电商自有品牌、制造商搭便车的 e-供应链定价

李春发1、夏榕池1、周 驰1,2*

(1. 天津理工大学管理学院, 天津 300384; 2. 南开大学商学院, 天津 300071)

摘要: 考虑电商自有品牌商品进入引发的市场竞争, 研究 e-供应链定价与服务策略问题. 针对三种销售模式, 构建 Stackelberg 博弈模型研究 e-供应链定价的最优均衡策略, 分析了电商销售服务水平、制造商搭便车程度对 e-供应链最优定价的影响规律, 并提出 e-供应链成员的最优销售模式. 研究表明, 当电商销售服务水平适中、两类品牌商品消费者感知差异大, 或者销售服务水平低、两类品牌商品消费者感知差异小时, 直销模式是电商、制造商的最优选择. 随着服务水平提高, 混销模式是制造商的最优选择; 当销售服务水平低时, 电商可提高销售服务水平、自有品牌商品价格, 从而增加销售收益. 当电商销售服务水平、制造商搭便车程度均较高时, 在混销模式下电商、制造商的收益也较高.

关键词: 自有品牌商品; 电商服务水平; 搭便车程度; e-供应链定价

中图分类号: TP272.3 文献标识码: A 文章编号: 1000-5781(2022)05-0657-15

doi: 10.13383/j.cnki.jse.2022.05.007

E-supply chain pricing involving e-commerce private brand and manufacturer's free riding

Li Chunfa¹, Xia Rongchi¹, Zhou Chi^{1,2*}

(1. School of Management, Tianjin University of Technology, Tianjin 300384, China;

2. Business School, Nankai University, Tianjin 300071, China)

Abstract: Considering the market competition caused by the entry of e-commerce private brand commodity, this paper studies the pricing and service strategy of e-supply chain. Aiming at the three sales modes, this paper establishes a Stackelberg game model to study the optimal equilibrium strategy of e-supply chain pricing, and analyzes the influence rule of e-commerce sales service level and manufacturer's free riding degree on the optimal pricing of e-supply chain, and proposes the optimal sales model of e-supply chain members. The results show that if the service level is moderate and the consumers' brands difference is high, the direct selling mode is effective. If the service level is low and the consumers' brands difference is small, the manufacturer will choose the direct selling mode, while the manufacturer should choose the hybrid selling mode as the service level is increasing. In addition, the e-commerce can raise the sales service level and private brand prices to increase sales revenue if the service level is low. The profits of e-commerce and manufacturer under the hybrid mode are also higher when the free-riding degree and the service level are higher.

Key words: private brand; e-commerce service level; degree of free riding; e-supply chain pricing

收稿日期: 2020-01-11; 修订日期: 2021-03-18.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71702129); 教育部人文社科研究基金资助项目(17YJC630232); 国家社会科学基金资助项目(18BJY009).

1 引言

电子商务快速发展创新、制造工艺水平不断提升改进促进了制造商品牌商品销售渠道的多样化、电商自有品牌商品开发实施的全面化以及 e-供应链定价与服务决策的复杂化,也使得电商、制造商之间的竞争博弈更趋激烈化、分工合作更加多元化. 众所周知,电商通过制造商和自有品牌商品销售,以及为消费者提供在线商品推荐、物流保障、产品质保和业务咨询等服务获利,制造商也可自建线上直销渠道进行品牌商品销售. 电商、制造商在品牌商品销售上形成竞争关系、在商品销售服务上存在博弈关系,而制造商在品牌商品销售服务上滋生搭便车行为. 近年来,京东、Amazon 和网易严选等不断开发自有品牌商品进入 e-供应链上游,开拓新的盈利增长点. 京东的"7FRESH"、"京造"和 Amazon 的"Kindle"等自有品牌已广为人知. 而戴尔、华为和苹果等通过淘宝、京东和 Amazon 等销售品牌商品销售的同时,也自建线上直销渠道降低对电商的依赖、增强对市场的把握. 这样形成了 e-供应链环境下电商、制造商争取消费者信任、涉及不同销售渠道模式选择、品牌商品销售竞争与销售服务博弈的新的商业场景.

消费者对品牌商品网购决策主要受在线商品满意度评价、专业推荐介绍、物流服务描述、使用维护服务说明和客服咨询等销售信息服务水平影响.上述服务的提供电商需付出成本,而信息服务的公共产品属性使得制造商可搭便车,免费获取服务收益,这或许对电商获利产生一定负面影响.因此,对于电商和制造商之间存在品牌商品销售竞争、销售服务博弈的e-供应链,如何确定两供应链成员最优定价与均衡策略?针对电商的销售服务水平、制造商品牌商品销售的搭便车程度的影响规律,如何影响两供应链成员定价?以及如何确定供应链成员的销售模式?这些问题成为确保 e-供应链发展的关键.

为解决上述问题,本文以 e-供应链为研究对象,根据电商、制造商在销售、服务上的竞争博弈关系,对 e-供应链中品牌商品直销、代销和混销三种不同销售模式的最优化定价进行分析,并针对电商销售服务水平、制造商搭便车程度和品牌商品消费者感知差异的影响,研究 e-供应链成员的最优销售模式选择,以及不同销售模式下的服务策略和管理启示.研究发现,在电商销售服务水平适中、两类品牌商品消费者感知差异较大情况下,直销模式最有效;在销售服务水平较低、两类品牌商品消费者感知差异较小情况下,制造商选择直销模式,而随着服务水平提高,制造商选择混销模式;在服务水平较低情况下,电商可提高销售服务水平、自有品牌商品价格增加销售收益;在电商销售服务水平、制造商搭便车程度均较高情况下,混销模式下制造商和电商的收益也较高.本文打破了以往的研究结论,一些供应链渠道研究学者认为,多渠道销售会带来更多利润,但本文通过研究发现,制造商若想通过电商平台获得更多市场份额,多渠道不一定是最优的销售模式,而制造商和电商平台分别在自有渠道上销售其品牌商品可能是双赢的选择.

本文研究涉及品牌商品竞争、品牌商品销售渠道选择、电商服务与搭便车行为的问题,以及这些问题对供应链管理决策的影响,本文将从上述三个方面文献展开,并详细描述这些文献与本文的区别.

品牌商品竞争对供应链成员定价决策影响受到众多学者关注. Yang 等^[1]研究了双渠道供应链中,不同博弈形式下的零售商自有品牌与制造商品牌竞争的广告策略. Ru 等^[2]建立 Stackelberg 博弈模型研究了零售商引入自有品牌商品下的制造商、零售商最优定价策略. 而 Luo 等^[3]构建了零售商与两个差异化品牌制造商的多阶段博弈模型. 李海等^[4]研究了零售商、制造商品牌竞争的双渠道供应链定价决策. Branco 等^[5]指出电商迅猛发展为自有品牌发展方式,在线零售增长有助于自有品牌成长,但会导致消费者信息过载问题. 上述研究从不同角度分析了品牌竞争对供应链决策的作用,但均忽略了服务引起的制造商搭便车行为及不同销售模式定价决策问题,且主要以传统零售商为研究对象,则本文在研究品牌竞争下,同时考虑服务水平和搭便车程度因素对e-供应链定价决策的影响,从而为不同销售模式提供 e-供应链定价决策依据.

在线零售平台商的出现促进了品牌商品销售渠道多样化, 电商与制造商间合作销售模式多元化. Chen 等^[6]研究了顾客忠诚度对电商批发定价、代销定价影响. Tan 等^[7] 构建垂直差异化商品模型, 并比较了代销、转售模式的差异. Zhang 等^[8]以实体店为基础, 探讨了电子零售商与供应商的需求信息共享策略, 并分析

了两者间的代销、转售协议的区别. Lu 等^[9]研究了电商渠道的引入对分销系统中制造商和实体零售商的盈利能力和行为的影响. Abhishek 等^[10]运用理论模型分析了电子零售商所面临的一个关键问题: 何时应该使用代销销售模式, 而不是使用传统的转售模式. 上述研究虽从多方面因素研究同一品牌代销、转售模式选择问题, 但替代品牌间的竞争不可忽视, 本文则以此为基础, 研究制造商与电商间合作的销售模式选择问题.

电商提供在线服务有利于品牌商品在线销售过程公开化、透明化、人性化和规范化,同时促生了制造商的搭便车行为. Shin^[11]指出搭便车行为能减缓竞争,对搭便车者和服务提供零售商均有利. Chiou 等^[12]认为搭便车行为损害了服务提供零售商利益. 刘家国等^[13]、周建等^[14]分别对搭便车下制造商渠道的选择、双渠道的协调机制进行研究. 陶靖天等^[15]探讨了线下商店搭电商便车现象及其对 O2O 渠道供应链定价策略的影响. 艾兴政等^[16]研究了服务搭便车和定价对传统零售商和制造商电子渠道协调机制的影响. 计国君等^[17]探讨了分散、集中决策下,消费者搭便车对渠道定价和需求的影响. 牛文举等^[18]考虑服务水平具有溢出效应时,两零售商应如何提供服务问题. 上述研究涉及搭便车效应影响有限,而在 e-供应链环境下,研究涉及品牌、渠道等竞争的搭便车行为影响、及其程度影响更为复杂、更有现实意义. 如何影响 e-供应链成员的定价决策,以及如何确定销售模式来提高供应链成员自身竞争力是值得深入研究的问题.

目前,电商正进入 4.0 时代,品牌电商、F2C(factory to customers)模式和共享经济日益受到人们重视.本文综合考虑电商、制造商品牌商品竞争以及多渠道竞争情况下,分析服务水平与搭便车行为对 e-供应链定价决策的影响,并为电商、制造商决策提供参考指导.本文弥补了以往研究者忽略多渠道、多品牌竞争研究的空白,并在此基础上考虑了电商服务以及搭便车因素.

