

多属性匹配决策的等级置信度融合法

陈圣群^{1,2}, 王应明¹, 施海柳^{1,2}

(1. 福州大学公共管理学院, 福建 福州 350108;

2. 福建江夏学院电子信息科学学院, 福建 福州 350108)

摘要: 针对具有置信度信息的多属性匹配决策问题, 提出了一种决策方法. 给出了等级置信度的概念及其相关证明, 将双边的多种形式置信度评价信息转换成等级置信度信息. 在此基础上, 把等级置信度信息作为证据, 通过融合证据计算双边匹配融合度, 并求解基于融合度的优化模型来获得匹配结果. 最后, 通过算例验证了该方法的可行性和有效性.

关键词: 多属性匹配决策; 证据融合; 等级置信度

中图分类号: C931

文献标识码: A

文章编号: 1000-5781(2015)01-0025-09

doi: 10.13383/j.cnki.jse.2015.01.004

Rank belief degrees fusion method for multi-attribute matching decision-making

Chen Shengqun^{1,2}, Wang Yingming¹, Shi Hailiu^{1,2}

(1. School of Public Administration, Fuzhou University, Fuzhou 350002, China;

2. School of Electronic Information Science, Fujianjiangxia University, Fuzhou 350008, China)

Abstract: A decision-making method is proposed to solve the multi-attribute matching decision-making problem with belief degrees. First, the description of rank belief degrees is given and related theoretical proofs are presented. Then, belief degrees with multiple format data are transformed into rank belief degrees. On this basis, rank belief degrees are taken as pieces of evidence and fusion degrees of two-sided matching are computed by using evidence fusion. Furthermore, a two-sided matching alternative is obtained by solving optimization model based on fusion degrees. Finally, a numerical example shows the feasibility and validity of the proposed approach.

Key words: multi-attribute matching decision-making; evidence fusion; rank belief degrees

1 引言

匹配问题一般可分为单边匹配^[1]和双边匹配^[2-4]. 单边匹配是一个主体 A_1 在另一方若干个主体 $B_1, B_2, \dots, B_n$ 中选择的匹配过程, 属于单方决策范畴, 如图匹配^[5]. 双边匹配是一方的若干个主体 $A_1, A_2, \dots, A_m$ 与另一方若干个主体 $B_1, B_2, \dots, B_n$ 相互选择的匹配过程, 是属于双方决策范畴. Gale等^[2]在论文《大学录取和婚姻的稳定性》中首次提出双边匹配决策, 是匹配决策思想的萌芽. 双边匹配决策在经济生活中普遍存在, 比如男女婚姻匹配和学生升学与招生匹配等古典匹配^[2,6]、人力资源管理匹配^[7]、经济管理匹配^[8]和电子商务匹配^[9,10]等.

收稿日期: 2013-03-18; 修订日期: 2013-11-28.

基金项目: 国家杰出青年科学基金资助项目(70925004); 国家自然科学基金资助项目(71371053); 福建省中青年骨干教师教育科研资助项目(JA14322); 福建江夏学院青年科研项目(JXZ2014003).

多属性匹配决策是属于双边匹配决策, 为了便于说明, 本文中采用甲方众主体 $A_1, A_2, \dots, A_m$ 与乙方众主体 $B_1, B_2, \dots, B_n$ 分别表示匹配决策的双边. 它目标是根据乙方各主体对甲方各主体关于属性 $c_1, c_2, \dots, c_p$ 评价信息和甲方各主体对乙方各主体关于属性 $d_1, d_2, \dots, d_q$ 评价信息, 给出一种尽可能让双边各主体满意的匹配方案. 多属性匹配决策比单属性匹配决策有更广泛的应用领域, 近年来, 它引起众多学者的关注^[10-15]. 这些研究既丰富了匹配决策模型和方法, 又推动了匹配决策在经济管理和企业管理等领域的发展.

但是, 目前多属性匹配决策研究主要局限于语言值、序数值、精确值和区间值信息下双边匹配, 缺少置信度信息下的研究. 置信度^[16,17]是不确定信息的一种很好的表示方法. 比如乙方主体 B_j 对甲方主体 A_i 关于属性 c_k 评价信息为 $\{([20, 30], 0.3), ([30, 35], 0.6)\}$. 它有两种含义: 一种情况是, 主体 B_j 认为属性 c_k 取值 $[20, 30]$ 的置信度为30%, $[30, 35]$ 的置信度为60%, 剩余10%是未知部分的置信度; 另一种情况是, 代表 B_j 的群体评价专家中, 30%的专家认为 A_i 属性 c_k 取值是 $[20, 30]$, 60%的专家认为是 $[30, 35]$, 10%的专家表示不懂. 显然, 在个体主观判断不确定或群体判断不一致情况下, 采用置信度表示不确定信息是更加合理、更加灵活的. 然而, 由于数据结构及评价方法对数据要求上的差异, 一般不能把现有的方法直接应用于置信度信息下多属性匹配决策. 相对于可信度法、主观Bayse法等不确定推理方法, 证据理论很好地处理未知信息的集结问题. 为此, 本文把证据理论引入多属性匹配决策领域, 提出证据融合方法求解语言值、精确值和区间值置信度信息下多属性匹配决策问题.

2 预备知识

2.1 证据理论基本概念

定义 1^[18,19] $H = \{H_1, H_2, \dots, H_N\}$ 为识别框架, 若集函数 $m: 2^H \rightarrow [0, 1]$ 满足: 1) $m(\emptyset) = 0$; 2) $\sum_{A \subseteq H} m(A) = 1, 0 \leq m(A) \leq 1$, 称 m 为 H 上的基本可信度分配(BPA).

