第 37 卷第 5 期
2022 年 10 月

系 统 工 程 学 报
JOURNAL OF SYSTEMS ENGINEERING

Vol.37 No.5
Oct. 2022

考虑旅行社竞争的低碳旅游供应链的微分博弈

张瑞友, 赵尉盟
(东北大学信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘要: 运用微分博弈研究了由一个低碳景区和两个旅行社组成的多渠道旅游供应链系统, 其中景区进行低碳服务投入, 旅行社之间进行低碳宣传方面的竞争. 通过对比三种不同决策下的均衡策略, 探讨了系统关键参数对供应链各成员利润的影响, 并给出了算例分析. 研究表明, 旅行社之间的竞争越激烈, 景区的利润越高, 而旅行社的利润越低, 且景区给予旅行社的宣传补贴的比例就越低; 如果某旅行社提高自身的边际利润, 则迫使另一旅行社的利润降低; 集中式决策在景区的低碳消费效用水平、旅行社的服务商誉等方面均优于分散式决策.

关键词: 竞争; 微分博弈; 服务投入; 宣传投入; 低碳旅游供应链
中图分类号: TP273 **文献标识码**: A **文章编号**: 1000−5781(2022)05−0643−14
doi: 10.13383/j.cnki.jse.2022.05.006

Differential game analyses of low-carbon tourism supply chains considering competitions between travel agencies

Zhang Ruiyou, Zhao Yumeng
(College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China)

Abstract: A multi-channel tourism supply chain system with a low-carbon scenic area and two travel agencies was studied using the theory of differential game. The scenic area in the system invests on low-carbon services while the travel agencies compete with each other in the publicity of low-carbon services. The influences of key parameters on the profit of supply chain members are analyzed based on both the equilibrium strategy under three decision scenarios and numerical experiments. The results indicate that the heavier the competition between travel agencies, the higher the profit of the scenic area, the lower the profits of the travel agencies, and the lower the publicity ratios that the scenic area give to the travel agencies. If a travel agency increases its marginal profit, the profit of the other travel agency will be forced to be lower. The centralized decision is better than the decentralized one in both the utility level of low-carbon consumption in the scenic area and the service reputation of travel agencies.

Key words: competition; differential game; service investment; publicity investment; low-carbon tourism supply chain

1 引 言

近年来, 随着人们生活水平的提高, 旅游业已经成为全球发展最快、前景最广、规模最大的新兴产业之一. 2018 年, 全球旅游产业的总收入达 5.34 万亿美元, 相当于全球 GDP 的 6.1 %, 全年全球旅游总人次

收稿日期: 2019−12−19; 修订日期: 2021−05−06.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71971050; 71831006); 国家重点研发计划资助项目(2019YFB1705003).

达 121.0 亿人次. 然而, 旅游业的快速发展使旅游产业成为了二氧化碳排放的重要来源之一, 过多的二氧化碳排放会造成旅游目的地生态环境的破坏, 并影响人类发展的长远利益. 因此, 发展低碳旅游引起了学术界的普遍关注.

旅游系统是由游客、旅游地居民及旅游活动衍生出的各职能机构等多个要素构成的有机整体. 各要素按照一定规律相互协同配合, 共同推动低碳旅游有序运作. 低碳旅游并非仅限于旅游企业节能减排, 更为关键的是整合完整的低碳服务、引导旅游者低碳消费. 因此旅游活动的完成需要不同行业和相关企业间的协调合作, 但旅游企业往往只从自身利益角度出发, 造成企业间管理混乱、效率低下等一系列问题. 综上, 在低碳旅游背景下, 如何协调供应链整体利益和成员间的局部利益是低碳旅游供应链管理亟待解决的问题.

目前针对制造业供应链协调管理的研究已经比较深入. 例如, Kaur 等[1]对供应链协调方面进行了系统的综述, 阐明了供应链协调管理的重要性. 赵道致等[2]研究了由单个制造商与两个零售商组成的供应链系统, 分析了上下游减排与宣传纵向合作的不同情形. 王道平等[3]研究了由单个制造商和两个竞争性零售商组成的供应链纵向联合促销问题. 在产品需求受商誉和零售商促销努力的共同影响下, 分别构建了集中式和分散式微分博弈模型. 周艳菊等[4]研究了两个低碳减排制造商和一个零售商组成的双渠道供应链系统, 分析了两个制造商间减排竞争及合作减排下供应链的最优均衡策略. 姚锋敏等[5]研究了由一个主导零售商、两个竞争制造商以及一个第三方回收商组成的闭环供应链的决策及协调问题, 讨论了实现闭环供应链系统协调的分配机制. 许格妮等[6]研究了由零售商与制造商共同分担绿色成本组成的竞争供应链, 分析了三种不同绿色成本分担模式的定价策略问题.

目前针对旅游供应链的研究并不完善, Zhang 等[7]从旅游供应链管理的角度对旅游研究进行了综述, 为旅游供应链管理的研究提供了一个框架. Font 等[8]的研究表明, 旅行社对可持续旅游供应链的探索性研究可给旅游业的发展带来更多的贡献. Sigala[9]提出了一种可持续旅游供应链模型. 杨树等[10]针对由主题公园和旅行社组成的旅游供应链, 以消费者满意度最大化为目标, 探讨了供应链上各主体最优服务质量决策问题. Liu 等[11]针对一个主题公园和一个旅行社组成的旅游供应链, 考虑只有主题公园承担企业社会责任以及主题公园和旅行社都承担企业社会责任两种情况, 研究了渠道冲突和利益分配问题. Guo 等[12]研究了旅游酒店通过与第三方网站合作, 在其在线分销渠道上运营时的最佳定价策略问题. Yang 等[13]分析了包含两条提供可相互替代包价游产品的旅游供应链的竞争问题, 其中每条旅游供应链包括主题公园、住宿提供商和旅游运营商. 王晶晶等[14]构建了景区与旅行社的合作广告博弈模型, 将产品供应链纵向合作广告借鉴至旅游业, 得到了分散式与集中式两类决策下最优广告投入及利润均衡模型. 赵黎明等[15]考虑游客偏好对团队及散客市场需求的影响, 研究了单个景区与单个旅行社构成的供应链纵向合作广告策略. 高尚等[16]针对一个旅游产品提供商和一个旅行社构成的供应链, 探讨了在不同权利结构下的供应链决策问题. 张廷龙等[17]考虑景区和旅行社构成的两级供应链, 通过 Stackelberg 博弈理论研究了供应链中各成员的决策问题. 上述关于旅游供应链管理的文献[7–17]大多研究的是两主体之间的协调问题, 鲜有涉及多主体之间协调管理的报道.

针对低碳旅游供应链协调管理的研究更少. 赵黎明等[18]以政府部门和旅游企业为研究对象, 验证了政企互动下低碳旅游激励政策的有效性, 并探讨了两个群体的演化稳定策略, 剖析了其发展路径与影响因素. 陈喆芝等[19]针对单个低碳景区和单个旅行社组成的供应链, 考虑景区低碳消费效用和旅行社低碳宣传对低碳景区门票需求函数的影响, 比较了不同机制下的各方最优策略. 以上研究将低碳的概念引入旅游供应链, 然而并不涉及多主体之间的供应链协调.

综上所述, 现有的文献主要集中于两个旅游企业之间的博弈问题, 很少涉及考虑旅行社及低碳景区之间竞争的博弈问题. 因此, 本文借鉴制造业中的供应链协调理论, 选取低碳景区和互相竞争的旅行社作为研究主体, 根据低碳旅游的特征建立了景区的需求函数, 分析了无成本分担、有成本分担和集中式策略下低碳旅

游供应链上各成员的均衡策略, 进而为低碳景区和旅行社的发展提供借鉴.

2 供应链系统的微分博弈模型

2.1 问题描述

旅游景区的低碳系统包含基础板块与核心板块: 基础板块是指低碳景区通过保护生态、采用绿色建筑设计、使用清洁能源等一系列措施, 保证景区每日低碳化运营, 为游客低碳化旅行提供支撑; 核心板块是指低碳景区通过低碳服务投入, 设计与低碳相关的特色活动, 提高游客的低碳意识, 丰富游客的低碳旅游体验[19]. 低碳景区为游客提供的消费效用主要分为两部分: 一是作为普通旅游景区所具备的基本消费效用, 即增长知识、消遣娱乐、调节身心等; 二是因其尊重自然与文化环境、保护动植物生态资源等理念与活动设计而给予游客领悟人与自然和谐相处、践行低碳环保的超越价值所产生的效用, 后者可称为低碳消费效用[19].

如图 1 所示, 某供应链系统由一个低碳景区、两个互相竞争的旅行社和游客组成. 景区只销售一种类型的门票, 销售方式为通过景区窗口售票和由两个互相竞争的旅行社代理售票. 游客市场包括自助游客市场和组团游客市场, 假设自助游客通过景区购买门票, 而组团游客由旅行社代理购票. 同时, 景区进行低碳服务投入, 并且服务于全体游客市场. 两个旅行社各自进行低碳宣传投入, 但只对组团游客市场产生影响. 旅行社可以在微信朋友圈、微博等新媒体平台真实地进行低碳宣传, 以帮助游客更好地了解景区的低碳工作. 景区为了激励旅行社进行低碳宣传, 从而销售更多的门票, 对两个旅行社进行宣传补贴, 补贴比例为 $\varphi_i(t)$, 其中 $0 \leqslant \varphi_i(t) \leqslant 1$.

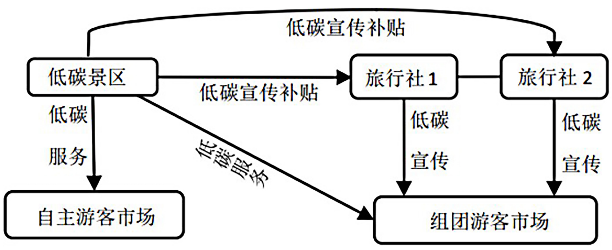


图 1 景区、旅行社和游客市场之间的关系

Fig. 1 Relationship among the scenic area, travel agency and tourists

2.2 基本假设

假设 1 t 时刻景区的低碳服务投入程度为 $E_{\rm S}(t)$, 旅行社 i 的低碳宣传投入程度为 $P_i(t)$. 假设景区低碳服务投入的成本 $C_{\rm S}(E_{\rm S})$和旅行社 i 的低碳宣传投入的成本 $C_i(P_i)$ 分别为低碳服务投入程度和低碳宣传投入程度的凸函数, 如下[19].

$$C_{\rm S}\left(E_{\rm S}\right) = \frac{\alpha_{\rm S}}{2} E_{\rm S}^2(t), \tag{1}$$

$$C_i\left(P_i\right) = \frac{\alpha_i}{2} P_i^2(t), \quad i = 1, 2, \tag{2}$$

其中 $\alpha_{\rm S} > 0$ 和 $\alpha_i > 0$ 分别为景区低碳服务投入和旅行社 i 低碳宣传投入的成本系数.