2 e-供应链定价模型

2.1 问题描述与基本假设

考虑由拥有直销渠道的制造商和可代销制造商品牌商品的电商构建的 e-供应链. 在该 e-供应链中, 电商拥有与制造商品牌商品同质的自有品牌商品, 并提供在线销售服务. 电商、制造商在品牌商品销售上有如图 1 所示的三种不同的 e-供应链销售模式: 一是直销模式(D), 电商、制造商各自销售其品牌商品; 二是代销模式(A), 制造商品牌商品由电商销售; 三是混销模式(H), 电商、制造商各自销售其品牌商品, 同时电商代销制造商品牌商品. 在上述销售模式运行过程中, 存在电商、制造商品牌商品销售价格竞争博弈, 以及制造商在销售服务上的搭便车行为.

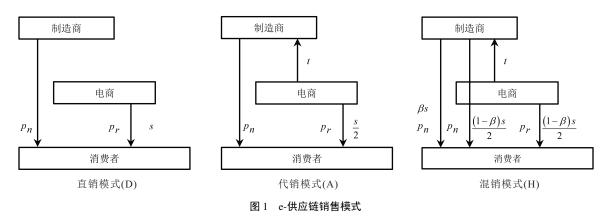


Fig. 1 The sales model of e-supply chain

设制造商品牌商品(N)、电商自有品牌商品(R)零售价格分别为 p_n 和 p_r , 电商销售服务佣金为 t ($p_n > t$). 根据消费者行为理论及文献[2, 19, 20], 设制造商品牌商品消费者认知度为 1, 并以制造商品牌商品消费者认知度为参照, 将电商自有品牌商品较制造商品牌商品品牌认知度设为 $\alpha(0 \le \alpha \le 1)$, 品牌商品消费者感知价格为 v, 且服从[0, 1]均匀分布, 电商服务水平为 $s(0 \le s \le 1)$, 服务水平影响因子为 η ($\eta > 0$), 投入成本

为 $\frac{\eta s^2}{2}$. 在代销模式(A)中, 两类商品仅通过电商销售, 因为在电商平台出售的制造商品牌和自有品牌商品均由电商提供服务, 则两品享受服务水平相同, 均为 s/2; 在混销模式(H)中, 制造商直销渠道对电商销售服务的搭便车程度为 β (0 < β < 1), 则制造商品牌商品直销渠道由于搭便车享受服务水平为 βs , 电商平台出售的商品所享受的服务为 $(1-\beta)s$, 同样因为电商平台为两品牌提供同等服务, 因此在电商销售的两类商品的服务水平均为 $(1-\beta)s/2$.

2.2 模型构建与决策分析

下面根据两类品牌商品的三种不同的 e-供应链销售模式, 电商、制造商品牌商品销售价格竞争、销售服务博弈关系, 构建博弈模型, 确定电商、制造商的最优均衡决策, 并分析销售服务水平、搭便车程度对最优定价决策的影响.

2.2.1 直销模式(D)

在直销模式中,电商、制造商之间存在制造商主导、电商跟随的品牌商品销售价格竞争的 Stackelberg 博弈,制造商、电商先后确定各自商品价格 p_n 和 p_r . 根据消费者剩余理论,设消费者购买制造商品牌商品、电商自有品牌商品的效用分别为 U_n 和 U_r ,则有

$$U_{\rm n} = v - p_{\rm n},\tag{1}$$

$$U_{\rm r} = \alpha v - p_{\rm r} + s. \tag{2}$$

为确保两类品牌商品市场需求量非负, 根据文献[21–24], 设 $0 < \frac{p_r - s}{\alpha} < \frac{p_n - p_r + s}{1 - \alpha} < 1$. 设制造商品牌商品、电商自有品牌商品的市场需求函数分别为 q_n 和 q_r , 则有

$$q_{\rm n} = 1 - \frac{p_{\rm n} - p_{\rm r} + s}{1 - \alpha},\tag{3}$$

$$q_{\rm r} = \frac{p_{\rm n} - p_{\rm r} + s}{1 - \alpha} - \frac{p_{\rm r} - s}{\alpha}.$$
 (4)

根据两类品牌商品的销售形式,设制造商、电商的利润函数分别为 $\pi_{
m M}^{
m D}$ 和 $\pi_{
m R}^{
m D}$,则有

$$\pi_{\rm M}^{\rm D} = p_{\rm n} \left(1 - \frac{p_{\rm n} - p_{\rm r} + s}{1 - \alpha} \right),$$
(5)

$$\pi_{\rm R}^{\rm D} = p_{\rm r} \left(\frac{p_{\rm n} - p_{\rm r} + s}{1 - \alpha} - \frac{p_{\rm r} - s}{\alpha} \right) - \frac{\eta s^2}{2}.$$
(6)

关于电商自有品牌、制造商品牌商品价格竞争的 Stackelberg 博弈, 有如下结论.

定理1 在直销模式中,电商自有品牌、制造商品牌商品最大市场需求量、最优价格和最大利润分别为

$$\begin{split} q_{\rm n}^{\rm D} &= \frac{s}{4\left(\alpha-1\right)} + \frac{1}{2}, \ p_{\rm n}^{\rm D} &= \frac{s+2\left(\alpha-1\right)}{2\left(\alpha-2\right)}, \\ \pi_{\rm R}^{\rm D} &= \frac{\left(4-3\alpha\right)^2 s^2}{16(2-\alpha)^2 \left(1-\alpha\right)\alpha} + \frac{\left(4-3\alpha\right)s}{4(2-\alpha)^2} + \frac{\left(1-\alpha\right)\alpha}{4(2-\alpha)^2} - \frac{\eta s^2}{2}, \\ q_{\rm r}^{\rm D} &= \frac{\left(4-3\alpha\right)s+2\alpha\left(1-\alpha\right)}{4\alpha\left(1-\alpha\right)\left(2-\alpha\right)}, \ p_{\rm r}^{\rm D} &= \frac{\left(4-3\alpha\right)s+2\alpha\left(1-\alpha\right)}{4\left(2-\alpha\right)}, \ \pi_{\rm M}^{\rm D} &= \frac{\left(s-2\left(1-\alpha\right)\right)^2}{8\left(1-\alpha\right)\left(2-\alpha\right)}. \end{split}$$

定理 1 说明, 电商、制造商品牌商品的最大市场需求量、最优价格和最大利润均受电商服务水平 s 影响. 为确保各需求非负, s 应满足 $0 < s \le \min \{2(1-\alpha), 1\}$.

关于电商服务水平 s 的具体影响, 有如下结论成立.

命题 1 若 $0 < s \le \min\{2(1-\alpha), 1\}$, 则有 1) $p_{\rm n}^{\rm D}$, $q_{\rm n}^{\rm D}$ 均随 s 增加而减少. 2) $p_{\rm r}^{\rm D}$ 和 $q_{\rm r}^{\rm D}$ 均随 s 增加而增加; 当 $0 < \eta \le \max\{\eta', \eta''\}$ 时, $\pi_{\rm B}^{\rm D}$ 是 s 的单调递增函数; 当 $\eta > \max\{\eta', \eta''\}$ 时, $\pi_{\rm B}^{\rm D}$ 在 $[0, s^{**})$ 上是 s

的单调递增函数, 在 $[s^{**}, \min\{2(1-\alpha), 1\}]$ 上是 s 的单调递减函数. 具体参数取值见附录命题 1 证明.

命题 1 说明, 在直销模式中, 1) 若电商服务水平提高, 其自有品牌商品销量增加, 而制造商品牌商品销量下降, 且需通过降价来提高其品牌商品市场竞争力. 2) 电商提高服务水平将吸引更多消费者, 当服务成本影响因子较低时, 电商服务成本较低, 商品销量增加的利润可弥补服务水平提高增加的成本, 随服务成本增加, 自有品牌商品价格将提升, 从而保证电商利润; 当服务成本影响因子较高时, 低服务水平下的低服务成本对电商总利润影响较小, 而高服务水平下的高服务成本, 商品销售增加的利润无法弥补服务水平提高增加的成本, 电商总利润下降. 因此, 当服务成本因子较低时, 电商提供合适的服务水平, 会使电商、制造商同时受益, 并能减缓双方品牌竞争.

2.2.2 代销模式(A)

在代销模式中,制造商仅通过电商代销其制造商品牌商品,而不通过直销渠道销售,同时电商销售自有品牌商品。制造商、电商均以自身收益最大化为目标,电商首先确定制造商品牌商品代销佣金t,然后制造商确定其品牌商品价格 p_n ,最后电商确定自有品牌价格 p_r .根据消费者剩余理论,设消费者购买制造商品牌商品和电商自有品牌商品的效用分别 U_n 和 U_r ,则有

$$U_{\rm n} = v - p_{\rm n} + \frac{s}{2},\tag{7}$$

$$U_{\rm r} = \alpha v - p_{\rm r} + \frac{s}{2}.\tag{8}$$

电商对两类品牌商品销售服务水平均为 s/2, 消费者购买效用最大的商品. 为确保两类品牌商品市场需求量非负, 根据文献[21–24], 有 $0 < \frac{p_1-\frac{5}{2}}{\alpha} < \frac{p_n-p_r}{1-\alpha} < 1$. 设制造商品牌商品、电商自有品牌商品的市场需求量分别为 q_n 和 q_r , 则有

$$q_{\rm n} = 1 - \frac{p_{\rm n} - p_{\rm r}}{1 - \alpha},\tag{9}$$

$$q_{\rm r} = \frac{p_{\rm n} - p_{\rm r}}{1 - \alpha} - \frac{2p_{\rm r} - s}{2\alpha}.$$
 (10)

根据两类品牌商品的销售模式,设制造商和电商的利润函数分别为 $\pi_{\mathrm{M}}^{\mathrm{A}}$ 和 $\pi_{\mathrm{R}}^{\mathrm{A}}$,则有

$$\pi_{\rm M}^{\rm A} = (p_{\rm n} - t) \left(1 - \frac{p_{\rm n} - p_{\rm r}}{1 - \alpha} \right),$$
 (11)

$$\pi_{\rm R}^{\rm A} = t \left(1 - \frac{p_{\rm n} - p_{\rm r}}{1 - \alpha} \right) + p_{\rm r} \left(\frac{p_{\rm n} - p_{\rm r}}{1 - \alpha} - \frac{p_{\rm r} - \frac{s}{2}}{\alpha} \right) - \frac{\eta s^2}{2}.$$
 (12)

据电商、制造商品牌商品销售价格竞争博弈关系,有如下结论.