定义 2^[18,19] m 为识别框架 $H = \{H_1, H_2, \dots, H_N\}$ 的基本可信度分配, 则evidential reasoning(ER)组合规则为正交和, $m = m_1 \oplus m_2 \oplus \dots \oplus m_L$, 如式(1)–式(3).

$$m_{H_n} = k \left[\prod_{i=1}^L (m_{H_n,i} + \bar{m}_{H,i} + \tilde{m}_{H,i}) - \prod_{i=1}^L (\bar{m}_{H,i} + \tilde{m}_{H,i}) \right], n = 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

$$\tilde{m}_H = k \left[\prod_{i=1}^L (\bar{m}_{H,i} + \tilde{m}_{H,i}) - \prod_{i=1}^L \tilde{m}_{H,i} \right], \bar{m}_H = k \left[\prod_{i=1}^L \tilde{m}_{H,i} \right], \quad (2)$$

$$k = \left[\sum_{n=1}^N \prod_{i=1}^L (m_{H_n,i} + \bar{m}_{H,i} + \tilde{m}_{H,i}) - (N-1) \prod_{i=1}^L (\bar{m}_{H,i} + \tilde{m}_{H,i}) \right]^{-1}, \quad (3)$$

其中当采用ER组会规则进行合成之前, 初始证据BPA值由证据的置信度转换得到, 如式(4)–式(7).

$$m_{H_n,i} = w_i \beta_{H_n,i}, n = 1, 2, \dots, N; i = 1, 2, \dots, L, \quad (4)$$

$$m_{H,i} = \bar{m}_{H,i} + \tilde{m}_{H,i}, \quad (5)$$

$$\bar{m}_{H,i} = 1 - w_i, i = 1, 2, \dots, L, \quad (6)$$

$$\tilde{m}_{H,i} = w_i \left(1 - \sum_{n=1}^N \beta_{H_n,i} \right), i = 1, 2, \dots, L. \quad (7)$$

当采用ER组会规则进行合成之后, 证据的置信度由合成后证据BPA值转换得到, 如式(8)–式(9)

$$\beta_{H_n} = \frac{m_{H_n}}{1 - \bar{m}_H}, n = 1, 2, \dots, N, \quad (8)$$

$$\beta_H = \frac{\tilde{m}_H}{1 - \bar{m}_H}, \quad (9)$$

其中 $\beta_{H_n,i}$ 表示证据 i 关于 H_n 的置信度, $m_{H_n,i}$ 表示证据 i 关于 H_n 的BPA值, $\bar{m}_{H,i}$ 表示证据 i 由于相对权重 w_i 引

起未知的关于识别框架 H 的BPA值, $\tilde{m}_{H,i}$ 表示由证据 i 由于评估信息引起未知的关于识别框架 H 的BPA值. w_i 为证据 i 的相对权重, w_i 的确定可以是决策人根据个人偏好给出, 也可以客观定量求出(如文献[20]).

2.2 等级置信度相关理论

定义 3 $H_1, H_2, \dots, H_N$ 表示定量值 $Y_1, Y_2, \dots, Y_N$ 对应评价等级, (H_i, α_i) 表示评价值在等级 H_i 的置信度为 α_i , 则称 α_i 为 H_i 上等级置信度, 称 $\{(H_1, \alpha_1), (H_2, \alpha_2), \dots, (H_N, \alpha_N)\}$ 为等级置信度结构, 其中 $\sum_{i=1}^N \alpha_i \leq 1$.

定义 4 等级 $H_1, H_2, \dots, H_N$ 效用值分别为 $U(H_1), U(H_2), \dots, U(H_N)$, 若证据融合后的等级置信度为 $(H_1, \alpha_1), (H_2, \alpha_2), \dots, (H_N, \alpha_N)$, 则称等级置信度效用值 $f(H_1, H_2, \dots, H_N) = \sum_{i=1}^N \alpha_i U(H_i) + (1 - \sum_{i=1}^N \alpha_i) \sum_{i=1}^N U(H_i)/N$ 为证据融合度(注: $1 - \sum_{i=1}^N \alpha_i$ 表示未知部分置信度).

定义 5 以 (y_i, λ_i) 表示某个对象评价是精确值 y_i 的概率 λ_i , 则称 (y_i, λ_i) 为精确值置信度, 称 $\{(y_1, \lambda_1), (y_2, \lambda_2), \dots, (y_m, \lambda_m)\}$ 为精确值分布式置信度; $([y_i^-, y_i^+], \lambda_i)$ 表示某个对象评价为区间值 $[y_i^-, y_i^+]$ 的概率 λ_i , 则称 $([y_i^-, y_i^+], \lambda_i)$ 为区间值置信度, 称 $\{([y_1^-, y_1^+], \lambda_1), ([y_2^-, y_2^+], \lambda_2), \dots, ([y_m^-, y_m^+], \lambda_m)\}$ 为区间值分布式置信度.

定理 1 精确值置信度与相邻的等级置信度是等价的, 即 (y_i, λ_i) 等价于 $\{(H_n, \lambda_i \beta_{n,i}), (H_{n+1}, \lambda_i \beta_{n+1,i})\}$, 其中 $\beta_{n,i} = \frac{Y_{n+1} - y_i}{Y_{n+1} - Y_n}$, $\beta_{n+1,i} = \frac{y_i - Y_n}{Y_{n+1} - Y_n}$, $Y_n \leq y_i \leq Y_{n+1}$ ($n \in \{1, 2, \dots, N-1\}$).