假设 2 随着景区低碳服务的不断完善, 景区的低碳消费效用水平增长会逐渐放缓. 以变量 $U(t)$ 表示 t 时刻景区的低碳消费效应水平, 其随时间变化的微分方程为[19]

$$\dot{U}(t) = \beta E_{\rm S}(t) - \eta U(t), \quad U(0) = U_0 \geqslant 0, \tag{3}$$

其中 $\beta > 0$ 为景区低碳服务投入程度对低碳消费效用水平的影响程度; $\eta > 0$ 为低碳消费效用水平的衰减系数.

假设 3　t 时刻旅行社 i 的服务商誉 $G_i(t)$ 受自身低碳宣传投入程度和景区的低碳消费效用水平的正面影响, 其变化过程[20]为

$$\dot{G}_i(t)=\gamma P_i(t)+\delta U(t)-\theta G_i(t),\quad G_i(0)=G_{i0}\geqslant 0,\quad i=1,2,\tag{4}$$

其中 $\gamma>0$ 为旅行社低碳宣传投入程度对旅行社的服务商誉的影响系数; $\delta>0$ 为景区的低碳消费效用水平对旅行社服务商誉的影响系数; $\theta>0$ 为旅行社服务商誉的衰减系数.

假设 4　景区窗口售票仅受低碳消费效用水平的影响, t 时刻景区窗口售票量为

$$D_{\mathrm{S}}(t)=D_0+\varepsilon U(t),\tag{5}$$

其中 $D_0>0$ 为不进行低碳服务投入时景区窗口的潜在销售量; $\varepsilon>0$ 为景区低碳消费效用水平对需求的影响系数.

假设 5　旅行社 i 在 t 时刻销售门票数量为[2]

$$D_{\mathrm{T}i}(t)=D_i+\lambda P_i(t)+\mu\left(P_i(t)-P_{3-i}(t)\right)+\tau G_i(t),\quad i=1,2,\tag{6}$$

其中 $D_i>0$ 为旅行社 i 不进行低碳宣传投入时的潜在销售量; $\lambda>0,\tau>0$ 分别为旅行社低碳宣传投入、旅行社的服务商誉对需求的影响系数; $\mu>0$ 表示两个旅行社之间的竞争程度.

假设 6　景区窗口销售门票获得的边际利润为 $\pi_{\mathrm{S}}>0$, 景区通过两个旅行社销售门票获得的边际利润均为 $\pi_{\mathrm{T}}>0$, 旅行社 i 获得的边际利润为 $\pi_i>0, i=1,2$. 在无限时间范围内, 景区和旅行社在任意时刻均具有相同的贴现因子 $\rho>0$.

旅行社 i、景区与供应链系统的长期利润分别为

$$J_{\mathrm{T}i}=\int_0^{\infty}\mathrm{e}^{-\rho t}\left(\pi_i D_{\mathrm{T}i}(t)-(1-\varphi_i)\,C_i\left(P_i\right)\right)\mathrm{d}t,\quad i=1,2,\tag{7}$$

$$J_{\mathrm{S}}=\int_0^{\infty}\mathrm{e}^{-\rho t}\left(\pi_{\mathrm{S}}D_{\mathrm{S}}(t)+\pi_{\mathrm{T}}\sum_{i=1}^{2}D_{\mathrm{T}i}(t)-C_{\mathrm{S}}\left(E_{\mathrm{S}}\right)-\sum_{i=1}^{2}\varphi_i C_i\left(P_i\right)\right)\mathrm{d}t,\tag{8}$$

$$J_{\mathrm{O}}=\int_0^{\infty}\mathrm{e}^{-\rho t}\left(\pi_{\mathrm{S}}D_{\mathrm{S}}(t)+(\pi_{\mathrm{T}}+\pi_i)\sum_{i=1}^{2}D_{\mathrm{T}i}(t)-\sum_{i=1}^{2}C_i\left(P_i\right)-C_{\mathrm{S}}\left(E_{\mathrm{S}}\right)\right)\mathrm{d}t.\tag{9}$$

另外, 假设模型中的参数都是与时间无关的常数.

2.3　无成本分担的分散式决策

在无成本分担(即 $\varphi_i(t)=0$, 相关符号以上标 N 表示)的分散式决策下, 两个旅行社和景区均以自身利润最大化为决策目标, 即

$$\operatorname*{Max}_{P_i}J_{\mathrm{T}i}^{\mathrm{N}}=\int_0^{\infty}\mathrm{e}^{-\rho t}\left(\pi_i D_{\mathrm{T}i}-C_i\left(P_i\right)\right)\mathrm{d}t,\quad i=1,2,\tag{10}$$

$$\operatorname*{Max}_{E_{\mathrm{S}}}J_{\mathrm{S}}^{\mathrm{N}}=\int_0^{\infty}\mathrm{e}^{-\rho t}\left(\pi_{\mathrm{S}}D_{\mathrm{S}}+\pi_{\mathrm{T}}\sum_{i=1}^{2}D_{\mathrm{T}i}-C_{\mathrm{S}}\left(E_{\mathrm{S}}\right)\right)\mathrm{d}t.\tag{11}$$

定理 1　无成本分担的分散式决策下, 旅行社 i 的最优低碳宣传投入程度为

$$P_i^{\mathrm{N}^*}=\left((\lambda+\mu)\pi_i(\rho+\theta)+\gamma\tau\pi_i\right)/\left(\alpha_i(\rho+\theta)\right),\quad i=1,2.\tag{12}$$

景区的最优低碳服务投入程度为

$$E_{\mathrm{S}}^{\mathrm{N}^*}=\frac{\beta\varepsilon\pi_{\mathrm{S}}}{\alpha_{\mathrm{S}}(\rho+\eta)}+\frac{2\beta\tau\pi_{\mathrm{T}}\delta}{\alpha_{\mathrm{S}}(\rho+\eta)(\rho+\theta)}.\tag{13}$$

景区的低碳消费效用水平的最优轨迹为

$$U^{\mathrm{N}^*}=U_{\infty}^{\mathrm{N}}+\left(U_0-U_{\infty}^{\mathrm{N}}\right)\mathrm{e}^{-\eta t},\tag{14}$$

其中 $U_\infty^{\rm N}=\frac{\beta^2\varepsilon\pi_{\rm S}}{\alpha_{\rm S}\eta(\rho+\eta)}+\frac{2\beta^2\tau\pi_{\rm T}\delta}{\alpha_{\rm S}\eta(\rho+\eta)(\rho+\theta)}$.

旅行社 i 的服务商誉的最优轨迹为

$$G_i^{\rm N^*}=G_\infty^{\rm N}+\frac{\delta}{\theta-\eta}\left(U_0-U_\infty^{\rm N}\right){\rm e}^{-\eta t}+\left(G_{i0}-G_\infty^{\rm N}-\frac{\delta}{\theta-\eta}\left(U_0-U_\infty^{\rm N}\right)\right){\rm e}^{-\theta t},\quad i=1,2,\tag{15}$$

其中 $G_\infty^{\rm N}=\frac{\beta^2\varepsilon\pi_{\rm S}\delta}{\alpha_{\rm S}\eta\theta(\rho+\eta)}+\frac{2\beta^2\tau\pi_{\rm T}\delta^2}{\alpha_{\rm S}\eta\theta(\rho+\eta)(\rho+\theta)}+\frac{\gamma\pi_i(\gamma\tau+(\lambda+\mu)(\rho+\theta))}{\alpha_i\theta(\rho+\theta)}$.

旅行社 i 的最优利润为

$$J_{{\rm T}i}^{\rm N^*}(U,G_i)={\rm e}^{-\rho t}\left(t_{1i}^{\rm N^*}U+t_{2i}^{\rm N^*}G_i+t_{3i}^{\rm N^*}\right),\quad i=1,2,\tag{16}$$

其中 $t_{1i}^{\rm N^*}=\frac{\delta\tau\pi_i}{(\rho+\eta)(\rho+\theta)},t_{2i}^{\rm N^*}=\frac{\tau\pi_i}{\rho+\theta},t_{3i}^{\rm N^*}=\frac{((\lambda+\mu)\pi_i(\rho+\theta)+\gamma\tau\pi_i)^2}{2\alpha_i\rho(\rho+\theta)^2}+\frac{\beta^2\delta\tau\pi_i(\varepsilon\pi_{\rm S}(\rho+\theta)+2\delta\tau\pi_{\rm T})}{\alpha_{\rm S}\rho(\rho+\theta)^2(\rho+\eta)^2}+\frac{\pi_iD_i}{\rho}-\mu\pi_i\frac{(\lambda+\mu)\pi_{3-i}}{\alpha_{3-i}\rho}-\mu\pi_i\frac{\gamma\tau\pi_{3-i}}{\alpha_{3-i}\rho(\rho+\theta)}$.

景区的最优利润为

$$J_{\rm S}^{\rm N^*}(U,G_i)={\rm e}^{-\rho t}\left(s_1^{\rm N^*}U+\sum_{i=1}^2 s_{2i}^{\rm N^*}G_i+s_3^{\rm N^*}\right),\tag{17}$$

其中 $s_1^{\rm N^*}=\frac{\varepsilon\pi_{\rm S}}{\rho+\eta}+\frac{2\tau\pi_{\rm T}\delta}{(\rho+\eta)(\rho+\theta)},s_{2i}^{\rm N^*}=\frac{\tau\pi_{\rm T}}{\rho+\theta},s_3^{\rm N^*}=\sum\limits_{i=1}^2\frac{(\lambda(\rho+\theta)\pi_{\rm T}+\gamma\tau\pi_{\rm T})((\lambda+\mu)\pi_i(\rho+\theta)+\gamma\tau\pi_{\rm T})}{\rho\alpha_i(\rho+\theta)^2}+\frac{\pi_{\rm S}D_0+\pi_{\rm T}(D_1+D_2)}{\rho}+\frac{\beta^2[\varepsilon\pi_{\rm S}(\rho+\theta)+2\tau\pi_{\rm T}\delta]^2}{2\rho\alpha_{\rm S}(\rho+\theta)^2(\rho+\eta)^2}$.