定理2 在代销模式中,制造商品牌商品、电商自有品牌商品的最大市场需求量、最优价格和最大利润分别为

$$\begin{split} q_{\rm n}^{\rm A} &= \frac{2-\alpha}{\alpha^2-5\alpha+8}, \;\; p_{\rm n}^{\rm A} = \frac{s}{4} + \frac{\alpha^2-5\alpha+6}{\alpha^2-5\alpha+8}, \;\; \pi_{\rm M}^{\rm A} = \frac{2\left(1-\alpha\right)\left(2-\alpha\right)}{\left(\alpha^2-5\alpha+8\right)^2}, \\ q_{\rm r}^{\rm A} &= \frac{s}{4\alpha} + \frac{1}{\alpha^2-5\alpha+8}, \;\; p_{\rm r}^{\rm A} = \frac{s}{4} + \frac{\left(\alpha^2-4\alpha+5\right)\alpha}{\alpha^2-5\alpha+8}, \;\; \pi_{\rm R}^{\rm A} = \frac{s^2}{16\alpha} + \frac{s}{4} + \frac{1}{\alpha^2-5\alpha+8} - \frac{\eta s^2}{2}, \end{split}$$

电商最大佣金为 $t^{A} = \frac{s}{4} + \frac{\alpha^{2} - 3\alpha + 4}{\alpha^{2} - 5\alpha + 8}$.

定理 2 说明, 电商自有品牌商品的最大市场需求量、最大利润均受电商服务水平 s 影响, 且有如下结论.

命题 2 在代销模式中, 1) $q_{\rm n}^{\rm A}$, $\pi_{\rm M}^{\rm A}$ 均与 s 无关, $p_{\rm n}^{\rm A}$ 随 s 增加而增加. 2) $q_{\rm r}^{\rm A}$, $p_{\rm r}^{\rm A}$ 和 $t^{\rm A}$ 均随 s 增加而增加, 当 $0 \leqslant \eta \leqslant \frac{1}{8\alpha} + \frac{1}{4}$ 时, $\pi_{\rm R}^{\rm A}$ 随 s 增加而增加; 当 $\eta > \frac{1}{8\alpha} + \frac{1}{4}$, $s \in \left[0, \frac{2\alpha}{8\alpha\eta - 1}\right)$ 时, $\pi_{\rm R}^{\rm A}$ 随 s 增加而增加, 而当 $s \in \left[\frac{2\alpha}{8\alpha\eta - 1}, 1\right]$ 时, $\pi_{\rm R}^{\rm A}$ 随 s 增加而减少. (命题 2 证明见附录).

命题 2 说明, 在代销模式中, 1) 若电商对两类品牌商品销售服务水平相同, 服务水平不影响制造商品牌商品的市场需求量. 随着服务水平提高, 电商服务成本增加, 电商将提高佣金, 制造商将提高其品牌商品价格, 电商自有品牌商品价格也将提高, 制造商品牌商品销售量将不会减少, 对制造商利润不会产生不利影响. 2) 电商服务水平越高, 自有品牌商品销量越大, 但服务成本也越高, 因此电商为获利更多将提高自有品牌商品价格. 当服务成本影响因子较小时, 电商支付服务成本较低, 服务水平提高所增加成本并不会降低电商总利润, 但当服务影响因子较大时, 提供较低服务水平所增加成本也不会使利润减少, 服务水平较高时, 电商需付出较高大服务成本, 其商品销售利润无法抵消服务水平增加所付出高额成本. 在代销模式中, 电商尽量不提供较高服务而是提供较低水平的服务, 低水平服务会使两类品牌商品的定价较低, 从而减少制造商需支付的佣金, 形成良性竞争.

2.2.3 混销模式(H)

在混销模式中,制造商通过直销、电商代销其品牌商品,且电商同时销售自有品牌商品.制造商、电商均以自身收益最大化为目标,电商首先确定制造商品牌商品代销佣金 t,然后制造商确定其品牌商品价格 $p_{\rm n}$,最后电商确定自有品牌商品价格 $p_{\rm r}$.设消费者购买制造商品牌商品,且通过直销渠道购买的概率为 θ ,则消费者通过直销和代销渠道购买制造商品牌商品的效用分别为 $U_{\rm nd}$ 和 $U_{\rm nr}$.根据消费者剩余理论,则有

$$U_{\rm nd} = \theta \left(v - p_{\rm n} \right) + \beta s,\tag{13}$$

$$U_{\rm nr} = (1 - \theta) (v - p_{\rm n}) + \frac{(1 - \beta) s}{2}.$$
 (14)

当电商提供服务时,制造商直销渠道的搭便车程度可理解为衡量消费者从电商转线上直销渠道购买制造商品牌商品的支付意愿大小, β 越大,则消费者越愿意通过直销渠道购买商品.

设消费者购买制造商品牌商品和电商自有品牌商品的效用分别为 U_n 和 U_r ,

$$U_{\rm n} = U_{\rm nd} + U_{\rm nr} = v - p_{\rm n} + \frac{(1+\beta)s}{2},$$
 (15)

$$U_{\rm r} = \alpha v - p_{\rm r} + \frac{(1-\beta)s}{2}.\tag{16}$$

根据消费者行为和效用理论, 为确保两类品牌商品市场需求量非负, 由文献[21–24], 有 $0 < \frac{p_r - \frac{(1-\beta)s}{2}}{\alpha} < \frac{p_n - p_r - \beta s}{1-\alpha} < 1$.

设制造商和电商品牌商品的市场需求量分别为 q_n 和 q_r ,

$$q_{\rm n} = 1 - \frac{p_{\rm n} - p_{\rm r} - \beta s}{1 - \alpha},$$
 (17)

$$q_{\rm r} = \frac{p_{\rm n} - p_{\rm r} - \beta s}{1 - \alpha} - \frac{2p_{\rm r} - (1 - \beta) s}{2\alpha}.$$
 (18)

设制造商品牌商品直销和代销渠道的市场需求量分别为 q_{nd} 和 q_{nr} , $q_n = q_{nr} + q_{nd}$. 设消费者直销渠道购买制造商品牌商品概率为 γ ($0 \le \gamma \le 1$), 有 $q_{nd} = \gamma q_n$ 和 $q_{nr} = (1 - \gamma) q_n$. 根据混销模式中制造商、电商品牌商品销售形式, 设制造商、电商的利润函数分别为 π_M^H 和 π_R^H , 则有

$$\pi_{\rm M}^{\rm H} = \left[\gamma p_{\rm n} + (1 - \gamma) \left(p_{\rm n} - t\right)\right] \left(1 - \frac{p_{\rm n} - p_{\rm r} - \beta s}{1 - \alpha}\right),$$
(19)

$$\pi_{\rm R}^{\rm H} = t \left(1 - \gamma \right) \left(1 - \frac{p_{\rm n} - p_{\rm r} - \beta s}{1 - \alpha} \right) + p_{\rm r} \left(\frac{p_{\rm n} - p_{\rm r} - \beta s}{1 - \alpha} - \frac{p_{\rm r} - 0.5 \left(1 - \beta \right) s}{\alpha} \right) - \frac{\eta s^2}{2}. \tag{20}$$

根据电商与制造商品牌商品的销售价格竞争博弈关系,有如下结论成立.

定理 3 在混销模式中,制造商、电商品牌商品的最大市场需求量、最优价格和最大利润分别为 $q_n^{\rm H} = (2-\alpha) \left(\beta s - \alpha + 1\right) / \left[(1-\alpha) \left(\alpha^2 - 5\alpha + 8\right) \right],$

$$\begin{split} p_{\rm n}^{\rm H} &= (\alpha^2 - 7\alpha + 16)\,\beta s / \left[4\left(\alpha^2 - 5\alpha + 8\right) \right] + s / 4 + (\alpha^2 - 5\alpha + 6) / (\alpha^2 - 5\alpha + 8), \\ \pi_{\rm R}^{\rm H} &= \frac{Ms^2}{16\alpha\left(1 - \alpha\right)\left(\alpha^2 - 5\alpha + 8\right)} + \frac{\left(\alpha - 3\right)\alpha\beta s}{4\left(\alpha^2 - 5\alpha + 8\right)} + \frac{s}{4} + \frac{1}{\alpha^2 - 5\alpha + 8} - \frac{\eta s^2}{2}, \\ q_{\rm r}^{\rm H} &= \frac{\left(\alpha^3 - 4\alpha^2 - \alpha + 8\right)\beta s}{4\alpha\left(\alpha - 1\right)\left(\alpha^2 - 5\alpha + 8\right)} + \frac{s}{4\alpha} + \frac{1}{\alpha^2 - 5\alpha + 8}, \quad p_{\rm r}^{\rm H} &= \frac{-\left(3\alpha^2 - 9\alpha + 8\right)\beta s}{4\left(\alpha^2 - 5\alpha + 8\right)} + \frac{s}{4} + \frac{\left(\alpha^2 - 4\alpha + 5\right)\alpha}{\alpha^2 - 5\alpha + 8}, \\ \pi_{\rm M}^{\rm H} &= \frac{2\left(2 - \alpha\right)\left(\beta s - \alpha + 1\right)^2}{\left(1 - \alpha\right)\left(\alpha^2 - 5\alpha + 8\right)^2}, \end{split}$$

电商最大佣金为 $t^{\rm H}=\frac{1}{(1-\gamma)}\left[\frac{\left(\alpha^2-7\alpha+8\right)\beta s}{\left(\alpha^2-5\alpha+8\right)}+\frac{s}{4}+\frac{\alpha^2-3\alpha+4}{\left(\alpha^2-5\alpha+8\right)}\right],$ 其中 $M=\left(-3\alpha^3+10\alpha^2-3\alpha-8\right)\beta^2+\left(-2\alpha^3+12\alpha^2-26\alpha+16\right)\beta+\alpha^3-6\alpha^2+13\alpha-8.$

定理 3 说明,两类商品的最大市场需求量、电商和制造商的最大利润均受 s 和 β 影响. 为确保制造商利润非负,应满足 $0<\gamma\leqslant\frac{8(\beta s+1-\alpha)}{[(\alpha^2-7\alpha+16)\beta+(\alpha^2-5\alpha+8)]s+4(\alpha^2-5\alpha+8)};$ 在需求非负情况下, β 和 s 对两类品牌商品的最优价格、最大市场需求量,以及电商和制造商的最大利润具有影响,有如下结论.