证明 因为 $y_i = \frac{Y_{n+1} - y_i}{Y_{n+1} - Y_n} Y_n + \frac{y_i - Y_n}{Y_{n+1} - Y_n} Y_{n+1} = \beta_{n,i} Y_n + \beta_{n+1,i} Y_{n+1}$,

所以 $\lambda_i y_i = (\lambda_i \beta_{n,i}) Y_n + (\lambda_i \beta_{n+1,i}) Y_{n+1}$, 即 (y_i, λ_i) 等价于 $\{(H_n, \lambda_i \beta_{n,i}), (H_{n+1}, \lambda_i \beta_{n+1,i})\}$.

推论 1 区间值置信度与相邻的区间值等级置信度是等价的, 即 $([y_i^-, y_i^+], \lambda_i)$ 等价于 $\{(H_n, \lambda_i [\beta_{n,i}^-, \beta_{n,i}^+]), (H_{n+1}, \lambda_i [\beta_{n+1,i}^-, \beta_{n+1,i}^+])\}$, 其中 $\beta_{n,i}^- = \frac{Y_{n+1} - y_i^+}{Y_{n+1} - Y_n}$, $\beta_{n,i}^+ = \frac{Y_{n+1} - y_i^-}{Y_{n+1} - Y_n}$, $\beta_{n+1,i}^- = \frac{y_i^- - Y_n}{Y_{n+1} - Y_n}$, $\beta_{n+1,i}^+ = \frac{y_i^+ - Y_n}{Y_{n+1} - Y_n}$, $Y_n \leq y_i^- \leq y_i^+ \leq Y_{n+1}$ ($n \in \{1, 2, \dots, N-1\}$).

证明 令 $y_i \in [y_i^-, y_i^+]$, 由定理1可知:

(y_i, λ_i) 等价于 $\{(H_n, \lambda_i \beta_{n,i}), (H_{n+1}, \lambda_i \beta_{n+1,i})\}$, (y_i^-, λ_i) 等价于 $\{(H_n, \lambda_i \beta_{n,i}^+), (H_{n+1}, \lambda_i \beta_{n+1,i}^-)\}$ 和 (y_i^+, λ_i) 等价于 $\{(H_n, \lambda_i \beta_{n,i}^-), (H_{n+1}, \lambda_i \beta_{n+1,i}^+)\}$.

因为 $\beta_{n,i} = \frac{Y_{n+1} - y_i}{Y_{n+1} - Y_n}$, $\beta_{n+1,i} = \frac{y_i - Y_n}{Y_{n+1} - Y_n}$, 可知 y_i 与 $\beta_{n,i}$ 单调递减, 与 $\beta_{n+1,i}$ 单调递增,

所以当 $y_i^- \leq y_i$ 时, $\beta_{n,i} \leq \beta_{n,i}^+$ 且 $\beta_{n+1,i}^- \leq \beta_{n+1,i}$; 当 $y_i \leq y_i^+$ 时, $\beta_{n,i}^- \leq \beta_{n,i}$ 且 $\beta_{n+1,i} \leq \beta_{n+1,i}^+$.
即当 $y_i^- \leq y_i \leq y_i^+$ 时, $\beta_{n,i}^- \leq \beta_{n,i} \leq \beta_{n,i}^+$ 且 $\beta_{n+1,i}^- \leq \beta_{n+1,i} \leq \beta_{n+1,i}^+$.

所以 $([y_i^-, y_i^+], \lambda_i)$ 等价于 $\{(H_n, \lambda_i [\beta_{n,i}^-, \beta_{n,i}^+]), (H_{n+1}, \lambda_i [\beta_{n+1,i}^-, \beta_{n+1,i}^+])\}$.

证毕.

定理 2 评价信息中各个区间值分布式置信度转换成区间值等级置信度, 那么区间值等级置信度是标准化的. 即如果评价信息 $\{([y_1^-, y_1^+], \lambda_1), ([y_2^-, y_2^+], \lambda_2), \dots, ([y_M^-, y_M^+], \lambda_M)\}$ ($\sum_{i=1}^M \lambda_i = 1$)转换成等级置信度为 $\{(H_1, [\alpha_1^-, \alpha_1^+]), (H_2, [\alpha_2^-, \alpha_2^+]), \dots, (H_N, [\alpha_N^-, \alpha_N^+])\}$, 那么等级置信度 $\alpha_n \in [\alpha_n^-, \alpha_n^+]$ ($n = 1, 2, \dots, N$)一定满足区间置信度标准化条件: 1) $\sum_{i=1}^N \alpha_i^- + (\alpha_n^+ - \alpha_n^-) \leq 1$; 2) $\sum_{i=1}^N \alpha_i^+ - (\alpha_n^+ - \alpha_n^-) \geq 1$.

证明 设 $Y_{n_i} \leq y_i^- \leq y_i^+ \leq Y_{n_i+1}$ ($n_i \in \{1, 2, \dots, N-1\}$), 由推论1可知:

$([y_i^-, y_i^+], \lambda_i)$ 等价于 $\{(H_{n_i}, \lambda_i [\beta_{n_i,i}^-, \beta_{n_i,i}^+]), (H_{n_i+1}, \lambda_i [\beta_{n_i+1,i}^-, \beta_{n_i+1,i}^+])\}$.

