长、回报较慢的特点^[2],因此我国土地沙漠化治理仍是一个长期工程。自钱学森先生提议我国在持续治理土地沙漠化的同时应大力发展沙产业以来,我国政府开始重视社会资本在沙漠化治理过程中发挥的作用,并积极引入社会资本治理沙漠化,近年政府引入社会资本治理模式最为典型且影响全球的成功案例是我国库布齐沙漠治理模式。习近平总书记在内蒙古和青海等地考察时也多次指出必须要加强土地沙漠化、荒漠化防治工作,筑牢我国北方的生态安全屏障。在习近平生态文明思想的指引下,我国的沙漠化防治工作迈上了新的台阶。随着沙漠化治理技术的提高和我国企业发展壮大以及社会责任意识的不断提高,很多企业已经认识到参与沙漠化治理不仅能产生一定的经济收益而且还能够提高企业商誉,例如前几年著名的蚂蚁金融服务集团通过旗下的支付宝平台推出的蚂蚁森林应用程序不仅改善了内蒙古和甘肃等地区的土地沙漠化现状而且促进了蚂蚁金服集团产业发展。还有近两年三峡能源集团进军沙漠,投资沙漠化治理并建光伏发电基地等诸多有实力企业参与沙漠化治理均得到较好企业收益。通过对我国土地沙漠化较为严重的内蒙、甘肃等地的地方政府进行走访了解到,由于这些地方财政状况较为紧张,因此近几年一直在探索引入社会资本共同治理沙漠化,并且实践证明这是一种较为有效的手段,但地方政府对于以什么模式引入社会资本能够长期留住资本更好地治理沙漠化存在困惑,也就是说政府是应该与资本方采取非合作模式还是合作模式共同治理才是最优的,在不同的模式下政府还可以采用什么政策能更好调动和激励资本方的积极性,由此可见这是值得研究的问题。

检索文献发现,目前国内外学者对沙漠化治理方面的研究主要集中于治理技术^[3,4]、地质环境^[5,6]、利用遥感技术监测沙漠化进程^[7,8]以及分析气候因素和人为因素对沙漠化的影响^[9,10]等方面,另外还有一些学者从宏观管理视角对沙漠化治理进行了研究^[11-15]。例如Zang等^[3]综述了化学固沙材料的分类、稳定机理和性能,并展望了化学固沙的应用前景。Zhang等^[4]对草方格板在防风治沙中的应用进行了细致研究,发现秸秆方格板成本低廉且效果较好。Li等^[5]和魏巍等^[6]分别研究了我国腾格里沙漠和库布齐沙漠的地质环境,并基于地质环境研究了生态水文、植被和风沙影响。Scuderi等^[7]利用遥感技术对我国沙漠化地区进行监测,发现冷季和暖季云量对比可能会增加。Moghaddam等^[10]对塞吉平原进行监测,运用logistic回归模型,分析了防沙治沙规划、人类活动和气候因素对研究区域沙漠化的影响,结果表明制定政策有助于缓解沙漠化地区环境。从宏观管理角度对沙漠化治理的研究成果主要体现在评价、产业化模式等方面,例如樊胜岳等^[11]通过对沙漠化地区农户经济行为的分析,构建了农户退耕还林还草的生态政策绩效评价指标体系,为分析生态政策绩效评价提供了新的研究视角。王岳等^[12]对照库布齐沙漠3个县级区域的沙产业情况,利用主成分分析法对毛乌素沙地的11个县级区域进行了沙产业水平评价。王岳等^[13]针对“互联网+沙产业”的沙漠治理产业化模式,剖析了蚂蚁金服治理沙漠、发展自身产业的内在运营机制,深入说明了企业参与沙漠化治理绝不仅仅是公益行为,其主要原因是利益驱动,这为研究工作打开了新的视角。Liu等^[14]提出如果没有政府的持续干预,沙漠化治理在中国不可持续,说明政府在沙漠化治理中起到主导性作用。郭秀丽等^[15]分析了企业参与沙漠化治理的理论依据和现实意义,对实现沙漠化治理与企业盈利耦合、促进企业参与沙漠化治理提出了相应建议。由上述研究可以看出,在沙漠化治理过程中,政府和企业均承担重要角色,因此探究政府和企业治理沙漠化的最优模式以及分析双方在沙漠化治理过程中的内在作用机制尤为重要。近年来,很多学者对环境政策^[16,17]以及环境治理模式^[18-20]进行了研究,例如张宇翔等^[16]和张盼等^[17]分别探讨了碳政策对厂商租售策略以及环保创新水平的影响。Yi等^[18]构建了两个非对称国家分别在非合作和合作模式下治理污染的微分博弈模型,研究表明两政府合作将会设定更高的污染税率。Dockner^[19]和Jørgensen^[20]也分别构建微分博弈模型研究了非合作模式和和合作模式下治理污染的最优策略,Jørgensen还设计了促进合作治理的支付转移机制。通过多年的文献跟踪,到目前为止尚未发现有学者通过构建数理模型对土地沙漠化宏观治理问题进行研究,本研究小组观察到,近年来我国探索土地沙漠化治理出现的新变化和治理模式,并根据实践中出现的问题,通过构建博弈模型对毗邻沙漠地区治理沙漠化的宏观策略以及企业治理沙漠化的技术授权相关问题进行了研究^[21,22]。而对于在实践中,政府以什么模式引入社会资本参与沙漠化治理就是本文

探索的问题. 由于政府与社会资本方是一种博弈关系, 因此本文欲通过构建政府与企业(社会资本方)微分博弈模型, 分析政府与企业非合作模式或合作模式下的均衡策略和收益变化情况以及每种模式的内在影响机制. 研究发现, 合作模式是最优模式, 但这种模式下需要合理的收益分配机制才能使合作顺利进行. 在非合作模式下, 政府可以通过分担企业治沙成本或调整税收政策等方式激励企业积极参与沙漠化治理. 另外, 企业税率在不同治理模式下起到完全不同的调控作用.

2 问题描述与假设

在土地沙漠化治理问题上, 政府需要考虑的是, 以什么模式引入资本, 利用什么宏观策略能够实现企业在参与沙漠化过程中能更多的投入资本, 治理更大规模的沙漠化以及什么治理模式最优, 并且能够产生更大的社会效益. 而对于企业而言, 参与土地沙漠化治理如何产生更大利益. 基于此, 在构建双方非合作与合作微分博弈模型之前, 首先做如下基本假设.

假设 1 政府治理沙漠化的投入水平为 $u_g(t)$, 企业治理沙漠化的投入水平为 $u_s(t)$. 由于在沙漠化治理过程中, 治理成本与治理投入水平正相关, 且随着治理投入水平的增加具有边际递增特征, 借鉴文献[18, 20]对污染治理成本函数的处理方式, 令治理成本分别为 $\frac{1}{2}c_g u_g^2(t)$ 和 $\frac{1}{2}c_s u_s^2(t)$, 其中 c_g 和 c_s 分别为政府和企业的治理成本系数.

假设 2 由于政府和企业的治理投入水平对沙漠化治理规模的变化率有正向影响, 且根据实际, 风蚀、干燥等自然因素会造成沙漠化治理规模退化, 而沙漠化治理规模的自然退化对沙漠化治理规模的变化率有负向影响. 因此, 沙漠化治理规模随时间的变化可以表示为微分方程形式

$$\dot{D}(t) = eu_g(t) + fu_s(t) - \sigma D(t), \quad (1)$$

其中 $D(t)$ 为 t 时刻沙漠化的治理规模, 且初始规模 $D(0) = D_0 \geq 0$. $e > 0$ 和 $f > 0$ 表示政府和企业治理投入对沙漠化治理规模的影响系数(也表示政府和企业的治理技术水平), σ 表示由于自然等其它因素造成治理规模退化系数.