命题 3 在混销模式中, 1) $q_{\rm n}^{\rm H}$, $p_{\rm n}^{\rm H}$ 和 $\pi_{\rm M}^{\rm H}$ 均随 s 增加而增加. 2) 当 $0 \leqslant \beta < \beta''$ 时, $q_{\rm r}^{\rm H}$ 随 s 增加而增加, 当 $1 \leqslant \beta \leqslant \beta''$ 时, $q_{\rm r}^{\rm H}$ 随 s 增加而减少; $p_{\rm r}^{\rm H}$ 和 $t^{\rm H}$ 均随 s 增加而增加; 当 $0 < \eta \leqslant \eta^*$ 时, $\pi_{\rm R}^{\rm H}$ 随 s 增加而增加; 当 $\eta > \eta^*$ 时, 有 $s \in [0, s^*)$ 使 $\pi_{\rm R}^{\rm H}$ 随 s 增加而增加, 而 $s \in [s^*, 1]$ 时, $\pi_{\rm R}^{\rm H}$ 随 s 增加而减少. 具体参数取值见 附录命题 3 证明.

命题 3 说明, 在混销模式中, 1) 制造商品牌商品的最优市场需求量、最优利润均随服务水平提高而增加, 制造商因搭便车获利, 而服务水平提高, 电商将提高佣金, 制造商将提高品牌商品价格保证利润. 2) 若搭便车程度低, 电商服务水平提高, 能提高两类品牌商品最大市场需求量; 若搭便车程度高, 消费者趋向于直销渠道购买制造商品牌商品, 服务水平越高, 制造商越有利, 电商将降低服务水平, 从而降低其自有品牌商品与制造商品牌商品的价格竞争; 若服务成本影响因子小, 电商服务成本低, 服务水平提高所增加的成本并不会引起电商总利润降低; 若服务成本影响因子大, 较低服务水平所增加的成本不会使利润减少, 在服务水平较高时, 电商付出较高服务成本, 其商品销量增加的利润较服务水平提高付出的成本小, 这与命题 1 和命题 2 结论一致. 因此, 当搭便车程度较低时, 混销模式中两类商品的最大市场需求量随服务水平递增, 对制造商和电商均有利.

推论 1 在混销模式中, 若将服务水平 s 当作决策变量时, 最先决策 s, 则当 $\eta > \eta^*$ 时, 电商最优服务水平为 $s^* = \frac{2\alpha(\alpha-1)\left[(2\beta-1)\alpha^2+5\alpha-8\right]}{M-8\alpha(\alpha-1)(\alpha^2-5\alpha+8)\eta}$, 当搭便车程度 $\beta=1$ 时, $0 < s^* < 1$, 电商仍提供服务.

推论 1说明, 在混销模式中, 当搭便车程度非常高时, 即制造商直销渠道完全占有电商服务, 消费者将完全通过直销渠道购买制造商品牌商品, 但电商仍将提供服务, 说明较高搭便车程度促使电商向制造商收取更多佣金, 在一定程度上对电商也具有积极影响, 因此电商并未取消服务, 这与常规得搭便车效应影响不同.

命题 4 在混销模式中, 1) $p_{\rm n}^{\rm H}$, $q_{\rm n}^{\rm H}$ 和 $\pi_{\rm M}^{\rm H}$ 均随搭便车程度 β 增加而增加. 2) $t^{\rm H}$ 随搭便车程度 β 增加而增加; $p_{\rm r}^{\rm H}$ 均随搭便车程度 β 增加而减少; 当 $s \in [0,s''')$ 时, $\pi_{\rm R}^{\rm H}$ 随搭便车程度 β 增加而减少; 当 $s \in [s''',1]$ 时, 若 $\beta \in [0,\beta''')$, $\pi_{\rm R}^{\rm H}$ 随搭便车程度 β 增加而减少,若 $\beta \in [\beta''',1]$, $\pi_{\rm R}^{\rm H}$ 随搭便车程度 β 增加而增加.(具体参数取值和证明见附录命题 4 证明)

命题 4 说明, 1) 搭便车程度增大, 消费者将趋于通过直销渠道购买制造商品牌商品, 搭便车程度增加导致电商提高佣金, 制造商将提高品牌商品价格为保证利润, 但由于搭便车效应, 制造商品牌商品市场需求量增加使制造商利润增加. 2) 搭便车程度增大, 消费者趋于通过直销渠道购买制造商品牌商品, 电商自有品牌商品销售量减少, 为争取市场份额并提高利润, 电商将降低自有品牌商品价格, 而提高佣金, 但较高搭便车程度将导致电商利润受损, 提价无法弥补需求减少造成的损失; 但当服务成本和搭便车程度均较高时, 电商

将提高佣金增加利润. 因此, 搭便车程度越高, 电商选择与制造商合作采用混销模式销售两类品牌商品对电商越不利, 将影响电商与制造商合作.

命题 5 在混销模式中, 若 $0 < \gamma \le \frac{8(\beta s + 1 - \alpha)}{[(\alpha^2 - 7\alpha + 16)\beta + (\alpha^2 - 5\alpha + 8)]s + 4(\alpha^2 - 5\alpha + 8)}$, 购买制造商品牌商品的消费者愿意在线上直销渠道购买该商品的概率 γ 越大, 电商向制造商收取佣金越高; 但概率 γ 不会影响两类商品的市场需求、定价及电商和制造商利润.

命题 5 说明,购买制造商品牌的消费者愿意在线上直销渠道购买该商品的概率越大,导致电商购买的消费者数量减少,如果电商不采取提高佣金的行为,电商利润将受损,因此,电商将提高服务佣金,以维持电商利润;同时制造商品牌在直销渠道需求的增加,弥补了支付更多佣金所损失的部分利润,由于电商也收取更多的佣金,弥补了自有品牌需求减少的损失,因此,供应链中两成员的竞争仍处于平衡状态,两个成员并不会采取改变定价的措施,消费者对两类品牌的市场需求不会发生变化,两成员的利润也不会因此改变.

3 策略比较分析

下面对比分析上述两类品牌商品的三种销售模式的最优决策.

定理 4 在代销模式中, $p_n^A \ge t^A \ge p_n^A$.

定理 4 说明, 在代销模式中, 佣金高于自有品牌价格, 制造商所需支付佣金较高, 制造商品牌商品利润较小, 制造商将考虑引入直销渠道而采取混销模式, 或不与电商合作, 只通过直销渠道销售品牌商品.

定理 5 在混销模式中, 若 0 < $\gamma \le \phi$, 则有 $p_{\rm n}^{\rm H} \ge t^{\rm H} \ge p_{\rm r}^{\rm H}$, 若 $\phi < \gamma < 1$, 则有 $t^{\rm H} \ge p_{\rm n}^{\rm H} \ge p_{\rm r}^{\rm H}$, 其中 $\phi = \frac{8(\beta s + 1 - \alpha)}{[(\alpha^2 - 7\alpha + 16)\beta + (\alpha^2 - 5\alpha + 8)]s + 4(\alpha^2 - 5\alpha + 8)}$.

定理 5 说明, 在混销模式中, 佣金高于电商自有品牌价格, 制造商支付佣金较高, 制造商利润较小, 这与定理 4 相似; 若消费者愿意通过直销渠道购买制造商品牌商品的概率较小, 表明消费者通过线上直销渠道购买需求过小, 混销模式对制造商利润提高不明显; 一旦概率 γ 超过一定阈值, 即更多消费者选择线上直销渠道购买制造商品牌商品, 为与之竞争, 电商将增加佣金, 若佣金过高, 甚至超过制造商品牌产品售价, 使制造商亏损, 为此制造商将不与电商合作, 即选择代销模式.

定理 6 三种模式的需求关系如下:

$$1) \stackrel{\text{Herg of }}{=} s \in \left[0, \frac{2(1-\alpha)\left(\alpha^{2}-3\alpha+4\right)}{(8-4\alpha)\beta+\alpha^{2}-5\alpha+8}\right) \text{时, } f q_{n}^{D} > q_{n}^{H} > q_{n}^{A}; \stackrel{\text{Herg of }}{=} s \in \left[\frac{2(1-\alpha)\left(\alpha^{2}-3\alpha+4\right)}{(8-4\alpha)\beta+\alpha^{2}-5\alpha+8}, \frac{2(1-\alpha)\left(\alpha^{2}-3\alpha+4\right)}{\alpha^{2}-5\alpha+8}\right) \text{时,} \right]$$

$$f q_{n}^{H} > q_{n}^{D} > q_{n}^{A}; \stackrel{\text{Herg of }}{=} s \in \left[\frac{2(1-\alpha)\left(\alpha^{2}-3\alpha+4\right)}{\alpha^{2}-5\alpha+8}, 1\right] \text{ pt, } f q_{n}^{H} > q_{n}^{A} > q_{n}^{D}. 2) q_{r}^{D} > q_{r}^{A} > q_{r}^{H}.$$

定理 6 说明, 1) 制造商若从为获取市场流量的角度出发, 将根据服务水平选择销售模式. 若服务水平较低, 选择直销模式; 若服务水平较高, 选择混销模式. 2) 混销模式对电商争取市场流量处于劣势, 电商将终止与制造商合作, 选择直销模式, 但终止合作将在服务水平较大时有损制造商品牌市场流量, 本文将通过算例进行详细分析.