证明　采用逆向递推法求解. 根据式(10), 记 t 时刻旅行社 i 的最优利润值函数为

$$J_{{\rm T}i}^{\rm N^*}(U,G_i)={\rm e}^{-\rho t}V_{{\rm T}i}^{\rm N}(U,G_i),\quad i=1,2.\tag{18}$$

$V_{{\rm T}i}^{\rm N}(U,G_i)$对于任意 $U\geqslant0$ 和 $G_i\geqslant0$ 都满足 Hamilton-Jacobi-Bellman(HJB) 方程, 即

$$\rho V_{{\rm T}i}^{\rm N}(U,G_i)=\mathop{\rm Max}_{P_i}\left(\pi_iD_{{\rm T}i}-C_i(P_i)+V_{{\rm T}iU}^{\rm N'}\dot U+V_{{\rm T}iG_i}^{\rm N'}\dot G_i\right),\quad i=1,2.\tag{19}$$

对式(19)右边求关于 P_i 的偏导, 并令其等于 0, 可得

$$P_i^{\rm N}=\left[(\lambda+\mu)\pi_i+\gamma V_{{\rm T}iG_i}^{\rm N'}\right]/\alpha_i,\quad i=1,2.\tag{20}$$

根据式(11), 记 t 时刻景区的最优利润值函数为

$$J_{\rm S}^{\rm N^*}(U,G_i)={\rm e}^{-\rho t}V_{\rm S}^{\rm N}(U,G_i),\tag{21}$$

其中 $V_{\rm S}^{\rm N}(U,G_i)$ 对于任意 $U\geqslant0$ 和 $G_i\geqslant0$ 都满足 HJB 方程, 即

$$\rho V_{\rm S}^{\rm N}(U,G_i)=\mathop{\rm Max}_{E_{\rm S}}\left(\pi_{\rm S}D_{\rm S}+\pi_{\rm T}\sum_{i=1}^2 D_{{\rm T}i}-C_{\rm S}(E_{\rm S})+V_{{\rm S}U}^{\rm N}\dot U+\sum_{i=1}^2 V_{{\rm S}G_i}^{\rm N}\dot G_i\right).\tag{22}$$

对式(22)右边求关于 $E_{\rm s}$ 的偏导, 并令其等于 0, 可得

$$E_{\rm S}^{\rm N}=\frac{\beta V_{{\rm S}U}^{\rm N'}}{\alpha_{\rm S}}.\tag{23}$$

将式(20)、式(23)分别代入式(19)、式(22), 整理可得

$$\begin{aligned}\rho V_{{\rm T}i}^{\rm N}(U,G_i)=&\left(\delta V_{{\rm T}iG_i}^{\rm N'}-\eta V_{{\rm T}iU}^{\rm N'}\right)U+\left(\tau\pi_i-\theta V_{{\rm T}iG_i}^{\rm N'}\right)G_i+\pi_iD_i+\left[\left((\lambda+\mu)\pi_i+\gamma V_{{\rm T}iG_i}^{\rm N'}\right)^2\right]/\\&(2\alpha_i)-\mu\pi_i\left[(\lambda+\mu)\pi_{3-i}+\gamma V_{{\rm T}(3-i)G_{3-i}}^{\rm N'}\right]/\alpha_i+\beta^2V_{{\rm S}U}^{\rm N'}V_{{\rm T}iU}^{\rm N'}/\alpha_{\rm S},\quad i=1,2,\end{aligned}\tag{24}$$

$$\begin{aligned}\rho V_{\rm S}^{\rm N}(U,G_i)=&\left(\varepsilon\pi_{\rm S}-\eta V_{{\rm S}U}^{\rm N'}+\sum_{i=1}^2\delta V_{{\rm S}G_i}^{\rm N'}\right)U+\sum_{i=1}^2\left(\tau\pi_{\rm T}-\theta V_{{\rm S}G_i}^{\rm N'}\right)G_i+\pi_{\rm S}D_0+\pi_{\rm T}(D_1+D_2)+\\&\beta^2\left(V_{{\rm S}U}^{\rm N'}\right)^2/(2\alpha_{\rm S})+\sum_{i=1}^2\left[\left(\lambda\pi_{\rm T}+\gamma V_{{\rm S}G_i}^{\rm N'}\right)\left((\lambda+\mu)\pi_i+\gamma V_{{\rm T}iG_i}^{\rm N'}\right)\right]/\alpha_i.\end{aligned}\tag{25}$$

根据式(24)和式(25)的结构, 最优价值函数 $V_{\mathrm{T}i}^{\mathrm{N}}(U,G_i)$和 $V_{\mathrm{S}}^{\mathrm{N}}(U,G_i)$ 关于 U 和 G_i 的线性解析式分别为

$$V_{\mathrm{T}i}^{\mathrm{N}}(U,G_i)=t_{1i}^{\mathrm{N}}U+t_{2i}^{\mathrm{N}}G_i+t_{3i}^{\mathrm{N}},\quad i=1,2, \tag{26}$$

$$V_{\mathrm{S}}^{\mathrm{N}}(U,G_i)=s_1^{\mathrm{N}}U+\sum_{i=1}^{2}s_{2i}^{\mathrm{N}}G_i+s_3^{\mathrm{N}}, \tag{27}$$

其中 $t_{1i}^{\mathrm{N}}=V_{\mathrm{T}iU}^{\mathrm{N}'}$, $t_{2i}^{\mathrm{N}}=V_{\mathrm{T}iG_i}^{\mathrm{N}'}$, t_{3i}^{N}, $s_1^{\mathrm{N}}=V_{\mathrm{S}U}^{\mathrm{N}'}$, $s_{2i}^{\mathrm{N}}=V_{\mathrm{S}G_i}^{\mathrm{N}'}$, s_3^{N} 均为未知常数. 将式(26)、式(27)及其对 U 和 G_i 的偏导数代入式(24)、式(25), 可解得 $t_{1i}^{\mathrm{N}^*}$, $t_{2i}^{\mathrm{N}^*}$, $t_{3i}^{\mathrm{N}^*}$, $s_1^{\mathrm{N}^*}$, $s_{2i}^{\mathrm{N}^*}$, $s_3^{\mathrm{N}^*}$.

将 $V_{\mathrm{T}iG_i}^{\mathrm{N}'}$, $V_{\mathrm{S}U}^{\mathrm{N}'}$ 代入式(20)、式(23), 可求得 $P_i^{\mathrm{N}^*}$ 和 $E_{\mathrm{S}}^{\mathrm{N}^*}$; 把式(12)、式(13) 分别代入式(3)、式(4), 可得 U^{N^*} 和 $G_i^{\mathrm{N}^*}$; 将 $t_{1i}^{\mathrm{N}^*}$, $t_{2i}^{\mathrm{N}^*}$, $t_{3i}^{\mathrm{N}^*}$, $s_1^{\mathrm{N}^*}$, $s_{2i}^{\mathrm{N}^*}$, $s_3^{\mathrm{N}^*}$ 和式(14)、式(15)、式(26)和式(27)代入式(18)、式(21), 可得 $J_{\mathrm{T}i}^{\mathrm{N}^*}$ 和 $J_{\mathrm{S}}^{\mathrm{N}^*}$.

证毕.

2.4 成本分担契约下的分散式决策

记 $\varphi_i(t)$为 t 时刻景区为旅行社 i 提供的低碳宣传补贴比例, 其中 $0<\varphi_i(t)\leqslant 1$, 相关符号以上标 Y 表示. 两个旅行社和景区均以自身利润最大化为决策目标, 即

$$\underset{P_i}{\mathrm{Max}}\, J_{\mathrm{T}i}^{\mathrm{Y}}=\int_0^{\infty}\mathrm{e}^{-\rho t}\left(\pi_i D_{\mathrm{T}i}-(1-\varphi_i)\,C_i(P_i)\right)\mathrm{d}t,\quad i=1,2, \tag{28}$$

$$\underset{E_{\mathrm{S}},\varphi_i}{\mathrm{Max}}\, J_{\mathrm{S}}^{\mathrm{Y}}=\int_0^{\infty}\mathrm{e}^{-\rho t}\left(\pi_{\mathrm{S}}D_{\mathrm{S}}+\pi_{\mathrm{T}}\sum_{i=1}^{2}D_{\mathrm{T}i}-C_{\mathrm{S}}(E_{\mathrm{S}})-\sum_{i=1}^{2}\varphi_i C_i(P_i)\right)\mathrm{d}t. \tag{29}$$

定理 2 成本分担契约分散式决策下, 旅行社 i 的最优低碳宣传投入程度为

$$P_i^{\mathrm{Y}^*}=\frac{2\pi_{\mathrm{T}}(\gamma\tau+\lambda(\rho+\theta))+\pi_i(\gamma\tau+(\lambda+\mu)(\rho+\theta))}{2\alpha_i(\rho+\theta)},\quad i=1,2. \tag{30}$$

景区的最优低碳服务投入程度为

$$E_{\mathrm{S}}^{\mathrm{Y}^*}=\frac{\beta\varepsilon\pi_{\mathrm{S}}}{\alpha_{\mathrm{S}}(\rho+\eta)}+\frac{2\beta\tau\pi_{\mathrm{T}}\delta}{\alpha_{\mathrm{S}}(\rho+\eta)(\rho+\theta)}. \tag{31}$$

景区给予旅行社 i 的最优补贴比例为

$$\varphi_i^{\mathrm{Y}^*}=\frac{2\pi_{\mathrm{T}}(\gamma\tau+\lambda(\rho+\theta))-\pi_i(\gamma\tau+(\lambda+\mu)(\rho+\theta))}{2\pi_{\mathrm{T}}(\gamma\tau+\lambda(\rho+\theta))+\pi_i(\gamma\tau+(\lambda+\mu)(\rho+\theta))},\quad i=1,2. \tag{32}$$

景区的低碳消费效用水平的最优轨迹为

$$U^{\mathrm{Y}^*}=U_{\infty}^{\mathrm{Y}}+\left(U_0-U_{\infty}^{\mathrm{Y}}\right)\mathrm{e}^{-\eta t}, \tag{33}$$

其中 $U_{\infty}^{\mathrm{Y}}=\dfrac{\beta^2\varepsilon\pi_{\mathrm{S}}}{\alpha_{\mathrm{S}}\eta(\rho+\eta)}+\dfrac{2\beta^2\tau\pi_{\mathrm{T}}\delta}{\alpha_{\mathrm{S}}\eta(\rho+\eta)(\rho+\theta)}$.

旅行社 i 的服务商誉的最优轨迹为

$$G_i^{\mathrm{Y}^*}=G_{\infty}^{\mathrm{Y}}+\frac{\delta}{\theta-\eta}\left(U_0-U_{\infty}^{\mathrm{Y}}\right)\mathrm{e}^{-\eta t}+\left(G_{i0}-G_{\infty}^{\mathrm{Y}}-\frac{\delta}{\theta-\eta}\left(U_0-U_{\infty}^{\mathrm{Y}}\right)\right)\mathrm{e}^{-\theta t},\quad i=1,2, \tag{34}$$

其中 $G_{\infty}^{\mathrm{Y}}=\dfrac{\beta^2\varepsilon\pi_{\mathrm{S}}\delta}{\alpha_{\mathrm{S}}\eta\theta(\rho+\eta)}+\dfrac{2\beta^2\tau\pi_{\mathrm{T}}\delta^2}{\alpha_{\mathrm{S}}\eta\theta(\rho+\eta)(\rho+\theta)}+\dfrac{2\gamma\pi_{\mathrm{T}}(\gamma\tau+\lambda(\rho+\theta))+\gamma\pi_i(\gamma\tau+(\lambda+\mu)(\rho+\theta))}{2\alpha_i\theta(\rho+\theta)}$.