所以 $\{([y_1^-, y_1^+], \lambda_1), ([y_2^-, y_2^+], \lambda_2), \dots, ([y_M^-, y_M^+], \lambda_M)\}$ 等价于

$\{(H_{n_1}, \lambda_1 [\beta_{n_1,1}^-, \beta_{n_1,1}^+]), (H_{n_1+1}, \lambda_1 [\beta_{n_1+1,1}^-, \beta_{n_1+1,1}^+]), \dots, (H_{n_2}, \lambda_2 [\beta_{n_2,2}^-, \beta_{n_2,2}^+]), (H_{n_2+1}, \lambda_2 [\beta_{n_2+1,2}^-, \beta_{n_2+1,2}^+]), \dots\}$

$\dots, (H_{n_M}, \lambda_M[\beta_{n_M, M}^-, \beta_{n_M, M}^+]), (H_{n_M+1}, \lambda_M[\beta_{n_M+1, M}^-, \beta_{n_M+1, M}^+])\}.$

由此可推出

$$\sum_{i=1}^N a_i^- = \sum_{i=1}^M \lambda_i(\beta_{n_i, i}^- + \beta_{n_i+1, i}^-) = \sum_{i=1}^M \lambda_i\left(\frac{Y_{n_i+1} - y_i^+}{Y_{n_i+1} - Y_{n_i}} + \frac{y_i^- - Y_{n_i}}{Y_{n_i+1} - Y_{n_i}}\right) = 1 - \sum_{i=1}^M \lambda_i \frac{y_i^+ - y_i^-}{Y_{n_i+1} - Y_{n_i}},$$

$$\sum_{i=1}^N a_i^+ = \sum_{i=1}^M \lambda_i(\beta_{n_i, i}^+ + \beta_{n_i+1, i}^+) = \sum_{i=1}^M \lambda_i\left(\frac{Y_{n_i+1} - y_i^-}{Y_{n_i+1} - Y_{n_i}} + \frac{y_i^+ - Y_{n_i}}{Y_{n_i+1} - Y_{n_i}}\right) = 1 + \sum_{i=1}^M \lambda_i \frac{y_i^+ - y_i^-}{Y_{n_i+1} - Y_{n_i}}.$$

因为 H_{n_i} 与 H_{n_i+1} 一定不是同一等级, 即 $H_{n_i} \neq H_{n_i+1}, i = 1, 2, \dots, M$, 所以

$\{(H_{n_1}, \lambda_1[\beta_{n_1, 1}^-, \beta_{n_1, 1}^+]), (H_{n_1+1}, \lambda_1[\beta_{n_1+1, 1}^-, \beta_{n_1+1, 1}^+]), (H_{n_2}, \lambda_2[\beta_{n_2, 2}^-, \beta_{n_2, 2}^+]), (H_{n_2+1}, \lambda_2[\beta_{n_2+1, 2}^-, \beta_{n_2+1, 2}^+]),$
 $\dots, (H_{n_M}, \lambda_M[\beta_{n_M, M}^-, \beta_{n_M, M}^+]), (H_{n_M+1}, \lambda_M[\beta_{n_M+1, M}^-, \beta_{n_M+1, M}^+])\}$
 中至多有一半是属于 H_n 上的置信度, 因此有

$$a_n^+ - a_n^- \leq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M [\lambda_i(\beta_{n_i, i}^+ - \beta_{n_i, i}^-) + \lambda_i(\beta_{n_i+1, i}^+ - \beta_{n_i+1, i}^-)].$$

又因为

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M [\lambda_i(\beta_{n_i, i}^+ - \beta_{n_i, i}^-) + \lambda_i(\beta_{n_i+1, i}^+ - \beta_{n_i+1, i}^-)] \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M [\lambda_i\left(\frac{Y_{n_i+1} - y_i^-}{Y_{n_i+1} - Y_{n_i}} - \frac{Y_{n_i+1} - y_i^+}{Y_{n_i+1} - Y_{n_i}}\right) + \lambda_i\left(\frac{y_i^+ - Y_{n_i}}{Y_{n_i+1} - Y_{n_i}} - \frac{y_i^- - Y_{n_i}}{Y_{n_i+1} - Y_{n_i}}\right)] \\ &= \sum_{i=1}^M \lambda_i \frac{y_i^+ - y_i^-}{Y_{n_i+1} - Y_{n_i}}. \end{aligned}$$

所以

$$a_n^+ - a_n^- \leq \sum_{i=1}^M \lambda_i \frac{y_i^+ - y_i^-}{Y_{n_i+1} - Y_{n_i}}.$$

进而

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N a_i^- + (a_n^+ - a_n^-) &= 1 - \sum_{i=1}^M \lambda_i \frac{y_i^+ - y_i^-}{Y_{n_i+1} - Y_{n_i}} + (a_n^+ - a_n^-) \leq 1, \\ \sum_{i=1}^N a_i^+ - (a_n^+ - a_n^-) &= 1 + \sum_{i=1}^M \lambda_i \frac{y_i^+ - y_i^-}{Y_{n_i+1} - Y_{n_i}} - (a_n^+ - a_n^-) \geq 1. \end{aligned}$$

证毕.

3 决策方法

ER组合规则是证据理论组合规则的改进, 它能够有效地把若干个不确定的子问题进行融合, 得到一个整个问题的解. 所以, 把主体各属性的不确定置信度评价信息作为双边匹配的证据, 采用ER组合规则融合法求解匹配方案是很好的选择.

3.1 确定等级标准及其效用值

匹配主体评价等级标准可以由决策者主观确定,也可以由客观方法确定. 为了避免决策者的主观判断和过多干预,本文采用一种简单的客观确定方法.

评价标准分为 $\{H_1, H_2, H_3, H_4, H_5\}$ 五个等级,由于置信度类型不同,评价等级标准的确定方法也不同:

①语言值. 采用{很差, 差, 一般, 好, 很好}五种评价, 相应的等级标准 H_1 = 很差, H_2 = 差, H_3 = 一般, H_4 = 好, H_5 = 很好;

②精确值或区间值. 设匹配一方有 m 个主体, $\{(y_{i1}, \lambda_1), \dots, (y_{iN}, \lambda_N)\}$ 或 $\{([y_{i1}^-, y_{i1}^+], \lambda_1), \dots, ([y_{iN}^-, y_{iN}^+], \lambda_N)\}$ ($\sum_{i=1}^m \lambda_i \leq 1$) 表示第 i 个主体的分布式置信度评价 (N表示置信度个数). 如果是效益型评价, 则令 $H_5 = y_{\max}, H_1 = y_{\min}$; 如果是成本型评价, 则令 $H_5 = y_{\min}, H_1 = y_{\max}$; 其它等级标准为 $H_3 = (H_5 + H_1)/2, H_4 = (H_5 + H_3)/2, H_2 = (H_1 + H_3)/2$. 其中, 精确值最大值 $y_{\max} = \max_i \max_j y_{ij}$, 最小值 $y_{\min} = \min_i \min_j y_{ij}$; 区间值最大值 $y_{\max} = \max_i \max_j y_{ij}^+$, 最小值 $y_{\min} = \min_i \min_j y_{ij}^-$, $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, N$. 评价标准见表1.