假设 3 由于现实生活中企业参与沙漠化治理能够提高企业商誉, 因此沙漠治理规模对企业商誉水平的变化率具有正向影响. 随着时间的推移, 因消费者遗忘或替代产品广告促销等行为, 商誉存在着自然衰减过程, 对企业商誉水平的变化率具有负向影响. 借鉴 Nerlove 等^[23]的经典商誉模型, 参与治理沙漠化的企业商誉水平随时间的变化表示为以下微分方程形式

$$\dot{G}(t) = bD(t) - \delta G(t), \quad (2)$$

其中 $G(t)$ 为 t 时刻企业商誉水平, 且初始商誉水平 $G(0) = G_0 \geq 0$. $b > 0$ 表示沙漠化治理规模对企业商誉水平的影响系数, $\delta > 0$ 表示商誉的自然衰退系数.

假设 4 通常情况下, 由于消费者偏好购买商誉较高的企业产品, 所以企业商誉水平对销量存在促进作用. 因此企业 t 时刻实际销量为 $Q(t) = Q_0 + \omega G(t)$, 其中 Q_0 表示企业参与沙漠化治理之前产品 t 时刻的销量, $\omega > 0$ 表示企业因参与沙漠治理产生的商誉水平对产品销量的影响系数.

假设 5 由于土地沙漠化严重影响沙漠化地区的生态环境和人们的生产生活, 也是政府目标的负效用, 而对于参与治理的企业一般不属于其目标. 因此 t 时刻土地沙漠化规模对政府的效用可表示为 $B(S_0 - D(t))$, 其中 S_0 表示治理前土地沙漠化规模, B 表示土地沙漠化规模对政府效用的影响系数, $B > 0$.

3 不同治理模式下的模型求解与分析

政府的效用函数由企业税收正效用和治理成本以及沙漠化土地产生的社会负效用构成, 企业的效用目

标即是利润最大化, 因此在考虑无限时间情况下, 以沙漠化治理投入水平为决策变量的政府和企业的目标效用函数分别为

$$J_g = \int_0^{+\infty} e^{-rt} \left[T_1 \pi Q(t) - \frac{1}{2} c_g u_g^2(t) - B(S_0 - D(t)) \right] dt, \quad (3)$$

$$J_s = \int_0^{+\infty} e^{-rt} \left[(1 - T_1) \pi Q(t) - \frac{1}{2} c_s u_s^2(t) \right] dt, \quad (4)$$

其中 π 为企业的单位产品利润, T_1 为销售产品的税率, r 为贴现率.

下文将分别讨论在非合作模式下企业独立承担其治理成本和政府分担企业部分治理成本的情况以及政企合作模式下的最优治理投入水平, 并进一步对比分析三种情况下政府和企业的最优治理投入水平特征, 从而分析出最优的沙漠化治理模式.

3.1 非合作模式下企业独立承担其治理成本

在非合作模式情况下, 假设企业独立承担其治理成本(此情形用上标 N 表示), 在沙漠化治理规模和企业商誉的动态约束下, 政府和企业的目标效用函数和约束条件分别为

$$\text{Max}_{u_g(t)} J_g^N = \int_0^{+\infty} e^{-rt} \left[T_1 \pi (Q_0(t) + \omega G(t)) - \frac{1}{2} c_g u_g^2(t) - B(S_0 - D(t)) \right] dt,$$

$$\text{Max}_{u_s(t)} J_s^N = \int_0^{+\infty} e^{-rt} \left[(1 - T_1) \pi (Q_0(t) + \omega G(t)) - \frac{1}{2} c_s u_s^2(t) \right] dt,$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \dot{D}(t) = e u_g(t) + f u_s(t) - \sigma D(t), D(0) = D_0 \\ \dot{G}(t) = b D(t) - \delta G(t), G(0) = G_0. \end{cases}$$

由于反馈纳什均衡可以实现状态和时间的一致性, 因此这里求得反馈纳什均衡并进行分析. 为了书写方便, 下面省略记号 (t) .

命题 1 在非合作模式并且企业独立承担其治理成本的情况下, 政府和企业治理沙漠化投入水平的马尔科夫反馈纳什均衡及双方收益分别为

$$\begin{cases} u_g^{N*} = \frac{e[B(r + \delta) + b T_1 \pi \omega]}{(r + \delta)(r + \sigma) c_g} \\ u_s^{N*} = \frac{f b (1 - T_1) \pi \omega}{(r + \delta)(r + \sigma) c_s}, \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} V_g^{N*} = \frac{[B(r + \delta) + b T_1 \pi \omega] D}{(r + \delta)(r + \sigma)} + \frac{T_1 \pi \omega G}{r + \delta} + \frac{T_1 \pi Q_0 - B S_0}{r} + \\ \quad \frac{e^2 [B(r + \delta) + b T_1 \pi \omega]^2}{2 r c_g (r + \delta)^2 (r + \sigma)^2} + \frac{f^2 [B(r + \delta) + b T_1 \pi \omega] b (1 - T_1) \pi \omega}{r c_s (r + \delta)^2 (r + \sigma)^2} \\ V_s^{N*} = \frac{b (1 - T_1) \pi \omega D}{(r + \delta)(r + \sigma)} + \frac{(1 - T_1) \pi \omega G}{r + \delta} + \frac{(1 - T_1) \pi Q_0}{r} + \\ \quad \frac{f^2 [b (1 - T_1) \pi \omega]^2}{2 r c_s (r + \delta)^2 (r + \sigma)^2} + \frac{e^2 [B(r + \delta) + b T_1 \pi \omega] b (1 - T_1) \pi \omega}{r c_g (r + \delta)^2 (r + \sigma)^2}. \end{cases} \quad (6)$$

证明见附录, 下同.

命题 1 表明, 在非合作模式并且企业独立承担其治理成本情况下, 政府最优的沙漠化治理投入水平与税率 T_1 和土地沙漠化规模对政府效用的影响系数 B 正相关, 但企业的最优的沙漠化治理投入水平与税率 T_1 负相关, 与土地沙漠化规模对政府效用的影响系数 B 无关. 这说明政府可以通过降低税率的方式激励企业提高沙漠化治理的投入水平, 但企业决定其治理投入水平时只考虑对其收益的影响.

将式(5)中政府和企业的均衡投入水平分别代入式(1)和式(2), 得到沙漠化的治理规模和企业商誉水平的轨迹为

$$\begin{cases} D^N(t) = D_{SS}^N + (D_0 - D_{SS}^N)e^{-\sigma t} \\ G^N(t) = G_{SS}^N + \frac{b(D_0 - D_{SS}^N)}{\delta - \sigma}e^{-\sigma t} + \left[G_0 - G_{SS}^N - \frac{b(D_0 - D_{SS}^N)}{\delta - \sigma} \right] e^{-\delta t}, \end{cases} \quad (7)$$

其中 $D_{SS}^N = \frac{e^2[B(r+\delta)+bT_1\pi\omega]}{c_g(r+\delta)(r+\sigma)\sigma} + \frac{f^2b(1-T_1)\pi\omega}{c_s(r+\delta)(r+\sigma)\sigma}$, $G_{SS}^N = \frac{b}{\delta}D_{SS}^N$ 表示稳定状态下的沙漠化治理规模和企业商誉水平. 由此可见, 当 $D_0 < D_{SS}^N$, $G_0 < G_{SS}^N$ 时, 沙漠化治理规模和企业商誉水平的轨迹均单调递增, 且分别收敛于稳定状态下的 D_{SS}^N 和 G_{SS}^N ; 反之, 当 $D_0 > D_{SS}^N$, $G_0 > G_{SS}^N$ 时, 沙漠化治理规模和企业商誉水平的轨迹均单调递减, 且分别收敛于稳定状态下的 D_{SS}^N 和 G_{SS}^N .