旅行社 i 的最优利润为

$$J_{\mathrm{T}i}^{\mathrm{Y}^*}(U,G_i)=\mathrm{e}^{-\rho t}\left(t_{1i}^{\mathrm{Y}^*}U+t_{2i}^{\mathrm{Y}^*}G_i+t_{3i}^{\mathrm{Y}^*}\right),\quad i=1,2, \tag{35}$$

其中 $t_{1i}^{\mathrm{Y}^*}=\dfrac{\delta\tau\pi_i}{(\rho+\eta)(\rho+\theta)}$, $t_{2i}^{\mathrm{Y}^*}=\dfrac{\tau\pi_i}{\rho+\theta}$, $t_{3i}^{\mathrm{Y}^*}=\dfrac{\pi_i D_i}{\rho}-\dfrac{\mu\pi_i P_{3-i}}{\rho}+\dfrac{\left((\lambda+\mu)\pi_i+\gamma V_{\mathrm{T}iG_i}^{\mathrm{Y}'}\right)P_i}{\rho}+\dfrac{\beta E_{\mathrm{S}}V_{\mathrm{T}iU}^{\mathrm{Y}}}{\rho}-$

$\dfrac{(1-\varphi_i)\,\alpha_i P_i^2}{2\rho}$.

景区的最优利润为

$$J_{\mathrm{S}}^{\mathrm{Y}^*}(U,G_i)=\mathrm{e}^{-\rho t}\left(s_1^{\mathrm{Y}^*}U+\sum_{i=1}^{2}s_{2i}^{\mathrm{Y}^*}G_i+s_3^{\mathrm{Y}^*}\right), \tag{36}$$

其中 $s_1^{\mathrm{Y}^*}=\dfrac{\varepsilon\pi_{\mathrm{S}}}{\rho+\eta}+\dfrac{2\tau\pi_{\mathrm{T}}\delta}{(\rho+\eta)(\rho+\theta)}, s_{2i}^{\mathrm{Y}^*}=\dfrac{\tau\pi_{\mathrm{T}}}{\rho+\theta}, s_3^{\mathrm{Y}^*}=\dfrac{1}{2\rho}\alpha_{\mathrm{S}}E_{\mathrm{S}}^2+\dfrac{\pi_{\mathrm{S}}D_0+\pi_{\mathrm{T}}(D_1+D_2)}{\rho}+\sum_{i=1}^{2}\left(\lambda\pi_{\mathrm{T}}+\gamma V_{\mathrm{S}G_i}^{\mathrm{Y}'}\right)\dfrac{P_i}{\rho}-\dfrac{1}{2\rho}\sum_{i=1}^{2}\varphi_i P_i^2$.

证明 采用逆向递推法求解. 根据式(28), 记 t 时刻旅行社 i 的最优利润值函数为

$$J_{\mathrm{T}i}^{\mathrm{Y}^*}(U,G_i)=\mathrm{e}^{-\rho t}V_{\mathrm{T}i}^{\mathrm{Y}}(U,G_i),\quad i=1,2. \tag{37}$$

$V_{\mathrm{T}i}^{\mathrm{Y}}(U,G_i)$对于任意 $U\geqslant 0$ 和 $G_i\geqslant 0$ 都满足 HJB 方程, 即

$$\rho V_{\mathrm{T}i}^{\mathrm{Y}}(U,G_i)=\operatorname*{Max}_{P_i}\left(\pi_i D_{\mathrm{T}i}-(1-\varphi_i)\,C_i(P_i)+V_{\mathrm{T}iU}^{\mathrm{Y}'}\dot{U}+V_{\mathrm{T}iG_i}^{\mathrm{Y}'}\dot{G}_i\right),\quad i=1,2. \tag{38}$$

对式(38)右边求关于 P_i 的偏导数, 并令其等于 0, 可得

$$P_i^{\mathrm{Y}}=\frac{(\lambda+\mu)\pi_i+\gamma V_{\mathrm{T}iG_i}^{\mathrm{Y}'}}{(1-\varphi_i)\,\alpha_i},\quad i=1,2. \tag{39}$$

根据式(29), 记 t 时刻景区的最优利润值函数为

$$J_{\mathrm{S}}^{\mathrm{Y}^*}(U,G_i)=\mathrm{e}^{-\rho t}V_{\mathrm{S}}^{\mathrm{Y}}(U,G_i), \tag{40}$$

其中 $V_{\mathrm{S}}^{\mathrm{Y}}(U,G_i)$对于任意 $U\geqslant 0$ 和 $G_i\geqslant 0$ 都满足 HJB 方程, 即

$$\rho V_{\mathrm{S}}^{\mathrm{Y}}(U,G_i)=\operatorname*{Max}_{E_{\mathrm{S}},\varphi_i}\left(\pi_{\mathrm{S}}D_{\mathrm{S}}+\pi_{\mathrm{T}}\sum_{i=1}^{2}D_{\mathrm{T}i}-C_{\mathrm{S}}(E_{\mathrm{S}})-\sum_{i=1}^{2}\varphi_i C_i(P_i)+V_{\mathrm{S}U}^{\mathrm{Y}}\dot{U}+\sum_{i=1}^{2}V_{\mathrm{S}G_i}^{\mathrm{Y}'}\dot{G}_i\right). \tag{41}$$

将 P_i^Y 代入式(41)中, 对式(41)右边分别求关于 E_{s} 和 φ_i 的偏导数, 并令其等于 0, 可得

$$E_{\mathrm{S}}^{\mathrm{Y}}=\beta V_{\mathrm{S}U}^{\mathrm{Y}'}/\alpha_{\mathrm{S}}, \tag{42}$$

$$\varphi_i^{\mathrm{Y}}=1-\frac{2(\lambda+\mu)\pi_i+2\gamma V_{\mathrm{T}iG_i}^{\mathrm{Y}'}}{2\pi_{\mathrm{T}}\lambda+2\gamma V_{\mathrm{S}G_i}^{\mathrm{Y}'}+(\lambda+\mu)\pi_i+\gamma V_{\mathrm{T}iG_i}^{\mathrm{Y}'}},\quad i=1,2. \tag{43}$$

将式(39)、式(42)和式(43)分别代入式(38)和式(41), 整理可得

$$\begin{aligned}\rho V_{\mathrm{T}i}^{\mathrm{Y}}(U,G_i)=&\left(\delta V_{\mathrm{T}iG_i}^{\mathrm{Y}'}-\eta V_{\mathrm{T}iU}^{\mathrm{Y}'}\right)U+\left(\tau\pi_i-\theta V_{\mathrm{T}iG_i}^{\mathrm{Y}'}\right)G_i+\pi_i D_i+\beta E_{\mathrm{S}}V_{\mathrm{T}iU}^{\mathrm{Y}'}+\\&\left((\lambda+\mu)\pi_i+\gamma V_{\mathrm{T}iG_i}^{\mathrm{Y}'}\right)P_i-\mu\pi_i P_{3-i}-(1-\varphi_i)\,\alpha_i P_i^2/2,\quad i=1,2,\end{aligned} \tag{44}$$

$$\begin{aligned}\rho V_{\mathrm{S}}^{\mathrm{Y}}(U,G_i)=&\left(\varepsilon\pi_{\mathrm{S}}-\eta V_{\mathrm{S}U}^{\mathrm{Y}'}+\sum_{i=1}^{2}\delta V_{\mathrm{S}G_i}^{\mathrm{Y}'}\right)U+\sum_{i=1}^{2}\left(\tau\pi_{\mathrm{T}}-\theta V_{\mathrm{S}G_i}^{\mathrm{Y}'}\right)G_i+\pi_{\mathrm{S}}D_0+\\&\frac{1}{2}\alpha_{\mathrm{S}}E_{\mathrm{S}}^2+\pi_{\mathrm{T}}(D_1+D_2)+\sum_{i=1}^{2}\left(\lambda\pi_{\mathrm{T}}+\gamma V_{\mathrm{S}G_i}^{\mathrm{Y}'}\right)P_i-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\varphi_i P_i^2.\end{aligned} \tag{45}$$

根据式(44)和式(45)的结构, 最优价值函数 $V_{\mathrm{T}i}^{\mathrm{Y}}(U,G_i)$和 $V_{\mathrm{S}}^{\mathrm{Y}}(U,G_i)$ 关于 U 和 G_i 的线性解析式分别为

$$V_{\mathrm{T}i}^{\mathrm{Y}}(U,G_i)=t_{1i}^{\mathrm{Y}}U+t_{2i}^{\mathrm{Y}}G_i+t_{3i}^{\mathrm{Y}},\quad i=1,2, \tag{46}$$

$$V_{\mathrm{S}}^{\mathrm{Y}}(U,G_i)=s_1^{\mathrm{Y}}U+\sum_{i=1}^{2}s_{2i}^{\mathrm{Y}}G_i+s_3^{\mathrm{Y}}, \tag{47}$$

其中 $t_{1i}^{\mathrm{Y}}=V_{\mathrm{T}iU}^{\mathrm{Y}\prime}, t_{2i}^{\mathrm{Y}}=V_{\mathrm{T}iG_i}^{\mathrm{Y}\prime}, t_{3i}^{\mathrm{Y}}, s_1^{\mathrm{Y}}=V_{\mathrm{S}U}^{\mathrm{Y}\prime}, s_{2i}^{\mathrm{Y}}=V_{\mathrm{S}G_i}^{\mathrm{Y}\prime}, s_3^{\mathrm{Y}}$ 均为未知常数.

将式(46)、式(47)及其对 U 和 G_i 的偏导代入式(44)、式(45), 可解得 $t_{1i}^{\mathrm{Y}^*}, t_{2i}^{\mathrm{Y}^*}, s_1^{\mathrm{Y}^*}, s_{2i}^{\mathrm{Y}^*}$. 将 $V_{\mathrm{T}iG_i}^{\mathrm{Y}\prime}, V_{\mathrm{S}U}^{\mathrm{Y}\prime}, V_{\mathrm{S}G_i}^{\mathrm{Y}\prime}$ 代入式(39)、式(42)和式(43), 可求得 $P_i^{\mathrm{Y}^*}, E_{\mathrm{S}}^{\mathrm{Y}^*}$ 和 $\varphi_i^{\mathrm{Y}^*}$.