4 数值算例分析

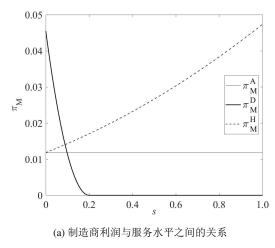
下面通过数值算例分析三种不同模式中, 服务水平 s、搭便车程度 β 对制造商、电商品牌商品需求量、利润的影响, 以及搭便车程度 β 对服务水平 s 的影响.

1) 服务水平 s 对制造商、电商利润的影响. 不失一般性, 取 $\alpha = 0.9$, $\beta = 0.1$, $\eta = 1$, 并满足基本假设. 根据制造商和电商利润的均衡解函数表达式, 电商和制造商利润随 s 变化关系如图 2 所示.

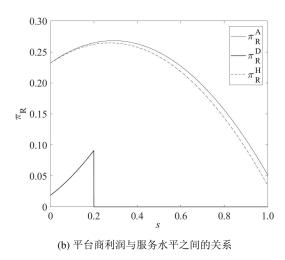
由图 2(a)可知, 若消费者对两类品牌商品感知差异较小, 服务水平较低, 制造商将选择直销模式, 若服务

水平相对适中,制造商将选择混销模式,且随服务水平提高,其利润也将随之增加,这与定理 6 结论一致;由图 2(b)可知,电商将选择代销模式.此处需要说明的是,图 2 中未取值区间与第三节模型建立中的假设相关.综上,为获得更大利润,若消费者对两类品牌商品感知差异较小,在任何服务水平下,电商、制造商选择销售模式的决策似乎不能达成一致.

为使结果更具说服力, 取 $\alpha=0.1,\beta=0.1,\eta=1$, 并满足基本假设.根据三种模式中最优制造商利润和最优电商利润函数表达式, 制造商、电商利润与服务水平 s 变化关系如图 3 所示.



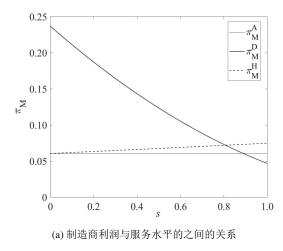
(a) The relationship between manufacturer profit and service level



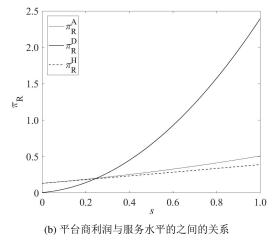
(b) The relationship between platform profit and service level

图 2 供应链成员利润与服务水平之间的关系($\alpha=0.9$)

Fig. 2 The relationship between supply chain member profit and service level ($\alpha=0.9$)



(a) The relationship between manufacturer profit and service level



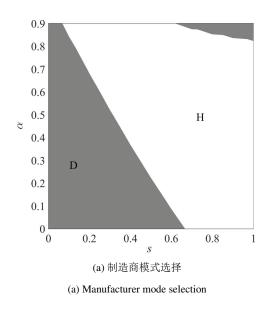
(b) The relationship between platform profit and service level

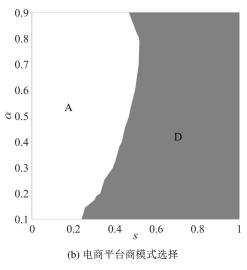
图 3 供应链成员利润与服务水平之间的关系($\alpha = 0.1$)

Fig. 3 The relationship between supply chain member profit and service level ($\alpha = 0.1$)

由图 3 可知, 若消费者对两类品牌感知差异较大, 服务水平适中, 制造商与电商均选择直销模式, 其利润最大, 两者决策达成一致. 综上, 在一定条件下, 即消费者对两类品牌感知差异较大, 服务水平适中时, 制造商和电商均选择直销模式, 这与定理 4 结论相似.

取 $\beta = 0.1$, $\eta = 1$. 如图 4 所示, 当 α 和 s 变化时, 供应链成员的模式选择阴影图, 图 4(a)表示制造商的模式选择, 图 4(b)表示电商的模式选择. 由图 4 可知, 在消费者对两品牌感知差异较大, 服务水平适中时, 制造商和电商选择均为直销模式.





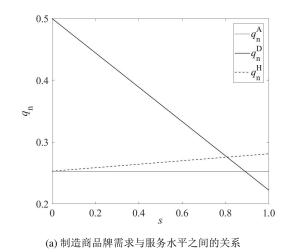
(b) E-commerce platform business model selection

图 4 供应链成员模式选择阴影图

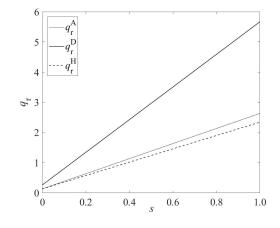
Fig. 4 Shadow diagram for the supply chain member mode selection

为更清晰的表示供应链成员的决策,同样取 $\beta=0.1,\eta=1$. 图 4 表示随 α 和 s 变化时,供应链成员的模式选择阴影图,其中图 4(a)表示制造商的模式选择,图 4(b)表示电商平台的模式选择.由上述阴影图可知,在消费者对两品牌感知差异较大,服务水平适中时,制造商和电商平台选择均为直销模式.

2) 服务水平s对两类品牌市场需求影响. 取 $\alpha = 0.5$, $\beta = 0.1$, 并满足基本假设. 根据三种模式中两类品牌需求的均衡解函数表达式, 两类品牌市场需求与服务水平 s 的变化关系如图 5 所示.



(a) The relationship between manufacturer brand requirements and service level



(b) 自由品牌需求与服务水平之间之间的关系

(b) The relationship between free brand demand and service level

图 5 两类品牌需求与服务水平之间的关系 $(\alpha=0.5)$

Fig. 5 The relationship between two kinds of brand demand and service level ($\alpha=0.5$)

由图 5 可知, 为寻求商品更大市场需求量, 若服务水平较低, 电商、制造商均选择直销模式, 两者决策一致, 因此当两者以获得销量为目的, 在消费者对两品牌没有感知差异, 且服务水平相对较小时, 均会选择直销模式; 而当服务水平相对较高时, 两者并不能达到双赢的目的.

3) 搭便车程度 β 对服务水平s的影响. 取 $\alpha = 0.9, \eta = 3, \eta = 6$ 和 $\eta = 9$, 且满足 $\eta > \eta^*$, 根据推论 1 中最优服务水平的函数表达式, 最优服务水平与搭便车程度 β 变化关系如图 6 所示.

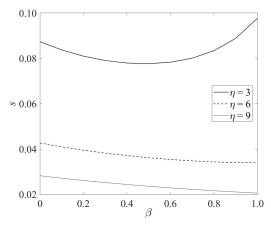


图 6 服务水平与搭便车程度之间的关系

Fig. 6 The relationship between service level and free-riding degree

由图 6 可知, 在混销模式中, 随服务成本影响因子增大, 电商将适当降低服务水平, 从而避免支付高昂服务成本; 若服务成本影响因子较小, 服务水平随搭便车程度增加而先降低后增加, 即搭便车程度相对较小时, 提供服务所导致服务成本较高, 搭便车程度越大, 则更多的消费者将通过直销渠道购买制造商品牌商品, 电商自有品牌商品销量将因此减少, 则将不愿提供较高服务; 但随着搭便车程度相对较高时, 由于服务水平较低, 自有品牌利润受到损害, 但提供服务带来的成本较低, 因此电商可采取提高服务水平的措施来吸引消费者, 从而增加其利润; 当服务成本影响因子较大时, 服务水平随搭便车程度的增加而降低, 由于提供服务所导致的服务成本较高, 搭便车程度越高, 更多消费者转到制造商的线上直销渠道进行购买, 降低了电商提供服务的意愿, 电商将选择提供很低的服务.

4) 混销模式中搭便车程度 β 对供应链成员利润的影响. 取 $\alpha=0.9, s=0.5, \eta=1, s=0.1, s=0.5$ 和 s=0.9 ,当 $\alpha=0.1$ 时,结果与之类似,此处不做出算例分析. 根据定理 3 中电商、制造商利润的均衡解函数表达式,电商、制造商利润随搭便车程度 β 变化关系如图 7 所示.

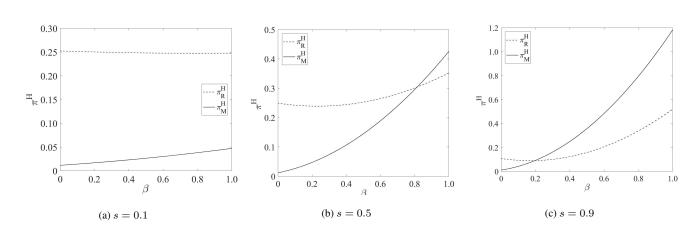


图 7 供应链成员利润与搭便车程度之间的关系

Fig. 7 The relationship between the profit of supply chain members and the degree of free riding

由图 7(a)可知, 若服务水平较低, 无论搭便车程度如何变化, 电商均有利可图, 其利润均较制造商大, 但利润将随搭便车程度增大而减少; 若服务水平适中, 搭便车程度较小, 电商利润远高于制造商, 而搭便车程度较大时, 制造商利润高于电商, 又由于电商提供服务也为自己带来积极影响, 因此即使搭便车程度较高, 对比图 7(a), 较高服务水平下电商利润远高于较低服务水平下利润. 在混销模式中, 服务成本影响因子一定, 若搭便车程度和服务水平均较高, 对电商和制造商均有积极作用, 且服务水平越高, 二者利润越高.