3.2 非合作模式下政府分担企业部分治理成本

在非合作模式下, 假设政府分担企业部分治理成本并且分担比例为 $\theta(t)$ ($0 \leq \theta(t) \leq 1$) (此情形用上标 S 表示). 政府与企业的博弈顺序为首先政府选择为企业分担治理成本比例 $\theta(t)$ 及自身治理投入水平, 然后企业观察到政府为其分担的治理成本比例后, 选择使其效用最大化的沙漠化治理投入水平. 显然, 这是一个政府作为 Leader, 企业作为 Follower 的 Stackelberg 微分博弈. 因此, 政府和企业的目标效用函数和约束条件分别为

$$\begin{aligned} \text{Max}_{u_g(t), \theta(t)} J_g^S &= \int_0^{+\infty} e^{-rt} \left[T_1 \pi(Q_0(t) + \omega G(t)) - \frac{1}{2} c_g u_g^2(t) - \frac{\theta(t)}{2} c_s u_s^2(t) - B(S_0 - D(t)) \right] dt, \\ \text{Max}_{u_s(t)} J_s^S &= \int_0^{+\infty} e^{-rt} \left[(1 - T_1) \pi(Q_0(t) + \omega G(t)) - \frac{1 - \theta(t)}{2} c_s u_s^2(t) \right] dt, \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} \dot{D}(t) = e u_g(t) + f u_s(t) - \sigma D(t), D(0) = D_0, \\ \dot{G}(t) = b D(t) - \delta G(t), G(0) = G_0. \end{cases} \end{aligned}$$

命题 2 在非合作模式并且政府分担企业部分治理成本的情况下, 政府和企业治理沙漠化投入水平的马尔科夫反馈纳什均衡、政府的最优分担比例以及双方收益分别为

$$\begin{cases} u_g^{S*} = \frac{e[B(r+\delta) + bT_1\pi\omega]}{(r+\delta)(r+\sigma)c_g} \\ \theta^{S*} = \frac{2B(r+\delta) + b\pi\omega(3T_1 - 1)}{2B(r+\delta) + b\pi\omega(1 + T_1)} \\ u_s^{S*} = \frac{f[2B(r+\delta) + b\pi\omega(1 + T_1)]}{2(r+\delta)(r+\sigma)c_s}, \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} V_g^{S*} = \frac{[B(r+\delta) + bT_1\pi\omega]D}{(r+\delta)(r+\sigma)} + \frac{T_1\pi\omega G}{r+\delta} + \frac{T_1\pi Q_0 - BS_0}{r} + \frac{e^2[B(r+\delta) + bT_1\pi\omega]^2}{2rc_g(r+\delta)^2(r+\sigma)^2} + \\ \quad \frac{f^2[2B(r+\delta) + b(1+T_1)\pi\omega]^2}{8rc_s(r+\delta)^2(r+\sigma)^2} \\ V_s^{S*} = \frac{b(1-T_1)\pi\omega D}{(r+\delta)(r+\sigma)} + \frac{(1-T_1)\pi\omega G}{r+\delta} + \frac{(1-T_1)\pi Q_0}{r} + \\ \quad \frac{f^2[b(1-T_1)\pi\omega][2B(r+\delta) + b(1+T_1)\pi\omega]}{4rc_s(r+\delta)^2(r+\sigma)^2} + \frac{e^2[B(r+\delta) + bT_1\pi\omega]b(1-T_1)\pi\omega}{rc_g(r+\delta)^2(r+\sigma)^2}. \end{cases} \quad (9)$$

命题 2 表明, 在非合作模式且政府分担企业部分治理成本的情况下, 当沙漠化规模对政府效用的影响系数较高(即 $B > \frac{b\pi\omega(1-3T_1)}{2(r+\delta)}$) 时, 政府应为企业分担一定比例的治理成本, 并且分担比例 θ 随着税率 T_1 的提高而提高. 这说明政府适当提高税率不会降低企业治理投入水平, 因为政府为企业分担部分治理成本对企

业治理沙漠化投入水平的正效应大于提高税率对企业治理沙漠化投入水平的负效应。

将式(8)的政府和企业的均衡投入水平代入式(1)和式(2), 可得到政府为企业分担部分治理成本情况下的沙漠化治理规模和企业商誉水平的轨迹为

$$\begin{cases} D^S(t) = D_{SS}^S + (D_0 - D_{SS}^S)e^{-\sigma t} \\ G^S(t) = G_{SS}^S + \frac{b(D_0 - D_{SS}^S)}{\delta - \sigma}e^{-\sigma t} + \left[G_0 - G_{SS}^S - \frac{b(D_0 - D_{SS}^S)}{\delta - \sigma} \right] e^{-\delta t}, \end{cases} \quad (10)$$

其中 $D_{SS}^S = \frac{e^2[B(r+\delta)+bT_1\pi\omega]}{c_g(r+\delta)(r+\sigma)\sigma} + \frac{f^2[2B(r+\delta)+b(1+T_1)\pi\omega]}{2c_s(r+\delta)(r+\sigma)\sigma}$, $G_{SS}^S = \frac{b}{\delta}D_{SS}^S$ 表示稳定状态下的沙漠化治理规模和企业商誉水平。

3.3 合作模式

假设政府和企业以合作模式共同治理沙漠化(此情形用上标 C 表示), 即寻求以总体效用最大化为目标的最优沙漠化治理投入水平, 则总效用的目标函数和约束条件为

$$\begin{aligned} \text{Max}_{u_g(t), u_s(t)} J_g^C &= \int_0^{+\infty} e^{-rt} \left[T_1\pi(Q_0(t) + \omega G(t)) - \frac{1}{2}c_g u_g^2(t) - \frac{1}{2}c_s u_s^2(t) - B(S_0 - D(t)) \right] dt, \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} \dot{D}(t) = e u_g(t) + f u_s(t) - \sigma D(t), D(0) = D_0 \\ \dot{G}(t) = b D(t) - \delta G(t), G(0) = G_0. \end{cases} \end{aligned}$$

命题 3 在合作模式下, 政府和企业的沙漠化治理投入水平的马尔科夫反馈纳什均衡及总收益分别为

$$\begin{cases} u_g^{C*} = \frac{e[B(r+\delta) + b\pi\omega]}{(r+\delta)(r+\sigma)c_g} \\ u_s^{C*} = \frac{f[B(r+\delta) + b\pi\omega]}{(r+\delta)(r+\sigma)c_s}. \end{cases} \quad (11)$$

$$V_c^{C*} = \frac{[B(r+\delta) + b\pi\omega]D}{(r+\delta)(r+\sigma)} + \frac{\pi\omega G}{r+\delta} + \frac{\pi Q_0 - B S_0}{r} + \frac{e^2[B(r+\delta) + b\pi\omega]^2}{2rc_g(r+\delta)^2(r+\sigma)^2} + \frac{f^2[B(r+\delta) + b\pi\omega]^2}{2rc_s(r+\delta)^2(r+\sigma)^2}. \quad (12)$$

命题 3 表明, 在合作模式下, 政府和企业的治理投入水平不受税率调控影响, 但企业税率对政府和企业的合作利益产生一定影响, 同时企业在决定治理投入水平会考虑沙漠化规模对政府效用的影响. 这说明合作模式能够使企业考虑更多的因素决策沙漠化治理最优投入水平, 但政府利用直接降低企业税率政策不能实现对企业治理投入的激励作用. 政府可以从帮助企业提高沙漠化治理投入效率、多宣传合作治理的企业从而达到降低企业商誉自然退化率并且也可以协助提高企业产品市场利润率等间接手段实现激励企业对沙漠化治理投入。