根据式(30)～式(32), 可得 $t_{3i}^{\mathrm{Y}^*}, s_3^{\mathrm{Y}^*}$, 将式(30)、式(31)分别代入式(3)、式(4), 可得 U^{Y^*} 和 $G_i^{\mathrm{Y}^*}$.

把 $t_{1i}^{\mathrm{Y}^*}, t_{2i}^{\mathrm{Y}^*}, s_1^{\mathrm{Y}^*}, s_{2i}^{\mathrm{Y}^*}, t_{3i}^{\mathrm{Y}^*}, s_3^{\mathrm{Y}^*}$ 和式(33)、式(34)、式(46)和式(47)代入式(37)、式(40), 可求得 $J_{\mathrm{T}i}^{\mathrm{Y}^*}$ 和 $J_{\mathrm{S}}^{\mathrm{Y}^*}$.

证毕.

推论 1 无成本分担与有成本分担分散式决策下, 如果旅行社自身的服务商誉对需求的影响系数 τ, 景区的低碳消费效用水平对旅行社的服务商誉的影响系数 δ, 景区窗口销售门票获得的边际利润 π_{S} 或景区通过旅行社销售门票获得的边际利润 π_{T} 增大, 则景区的低碳服务投入程度 E_{S} 增大. 如果景区低碳服务投入的成本系数 α_{S}, 低碳消费效用水平的衰减系数 η 或旅行社服务商誉的衰减系数 θ 增大, 则景区的低碳服务投入程度 E_{S} 减小.

推论 2 无成本分担与有成本分担分散式决策下, 如果旅行社自身的服务商誉对需求的影响系数 τ, 旅行社之间的竞争程度 μ 或旅行社 i 获得的边际利润 π_i 增大, 则旅行社 i 的低碳宣传投入程度 P_i 增大. 如果旅行社 i 低碳宣传投入的成本系数 α_i 或旅行社服务商誉的衰减系数 θ 增大, 则旅行社 i 的低碳宣传投入程度 P_i 减小.

推论 3 成本分担分散式决策下, 当 $2\pi_{\mathrm{T}}(\lambda(\rho+\theta)+\gamma\tau)>\pi_i((\lambda+\mu)(\rho+\theta)+\gamma\tau)$时, 景区才会给予旅行社 i 低碳宣传补贴, 即保证 $\varphi_i>0, i=1,2$.

推论 4 $$\frac{\partial\varphi_i}{\partial\pi_{\mathrm{T}}}=\frac{4\pi_i((\lambda+\mu)(\rho+\theta)+\gamma\tau)(\lambda(\rho+\theta)+\gamma\tau)}{(2\pi_{\mathrm{T}}(\lambda(\rho+\theta)+\gamma\tau)+\pi_i((\lambda+\mu)(\rho+\theta)+\gamma\tau))^2}>0, \quad i=1,2.$$

推论 4 表明, 景区给予旅行社的低碳宣传补贴比例 φ_i 会随着边际利润 π_{T} 的增加而增加, 即景区通过旅行社销售门票所获得的边际利润 π_{T} 越高, 景区就越愿意为旅行社提供低碳宣传补贴.

推论 5 $$\frac{\partial\varphi_i}{\partial\mu}=\frac{-4\pi_i\pi_{\mathrm{T}}(\rho+\theta)(\lambda(\rho+\theta)+\gamma\tau)}{(2\pi_{\mathrm{T}}(\lambda(\rho+\theta)+\gamma\tau)+\pi_i((\lambda+\mu)(\rho+\theta)+\gamma\tau))^2}<0, \quad i=1,2.$$

推论 5 表明, 旅行社竞争越激烈, 景区给予旅行社 i 的低碳宣传补贴比例 φ_i 就越低. 由推论 2 可知, 旅行社之间的竞争越激烈, 旅行社 i 越会加大低碳宣传投入程度, 进而使旅行社的低碳宣传投入成本增加. 景区结合自身利润的考虑, 会降低给予的旅行社的低碳宣传补贴的比例.

2.5 集中式决策

假设景区和两个旅行社事先签订有约束力的合作协议, 以供应链整体利润最大化为目标确定最优策略(相关符号以上标 C 表示), 即

$$\underset{E_{\mathrm{S}},P_i}{\mathrm{Max}}\, J_{\mathrm{O}}^{\mathrm{C}}=\int_0^{\infty}\mathrm{e}^{-\rho t}\left(\pi_{\mathrm{S}}D_{\mathrm{S}}+(\pi_{\mathrm{T}}+\pi_i)\sum_{i=1}^{2}D_{\mathrm{T}i}-\sum_{i=1}^{2}C_i\left(P_i\right)-C_{\mathrm{S}}\left(E_{\mathrm{S}}\right)\right)\mathrm{d}t. \tag{48}$$

定理 3 集中式决策下, 旅行社 i 的最优低碳宣传投入程度为

$$P_i^{\mathrm{C}^*}=\left(\pi_{\mathrm{T}}+\pi_i\right)\left(\gamma\tau+(\lambda+\mu)(\rho+\theta)\right)\left[\alpha_i(\rho+\theta)\right], \quad i=1,2. \tag{49}$$

景区的最优低碳服务投入程度为

$$E_{\mathrm{S}}^{\mathrm{C}^*}=\frac{\beta\varepsilon\pi_{\mathrm{S}}}{\alpha_{\mathrm{S}}(\rho+\eta)}+\frac{\beta\tau\delta}{\alpha_{\mathrm{S}}(\rho+\eta)(\rho+\theta)}\left(2\pi_{\mathrm{T}}+\sum_{i=1}^{2}\pi_i\right). \tag{50}$$

景区的低碳消费效用水平的最优轨迹为

$$U^{\mathrm{C}^*}=U_{\infty}^{\mathrm{C}}+\left(U_0-U_{\infty}^{\mathrm{C}}\right)\mathrm{e}^{-\eta t}, \tag{51}$$

其中 $U_\infty^{\mathrm{C}}=\dfrac{\beta^2\varepsilon\pi_{\mathrm{S}}}{\alpha_{\mathrm{S}}\eta(\rho+\eta)}+\dfrac{\beta^2\delta\tau}{\alpha_{\mathrm{S}}\eta(\rho+\eta)(\rho+\theta)}\left(2\pi_{\mathrm{T}}+\sum\limits_{i=1}^{2}\pi_i\right)$.

旅行社 i 的服务商誉的最优轨迹为

$$G_i^{\mathrm{C}^*}=G_\infty^{\mathrm{C}}+\frac{\delta}{\theta-\eta}\left(U_0-U_\infty^{\mathrm{C}}\right)\mathrm{e}^{-\eta t}+\left(G_{i0}-G_\infty^{\mathrm{C}}-\frac{\delta}{\theta-\eta}\left(U_0-U_\infty^{\mathrm{C}}\right)\right)\mathrm{e}^{-\theta t},\quad i=1,2,\tag{52}$$

其中

$$G_\infty^{\mathrm{C}}=\frac{\beta^2\delta^2\tau}{\alpha_{\mathrm{S}}\eta\theta(\rho+\eta)(\rho+\theta)}\left(2\pi_{\mathrm{T}}+\sum_{i=1}^{2}\pi_i\right)+\frac{\gamma(\lambda+\mu)\left(\pi_{\mathrm{T}}+\pi_i\right)(\rho+\theta)+\gamma^2\tau\left(\pi_{\mathrm{T}}+\pi_i\right)}{\alpha_i\theta(\rho+\theta)}+\frac{\beta^2\varepsilon\pi_{\mathrm{S}}\delta}{\alpha_{\mathrm{S}}\eta\theta(\rho+\eta)}.$$

供应链系统的最优利润为

$$J_{\mathrm{O}}^{\mathrm{C}^*}\left(U,G_i\right)=\mathrm{e}^{-\rho t}\left(a_1^{\mathrm{C}^*}U+\sum_{i=1}^{2}a_{2i}^{\mathrm{C}^*}G_i+a_3^{\mathrm{C}^*}\right),\tag{53}$$

其中

$$a_1^{\mathrm{C}^*}=\frac{\beta^2\varepsilon\pi_{\mathrm{S}}\delta}{\alpha_{\mathrm{S}}\eta\theta(\rho+\eta)}+\frac{\beta^2\varepsilon\pi_{\mathrm{S}}\delta}{\alpha_{\mathrm{S}}\eta\theta(\rho+\eta)}+\frac{\beta^2\varepsilon\pi_{\mathrm{S}}\delta}{\alpha_{\mathrm{S}}\eta\theta(\rho+\eta)}+\frac{\varepsilon\pi_{\mathrm{S}}}{\rho+\eta}+\frac{\beta^2\varepsilon\pi_{\mathrm{S}}\delta}{\alpha_{\mathrm{S}}\eta\theta(\rho+\eta)}+\frac{\delta\tau\left(2\pi_{\mathrm{T}}+\sum\limits_{i=1}^{2}\pi_i\right)}{(\rho+\eta)(\rho+\theta)},$$

$$a_{2i}^{\mathrm{C}^*}=\frac{\tau\left(\pi_{\mathrm{T}}+\pi_i\right)}{\rho+\theta},$$

$$\begin{aligned}a_3^{\mathrm{C}^*}=&\frac{\left(\varepsilon\pi_{\mathrm{S}}(\rho+\theta)+\delta\tau\left(2\pi_{\mathrm{T}}+\sum\limits_{i=1}^{2}\pi_i\right)\right)^2}{2\rho\alpha_{\mathrm{S}}(\rho+\theta)^2(\rho+\eta)^2}-\sum_{i=1}^{2}\frac{\left(\left(\lambda+\mu\right)\left(\pi_{\mathrm{T}}+\pi_i\right)(\rho+\theta)+\gamma\tau\left(\pi_{\mathrm{T}}+\pi_i\right)\right)^2}{2\rho\alpha_i(\rho+\theta)^2}+\\&\sum_{i=1}^{2}\Big[\left(\left(\lambda\pi_{\mathrm{T}}+(\lambda+\mu)\pi_i-\mu\pi_{3-i}\right)(\rho+\theta)+\gamma\tau\left(\pi_{\mathrm{T}}+\pi_i\right)\right)\left(\left(\lambda+\mu\right)\left(\pi_{\mathrm{T}}+\pi_i\right)(\rho+\theta)+\right.\\&\left.\gamma\tau\left(\pi_{\mathrm{T}}+\pi_i\right)\right)\Big]\Big/\Big[\rho\alpha_i(\rho+\theta)^2\Big]+\frac{1}{\rho}\left(\pi_{\mathrm{S}}D_0+\sum_{i=1}^{2}\left(\pi_{\mathrm{T}}+\pi_i\right)D_i\right).\end{aligned}$$

证明 采用逆向递推法求解. 根据式(48), 记 t 时刻供应链的最优利润函数为

$$J_{\mathrm{O}}^{\mathrm{C}^*}\left(U,G_i\right)=\mathrm{e}^{-\rho t}V_{\mathrm{O}}^{\mathrm{C}}\left(U,G_i\right).\tag{54}$$