5 结束语

本文考虑由一电商和制造商组成的 e-供应链, 电商提供商品销售服务. 在代销, 直销和混销三种不同模式中, 研究电商、制造商在不同服务水平下的销售模式的选择问题, 分别讨论了服务水平、搭便车程度对两类品牌的市场需求、定价和供应链成员利润的影响. 从电商、制造商决策角度出发, 本文给出相应管理建议. 电商应提供适当水平的服务, 不宜过高或过低; 且电商可适当提高自有品牌商品价格, 获取更大收益. 本文结论打破了前人对多渠道销售的利润最优的研究结论, 制造商企业通过电商平台获得更多市场份额, 这不一定是最优的销售模式, 如若制造商和电商平台分别在自有渠道上销售其品牌商品也许是双赢的选择. 这在现实中也有相应例子, 如 Amazon 电商平台发现每年均有超过一半销售额(超过 1 500 亿美元)来自制造商品牌, 因此在 2019–07–18, Amazon 选择终止其中国网站的第三方制造商品牌提供服务, 取消与第三方制造商合作. 本文研究设定制造商品牌在两类渠道销售同价, 实际上, 可进一步考虑制造商品牌在两类渠道销售异价、电商搭制造商直销渠道售前服务便车和不对称服务成本信息等问题.

参考文献:

- [1] Yang L, Ji J, Chen K. Advertising games on national brand and store brand in a dual-channel supply chain. Journal of Industrial & Management Optimization, 2018, 14(1): 105–134.
- [2] Ru J, Shi R, Zhang J. Does a store brand always hurt the manufacturer of a competing national brand. Production and Operations Management, 2015, 24(2): 272–286.
- [3] Luo Z, Chen X, Chen J, et al. Optimal pricing policies for differentiated brands under different supply chain power structures. European Journal of Operational Research, 2017, 259(2): 437–451.
- [4] 李 海, 崔南方, 徐贤浩. 零售商自有品牌与制造商直销渠道的互动博弈问题研究. 中国管理科学, 2016, 24(1): 107–115. Li H, Cui N F, Xu X H. Game analysis on the interplay between introduction of store brand by retailer and direct channel by manufacturer. Chinese Journal of Management Science, 2016, 24(1): 107–115. (in Chinese)
- [5] Branco F, Sun M, Villas-Boas J M. Too much information: Information provision and search costs. Marketing Science, 2015, 35(4): 605-618
- [6] Chen L, Nan G, Li M. Wholesale pricing or agency pricing on online retail platforms: The effects of customer loyalty. International Journal of Electronic Commerce, 2018, 22(4): 576–608.
- [7] Tan Y, Carrillo J E. Strategic analysis of the agency model for digital goods. Production and Operations Management, 2017, 26(4): 724–741.
- [8] Zhang S, Zhang J. Agency selling or reselling: e-commerce r information sharing with supplier offline entry. European Journal of Operational Research, 2019, 280(1): 134–151.
- [9] Lu Q, Liu N. Effects of e-commerce channel entry in a two-echelon supply chain: A comparative analysis of single-and dual-channel distribution systems. International Journal of Production Economics, 2015(165): 100–111.
- [10] Abhishek V, Jerath K, Zhang Z J. Agency selling or reselling: Channel structures in electronic retailing. Management Science, 2015, 62(8): 2259–2280.
- [11] Shin J. How does free riding on customer service affect competition. 2007, 26(4): 488–503.
- [12] Chiou J S, Wu L Y, Chou S Y. You do the service but they take the order. Journal of Business Research, 2012, 65(7): 883-889.
- [13] 刘家国,周 笛. 搭便车行为影响下制造商渠道选择研究. 系统工程学报, 2014, 29(6): 813–823.
 Liu J G, Zhou D. Reasearch on manufacturer's channel selection based on free-riding. Journal of Systems Engineering, 2014, 29(6): 813–823. (in Chinese)

- [14] 周 健, 石 萍, 唐哲宇. 基于搭便车现象的双渠道定价策略. 计算机集成制造系统, 2016, 22(4): 1119-1128. Zhou J, Shi P, Tang Z Y. Dual-channel pricing strategy based on behavior of free-riding. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2016, 22(4): 1119-1128. (in Chinese)
- [15] 陶靖天, 李 波. 线上平台搭便车效应下 O2O 渠道供应链定价策略研究. 工业工程与管理, 2018, 23(1): 38-44. Tao J, Li B. Research on pricing policies in an O2O channel supply chain under the free-riding effect of online platform. Industrial Engineering and Management, 2018, 23(1): 38-44. (in Chinese)
- [16] 艾兴政, 马建华, 陈 忠, 等. 服务搭便车的电子渠道与传统渠道协调机制. 系统工程学报, 2011(4): 507-514. Ai X Z, Ma J H, Chen Z, et al. Coordination mechanism of e-channel and traditional channel under service free-riding. Journal of Systems Engineering, 2011(4): 507-514. (in Chinese)
- [17] 计国君, 刘 茜, 杨光勇. 搭便车行为下服务水平对双渠道供应链影响. 商业研究, 2018, 499(11): 18-29. Ji G J, Liu Q, Yang G Y. The impact of service level on dual-channel supply chain under the free riding behaviour. Commercial Research, 2018, 499(11): 18–29. (in Chinese)
- [18] 牛文举, 陈效林, 沈厚才.服务具溢出效应时竞争零售商的最优服务决策. 系统工程学报, 2020, 35(2): 222-231. Niu W J, Chen X L, Shen H C. Optimal service decisions of competitive retailers when service exists spillover effect. Journal of Systems Engineering, 2020, 35(2): 222–231. (in Chinese)
- [19] 金 亮, 张旭梅, 但 斌, 等. 交叉销售下"线下体验+线上零售"的 O2O 供应链佣金契约设计. 中国管理科学, 2017, 25(11): 33-46. Jin L, Zhang X M, Dan B, et al. Commission contract design in "offline evaluation, online purchase" (O2O) supply chain in the presence of cross-celling. Chinese Journal of Management Science, 2017, 25(11): 33-46. (in Chinese)
- [20] Ofek E, Katona Z, Sarvary M. Bricks and clicks: The impact of product returns on the strategies of multichannel retailers. Marketing Science, 2011, 30(1): 42-60.
- [21] Zhou C, Ma N, Cui X, et al. The impact of online referral on brand market strategies with consumer search and spillover effect. Soft Computing, 2020, 24(4): 2551-2565.
- [22] Li C, Chu M, Zhou C, et al. Is it always advantageous to add-on item recommendation service with a contingent free shipping policy in platform retailing?. Electronic Commerce Research and Applications, 2019, 37(1): 1-11.
- [23] Yan Y, Zhao R, Liu Z. Strategic introduction of the marketplace channel under spillovers from online to offline sales. European Journal of Operational Research, 2018, 267(1): 65–77.
- [24] 许格妮, 陈惠汝, 武晓莉, 等. 竞争供应链中绿色成本分担博弈分析. 系统工程学报, 2020, 35(2): 244-256. Xu G N, Chen H R, Wu X L, et al. Game analysis on green cost-sharing between competing supply chains. Journal of Systems Engineering, 2020, 35(2): 244-256.(in Chinese)

作者简介:

李春发(1968-), 男, 湖南郴州人, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向: 系统优化与决策分析, Email: chunfali@163.com; 夏榕池(1995-), 女, 辽宁本溪人, 硕士生, 研究方向: 物流及供应链管理, Email: m13116127097@163.com;

周 驰(1986一), 男, 天津人, 博士, 副教授, 研究方向: 电子商务运营管理, Email: czhou@tjut.edu.cn.

定理 1 的证明 根据逆向归纳法, 由式(6), 有 $\frac{\partial^2 \pi_{\rm R}^{\rm D}}{\partial p_{\rm r}^2} = \frac{2}{\alpha - 1} - \frac{2}{\alpha} < 0$, 知 $\pi_{\rm R}^{\rm D}$ 是关于 $p_{\rm r}$ 的凹函数, 则 $\pi_{\rm R}^{\rm D}$ 关于 $p_{\rm r}$ 存在 唯一最大值点. π_R^D 关于 p_r 求偏导数, 并令其为 0, 则有

$$p_{\rm r} = (s + \alpha p_{\rm n})/2. \tag{A1}$$

 $p_{\rm r}=(s+\alpha p_{\rm n})/2. \tag{A1}$ 将式(A1)代入式(5), 有 $\frac{\partial^2 \pi_{\rm M}^{\rm D}}{\partial p_{\rm n}^2}=\frac{2-\alpha}{\alpha-1}<0$, 知 $\pi_{\rm M}^{\rm D}$ 是关于 $p_{\rm n}$ 的凹函数, 则 $\pi_{\rm M}^{\rm D}$ 关于 $p_{\rm n}$ 存在唯一最大值点. $\pi_{\rm M}^{\rm D}$ 关于 $p_{\rm n}$ 求一阶偏导数, 并令其为 0, 从而可确定制造商品牌商品、电商自有品牌商品的最大市场需求量、最优价格和最大利 润.