令最低等级 H_1 效用值为 $U(H_1) = 0$, 最高等级 $U(H_5) = 1$, 其它等级效用值 $U(H_3) = (U(H_5) + U(H_1))/2 = 0.5, U(H_2) = (U(H_3) + U(H_1))/2 = 0.25, U(H_4) = (U(H_3) + U(H_5))/2 = 0.75$.

表1 评价标准
Table 1 Evaluation standard

等级标准		H_1	H_2	H_3	H_4	H_5
数据类型						
语言值		很差	差	一般	好	很好
精确值	效益型	$y_{\min}$	$0.75y_{\min} + 0.25y_{\max}$	$0.5y_{\min} + 0.5y_{\max}$	$0.25y_{\min} + 0.75y_{\max}$	$y_{\max}$
	成本型	$y_{\max}$	$0.25y_{\min} + 0.75y_{\max}$	$0.5y_{\min} + 0.5y_{\max}$	$0.75y_{\min} + 0.25y_{\max}$	$y_{\min}$
区间值	效益型	$y_{\min}$	$0.75y_{\min} + 0.25y_{\max}$	$0.5y_{\min} + 0.5y_{\max}$	$0.25y_{\min} + 0.75y_{\max}$	$y_{\max}$
	成本型	$y_{\max}$	$0.25y_{\min} + 0.75y_{\max}$	$0.5y_{\min} + 0.5y_{\max}$	$0.75y_{\min} + 0.25y_{\max}$	$y_{\min}$

3.2 建立等级置信度

双边匹配主体关于各属性评价的分布式置信度转换成相应的等级置信度, 不同类型的分布式置信度有不同的等价转换方法:

1)语言值, 即 $\{(很差, \lambda_1), (差, \lambda_2), (一般, \lambda_3), (好, \lambda_4), (很好, \lambda_5)\}$ ($\sum_{i=1}^5 \lambda_i \leq 1$), 可用相应的等级置信度 $\{(H_1, \lambda_1), (H_2, \lambda_2), (H_3, \lambda_3), (H_4, \lambda_4), (H_5, \lambda_5)\}$ 表示.

2)精确值, 即 $\{(y_1, \lambda_1), (y_2, \lambda_2), \dots, (y_N, \lambda_N)\}$ ($\sum_{k=1}^N \lambda_k \leq 1$). 当 $Y_n \leq y_i \leq Y_{n+1}, i = 1, 2, \dots, N$ 时, 如图(a), 根据定理1, (y_i, λ_i) 可转换成 $\{(H_n, \lambda_i \beta_{n,i}), (H_{n+1}, \lambda_i \beta_{n+1,i})\}, i = 1, 2, \dots, N$.

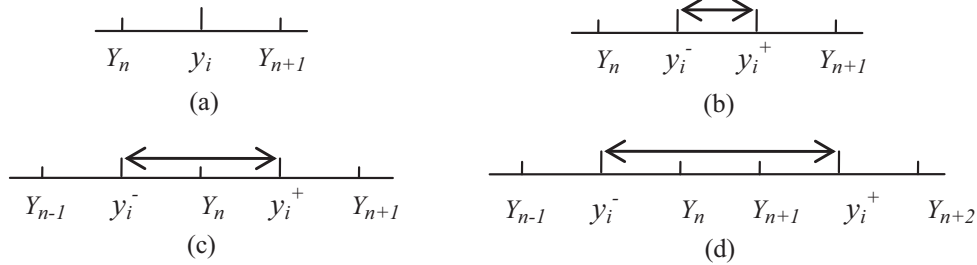
3)区间值, 即 $\{([y_1^-, y_1^+], \lambda_1), ([y_2^-, y_2^+], \lambda_2), \dots, ([y_N^-, y_N^+], \lambda_N)\}$ ($\sum_{i=1}^N \lambda_i \leq 1$). $[y_i^-, y_i^+], i = 1, 2, \dots, N$, 与相近评价等级标准可能三个关系: 第一种关系是在两个相近评价等级之间, 即 $Y_n \leq y_i^- \leq y_i^+ \leq Y_{n+1}$, 如图(b); 第二种关系是中间跨一个评价等级, 即 $Y_{n-1} \leq y_i^- \leq Y_n \leq y_i^+ \leq Y_{n+1}$, 如图(c); 第三种关系是中间跨若干个评价等级, 比如两个等级, 即 $Y_{n-1} \leq y_i^- \leq Y_n \leq Y_{n+1} \leq y_i^+ \leq Y_{n+2}$, 如图(d).

①第一种关系, 即 $[y_i^-, y_i^+]$ 在相近评价等级之间, 则根据推论1, $([y_i^-, y_i^+], \lambda_i)$ 可转换成 $\{(H_n, \lambda_i [\beta_{n,i}^-, \beta_{n,i}^+]), (H_{n+1}, \lambda_i [\beta_{n+1,i}^-, \beta_{n+1,i}^+])\}$.