$V_{\mathrm{O}}^{\mathrm{C}}\left(U,G_i\right)$ 对于任意 $U\geqslant0$ 和 $G_i\geqslant0$ 都满足 HJB 方程, 即

$$\begin{aligned}\rho V_{\mathrm{O}}^{\mathrm{C}}\left(U,G_i\right)=\mathop{\mathrm{Max}}_{E_{\mathrm{S}},P_i}\Bigg(&\pi_{\mathrm{S}}D_{\mathrm{S}}+\pi_{\mathrm{T}}\sum_{i=1}^{2}D_{\mathrm{T}i}+\sum_{i=1}^{2}\pi_iD_{\mathrm{T}i}-C_{\mathrm{S}}\left(E_{\mathrm{S}}\right)-\\&\sum_{i=1}^{2}C_i\left(P_i\right)+V_{OU}^{c}\dot{U}+\sum_{i=1}^{2}V_{OG_i}^{\mathrm{C}}\dot{G}_i\Bigg).\end{aligned}\tag{55}$$

对式(55)右边分别求关于 P_i,E_{S} 的偏导数, 并令其等于 0, 可得

$$P_i^{\mathrm{C}}=\left[\left(\lambda+\mu\right)\left(\pi_i+\pi_{\mathrm{T}}\right)+\gamma V_{OG_i}^{\mathrm{C}'}\right]/\alpha_i,\quad i=1,2,\tag{56}$$

$$E_{\mathrm{S}}^{\mathrm{C}}=\beta V_{OU}^{\mathrm{C}'}/\alpha_{\mathrm{S}}.\tag{57}$$

将式(56)和式(57)代入式(55), 整理可得

$$\begin{aligned}\rho V_{\mathrm{O}}^{\mathrm{C}}\left(U,G_i\right)=&\left(\varepsilon\pi_{\mathrm{S}}-\eta V_{OU}^{\mathrm{C}'}+\sum_{i=1}^{2}\delta V_{OG_i}^{\mathrm{C}'}\right)U+\sum_{i=1}^{2}\left(\tau\pi_{\mathrm{T}}+\tau\pi_i-\theta V_{OG_i}^{\mathrm{C}'}\right)G_i+\pi_{\mathrm{S}}D_0+\frac{\alpha_{\mathrm{S}}E_{\mathrm{S}}^2}{2}+\\&\sum_{i=1}^{2}\left(\pi_{\mathrm{T}}+\pi_i\right)D_i+\sum_{i=1}^{2}\left(\lambda\pi_{\mathrm{T}}+(\lambda+\mu)\pi_i-\mu\pi_{3-i}+\gamma V_{OG_i}^{\mathrm{C}'}\right)P_i-\sum_{i=1}^{2}\frac{\alpha_iP_i^2}{2}.\end{aligned}\tag{58}$$

根据式(58)的结构, 最优价值函数 $V_{\mathrm{O}}^{\mathrm{C}}(U,G_i)$关于 U 和 G_i 的线性解析式为

$$V_{\mathrm{O}}^{\mathrm{C}}(U,G_i)=a_1^{\mathrm{C}}U+\sum_{i=1}^{2}a_{2i}^{\mathrm{C}}G_i+a_3^{\mathrm{C}}, \tag{59}$$

其中 $a_1^{\mathrm{C}}=V_{OU}^{\mathrm{C}'}, a_{2i}^{\mathrm{C}}=V_{OG_i}^{\mathrm{C}'}, a_3^{\mathrm{C}}$ 均为未知常数. 将式(59) 及其对 U 和 G_i 的偏导数代入式(63), 可解得 $a_1^{\mathrm{C}^*}$, $a_{2i}^{\mathrm{C}^*}, a_3^{\mathrm{C}^*}$.

将 $V_{OG_i}^{\mathrm{C}'}, V_{OU}^{\mathrm{C}'}$ 代入式(56)、式(57), 可求得 $P_i^{\mathrm{C}^*}$ 和 $E_{\mathrm{S}}^{\mathrm{C}^*}$; 把式(49)、式(50)分别代入式(3)、式(4), 可得 U^{C^*} 和 $G_i^{\mathrm{C}^*}$; 将 $a_1^{\mathrm{C}^*}, a_{2i}^{\mathrm{C}^*}, a_3^{\mathrm{C}^*}$ 和式(51)、式(52)、式(59) 代入式(54), 可得 $J_{\mathrm{O}}^{\mathrm{C}^*}$. 证毕.

2.6 比较与分析

对无成本分担的分散式决策、有成本分担契约下的分散式决策和集中式决策进行对比分析, 可以得出以下结论:

推论 6 对比三种不同决策, 景区的低碳消费效用水平大小关系为 $U_{\mathrm{S}}^{\mathrm{N}^*}=U_{\mathrm{S}}^{\mathrm{Y}^*}<U_{\mathrm{S}}^{\mathrm{C}^*}$, 旅行社 i 服务商誉大小关系为 $G_i^{\mathrm{N}^*}<G_i^{\mathrm{Y}^*}<G_i^{\mathrm{C}^*}, i=1,2$.

推论 6 的证明见附录, 下同.

由推论 6 可得, 与无成本分担和成本分担契约下的分散式决策相比, 集中式决策下景区的低碳消费效用水平和旅行社 i 服务商誉均最高; 成本分担契约下的分散式决策相对于无成本分担的分散式决策来说, 虽然景区的低碳消费效用水平没有提升, 但是旅行社 i 的服务商誉有所提高.

推论 7 对比三种不同决策, 景区的低碳服务投入程度大小关系为 $E_{\mathrm{S}}^{\mathrm{N}^*}=E_{\mathrm{S}}^{\mathrm{Y}^*}<E_{\mathrm{S}}^{\mathrm{C}^*}$, 旅行社 i 低碳宣传投入程度大小关系为 $P_i^{\mathrm{N}^*}<P_i^{\mathrm{Y}^*}<P_i^{\mathrm{C}^*}, i=1,2$.

由推论 7 可得, 集中式决策下, 景区和旅行社 i 均会尽最大的努力程度来提高人们的低碳意识; 相比于无成本分担的分散式决策, 成本分担契约下的决策中景区并没有提高低碳服务投入程度, 但旅行社 i 的低碳宣传投入程度却增加了. 因此, 景区为旅行社提供低碳宣传补贴会促使旅行社 i 提高自己的低碳宣传投入的程度.

推论 8 对比两种分散式决策, 低碳景区的利润大小关系为 $J_{\mathrm{S}}^{\mathrm{Y}^*}>J_{\mathrm{S}}^{\mathrm{N}^*}$, 而对于旅行社 i 来说, 当 $\frac{\tau\rho\alpha_{3-i}\left(1-\mathrm{e}^{-\rho t}\right)(2\pi_{\mathrm{T}}(\lambda(\rho+\theta)+\gamma\tau)-\pi_i((\lambda+\mu)(\rho+\theta)+\gamma\tau))}{2\mu\theta\alpha_i(\rho+\theta)(2\pi_{\mathrm{T}}(\lambda(\rho+\theta)+\gamma\tau)-\pi_{3-i}((\lambda+\mu)(\rho+\theta)+\gamma\tau))}>1$ 时, $J_{\mathrm{T}i}^{\mathrm{Y}^*}>J_{\mathrm{T}i}^{\mathrm{N}^*}, i=1,2$.

由推论 8 可得, 成本分担契约分散式决策下, 景区可以实现利润的 Pareto 改善, 而对于旅行社 i 来说, 当 $\frac{\tau\rho\alpha_{3-i}\left(1-\mathrm{e}^{-\rho t}\right)(2\pi_{\mathrm{T}}(\lambda(\rho+\theta)+\gamma\tau)-\pi_i((\lambda+\mu)(\rho+\theta)+\gamma\tau))}{2\mu\theta\alpha_i(\rho+\theta)(2\pi_{\mathrm{T}}(\lambda(\rho+\theta)+\gamma\tau)-\pi_{3-i}((\lambda+\mu)(\rho+\theta)+\gamma\tau))}>1$ 时, 可以实现利润的 Pareto 改善.

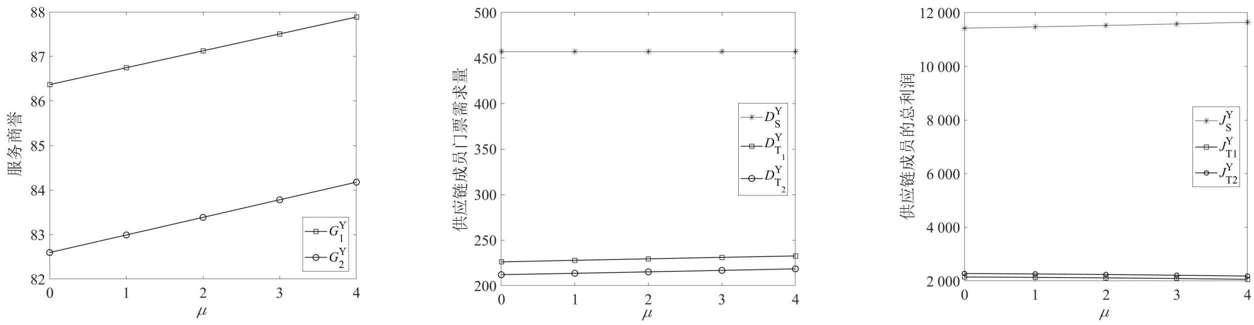
3 算例分析

针对上述模型, 本节采用 MATLAB 软件进行算例分析, 设置基准参数为 $\alpha_s=20, \alpha_1=15, \alpha_2=16$, $\beta=3, \eta=0.5, \gamma=1, \delta=2, \theta=1, \varepsilon=4, \lambda=2, \mu=1.5, \tau=1, \pi_{\mathrm{S}}=35, \pi_1=18, \pi_2=20, \pi_3=20$, $\rho=0.9, U_0=30, G_{10}=50, G_{20}=40, D_0=200, D_1=130, D_2=120, t=1$.

由图 2 可以看出, 随着两个旅行社之间的竞争日益激烈, 旅行社会加大低碳宣传投入程度, 进而旅行社自身投入的成本增加. 旅行社加大低碳宣传投入程度会提高旅行社自身的服务商誉, 同样可以增加代理销售的景区门票量, 但由于旅行社门票销量增加引起的利润增量小于自身成本的额外支出, 旅行社自身获得利润减少, 这与图中的变化趋势相一致.

对于景区来说, 旅行社之间竞争越激烈, 旅行社代理销售的景区门票量增加, 由于景区窗口销售的门票只受景区的低碳消费效用水平的影响, 并不会增加景区窗口销售的门票量. 综上, 景区销售的总门票量增加,

但景区投入的成本并没有增加, 所以景区获得的利润增加.