将式(11)的政府和企业的均衡投入水平代入式(1)和式(2), 可以得到合作模式下沙漠化治理规模和企业商誉水平的轨迹为

$$\begin{cases} D^C(t) = D_{SS}^C + (D_0 - D_{SS}^C)e^{-\sigma t} \\ G^C(t) = G_{SS}^C + \frac{b(D_0 - D_{SS}^C)}{\delta - \sigma}e^{-\sigma t} + \left[G_0 - G_{SS}^C - \frac{b(D_0 - D_{SS}^C)}{\delta - \sigma} \right] e^{-\delta t}, \end{cases} \quad (13)$$

其中 $D_{SS}^C = \frac{e^2[B(r+\delta)+b\pi\omega]}{c_g(r+\delta)(r+\sigma)\sigma} + \frac{f^2[B(r+\delta)+b\pi\omega]}{c_s(r+\delta)(r+\sigma)\sigma}$ 和 $G_{SS}^C = \frac{b}{\delta}D_{SS}^C$ 分别表示稳定状态下的沙漠化治理规模和企业商誉水平。

3.4 均衡结果比较分析

命题 4 不同模式下政企最优治理投入水平满足 $u_g^{N*} = u_g^{S*} < u_g^{C*}$, $u_s^{N*} < u_s^{S*} < u_s^{C*}$. 沙漠化治理规模和企业商誉水平满足 $D^C(t) > D^S(t) > D^N(t)$, $G^C(t) > G^S(t) > G^N(t)$.

命题 4 表明, 合作模式最具有激励性, 因此合作模式下土地沙漠化治理规模最大. 如果采用非合作模式, 当土地沙漠化规模对政府效用的影响系数较高(即 $B > \frac{b\pi\omega(1-3T_1)}{2(r+\delta)}$)时, 政府分担企业的部分治理成本也有

利于企业的治理投入水平、沙漠化治理规模和企业商誉水平的提高. 这说明政府与企业合作治理才是最优模式, 因此在实践中政府可以通过承诺协助企业提高企业市场产品利润率或提高治理投入效率等手段增加企业合作治理意愿, 只有采取了合作模式, 才能够实现沙漠化治理过程中的政府高投入带动企业的高投入水平和土地沙漠化治理规模的最大化.

命题 5 不同模式下政企收益满足 $V_g^{S*} > V_g^{N*}$, $V_s^{S*} > V_s^{N*}$, $V_c^{C*} > (V_g^{N*} + V_s^{N*})$, $V_c^{C*} > (V_g^{S*} + V_s^{S*})$.

命题 5 表明, 合作模式能够实现政企双方总收益最高. 而非合作模式, 只有政府分担企业部分治理成本情况下才能够实现比企业独立承担其治理成本的总收益高. 也就是说, 从收益角度来看, 合作治理沙漠化才能够实现最大的经济效益, 治理规模最大化和企业投入水平最高化. 同时也告诉人们, 即使企业不愿意采取合作模式, 政府也要有所作为能够分担企业部分治理成本从而实现更高的非合作下的社会经济效益、治理规模以及治理投入.

4 合作模式下的收益分配机制

由上述分析可知合作模式下总收益和治理规模最大, 但合作模式下双方分得收益的相对大小不确定, 若收益分割不合理可能导致合作无法进行, 因此本节将进一步研究在合作模式下如何分配收益能够使合作具有稳定性. 理论上, 只有同时实现整体理性和个体理性才能保证双方的合作顺利进行, 因此下面将基于 Nash 议价模型设计一个科学合理的收益分配方案.

命题 6 政府和企业合作治理沙漠化时, 双方的最优收益分配比例为 $\frac{(1-\tau_s)(V_c^{C*}-V_s^{N*}-V_g^{N*})}{(1-\tau_g\tau_s)V_c^{C*}} + \frac{(1-\tau_g\tau_s)V_g^{N*}}{(1-\tau_g\tau_s)V_c^{C*}}$, $\frac{\tau_s(1-\tau_g)(V_c^{C*}-V_g^{N*})+(1-\tau_s)V_s^{N*}}{(1-\tau_g\tau_s)V_c^{C*}}$. 当税率 T_1 较高 ($T_1 > T_1^*$) 时, 提高税率有利于政府收益增加, 反之, 当税率 T_1 较低 ($T_1 < T_1^*$) 时, 降低税率有利于政府收益增加.

命题 6 表明, 在合作模式下政府和企业按照上述方案分配收益可以保证合作的稳定性, 并且企业税率会对双方分配的收益产生重要影响. 这说明, 首先设计科学合理的收益分配机制才是政府与企业合作治理沙漠化的关键, 只有科学的合作双方分配方案才能确保治理沙漠化合作模式的稳定运行. 在合作模式下, 虽然政府调控税率无法激励企业提高治理投入水平, 但是政府与不同税率水平行业的企业合作治理沙漠化时, 政府可以根据财政状况通过税率调控策略使合作沙漠化治理的收益分配中提高政府收益.

5 数值分析

应用 MATLAB 2017 对上述最优决策进行数值分析. 图 1 为三种情形下沙漠化治理规模的最优轨迹.

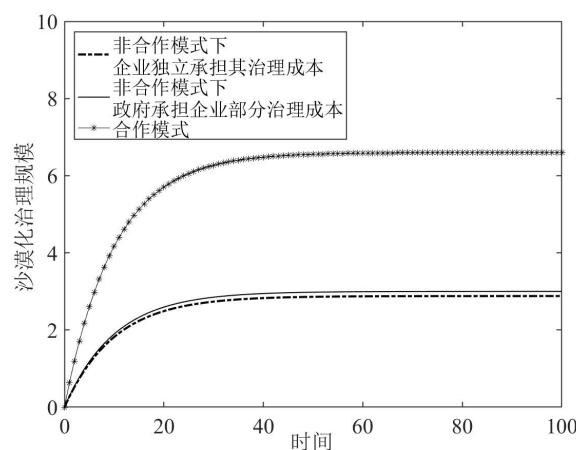


图 1 三种情形下沙漠化治理规模的最优轨迹

Fig. 1 Optimal trajectory of desertification control scale in three cases

为不失一般性, 假设基准参数如下: $e = 0.3$, $f = 0.2$, $r = 0.1$, $\sigma = 0.1$, $\delta = 0.05$, $b = 0.3$, $\pi = 3$, $\omega = 0.15$, $c_g = 1$, $c_s = 2$, $B = 0.3$, $T_1 = 0.2$, $D_0 = 0$, $G_0 = 3$, $Q_0 = 5$, $S_0 = 7$, 并且假设考察某个因素的影响时, 其它非考察因素为固定值。

由图1可以看出三种情形下, 沙漠化治理规模随着时间推移均具有稳定趋势, 且收敛于稳定状态下的治理规模, 由于取值满足 $D_0 < D_{SS}^N < D_{SS}^S < D_{SS}^C$, 所以呈现的沙漠化治理规模最优轨迹具有单调递增性。图像显示合作模式下增长速度最快, 达到稳定状态时治理规模最大, 非合作模式下政府分担企业部分成本的情况次之, 企业独立承担其治理成本增长速度最慢, 达到稳定状态时治理规模最小。