定理 2 的证明 根据逆向归纳法, 先确定电商自有品牌商品价格 $p_{\rm r}$. 由式(12), 有 $\frac{\partial^2 \pi_{\rm R}^{\rm A}}{\partial p_{\rm r}^2} = \frac{2}{\alpha-1} - \frac{2}{\alpha} < 0$, 知 $\pi_{\rm R}^{\rm A}$ 是关于 $p_{\rm r}$ 的凹函数, 则 $\pi_{\rm R}^{\rm A}$ 是关于 $p_{\rm r}$ 存在唯一最大值点. $\pi_{\rm R}^{\rm A}$ 关于 $p_{\rm r}$ 求偏导, 并令其为 0, 则有

$$p_{\rm r} = \frac{(1-\alpha)s + 2(t+p_{\rm n})\alpha}{4}.$$
 (A2)

将式(A2)代入式(11), 有 $\frac{\partial^2 \pi_{\rm M}^{\rm A}}{\partial p_{\rm n}^2} = \frac{2-\alpha}{\alpha-1} < 0$, 知 $\pi_{\rm M}^{\rm A}$ 是关于 $p_{\rm n}$ 的凹函数, 则 $\pi_{\rm M}^{\rm A}$ 关于 $p_{\rm n}$ 存在唯一最大值点. $\pi_{\rm M}^{\rm A}$ 关 于 p_n 求一阶偏导数, 且令其为0, 可得

$$p_{\rm n} = \frac{(1-\alpha)s + 4(1+t-\alpha)}{4(2-\alpha)}.$$
 (A3)

将式(A2)和式(A3)代入式(12),有 $\frac{\partial^2 \pi_{\mathrm{R}}^{\mathrm{A}}}{\partial t^2} = \oint -\frac{\alpha^2 - 5\alpha + 8}{2(\alpha - 2)^2} < 0$,知 $\pi_{\mathrm{R}}^{\mathrm{A}}$ 是关于 t 的凹函数,则 $\pi_{\mathrm{R}}^{\mathrm{A}}$ 关于 t 存在唯一最大值 点. π_R^A 关于 t 求一阶偏导数, 并令其为 0, 从而可确定制造商品牌商品、电商自有品牌商品的最大市场需求量、最优价格、 最大利润和最大佣金.

定理 3 的证明 根据逆向归纳法, 先确定 $p_{\rm r}$. 由式(20), 有 $\frac{\partial^2 \pi_{\rm R}^{\rm H}}{\partial p_{\rm r}^2} = \frac{2}{\alpha-1} - \frac{2}{\alpha} < 0$, 知 $\pi_{\rm R}^{\rm H}$ 是关于 $p_{\rm r}$ 的凹函数, 则 $\pi_{\rm R}^{\rm H}$ 关于 $p_{\rm r}$ 存在唯一最大值点. $\pi_{\rm R}^{\rm H}$ 关于 $p_{\rm r}$ 求一阶偏导数, 并令其为 0, 则有

$$p_{\rm r} = \frac{\left[\left(-1 - \beta \right) s + 2 \left(t + p_{\rm n} - \gamma t \right) \right] \alpha + \left(1 - \beta \right) s}{4}. \tag{A4}$$

将式(A4)代入式(19), 有 $\frac{\partial^2 \pi_{\mathrm{M}}^{\mathrm{H}}}{\partial p_{\mathrm{n}}^2} = \frac{2-\alpha}{\alpha-1} < 0$, 知 $\pi_{\mathrm{M}}^{\mathrm{H}}$ 是 关于 p_{n} 的凹函数, 则 $\pi_{\mathrm{M}}^{\mathrm{H}}$ 关于 p_{n} 存在唯一最大值点. $\pi_{\mathrm{M}}^{\mathrm{H}}$ 关于 p_{n}

$$p_{\rm n} = \frac{(1 - \alpha + 3\beta - \alpha\beta)s + 4(1 + t - \alpha - \gamma t)}{4(2 - \alpha)}.$$
 (A5)

将式(A4)、式(A5)代入式(20),有 $\frac{\partial^2 \pi_{\mathrm{R}}^{\mathrm{H}}}{\partial t^2} = \frac{-\left(\alpha^2 - 5\alpha + 8\right)(1 - \gamma)^2}{2(\alpha - 2)^2} < 0$,知 $\pi_{\mathrm{R}}^{\mathrm{H}}$ 是关于 t 的凹函数,则 $\pi_{\mathrm{R}}^{\mathrm{H}}$ 关于 t 存在唯一最 大值点. $\pi_{\mathrm{R}}^{\mathrm{H}}$ 关于 t 求一阶偏导数, 并令其为 0, 从而可确定制造商品牌商品、电商自有品牌商品的最大市场需求量、最优价 格、最大利润和最优佣金等。

命题 1 的证明 1) 由 $\frac{\partial p_{\mathrm{n}}^{\mathrm{D}}}{\partial s} = \frac{1}{2\alpha - 4} < 0$, $\frac{\partial q_{\mathrm{n}}^{\mathrm{D}}}{\partial s} = \frac{1}{4\alpha - 4} < 0$ 和 $\frac{\partial \pi_{\mathrm{M}}^{\mathrm{D}}}{\partial s} = \frac{s - 2 + 2\alpha}{4(1 - \alpha)(2 - \alpha)} < 0$, 知 $p_{\mathrm{n}}^{\mathrm{D}}$, $q_{\mathrm{n}}^{\mathrm{D}}$ 和 $\pi_{\mathrm{M}}^{\mathrm{D}}$ 均为 s 的单调 递减函数. 2) 由 $\frac{\partial p_r^{\rm D}}{\partial s} = \frac{3\alpha - 4}{4\alpha - 8} > 0$ 和 $\frac{\partial q_r^{\rm D}}{\partial s} = \frac{4 - 3\alpha}{4\alpha(1 - \alpha)(2 - \alpha)} > 0$, 知 $p_r^{\rm D}$ 和 $q_r^{\rm D}$ 均为 s 的单调递增函数.

$$\stackrel{\underline{\text{u}}}{=} \frac{\partial \pi_{\mathrm{R}}^{\mathrm{D}}}{\partial s} = \left(-\eta - \frac{(4-3\alpha)^2}{8\alpha(1-\alpha)(2-\alpha)^2} \right) s - \frac{3\alpha-4}{4(2-\alpha)^2} = 0 \text{ ft}, s^{**} = \frac{\frac{3\alpha-4}{4(2-\alpha)^2}}{-\eta - \frac{(4-3\alpha)^2}{8\alpha(1-\alpha)(2-\alpha)^2}}, \text{ ft} \stackrel{\underline{\partial}^2 \pi_{\mathrm{R}}^{\mathrm{D}}}{\partial s^2} = -\eta - \frac{(4-3\alpha)^2}{8\alpha(1-\alpha)(2-\alpha)^2},$$

当 $\frac{\partial^2 \pi_R^D}{\partial s^2} > 0$ 时, π_R^D 为下凸函数, 则 $\eta < -\frac{(4-3\alpha)^2}{8\alpha(1-\alpha)(2-\alpha)^2} = \eta^{**}$, 使 π_R^D 在 s^{**} 点取极小值, 有 $s^{**} < 0$, 则当 $\eta < \eta^{**}$ 时,

当 $\frac{\partial^2 \pi_{\rm R}^{\rm D}}{\partial s^2} < 0$ 时, $\pi_{\rm R}^{\rm D}$ 为上凸函数, 则 $\eta > \eta^{**}$ 时, 使 $\pi_{\rm R}^{\rm D}$ 在 s^{**} 点取极大值, 有 $s^{**} > 0$, 需确定 $s^{**} - (2 - 2\alpha) = \left(16\alpha(1-\alpha)^2(2-\alpha)^2\eta + 4(1-\alpha)(2-\alpha)(3\alpha-4)\right) / \left(8\alpha(\alpha-1)(2-\alpha)^2\eta + (3\alpha-4)^2\right)$ 正负.

 $4\alpha(2-\alpha)^2(\alpha-1)$ 4 $\alpha(2-\alpha)^2(\alpha-1)$ 5 $\alpha(2-\alpha)$ 4 $\alpha(2-\alpha)^2(\alpha-1)$ 5 $\alpha(2-\alpha)$ 6 $\alpha(2-\alpha)$ 7 $\alpha(2-\alpha)$ 6 $\alpha(2-\alpha)$ 7 $\alpha(2-\alpha)$ 7 $\alpha(2-\alpha)$ 7 $\alpha(2-\alpha)$ 8 $\alpha(2-\alpha)$ 7 $\alpha(2-\alpha)$ 7 $\alpha(2-\alpha)$ 8 $\alpha(2-\alpha)$ 8 $\alpha(2-\alpha)$ 7 $\alpha(2-\alpha)$ 8 $\alpha(2-\alpha)$ 8 $\alpha(2-\alpha)$ 9 $\alpha(2-\alpha$ 有 C>0, 即 $s^{**}<1$, 则 $\pi^{\rm D}_{\rm R}$ 在 $s\in[0,s^{**})$ 上是 s 的单调递增函数, 在 $s\in[s^{**},2-2\alpha]$ 上是 s 的单调递减函数; 综上, 当 $\eta^{**}<\eta<\max\left\{\eta',\eta''\right\}$ 时, $\pi^{\mathrm{D}}_{\mathrm{R}}$ 是 s 的单调递增函数; 当 $\eta>\max\left\{\eta',\eta''\right\}$ 时, $\pi^{\mathrm{D}}_{\mathrm{R}}$ 在 $s\in\left[0,s^{**}\right)$ 是 s 的单调递增函数, 在 $s \in [s^{**}, \min\{2(1-\alpha), 1\}]$ 上是 s 的单调递减函数.