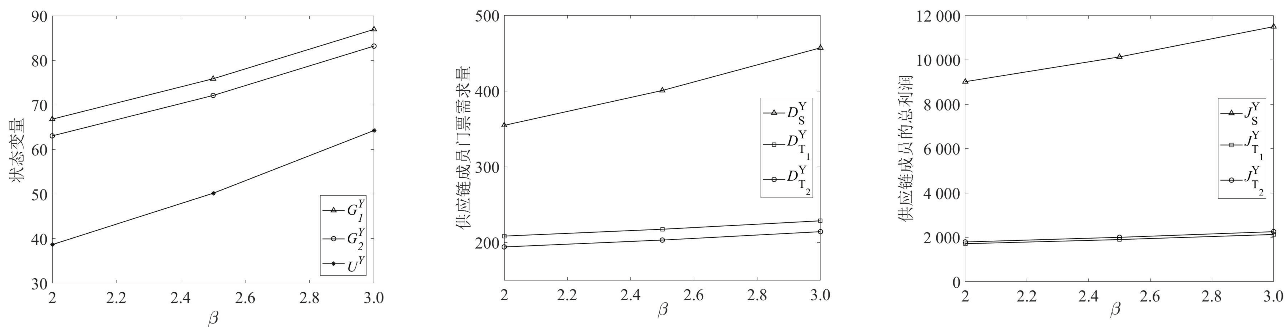
(a) μ 对服务商誉的影响　(b) μ 对门票需求量的影响　(c) μ 对利润的影响

(a) The effect of μ on service goodwill　(b) The effect of μ on ticket demand　(c) The effect of μ on profit

图 2　竞争程度 μ 对服务商誉、供应链上各成员的产品需求量和利润的影响

Fig. 2　Influences of μ on the reputation of services, products demand and profits of members in the supply chain

图 3 和图 4 分别描绘了 β 和 γ 对状态变量、供应链上各成员的产品需求量和利润的影响.

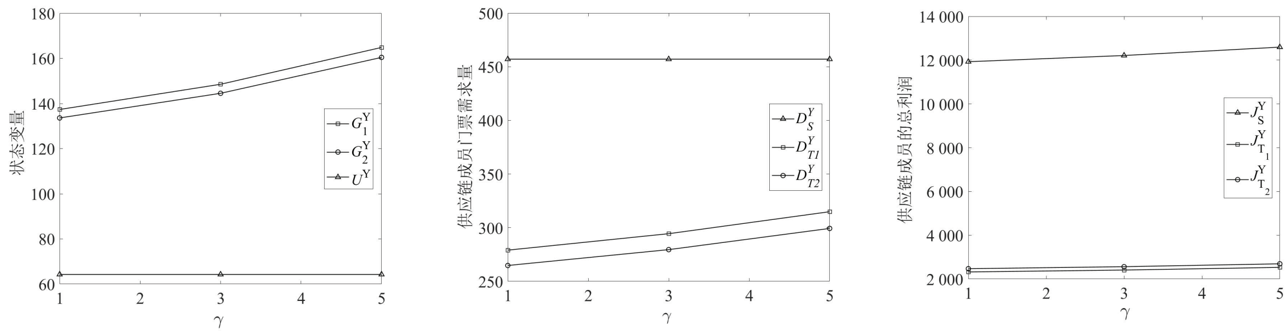


(a) β 对状态变量的影响　(b) β 对门票需求量的影响　(c) β 对利润的影响

(a) The effect of β on the state variable　(b) The effect of β on ticket demand　(c) The effect of β on profit

图 3　β 对状态变量、供应链上各成员的产品需求量和利润的影响

Fig. 3　Influences of β on the state variables, products demand and profits of members in the supply chain



(a) γ 对状态变量的影响　(b) γ 对门票需求量的影响　(c) γ 对利润的影响

(a) The effect of γ on the state variable　(b) The effect of γ on ticket demand　(c) The effect of γ on profit

图 4　γ 对状态变量、供应链上各成员的产品需求量和利润的影响

Fig. 4　Influences of γ on the state variables, products demand and profits of members in the supply chain

由图 3 和图 4 可以看出, 景区低碳服务投入程度对低碳消费效用水平的影响程度 β 增大可以提高景区的低碳消费效用水平, 又因为游客都最终进入景区进行参观游览, 所以景区的低碳消费效用水平的提升会影响每一位游客, 最终景区的销售门票总量、旅行社和景区的利润均增加; 旅行社低碳宣传投入程度对旅行社的低碳服务商誉的影响程度 γ 增大可以提升旅行社的服务商誉, 但是旅行社服务商誉的提升只会增加团体游客的数量, 而对于自助游客无影响, 因此景区窗口销售门票量并没有变化, 但是旅行社代理销售的门票增加也会提高景区的利润.

最后研究低碳景区和旅行社边际利润对状态变量、供应链上各成员的产品需求量和利润的影响, 具体结果见表 1.

1) 随着景区窗口销售门票所获得的边际利润 π_{S} 的增加, 景区会加大低碳服务投入程度, 进而提升景区的低碳消费效用水平和旅行社的服务商誉, 从而带动景区门票销量的增加, 各成员的利润也随之增加. 景区通过旅行社销售门票获得的边际利润 π_{T} 对相关变量的影响与 π_{S} 完全相同, 不再赘述.

2) 如果旅行社1的服务商誉、门票需求量、利润以及景区的利润增加, 或旅行社 2 的门票需求量、利润减少, 那么旅行社1边际利润 π_1 增加. 这是因为边际利润 π_1 增加, 旅行社1的低碳宣传成本和门票需求量均增加, 而景区会提高给予旅行社 1 的低碳宣传投入成本的补贴比例. 因为旅行社 1 利润增量大于自身成本的额外支出, 所以旅行社自身获得利润增加, 这与表 1 中的变化趋势一致, 旅行社 2 的情形与旅行社 1 相同.

表 1 边际利润对状态变量、供应链上各成员的产品需求量和利润的影响

Table 1 Influences of marginal profit on state variables, products demand and profits of members in the supply chain

参数	U^Y	G_1^Y	G_2^Y	D_S^Y	D_{T1}^Y	D_{T2}^Y	J_S^Y	J_{T1}^Y	J_{T2}^Y
基准值	64.3	86.9	83.2	457.0	228.7	214.4	11496.8	2128.9	2255.5
$\pi_S(31\sim39)$	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
$\pi_1(14\sim22)$	—	↑	—	—	↑	↓	↑	↑	↓
$\pi_2(14\sim22)$	—	—	↑	—	↓	↓	↑	↓	↓
$\pi_T(14\sim22)$	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑

注: ↑代表增加, ↓代表减少, —代表不变

根据图 3、图 4 和表 1 得到的结论, 景区可以适当提高低碳服务投入程度对低碳消费效用水平的影响程度 β、景区窗口销售门票获得的边际利润 π_{S} 和景区通过旅行社销售门票获得的边际利润 π_{T} 的值, 进而提高旅游供应链上各成员的利润. 某旅行社适当提高自身的边际利润会带动自身利润的增加, 但另一旅行社的利润会减少.

4 结束语

本文研究了由一个景区和两个互相竞争的旅行社组成的多渠道低碳旅游供应链系统. 综合考虑多种因素对市场需求的影响, 将景区的低碳消费效用水平和旅行社的服务商誉作为状态变量分析了无成本分担的分散式决策、有成本分担的分散式决策和集中式决策下各方的最优策略.

未来可以在多个方面对本研究进行跟进与扩展. 例如, 可以引入产品定价因素对门票销售量的影响, 进而对供应链的博弈进行研究; 可以考虑景区或旅行社可能存在的夸大宣传对供应链协调的影响, 以及夸大宣传的避免策略. 此外, 尽管 Agndal 等[21]的研究指出开簿会计核算方法能够通过构建统一的会计信息系统共享企业之间的成本数据, Schulze 等[22]的研究指出作业成本法能够给供应链上不同的节点企业提供成本信息的交换和比较, 但是供应链上企业之间的成本监控一直备受挑战, 这也是今后的主要研究方向.

参考文献:

[1] Kaur A, Kanda A, Deshmukh S G. Supply chain coordination: Perspectives, empirical studies and research directions. International Journal of Production Economics, 2008, 115 (2) : 316–335.

[2] 赵道致, 徐春秋, 王芹鹏. 考虑零售商竞争的联合减排与低碳宣传微分对策. 控制与决策, 2014, 29(10): 1809–1815.
Zhao D Z, Xu C Q, Wang Q P. Differential strategies of joint emission reductions and low-carbon promotion considering competing retailers. Control and Decision, 2014, 29(10): 1809–1815. (in Chinese)

[3] 王道平, 李小燕. 零售商竞争下考虑产品商誉的纵向联合促销微分博弈. 控制与决策, 2017, 32(12): 2210–2218.
Wang D P, Li X Y. Differential game on vertical joint promotion considering goodwill and retailers' competition. Control and Decision, 2017, 32(12): 2210–2218. (in Chinese)

[4] 周艳菊, 叶　欣, 詹结祥, 等. 制造商竞争与合作下双渠道供应链联合减排的微分博弈分析. 控制与决策, 2018, 33(11): 2021–2028.
Zhou Y J, Ye X, Zhan J X, et al. Differential game model of joint emission reduction strategies in a dual-channel supply chain considering manufacturers' competition and cooperation. Control and Decision, 2018, 33(11): 2021–2028. (in Chinese)

[5] 姚锋敏, 滕春贤. 零售商主导第三方回收竞争闭环供应链的决策及协调. 系统工程学报, 2019, 34(1): 91–101.
Yao F M, Teng C X. Decision and coordination for competitive closed-loop supply chains with third-party collector dominated by a retailer. Journal of Systems Engineering, 2019, 34(1): 91–101. (in Chinese)

[6] 许格妮, 陈惠汝, 武晓莉, 等. 竞争供应链中绿色成本分担博弈分析. 系统工程学报, 2020, 35(2): 244–256.
Xu G N, Chen H R, Wu X L, et al. Game analysis on green cost-sharing between competing supply chains. Journal of Systems Engineering, 2020, 35(2): 244–256. (in Chinese)

[7] Zhang X, Song H, Huang G. Tourism supply chain management: A new research agenda. Tourism Management, 2009, 30(3): 345–358.

[8] Font X, Tapper R, Schwartz K, et al. Sustainable supply chain management in tourism. Business Strategy & the Environment, 2010, 17(4): 260–271.

[9] Sigala M. A supply chain management approach for investigating the role of tour operators on sustainable tourism: The case of TUI. Journal of Cleaner Production, 2008, 16(15): 1589–1599.