图2和图3分别将情形3.1和情形3.2下政府收益和企业收益进行了对比。

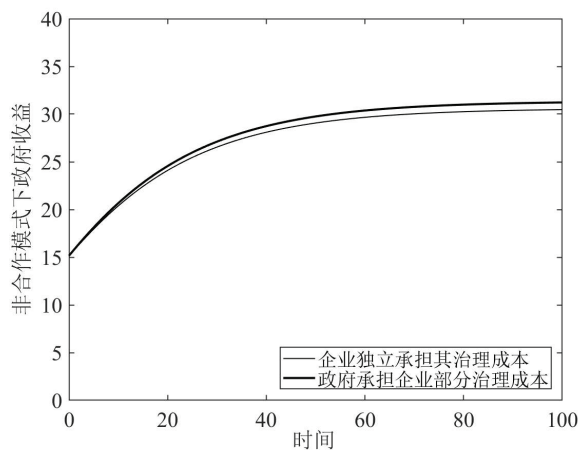


图2 情形3.1和情形3.2政府收益对比

Fig. 2 Comparison of government revenues between case 3.1 and case 3.2

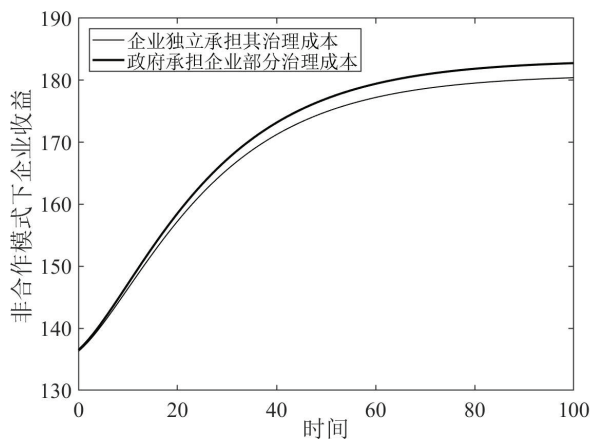


图3 情形3.1和情形3.2企业收益对比

Fig. 3 Comparison of enterprise revenues between case 3.1 and case 3.2

由图2和图3可以看出, 在非合作模式下, 政府分担企业的部分治理成本同时提高了政府和企业各自的收益。这是因为政府分担企业部分治理成本能够促进企业提高沙漠治理投入水平, 从而提高企业商誉水平促进产品销售量增加, 所以企业收益有所提高。又因为企业收益增加进而政府税收提高, 并且沙漠治理规模增大, 对政府来说环境负影响减小, 因此政府收益也有提高。对比两图的曲线斜率可以看出政府收益增长速度更快, 这是因为随着时间推移沙漠化治理规模逐渐增大, 沙漠化对政府收益产生的负影响迅速减小, 因此政府收益增长速度更快。

三种情形下, 政企总收益对比如图4所示。由图4可以看出, 非合作模式下企业独立承担其治理成本时, 政企总收益最低。政府分担企业的部分治理成本时, 政企总收益略有提高。合作模式下政企总收益达到最高, 从经济视角可以看出合作模式治理沙漠化效果最佳。

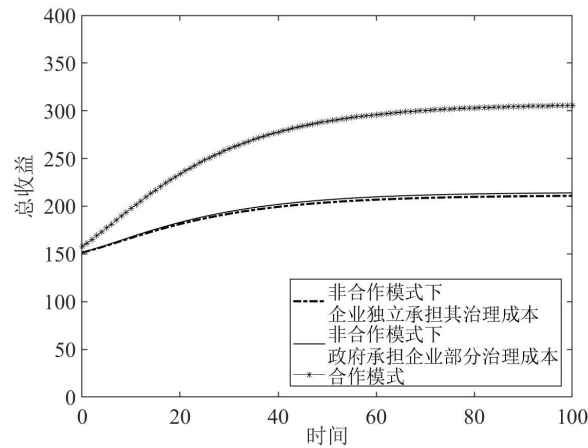


图 4 三种情形下, 政企总收益对比

Fig. 4 Comparison of total revenue of government and enterprise in three cases

图 5 描绘了贴现率对稳态下沙漠化治理规模的影响. 由图 5 可以看出, 稳定状态下沙漠化治理规模与贴现率 r 负相关, 随着贴现率 r 减小, 稳定状态下沙漠化治理的规模增长速度逐渐加快, 并且合作模式下治理规模增长速度最快, 这表明政府和企业更重视长期收益最大化时, 双方都会提高沙漠治理投入水平. 又由图 5 观察可知, 随着贴现率 r 增大, 三种情形的稳定状态下治理规模差异逐渐减小且都处于很低水平, 这表明当贴现率过大时, 无论哪种治理模式都很难激励政府和企业增加治理投入.

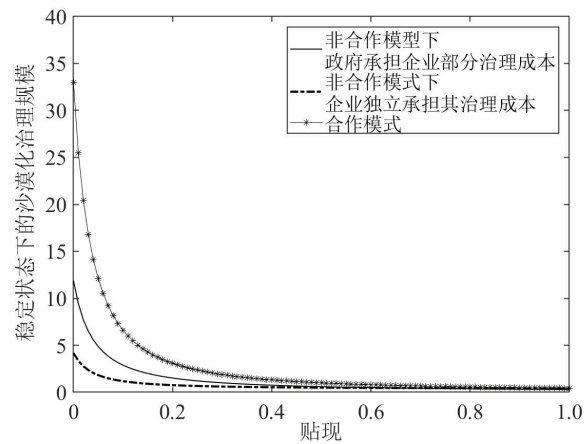


图 5 贴现率对稳态下沙漠化治理规模的影响

Fig. 5 Effect of discount rate on desertification control scale in steady state

6 扩展研究

前文假设政府和企业的治理技术水平 e 和 f 不同, 若考虑政府和企业的治理技术水平相同, 此时政府和企业的均衡结果和稳定状态下的沙漠化治理规模均会发生变化, 具体结果见表 1.

表 1 $e = f = e_1$ 时, 政符和企业的均衡结果

Table 1 Equilibrium results of government and enterprises (when $e = f = e_1$)

	非合作模式企业独立承担成本	非合作模式政府承担企业部分成本	合作模式
u_g^*	$\frac{e_1[B(r+\delta)+bT_1\pi\omega]}{(r+\delta)(r+\sigma)c_g}$	$\frac{e_1[B(r+\delta)+bT_1\pi\omega]}{(r+\delta)(r+\sigma)c_g}$	$\frac{e_1[B(r+\delta)+b\pi\omega]}{(r+\delta)(r+\sigma)c_g}$
u_s^*	$\frac{e_1b(1-T_1)\pi\omega}{(r+\delta)(r+\sigma)c_s}$	$\frac{e_1[2B(r+\delta)+b\pi\omega(1+T_1)]}{2(r+\delta)(r+\sigma)c_s}$	$\frac{e_1[B(r+\delta)+b\pi\omega]}{(r+\delta)(r+\sigma)c_s}$
D_{SS}	$\frac{e_1^2[B(r+\delta)+bT_1\pi\omega]}{c_g(r+\delta)(r+\sigma)\sigma} + \frac{e_1^2b(1-T_1)\pi\omega}{c_s(r+\delta)(r+\sigma)\sigma}$	$\frac{e_1^2[B(r+\delta)+bT_1\pi\omega]}{c_g(r+\delta)(r+\sigma)\sigma} + \frac{e_1^2[2B(r+\delta)+b(1+T_1)\pi\omega]}{2c_s(r+\delta)(r+\sigma)\sigma}$	$\frac{e_1^2[B(r+\delta)+b\pi\omega]}{c_g(r+\delta)(r+\sigma)\sigma} + \frac{e_1^2[B(r+\delta)+b\pi\omega]}{c_s(r+\delta)(r+\sigma)\sigma}$

将其与式(5)、式(8)和式(11)对比, 可以发现数学表达式结构没有变化, 因此数值模拟反应的特征与原结论一致, 主要结论并未发生本质性改变. 同样的, 若令政府和企业的治理成本系数相同, 则均衡结果见表 2, 此时所得结果的数学结构也未发生变化, 因此不会改变结论有效性. 这说明本文所做假设不会影响到结论的稳健, 模型在一定参数的扰动下能够维持稳定特征, 因此本文理论模型具有鲁棒性.