②第二种关系, 对 $([y_i^-, y_i^+], \lambda_i)$ 进行调整, $[y_i^-, y_i^+]$ 可分成 $[y_i^-, Y_n]$ 和 $[Y_n, y_i^+]$. 根据几何概率, $[y_i^-, Y_n]$ 在区间 $[y_i^-, y_i^+]$ 中占比率为 $a = \frac{Y_n - y_i^-}{y_i^+ - y_i^-}$, $[Y_n, y_i^+]$ 占比率为 $b = \frac{y_i^+ - Y_n}{y_i^+ - y_i^-}$, 则 $([y_i^-, y_i^+], \lambda_i)$ 可分成 $([y_i^-, Y_n], a\lambda_i)$ 和 $([Y_n, y_i^+], b\lambda_i)$. 根据推论1, $([y_i^-, Y_n], a\lambda_i)$ 和 $([Y_n, y_i^+], b\lambda_i)$ 可转换成相应的等级置信度.

③第三种关系, $[y_i^-, y_i^+]$ 可分成 $[y_i^-, Y_n], [Y_n, Y_{n+1}]$ 和 $[Y_{n+1}, y_i^+]$ 三个部分, 同理 $([y_i^-, y_i^+], \lambda_i)$ 可分成 $([y_i^-,$

$Y_n], a\lambda_i), ([Y_n, Y_{n+1}], b\lambda_i)$ 和 $([Y_n, y_i^+], c\lambda_i)$, 其中 $a = \frac{Y_n - y_i^-}{y_i^+ - y_i^-}, b = \frac{Y_{n+1} - Y_n}{y_i^+ - y_i^-}, c = \frac{y_i^+ - Y_{n+1}}{y_i^+ - y_i^-}$. 根据推论1, $([y_i^-, Y_n], a\lambda_i), ([Y_n, Y_{n+1}], b\lambda_i)$ 和 $([Y_n, y_i^+], c\lambda_i)$ 可转换成相应的等级置信度.



在评价信息转换成等级置信度过程中, 如果不同置信度数值转换后在等级信念结构上同一个等级置信度不为0, 则等级置信度是它们的叠加. 对于精确值置信度, 同一等级的置信度相加, 比如某评价两个精确值置信度转换后等级置信度分别为 $\{(H_1, 0.2), (H_2, 0.3)\}$ 和 $\{(H_2, 0.2), (H_3, 0.3)\}$, 则该评价的等级置信度为 $\{(H_1, 0.2), (H_2, 0.5), (H_3, 0.3)\}$. 对于区间值置信度, 同一等级的置信度的上、下限分别相加, 比如某评价两个区间值置信度转换后等级置信度分别为 $\{(H_1, [0.1, 0.2]), (H_2, [0.2, 0.3])\}$ 和 $\{(H_2, [0.1, 0.2]), (H_3, [0.2, 0.3])\}$, 则相应等级置信度为 $\{(H_1, [0.1, 0.2]), (H_2, [0.3, 0.5]), (H_3, [0.2, 0.3])\}$.

3.3 求解双边匹配的融合度

匹配主体关于属性的分布式置信度转换成等级置信度后, 把甲方与乙方的各属性的等级置信度作为双方匹配满意程度的各个证据, 并采用证据理论的ER组合规则(定义2)求出双边融合证据, 根据定义4得到甲方与乙方的融合度. 显然, 融合度越高, 代表双边评价价值越偏向较高的等级标准, 匹配满意程度就越高.

甲方A对乙方B关于属性 d_j 评价信息转换成等级置信度为 $\{(H_1, \beta_{B_{1,j}}), (H_2, \beta_{B_{2,j}}), \dots, (H_5, \beta_{B_{5,j}})\}, j = 1, 2, \dots, q$, 属性间相对权重为 $w_{d_1}, w_{d_2}, \dots, w_{d_q}$, $\sum_{i=1}^q w_{d_i} = 1$. 乙方B对甲方A关于属性 c_i 评价信息转换成等级置信度为 $\{(H_1, \beta_{A_{1,i}}), (H_2, \beta_{A_{2,i}}), \dots, (H_5, \beta_{A_{5,i}})\}, i = 1, 2, \dots, p$, 属性间相对权重为 $w_{c_1}, w_{c_2}, \dots, w_{c_p}$, $\sum_{i=1}^p w_{c_i} = 1$. 根据定理2, 可知区间等级置信度是标准化的, 又由于标准化的区间值置信度转化成区间值证据BPA也是标准化的, 即满足区间ER组合的标准化条件^[19], 故求解双边匹配的融合度, 即

$$\text{Max / Min } f_{A,B}(H_1, H_2, \dots, H_5) \quad (10)$$

s.t.

$$m_{A,B} = m'_{A_1} \oplus m'_{A_2} \oplus \dots \oplus m'_{A_p} \oplus m'_{B_1} \oplus m'_{B_2} \oplus \dots \oplus m'_{B_q} \quad (11)$$

$$m_A = m_{A_1} \oplus m_{A_2} \oplus \dots \oplus m_{A_p} \quad (12)$$

$$f_A(H_1, H_2, \dots, H_5) \geq \varepsilon_1 \quad (13)$$

$$m_B = m_{B_1} \oplus m_{B_2} \oplus \dots \oplus m_{B_q} \quad (14)$$

$$f_B(H_1, H_2, \dots, H_5) \geq \varepsilon_2 \quad (15)$$

$$\sum_{n=1}^N \beta_{A_{n,i}} + \beta_{A_{H,i}} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (16)$$

$$\sum_{n=1}^N \beta_{B_{n,j}} + \beta_{B_{H,j}} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, q \quad (17)$$

$$\beta_{A_{n,i}}^- \leq \beta_{A_{n,i}} \leq \beta_{A_{n,i}}^+; \beta_{A_{H,i}}^- \leq \beta_{A_{H,i}} \leq \beta_{A_{H,i}}^+, n = 1, 2, \dots, 5; i = 1, 2, \dots, p \quad (18)$$

$$\beta_{B_{n,j}}^- \leq \beta_{B_{n,j}} \leq \beta_{B_{n,j}}^+; \beta_{B_{H,j}}^- \leq \beta_{B_{H,j}} \leq \beta_{B_{H,j}}^+, n = 1, 2, \dots, 5; j = 1, 2, \dots, q, \quad (19)$$