[10] 杨　树, 杜少甫, 梁　樑, 等. 旅游供应链最优服务质量决策. 管理科学学报, 2009, 12(3): 37–43.
Yang S, Du S F, Liang L, et al. Optimal quality decision in tourism supply chain for package holidays. Journal of Management Sciences in China, 2009, 12(3): 37–43. (in Chinese)

[11] Liu Y, Xiao T, Fan Z, et al. Pricing, environmental governance efficiency, and channel coordination in a socially responsible tourism supply chain. International Transactions in Operational Research, 2019, 26(3): 1025–1051.

[12] Guo X, Ling L, Dong Y, et al. Cooperation contract in tourism supply chains: The optimal pricing strategy of hotels for cooperative third party strategic websites. Annals of Tourism Research, 2013, 41(1): 20–41.

[13] Yang S, Huang G Q, Song H, et al. Game-theoretic approach to competition dynamics in tourism supply chains. Journal of Travel Research, 2008, 47(4): 425–439.

[14] 王晶晶, 郭　强. 景区与旅行社的合作广告协调契约研究. 管理学报, 2013, 10(2): 260–265.
Wang J J, Guo Q. Cooperative advertising coordination contracts between scenic points and travel agencies. Chinese Journal of Management, 2013, 10(2): 260–265. (in Chinese)

[15] 赵黎明, 陈喆芝. 考虑消费偏好的旅游供应链纵向合作广告. 系统管理学报, 2018, 27(4): 753–760,768.
Zhao L M, Chen Z Z. Vertical cooperative advertising in a tourism supply chain considering consuming preference. Journal of Systems & Management, 2018, 27(4): 753–760,768. (in Chinese)

[16] 高　尚, 滕春贤, 孙嘉轶. 不同主导力量下基于捆绑销售的旅游供应链决策分析. 中国软科学, 2016, 31(7): 155–161.
Gao S, Teng C X, Sun J Y. Decision analysis of tourism supply chain based on bundling sales with different dominant power. China Soft Science, 2016, 31(7): 155–161.

[17] 张廷龙, 房进军. 收益共享契约下旅游供应链竞争与协调. 系统工程, 2017, 35(1): 124–129.
Zhang T L, Fang J J. Competing and coordination strategies for tourism supply chain under revenue sharing contract. Systems Engineering, 2017, 35(1): 124–129. (in Chinese)

[18] 赵黎明, 陈喆芝, 刘嘉玥. 低碳经济下地方政府和旅游企业的演化博弈. 旅游学刊, 2015, 30(1): 72–82.
Zhao L M, Chen Z Z, Liu J Y. Evolutionary game theory between local government and tourism enterprises in the context of a low-carbon economy. Tourism Tribune, 2015, 30(1): 72–82. (in Chinese)

[19] 陈喆芝, 赵黎明, 许　静. 基于微分博弈的旅游供应链低碳合作研究. 旅游学刊, 2016, 31(6): 38–49.
Chen Z Z, Zhao L M, Xu J. Cooperative strategies of low-carbon differential game in tourism supply chain. Tourism Tribune, 2016, 31(6): 38–49. (in Chinese)

[20] 游达明, 朱桂菊. 低碳供应链生态研发、合作促销与定价的微分博弈分析. 控制与决策, 2016, 31(6): 1047–1056.
You D M, Zhu G J. Differential game analysis of ecological research and development, cooperative promotion and pricing in the low-carbon supply chain. Control and Decision, 2016, 31(6): 1047–1056. (in Chinese)

[21] Agndal H, Nilsson U. Different open book accounting practices for different purchasing strategies. Management Accounting Research, 2010, 21(3): 147–166.

[22] Schulze M, Seuring S, Ewering C. Applying activity-based costing in a supply chain environment. International Journal of Production Economics, 2012, 135(2): 716–725.

作者简介:

张瑞友(1979—), 男, 辽宁朝阳人, 教授, 博士生导师, 研究方向: 服务科学与工程, 建模与优化, 智能制造, 物流系统等, Email: zhangruiyou@ise.neu.edu.cn;

赵尉盟(1995—), 男, 河北廊坊人, 硕士生, 研究方向: 低碳供应链管理, Email: zhaoyumeng_stdu@163.com.

附录　推论证明

推论 6 证明

由定理 1、定理 2 和定理 3 可知, 对于景区, 有 $U_{\mathrm{S}}^{\mathrm{N}^*}=U_{\mathrm{S}}^{\mathrm{Y}^*}$, $U_{\mathrm{S}}^{\mathrm{C}^*}-U_{\mathrm{S}}^{\mathrm{Y}^*}=\frac{(1-\mathrm{e}^{-\eta t})\beta^2\tau\delta(\pi_1+\pi_2)}{\alpha_{\mathrm{S}}\eta(\rho+\eta)(\rho+\theta)}$, 因为 $\eta>0$, 所以$\left(1-\mathrm{e}^{-\eta t}\right)>0$, 进而 $U_{\mathrm{S}}^{\mathrm{C}^*}-U_{\mathrm{S}}^{\mathrm{Y}^*}>0$.

对于旅行社 i, 有

$$G_i^{\mathrm{Y}^*}-G_i^{\mathrm{N}^*}=\frac{\gamma\left(1-\mathrm{e}^{-\eta t}\right)\left(2\pi_{\mathrm{T}}(\gamma\tau+\lambda(\rho+\theta))-\pi_i(\gamma\tau+(\lambda+\mu)(\rho+\theta))\right)}{2\alpha_i(\rho+\theta)},$$

因为$\left(1-\mathrm{e}^{-\eta t}\right)>0$, $\varphi_i(t)>0$, 所以 $2\pi_{\mathrm{T}}[\lambda(\rho+\theta)+\gamma\tau]>\pi_i[(\lambda+\mu)(\rho+\theta)+\gamma\tau]$, 进而 $G_i^{\mathrm{Y}^*}>G_i^{\mathrm{N}^*}$, $i=1,2$.

令 $\Delta P=P_i^{\mathrm{C}^*}-P_i^{\mathrm{Y}^*}$, 有 $\Delta G_\infty=\frac{\delta}{\theta}\Delta U_\infty+\frac{\gamma}{\theta}\Delta P$, 进而 $\Delta G_i=\left(1-\mathrm{e}^{-\eta t}\right)\Delta G_\infty+\frac{\delta}{\theta-\eta}\Delta U_\infty\left(\mathrm{e}^{-\theta t}-\mathrm{e}^{-\eta t}\right)$.

对 ΔG_i 求导数, 有 $\Delta G_i'=\gamma\mathrm{e}^{-\theta t}\Delta P+\frac{\delta\eta}{\theta-\eta}\Delta U_\infty\left(\mathrm{e}^{-\eta t}-\mathrm{e}^{-\theta t}\right)>0$. 又因为 $\Delta G_i(0)=0$, 所以 $\Delta G_i>0$, 最终有$G_i^{\mathrm{C}^*}>G_i^{\mathrm{Y}^*}$. 证毕.

推论 7 证明

由定理 1、定理 2 和定理 3可知, 对于景区, 有

$$E_{\mathrm{S}}^{\mathrm{N}^*}=E_{\mathrm{S}}^{\mathrm{Y}^*}=\frac{\beta\varepsilon\pi_{\mathrm{S}}}{\alpha_{\mathrm{S}}(\rho+\eta)}+\frac{2\beta\tau\pi_{\mathrm{T}}\delta}{\alpha_{\mathrm{S}}(\rho+\eta)(\rho+\theta)},\quad E_{\mathrm{S}}^{\mathrm{C}^*}-E_{\mathrm{S}}^{\mathrm{Y}^*}=\frac{\beta\tau\delta\left(\pi_1+\pi_2\right)}{\alpha_{\mathrm{S}}(\rho+\eta)(\rho+\theta)}>0.$$

对于旅行社 i, 有

$$P_i^{\mathrm{Y}^*}-P_i^{\mathrm{N}^*}=\frac{2\pi_{\mathrm{T}}(\gamma\tau+\lambda(\rho+\theta))-\pi_i(\gamma\tau+(\lambda+\mu)(\rho+\theta))}{2\alpha_i(\rho+\theta)},\quad i=1,2.$$

因为 $\varphi_i(t)>0$, 所以 $2\pi_{\mathrm{T}}(\lambda(\rho+\theta)+\gamma\tau)>\pi_i((\lambda+\mu)(\rho+\theta)+\gamma\tau)$, 进而 $P_i^{\mathrm{Y}^*}>P_i^{\mathrm{N}^*}$.
同理, 有 $P_i^{\mathrm{C}^*}-P_i^{\mathrm{Y}^*}>0$. 证毕.

推论 8 证明

对于景区, 有

$$J_{\mathrm{S}}^{\mathrm{Y}^*}-J_{\mathrm{S}}^{\mathrm{N}^*}=\mathrm{e}^{-\rho t}\frac{(2\pi_{\mathrm{T}}(\gamma\tau+(\rho+\theta)(\lambda-\mu))-\pi_i(\lambda(\rho+\theta)+\gamma\tau))\left(8\gamma\tau\rho\pi_{\mathrm{T}}\left(1-\mathrm{e}^{-\theta t}\right)+\theta\right)}{8\alpha_i\rho\theta(\rho+\theta)^2}>0.$$

对于旅行社 i, 有

$$J_{\mathrm{T}i}^{\mathrm{Y}^*}-J_{\mathrm{T}i}^{\mathrm{N}^*}=\mathrm{e}^{-\rho t}\left(\frac{\tau\pi_i\left(1-\mathrm{e}^{-\rho t}\right)\left(2\pi_{\mathrm{T}}(\lambda(\rho+\theta)+\gamma\tau)-\pi_i((\lambda+\mu)(\rho+\theta)+\gamma\tau)\right)}{4\theta\alpha_i(\rho+\theta)^2}-\frac{\mu\pi_i(2\pi_{\mathrm{T}}(\lambda(\rho+\theta)+\gamma\tau)-\pi_{3-i}((\lambda+\mu)(\rho+\theta)+\gamma\tau))}{2\rho\alpha_{3-i}(\rho+\theta)}\right),\quad i=1,2.$$

因此, 当 $\frac{\tau\rho\alpha_{3-i}\left(1-\mathrm{e}^{-\rho t}\right)(2\pi_{\mathrm{T}}(\lambda(\rho+\theta)+\gamma\tau)-\pi_i((\lambda+\mu)(\rho+\theta)+\gamma\tau))}{2\mu\theta\alpha_i(\rho+\theta)(2\pi_{\mathrm{T}}(\lambda(\rho+\theta)+\gamma\tau)-\pi_{3-i}((\lambda+\mu)(\rho+\theta)+\gamma\tau))}>1$ 时, 有 $J_{\mathrm{T}i}^{\mathrm{Y}^*}>J_{\mathrm{T}i}^{\mathrm{N}^*}$. 证毕.