表 2 $c_g = c_s = c$ 时, 政符和企业的均衡结果
Table 2 Equilibrium results of government and enterprises (when $c_g = c_s = c$)

	非合作模式企业独立承担成本	非合作模式政府承担企业部分成本	合作模式
u_g^*	$\frac{e[B(r+\delta)+bT_1\pi\omega]}{(r+\delta)(r+\sigma)c}$	$\frac{e[B(r+\delta)+bT_1\pi\omega]}{(r+\delta)(r+\sigma)c}$	$\frac{e[B(r+\delta)+b\pi\omega]}{(r+\delta)(r+\sigma)c}$
u_s^*	$\frac{fb(1-T_1)\pi\omega}{(r+\delta)(r+\sigma)c}$	$\frac{f[2B(r+\delta)+b\pi\omega(1+T_1)]}{2(r+\delta)(r+\sigma)c}$	$\frac{f[B(r+\delta)+b\pi\omega]}{(r+\delta)(r+\sigma)c}$
D_{SS}	$\frac{e^2[B(r+\delta)+bT_1\pi\omega]}{c(r+\delta)(r+\sigma)\sigma} + \frac{f^2b(1-T_1)\pi\omega}{c(r+\delta)(r+\sigma)\sigma}$	$\frac{e^2[B(r+\delta)+bT_1\pi\omega]}{c(r+\delta)(r+\sigma)\sigma} + \frac{f^2[2B(r+\delta)+b(1+T_1)\pi\omega]}{2c(r+\delta)(r+\sigma)\sigma}$	$\frac{e^2[B(r+\delta)+b\pi\omega]}{c(r+\delta)(r+\sigma)\sigma} + \frac{f^2[B(r+\delta)+b\pi\omega]}{c(r+\delta)(r+\sigma)\sigma}$

7 结束语

本文通过分别在非合作模式和合作模式下构建政府和企业治理沙漠化的微分博弈模型, 研究了在均衡情况下政企双方的最优治理投入策略和治理规模的动态轨迹以及双方的收益变化. 研究得到以下管理启示: 政府引入社会资本参与沙漠化治理, 并考虑合理分配收益的合作模式能够达到最好的治理效果, 此时政府调控税率只影响双方收益. 在双方以非合作模式治理沙漠化的情况下, 政府分担企业的部分治理成本比企业独立承担其治理成本更能促进企业提高治理投入水平, 取得较好的治理效果, 同时政府还可以适当提高税率进一步促进企业治理投入水平的提高从而达到更好的治理效果. 虽然企业独立承担其治理成本时的治理效果最差, 但政府可以通过降低税率的方式激励企业提高治理投入水平. 通过建立数学模型, 深入探讨了沙漠化治理的最优模式, 并对不同治理模式下政府如何利用政策调控激励企业更积极治理沙漠化提出相应建议, 研究结果为我国政府制定政策更好地治理沙漠化土地, 改善生态环境提供决策参考与理论支撑. 但本文的研究仍存在一定的局限性, 出于简化分析的角度, 本文只考虑了政府与一个企业共同治理沙漠化的情况, 但随着我国沙漠化治理进程的发展, 越来越多的企业愿意参与到沙漠化治理过程中, 因此多企业参与的问题值得思考. 另外, 多企业共同治理沙漠化时, 这些企业的产业间可能存在竞争也可能存在互补, 这将导致更加复杂的结论, 将在以后的研究中进行探索.

参考文献:

- [1] Reynolds J F, Smith D M S, Lambin E F, et al. Global desertification: Building a science for dryland development. *Science*, 2007, 316: 847–851.
- [2] Li D, Xu D, Wang Z, et al. Ecological compensation for desertification control: A review. *Journal of Geographical Sciences*, 2018, 28(3): 367–384.
- [3] Zang Y, Gong W, Xie H, et al. Chemical sand stabilization: A review of material, mechanism, and problems. *Environmental Technology Reviews*, 2015, 4(1): 119–132.
- [4] Dong Z, Chen G, He X, et al. Controlling blown sand along the highway crossing the Taklimakan Desert. *Journal of Arid Environments*, 2004, 57(3): 329–344.
- [5] Li X, Zhang Z, Huang L, et al. Review of the ecohydrological processes and feedback mechanisms controlling sand-binding vegetation systems in sandy desert regions of China. *Chinese Science Bulletin*, 2013, 58(13): 1483–1496.
- [6] 魏巍, 张稳定, 陈焕盛, 等. 库布齐沙漠治理对京津冀地区空气质量影响. *中国沙漠*, 2020, 40(1): 77–87.
Wei W, Zhang W D, Chen H S, et al. Influence of Kubuqi Desert control on air quality in Beijing-Tianjin-Hebei Region. *Chinese Desert*, 2020, 40(1): 77–87. (in Chinese)
- [7] Scuderi L, Weissmann G, Kindilien P, et al. Evaluating the potential of database technology for documenting environmental change in China's deserts. *Catena*, 2015, 134: 87–97.

- [8] Li S G, Harazono Y, Oikawa T, et al. Grassland desertification by grazing and the resulting micrometeorological changes in Inner Mongolia. *Agricultural and Forest Meteorology*, 2000, 102(2): 125–137.
- [9] Wessels K J, Prince S D, Malherbe J, et al. Can human-induced land degradation be distinguished from the effects of rainfall variability? A case study in South Africa. *Journal of Arid Environments*, 2007, 68(2): 271–297.
- [10] Moghaddam M H R, Sedighi A, Fasihi S, et al. Effect of environmental policies in combating aeolian desertification over Sejzy Plain of Iran. *Aeolian Research*, 2018, 35: 19–28.
- [11] 樊胜岳, 韦环伟, 琚 婧. 沙漠化地区基于农户的退耕还林政策绩效评价研究. 干旱区资源与环境, 2009, 23(10): 8–13.
Fan S Y, Wei H W, Lu J. Study on performance evaluation of conversion of farmland to forest policy based on farmers in desertification area. *Resources and Environment in Arid Area*, 2009, 23(10): 8–13. (in Chinese)
- [12] 王 岳, 刘学敏, 哈斯额尔敦. 毛乌素沙地“沙产业”发展水平评价. 中国软科学, 2019(6): 22–34.
Wang Y, Liu X M, Haas E. Evaluation of the development level of “sand industry” in Mu Us Sandy Land. *China Soft Science*, 2019 (6): 22–34. (in Chinese)
- [13] 王 岳, 刘学敏, 哈斯额尔敦. “互联网+沙产业”: 沙漠治理产业化的新探索. 兰州大学学报, 2019, 47(3): 167–174.
Wang Y, Liu X M, Haas E. “Internet + sand industry”: New exploration of industrialization of desert management. *Journal of Lanzhou University*, 2019, 47(3): 167–174. (in Chinese)
- [14] Liu N, Zhou L, Hauger J S. How sustainable is government-sponsored desertification rehabilitation in China? Behavior of households to changes in environmental policies. *Plos One*, 2013, 8(10): 1–8.
- [15] 郭秀丽, 周立华. 企业参与沙漠化治理的相关建议. 环境保护, 2018, 46(11): 47–50.
Guo X L, Zhou L H. Suggestions on enterprises’ participation in desertification control. *Environmental Protection*, 2018, 46(11): 47–50. (in Chinese)
- [16] 张宇翔, 谭德庆. 碳政策对厂商技术稳定性及租售策略的影响. 系统工程学报, 2019, 34(5): 632–643.
Zhang Y X, Tan D Q. The impact of carbon policy on firm’s technical stability and leasing strategy. *Journal of Systems Engineering*, 2019, 34(5): 632–643. (in Chinese)
- [17] 张 盼, 熊中楷. 基于政府视角的最优碳减排政策研究. 系统工程学报, 2018, 33(5): 627–636.
Zhang P, Xiong Z K. Research on optimal carbon emission reduction policy from the perspective of government. *Journal of Systems Engineering*, 2018, 33(5): 627–636. (in Chinese)
- [18] Yi Y, Xu R, Zhang S. A cooperative stochastic differential game of transboundary industrial pollution between two asymmetric nations. *Mathematical Problems in Engineering*, 2017, 2017: 1–10.
- [19] Dockner E J, Van Long N. International pollution control: Cooperative versus noncooperative strategies. *Journal of Environmental Economics and Management*, 1993, 25(1): 13–29.
- [20] Jørgensen S, Zaccour G. Time consistent side payments in a dynamic game of downstream pollution. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2001, 25(12): 1973–1987.
- [21] 孙佳艺, 谭德庆. 毗邻沙漠地区微分博弈模型与宏观环境治理策略研究. 运筹与管理, 2022, 31(4): 49–54.
Sun J Y, Tan D Q. Study on differential game model and macro environmental governance strategy in adjacent desert areas. *Operations Research and Management*, 2022, 31(4): 49–54. (in Chinese)
- [22] 谭德庆, 孙佳艺. 不同技术授权模式下的沙漠化治理. 系统管理学报, 2022, 31(1): 124–133.
Tan D Q, Sun J Y. Desertification control under different technology licensing modes. *Journal of System Management*, 2022, 31(1): 124–133. (in Chinese)
- [23] Nerlove M, Arrow K J. Optimal advertising policy under dynamic conditions. *Economica*, 1962, 29(114): 129–142.