其中 式(10)为目标函数, $\text{Max/Min } f_{AB}$ 函数表示分别求出双边证据融合度的最大值 f_{AB}^+ 与最小值 f_{AB}^- , 得

到 A 与 B 的融合度 $f_{AB} \in [f_{AB}^-, f_{AB}^+]$. 式(11)表示甲方 A 与乙方 B 各属性的等级置信度融合, 由于甲方与乙方是同等重要, 证据的相对权重为 $0.5w_{c_1}, 0.5w_{c_2}, \dots, 0.5w_{c_p}, 0.5w_{d_1}, 0.5w_{d_2}, \dots, 0.5w_{d_q}$; 式(12)–式(13)表示乙方 B 对甲方 A 评价的融合度最低要求是不小于 $\varepsilon_1, \varepsilon_1 \in [0, 1]$; 式(14)–式(15)表示甲方 A 对乙方 B 评价的融合度最低要求是不小于 $\varepsilon_2, \varepsilon_2 \in [0, 1]$; 式(16)–式(19)表示甲方 A 与乙方 B 关于属性的等级置信度信息. 当匹配主体设置参数 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 时, 跟实际需求有关. 如果设置过高, 可能导致模型无解, 表示对方不满足自己最低要求, 拒绝匹配; 如果设置过低, 增加了匹配可能性, 但匹配对方可能是不满意的.

3.4 构建基于融合度的决策模型

根据上述方法求出甲方 $A_i, i = 1, 2, \dots, m$ 与乙方 $B_j, j = 1, 2, \dots, n$ 融合度为 $f_{A_i B_j} \in [f_{A_i B_j}^-, f_{A_i B_j}^+]$. 为了解决匹配问题, 构建优化模型如下

$$\text{Max } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n f_{A_i B_j} x_{ij} \quad (20)$$

s. t.

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (21)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (22)$$

$$x_{ij} = 0 \text{ 或 } 1, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n, \quad (23)$$

其中 式(20)为目标函数, 它是尽可能使甲方 $A_1, A_2, \dots, A_m$ 和乙方 $B_1, B_2, \dots, B_n$ 的匹配融合度最大. 总体融合度越大, 则它们总体匹配满意度越高. 式(21)为约束条件, 其含义是甲方每个备选主体只能与乙方选一个备选主体相匹配; 式(22)–式(23)为约束条件, 其含义是每个乙方备选主体至多与一个甲方备选主体匹配. 本模型是区间型指派问题模型, 一般求解方法是把它转化成单点型指派问题模型(如文献[21]), 然后用Lingo9.0或Cplex9.0等优化软件求解. 为了简便, 这里取区间值的平均 $f_{A_i B_j} = (f_{A_i B_j}^- + f_{A_i B_j}^+)/2$.

4 算例分析

某电子中介网站, 主营是买方与卖方提供中介服务. 现有2个卖家(B_1, B_2)欲卖二手房1套, 通过在这个中介网站上发布信息, 共收到6个买家($A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$). 买家对二手房评估价格 c_1 (万元)、建筑面积 c_2 (平方米)、环境条件 c_3 , 权重为 $w_{Ac} = (0.4, 0.3, 0.3)$. 卖家对二手房评估价格 d_1 (万元)、买家付款速度 d_2 (天)、买家个人信誉 d_3 , 权重为 $w_{Bd} = (0.5, 0.2, 0.3)$. 买家与卖家评价的信息表, 见表2, 表3. 电子中介网站任务是根据双方评价信息进行匹配, 尽可能地使得各买家与卖家的总体满意度最高.

表2 买家对卖家各属性的评价
Table 2 The comments provided by the buyers in terms of sellers' various attributes

	C_1	C_2	C_3		C_1	C_2	C_3
B_1	$A_1 \{([20, 22], 0.4), ([22, 24], 0.6)\}$	$[220, 240]$	$\{(N, 0.6), (G, 0.4)\}$	B_2	$A_1 \{([26, 28], 0.6), ([28, 30], 0.4)\}$	$[365, 385]$	$\{(N, 0.8), (G, 0.2)\}$
	$A_2 \{([22, 23], 1)\}$	$[315, 325]$	$\{(N, 0.5), (G, 0.5)\}$		$A_2 \{([22, 23], 0.3), ([23, 24], 0.7)\}$	$[275, 315]$	$\{(G, 0.6), (E, 0.4)\}$
	$A_3 \{([24, 27], 1)\}$	$[280, 320]$	$\{(E, 0.2), (G, 0.8)\}$		$A_3 \{([36, 38], 1)\}$	$[265, 300]$	$\{(G, 0.5), (E, 0.5)\}$
	$A_4 \{([32, 33], 1)\}$	$[360, 380]$	$\{(P, 0.2), (N, 0.8)\}$		$A_4 \{([20, 24], 1)\}$	$[310, 330]$	$\{(P, 0.2), (N, 0.8)\}$
	$A_5 \{([27, 28], 0.6), ([28, 29], 0.4)\}$	$[330, 340]$	$\{(N, 0.6), (G, 0.4)\}$		$A_5 \{([22, 28], 1)\}$	$[210, 240]$	$\{(N, 0.6), (G, 0.4)\}$
	$A_6 \{([36, 40], 1)\}$	$[275, 280]$	$\{(G, 1)\}$		$A_6 \{([36, 38], 0.4), ([38, 40], 0.6)\}$	$[325, 335]$	$\{(N, 1)\}$