命题 2 的证明

1) 由 $\frac{\partial q_n^A}{\partial s} = 0$ 和 $\frac{\partial \pi_M^A}{\partial s} = 0$, 知 q_n^A 和 π_M^A 与 s 无关; 由 $\frac{\partial p_n^A}{\partial s} = \frac{1}{4} > 0$, 知 p_n^A 是 s 的单调递增函数; 2) 由 $\frac{\partial p_r^A}{\partial s} = \frac{\partial t^A}{\partial s} = \frac{1}{4} > 0$ 和 $\frac{\partial q_r^A}{\partial s} = \frac{1}{4\alpha} > 0$, 知 q_r^A , p_r^A 和 t^A 均为 s 的单调递增函数; 当 $\frac{\partial \pi_R^A}{\partial s} = \left(-\eta + \frac{1}{8\alpha}\right)s + \frac{1}{4} = 0$ 时, $s^{***} = \frac{2\alpha}{8\alpha\eta - 1}$, 由于 $\frac{\partial^2 \pi_R^A}{\partial s^2} = -\eta + \frac{1}{8\alpha}$, 当 $\frac{\partial^2 \pi_R^A}{\partial s^2} > 0$ 时, π_R^A 为下凸函数, 则 $\eta < \frac{1}{8\alpha} = \eta^{***}$, 使 π_R^A 在 s^{***} 点取极 小值, 但此时 $s^{***}<0$, 则当 $0\leqslant\eta<\eta^{***}$ 时, $\pi_{\rm R}^{\rm A}$ 是 s 的单调递增函数; 当 $\frac{\partial^2\pi_{\rm R}^{\rm A}}{\partial s^2}<0$ 时, $\pi_{\rm R}^{\rm A}$ 为上凸函数, 则 $\eta>\eta^{***}$ 时, 使 $\pi_{\rm R}^{\rm A}$ 在 s^{***} 点取极大值, 此时 $s^{***}>0$, 则需确定 $s^{***}-1=\frac{-8\alpha\eta+2\alpha+1}{8\alpha\eta-1}$ 正负, 令 $8\alpha\eta-1=D$ 和 $-8\alpha\eta+2\alpha+1=E$, 易得 D>0, 令 E=0 得 $\eta'''=\frac{1}{8\alpha}+\frac{1}{4}$, 当 $\eta^{***}\leqslant\eta\leqslant\eta'''$ 即 E>0 时, 此时 $s^{***}>1$, 则 $\pi_{\rm R}^{\rm A}$ 是 s 的单调递增函数; 当 $\eta>\eta'''$, 即 E < 0 时, $0 < s^{***} < 1$, 则 π_{R}^{A} 在 $s \in [0, s^{***})$ 上是 s 的单调递增函数, 在 $s \in [s^{***}, 1]$ 上是 s 的单调递减函数.

综上, 当 $0 \leqslant \eta \leqslant \eta'''$ 时, π_R^A 是 s 的单调递增函数, 当 $\eta > \eta'''$ 时, π_R^A 在 $s \in [0, s^{***})$ 上是 s 的单调递增函数, 在 $s \in [s^{***}, 1]$ 上是 s 的单调递减函数.

命题 3 的证明

1) 由 $\frac{\partial p_{\rm n}^{\rm H}}{\partial s} = \frac{(\alpha^2 - 7\alpha + 16)\beta + \alpha^2 - 5\alpha + 8}{4(\alpha^2 - 5\alpha + 8)} > 0$, $\frac{\partial q_{\rm n}^{\rm H}}{\partial s} = \frac{(2-\alpha)\beta}{(1-\alpha)(\alpha^2 - 5\alpha + 8)} > 0$ 和 $\frac{\partial \pi_{\rm M}^{\rm H}}{\partial s} = \frac{4(2-\alpha)\beta s + 4(1-\alpha)(2-\alpha)\beta}{(1-\alpha)(\alpha^2 - 5\alpha + 8)} > 0$, 知 $p_{\rm n}^{\rm H}$, $q_{\rm n}^{\rm H}$ 和 $\pi_{\rm M}^{\rm H}$ 均是 s 的单调递增函数.

2) 令 $\frac{\partial p_{\rm n}^{\rm H}}{\partial s} = \frac{(-3\alpha^2 + 9\alpha - 8)\beta + \alpha^2 - 5\alpha + 8}{4(\alpha^2 - 5\alpha + 8)} = 0$, 有 $\beta' = (\alpha^2 - 5\alpha + 8)/(3\alpha^2 - 9\alpha + 8) > 1$, 则 $\beta < \beta'$, $\frac{\partial p_{\rm n}^{\rm H}}{\partial s} > 0$, $p_{\rm n}^{\rm H}$ 是

关于 s 的单调递增函数

 $0, \text{知 } t^{\text{H}}$ 是关于 s 的单调递增函数.

与命题 2 的证明同理可得, 当 $0 < \eta \leqslant \eta^*$ 时, $\pi_{\rm R}^{\rm A}$ 是关于 s 的单调递增函数, 当 $\eta > \eta^*$ 时, $\pi_{\rm R}^{\rm A}$ 在 $s \in [0, s^*)$ 是关于 s 的单调递增函数, 在 $s \in [s^*, 1]$ 上是关于 s 的单调递减函数.其中 $\eta^* = \frac{M}{8\alpha(\alpha-1)(\alpha^2-5\alpha+8)} + \frac{(1-2\beta)\alpha^2-5\alpha+8}{4(\alpha^2-5\alpha+8)}$, $s^* = \frac{[(2\beta - 1)\alpha^2 + 5\alpha - 8](2\alpha(\alpha - 1))}{M - 8\alpha(\alpha - 1)(\alpha^2 - 5\alpha + 8)\eta}$

推论 1 的证明 $\beta = 1$ 代入 s^* 得 $s^* = \frac{2\alpha(1-\alpha)(\alpha^2+5\alpha-8)}{4\alpha(2-\alpha)^2+8\alpha(1-\alpha)(\alpha^2-5\alpha+8)\eta}$, 且由命题 3, 知 $0 < s^* < 1$. 证毕.

命题 4 的证明

1) $\boxplus \frac{\partial p_{\rm n}^{\rm H}}{\partial \beta} = \frac{(\alpha^2 - 7\alpha + 16)s}{4(\alpha^2 - 5\alpha + 8)} > 0, \frac{\partial \pi_{\rm M}^{\rm H}}{\partial \beta} = \frac{4(2-\alpha)\beta s^2 + 4(1-\alpha)(2-\alpha)\beta}{(1-\alpha)(\alpha^2 - 5\alpha + 8)} > 0$ $\nexists 1$ $\exists 1$

均是关于 β 的单调递增函数.

2) 由 $\frac{\partial t^{\rm H}}{\partial \beta} = \frac{(\alpha^2 - 5\alpha + 8)}{4(1 - \gamma)(\alpha^2 - 5\alpha + 8)} > 0$, 知 $t^{\rm H}$ 是关于 β 的单调递增函数; 由 $\frac{\partial p_{\rm r}^{\rm H}}{\partial \beta} = \frac{(-3\alpha^2 + 9\alpha - 8)s}{4(\alpha^2 - 5\alpha + 8)} < 0$ 和 $\frac{\partial q_{\rm r}^{\rm H}}{\partial \beta} = \frac{(\alpha^3 - 4\alpha^2 - \alpha + 8)s}{4(\alpha^2 - 5\alpha + 8)} < 0$, 知 $p_{\rm r}^{\rm H}$ 均是关于 β 的单调递减函数; 由 $\frac{\partial^2 \pi_{\rm R}^{\rm H}}{\partial \beta^2} = \frac{(-6\alpha^3 + 20\alpha^2 - 6\alpha - 16)s^2}{16\alpha(\alpha - 1)(\alpha^2 - 5\alpha + 8)} > 0$, 知 $\pi_{\rm R}^{\rm H}$ 是关于 β

设 $(3\alpha^3 - 10\alpha^2 + 3\alpha + 8)s = F$, $2\alpha \left[-2(2-\alpha)^2 s + \alpha (1-\alpha) (3-\alpha) \right] = G$, 易得 F > 0, 令 G = 0 得 s''' = $\frac{\alpha(1-\alpha)(3-\alpha)}{2(2-\alpha)^2} > 0$,且 $s'-1 = \frac{\alpha^3-6\alpha^2+11\alpha-8}{2(2-\alpha)^2} < 0$,当 $s \in [0,s''')$ 的 $\beta''' > 1$,则 π_R^H 是关于 β 的单调递减函数,当 $s \in [s'''1]$ 时, $0 \leqslant \beta''' \leqslant 1$,若 $\beta \in [0,\beta''')$, π_R^H 是关于 β 的单调递减函数,若 $\beta \in [\beta'''1]$, π_R^H 是关于 β 的单调递增函数.

证毕.

命题 5 的证明 由定理 3 易得 $\frac{\partial t^{H}}{\partial x} > 0$.

定理 4 的证明 由定理 2 易知, $p_n^A - t^A \ge 0$, $t^A - p_r^A \ge 0$. 证毕.

定理 5 的证明 $\pi_{\mathrm{M}}^{\mathrm{H}}$ 为正, 则 $p_{\mathrm{n}}^{\mathrm{H}} - t^{\mathrm{H}} = \frac{\{[(\alpha^2 - 7\alpha + 16)\beta + \alpha^2 - 5\alpha + 8]s + 4(\alpha^2 - 5\alpha + 8)\}\gamma - 8(\beta s + 1 - \alpha)}{4(\alpha^2 - 5\alpha + 8)(\gamma - 1)} \geqslant 0$, 有 $0 < \gamma \leqslant \frac{8(\beta s + 1 - \alpha)}{[(\alpha^2 - 7\alpha + 16)\beta + (\alpha^2 - 5\alpha + 8)]s + 4(\alpha^2 - 5\alpha + 8)}$, 同理易得 $t^{\mathrm{H}} - p_{\mathrm{r}}^{\mathrm{H}} > 0$;

同理可得 $\frac{8(\beta s + 1 - \alpha)}{[(\alpha^2 - 7\alpha + 16)\beta + (\alpha^2 - 5\alpha + 8)]s + 4(\alpha^2 - 5\alpha + 8)} < \gamma < 1$ 时的比较结果. 证毕.

1) 由于 $q_{\rm n}^{\rm D} - q_{\rm n}^{\rm A} = \frac{(2-\alpha)\beta s}{(1-\alpha)(\alpha^2-5\alpha+8)} > 0$, $\diamondsuit q_{\rm n}^{\rm H} - q_{\rm n}^{\rm D} = \frac{[4(\alpha-2)\beta - (\alpha^2-5\alpha+8)]s - 2(\alpha^2-3\alpha+4)(\alpha-1)}{4(\alpha-1)(\alpha^2-5\alpha+8)} = 0$, 从而, 有

得 $q_{\rm r}^{\rm D} > q_{\rm r}^{\rm A} > q_{\rm r}^{\rm H}$.