作者简介:

孙佳艺 (1993—), 女, 吉林四平人, 博士生, 研究方向: 决策科学, 环境治理, Email: sunjy1130@163.com;

谭德庆 (1966—), 男, 辽宁锦州人, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向: 博弈理论及应用, Email: tdq1966@126.com.

附 录

命题 1 证明 首先构造连续有界微分函数 $V_i^N(D, G)$, $i \in (g, s)$, 满足 $V_i^{N*} = e^{-rt} V_i^N(D, G)$, 根据最优控制理论, 对 $D > 0$, $G > 0$ 都满足如下 Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) 方程

$$rV_g^N(D, G) = \max_{u_g} \left\{ T_1 \pi(Q_0 + \omega G) - \frac{1}{2} c_g u_g^2 - B(S_0 - D) + V_{gD}^{N'}(e u_g + f u_s - \sigma D) + V_{gG}^{N'}(bD - \delta G) \right\}, \quad (14)$$

$$rV_s^N(D, G) = \max_{u_s} \left\{ (1 - T_1)\pi(Q_0 + \omega G) - \frac{1}{2}c_s u_s^2 + V_{sD}^{N'}(eu_g + fu_s - \sigma D) + V_{sG}^{N'}(bD - \delta G) \right\}. \quad (15)$$

分别对式(14)和式(15)求关于 u_g 和 u_s 的一阶偏导并令其等于零, 可得最优化一阶条件为

$$\begin{cases} u_g^N = \frac{V_{gD}^{N'} e}{c_g} \\ u_s^N = \frac{V_{sD}^{N'} f}{c_s}. \end{cases} \quad (16)$$

将式(16)代入 HJB 方程式(14)和式(15), 整理可得

$$rV_g^N(D, G) = (B - \sigma V_{gD}^{N'} + bV_{gG}^{N'})D + (T_1\pi\omega - \delta V_{gG}^{N'})G + T_1\pi Q_0 - BS_0 + \frac{(V_{gD}^{N'})^2 e^2}{2c_g} + \frac{f^2 V_{gD}^{N'} V_{sD}^{N'}}{c_s}, \quad (17)$$

$$rV_s^N(D, G) = (bV_{sG}^{N'} - \sigma V_{sD}^{N'})D + ((1 - T_1)\pi\omega - \delta V_{sG}^{N'})G + (1 - T_1)\pi Q_0 + \frac{(V_{sD}^{N'})^2 f^2}{2c_s} + \frac{e^2 V_{gD}^{N'} V_{sD}^{N'}}{c_g}. \quad (18)$$

由式(17)和式(18)的结构可以分析出 $V_g^N(D, G)$ 和 $V_s^N(D, G)$ 的型式为线性函数

$$\begin{cases} V_g^N(D, G) = m_1 D + m_2 G + m_3 \\ V_s^N(D, G) = n_1 D + n_2 G + n_3. \end{cases} \quad (19)$$

分别对 $V_g^N(D, G)$ 和 $V_s^N(D, G)$ 求关于 D 和 G 的一阶偏导可得

$$\begin{cases} V_{gD}^{N'} = m_1 \\ V_{gG}^{N'} = m_2 \\ V_{sD}^{N'} = n_1 \\ V_{sG}^{N'} = n_2, \end{cases} \quad (20)$$

其中 $m_1, m_2, m_3, n_1, n_2, n_3$ 均为常数.

将式(19)和式(20)分别代入式(17)和式(18), 由待定系数法可得

$$\begin{cases} m_1 = \frac{B(r + \delta) + bT_1\pi\omega}{(r + \delta)(r + \sigma)} \\ m_2 = \frac{T_1\pi\omega}{r + \delta} \\ m_3 = \frac{T_1\pi Q_0 - BS_0}{r} + \frac{[B(r + \delta) + bT_1\pi\omega]^2 e^2}{2c_g r(r + \delta)^2(r + \sigma)^2} + \frac{f^2[B(r + \delta) + bT_1\pi\omega]b\pi\omega(1 - T_1)}{c_s r(r + \delta)^2(r + \sigma)^2}, \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} n_1 = \frac{b(1 - T_1)\pi\omega}{(r + \delta)(r + \sigma)} \\ n_2 = \frac{(1 - T_1)\pi\omega}{r + \delta} \\ n_3 = \frac{(1 - T_1)\pi Q_0}{r} + \frac{[b(1 - T_1)\pi\omega]^2 f^2}{2c_s r(r + \delta)^2(r + \sigma)^2} + \frac{e^2[B(r + \delta) + bT_1\pi\omega]b\pi\omega(1 - T_1)}{c_g r(r + \delta)^2(r + \sigma)^2}. \end{cases} \quad (22)$$

再将式(21)和式(22)代入式(16)和式(19), 可得到命题 1.

证毕.

命题 2 与命题 3 证明 命题 2 和命题 3 的证明与命题 1 相似, 在此处省略.

命题 4 证明 由命题 1 到命题 3 中政企的均衡投入水平可得

$$u_g^{S*} - u_g^{N*} = 0, u_g^{C*} - u_g^{S*} = \frac{eb\pi\omega(1 - T_1)}{2c_s(r + \delta)(r + \sigma)} > 0,$$

$$u_s^{S*} - u_s^{N*} = \frac{f[2B(r + \delta) + b\pi\omega(3T_1 - 1)]}{2c_s(r + \delta)(r + \sigma)} > 0, u_s^{C*} - u_s^{S*} = \frac{fb\pi\omega(1 - T_1)}{2c_s(r + \delta)(r + \sigma)} > 0.$$

由三种模式下的沙漠化治理规模以及商誉水平的表达式可得

$$D^S(t) - D^N(t) = (D_{SS}^S - D_{SS}^N)(1 - e^{-\sigma t}) = \frac{f^2[2B(r + \delta) + b\pi\omega(3T_1 - 1)](1 - e^{-\sigma t})}{2c_s(r + \delta)(r + \sigma)\sigma} > 0,$$

$$D^C(t) - D^S(t) = (D_{SS}^C - D_{SS}^S)(1 - e^{-\sigma t}) = \frac{b\pi\omega(1 - T_1)(2e^2 c_s + f^2 c_g)(1 - e^{-\sigma t})}{2c_s c_g(r + \delta)(r + \sigma)\sigma} > 0,$$

$$G^S(t) - G^N(t) = (G_{SS}^S - G_{SS}^N)(1 - e^{-\sigma t}) + \frac{b(D_{SS}^S - D_{SS}^N)(e^{-\delta t} - e^{-\sigma t})}{\delta - \sigma} = b(D_{SS}^S - D_{SS}^N) \left(\frac{e^{-\delta t}}{\delta - \sigma} - \frac{e^{-\delta t}}{\delta} - \frac{e^{-\sigma t}}{\delta - \sigma} + \frac{1}{\delta} \right).$$

由于无法直接判断 $G^S(t) - G^N(t)$ 的符号, 令 $F(t) = G^S(t) - G^N(t)$, 则 $F'(t) = \frac{b\sigma(D_{SS}^S - D_{SS}^N)}{\delta - \sigma}(e^{-\sigma t} - e^{-\delta t})$, 显然 $F'(t) > 0$ 恒成立. 又因为 $F(0) = 0$, 所以 $F(t) = G^S(t) - G^N(t) > 0$.

同理可得 $G^C(t) - G^S(t) > 0$.

证毕.

命题5 证明 由命题1到命题3中政企的收益可得

$$\begin{aligned} V_g^{S*} - V_g^{N*} &= \frac{f^2[2B(r + \delta) + b\pi\omega(3T_1 - 1)]^2}{8c_s r(r + \delta)^2(r + \sigma)^2} > 0, \\ V_s^{S*} - V_s^{N*} &= \frac{f^2[2B(r + \delta) + b\pi\omega(3T_1 - 1)]b\pi\omega(1 - T_1)}{4c_s r(r + \delta)^2(r + \sigma)^2} > 0, \\ V_c^{C*} - (V_g^{N*} + V_s^{N*}) &= \frac{e^2[b\pi\omega(T_1 - 1)]^2}{2c_g r(r + \delta)^2(r + \sigma)^2} + \frac{f^2[B(r + \delta) + b\pi\omega T_1]^2}{2c_s r(r + \delta)^2(r + \sigma)^2} > 0, \\ V_c^{C*} - (V_g^{S*} + V_s^{S*}) &= \frac{e^2[b\pi\omega(T_1 - 1)]^2}{2c_g r(r + \delta)^2(r + \sigma)^2} + \frac{f^2[b\pi\omega(T_1 - 1)]^2}{8c_s r(r + \delta)^2(r + \sigma)^2} > 0. \end{aligned}$$

证毕.

命题6 证明 由命题5中 $V_c^{C*} > V_g^{N*} + V_s^{N*}$ 可知政企双方合作具有可行性, 满足整体理性.

假设合作时政府分得总收益的比例为 χ , 则企业分得总收益的比例为 $1 - \chi$, 若满足个体理性要求 $\chi V_c^{C*} > V_g^{N*}$, $(1 - \chi)V_c^{C*} > V_s^{N*}$, 解得 $\frac{V_g^{N*}}{V_c^{C*}} < \chi < \frac{V_c^{C*} - V_s^{N*}}{V_c^{C*}}$, 则政府和企业应在收益分配比例区间 $\left[\frac{V_g^{N*}}{V_c^{C*}}, \frac{V_c^{C*} - V_s^{N*}}{V_c^{C*}} \right]$ 进行协商.

假设政府和企业根据讨价还价模型轮流出价确定收益分配比例, 由于双方持有资源不同、对收益贬值的忍耐力不同, 因此通常认为 $\tau_g \neq \tau_s$, 且 $0 < \tau_g < 1, 0 < \tau_s < 1$, 其中 τ_g 和 τ_s 分别表示政府和企业的贴现因子, 即双方的讨价还价能力. 考虑政府作为沙漠治理的主导方可首先出价, 则讨价还价模型存在唯一的纳什均衡 $\frac{1 - \tau_s}{1 - \tau_g \tau_s}$.

结合 $\chi \in (\chi_{\min}, \chi_{\max})$ 可得最优分配比例为

$$\begin{aligned} \bar{\chi} &= \frac{1 - \tau_s}{1 - \tau_g \tau_s} (\chi_{\max} - \chi_{\min}) + \chi_{\min}, \\ &= \frac{(1 - \tau_s)(V_c^{C*} - V_s^{N*} - V_g^{N*}) + (1 - \tau_g \tau_s)V_g^{N*}}{(1 - \tau_g \tau_s)V_c^{C*}}. \end{aligned}$$

所以双方合作治理时, 政府和企业分别分得收益为 R_g 和 R_s 可保证合作持续稳定进行, 其中

$$R_g = \frac{(1 - \tau_s)(V_c^{C*} - V_s^{N*} - V_g^{N*}) + (1 - \tau_g \tau_s)V_g^{N*}}{(1 - \tau_g \tau_s)}, R_s = \frac{\tau_s(1 - \tau_g)(V_c^{C*} - V_g^{N*}) + (1 - \tau_s)V_s^{N*}}{(1 - \tau_g \tau_s)}.$$

将式(6)和式(12)代入 R_g 可得

$$R_g = \frac{2\{Y_1(1 - \tau_g \tau_s)(r + \delta)(r + \sigma)c_s - Y_2 f^2[bT_1 \pi \omega + B(r + \delta)]\}c_g - Y_3 c_s e^2}{2(r + \delta)^2(r + \sigma)^2 r c_g c_s (\tau_g \tau_s - 1)}, \quad (23)$$

其中 $Y_1 = S_0 r(Br + \delta + \sigma) - Dr(Br + \delta) - T_1 \pi[Q_0(r^2 + \delta + \sigma + \delta \sigma) + \omega(bD + \sigma G + Gr^2)]$,

$$Y_2 = B(1 - \tau_s)(r + \delta) + 2\{[(\tau_g - \frac{1}{2})T_1 - \tau_g]\tau_s - \frac{T_1}{2} + 1\}b\pi\omega,$$

$$Y_3 = B(1 - \tau_g \tau_s)[2bT_1 \pi \omega(r + \delta) + B(r^2 - \delta^2 + 2\delta r)] - b^2\{[1 + (1 - \tau_g)T_1^2 - 2T_1]\tau_s - 2T_1(T_1 - 1) - 1\}\omega^2 \pi^2.$$

对式(23)求解关于税率 T_1 的一阶导数, 再通过分析可得当 $T_1 > T_1^*$ 时, R_g 随着 T_1 的提高而提高, 其中 $T_1^* = -\frac{(r + \delta)(r + \sigma)I_1(1 - \tau_g \tau_s)c_g c_s + \pi \omega^2 b^2 I_2 + B(r + \delta)\omega b I_3}{\pi \omega^2 b^2 [(2\tau_g \tau_s - \tau_s - 1)f^2 c_g - (\tau_g \tau_s + \tau_s - 2)e^2 c_s]}$. 反之当 $T_1 < T_1^*$ 时, R_g 随着 T_1 的提高而降低. 同理将式(6)和式(12)代入 R_s , 再对 T_1 求一阶导数, 分析可得当 $T_1 > T_1^*$ 时, R_s 随着 T_1 的提高而降低. 反之当 $T_1 < T_1^*$ 时, R_s 随着 T_1 的提高而提高.

在 T_1^* 中, $I_1 = (\omega G + Q_0)r^2 + [(bD + \sigma G)\omega + Q_0(\delta + \sigma)]r + \delta \sigma Q_0$, $I_2 = f^2 c_g(1 - \tau_g \tau_s) + e^2 c_s(1 - \tau_s)$, $I_3 = e^2 c_s(1 - \tau_g \tau_s) + f^2 c_g \tau_s(1 - \tau_g)$.

证毕.