下面给出卖家 B_1, B_2 与买家 $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ 匹配的计算过程:

1)构建双边匹配主体各属性的等级标准及其效用值;

2) 求出卖家 B_1, B_2 与买家 $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ 各属性评价的等级置信度;

表3 卖家对买家各属性评价

Table 3 The comments provided by the Sellers in terms of Buyers' various attributes

	d_1	d_2	d_3		d_1	d_2	d_3
A_1	B_1 [37, 38] $\{([180, 190], 0.4), ([190, 200], 0.6)\}$ $\{(P, 0.4), (N, 0.6)\}$	B_2 [26, 28] $\{([185, 195], 1)\}$ $\{(VP, 0.1), (P, 0.9)\}$		A_4	B_1 [20, 23] $\{([130, 135], 0.6), ([135, 140], 0.4)\}$ $\{(N, 0.8), (G, 0.2)\}$	B_2 [27, 33] $\{([110, 115], 0.6), ([115, 120], 0.4)\}$ $\{(G, 0.6), (E, 0.4)\}$	
A_2	B_1 [28, 32] $\{([165, 180], 1)\}$ $\{(G, 0.8), (E, 0.2)\}$	B_2 [22, 24] $\{([135, 145], 1)\}$ $\{(VP, 0.2), (P, 0.8)\}$		A_5	B_1 [31, 32] [180, 190] $\{(G, 0.5), (E, 0.5)\}$	B_2 [26, 28] [110, 120] $\{(P, 0.2), (N, 0.8)\}$	
A_3	B_1 [26, 27] $\{([160, 165], 0.6), ([165, 170], 0.4)\}$ $\{(N, 0.6), (G, 0.4)\}$	B_2 [32, 33] $\{([100, 110], 1)\}$ $\{(N, 0.8), (G, 0.2)\}$		A_6	B_1 [36, 40] [115, 130] $\{(N, 0.6), (G, 0.4)\}$	B_2 [27, 28] $\{([180, 185], 0.4), ([185, 190], 0.6)\}$ $\{(N, 1)\}$	

3) 根据求解融合度方法, 求出融合度的矩阵 f . 当取 $\varepsilon_1, \varepsilon_2 = 0.3$ 时, 融合度为矩阵 f , 即

$$f = \begin{matrix} & A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & A_5 & A_6 \\ \begin{matrix} B_1 \\ B_2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} [0.694, 0.810] \\ [0.353, 0.450] \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} [0.643, 0.716] \\ [0.000, 0.000] \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} [0.578, 0.639] \\ [0.592, 0.688] \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} [0.297, 0.424] \\ [0.389, 0.512] \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} [0.586, 0.640] \\ [0.362, 0.508] \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} [0.416, 0.638] \\ [0.395, 0.447] \end{bmatrix} \end{matrix}$$

对上述区间融合度转化成平均融合度如图1.

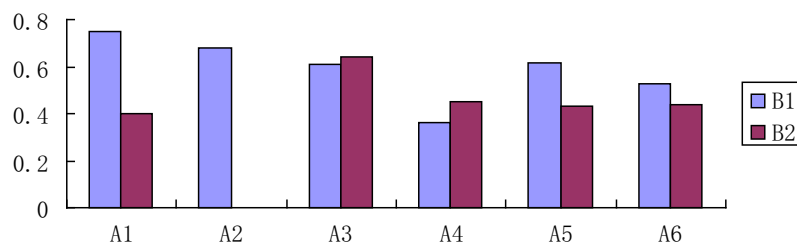


图1 买方与卖方的平均融合度

Fig. 1 The average fusion degrees between buyers and sellers

4) 当取 $\varepsilon_1, \varepsilon_2 = 0.3$ 时, 根据决策模型求出匹配情况为: $B_1 \leftrightarrow A_1, B_2 \leftrightarrow A_3$, 即卖家 B_1, B_2 分别与买家 A_1, A_3 匹配. 如果取 $\varepsilon_1, \varepsilon_2 = 0.6$, 由于乙方 B_2 融合度不满足 ε_2 , 买家 A_3 拒绝匹配, 故只有 $B_1 \leftrightarrow A_1$, 即卖家 B_1 与买家 A_1 匹配.

5 结束语

本文方法把主体各属性的不同评价信息转换为匹配证据, 采用双边证据的融合度求解匹配方案. 方法思路清晰、合理有效, 不仅解决了多种形式的置信度评价信息的匹配问题, 而且匹配主体可以灵活地确定自己最低要求, 避免了盲目匹配情况. 通过算例也验证了方法的可行性. 当然, 它也存在一些问题有待进一步交流和研究, 比如本方法不适用具有有序数置信度信息多属性匹配决策问题.

参考文献:

- [1] 王立超, 杨 懿, 于永利, 等. 基于系统可用度的匹配问题的分析[J]. 系统工程学报, 2009, 24(2): 253–256.
Wang Lichao, Yang Yi, Yu Yongli, et al. Analysis of matchable problems based on system availability[J]. Journal of Systems Engineering, 2009, 24(2): 253–256. (in Chinese)
- [2] Gale D, Shapley L. College admissions and the stability of marriage[J]. American Mathematical Monthly, 1962, 69(1): 9–15.
- [3] 乐 琦, 樊治平. 一种具有有序值信息的双边匹配决策方法[J]. 系统工程学报, 2012, 27(2): 185–192.
Yue Qi, Fan Zhiping. Method for two-sided matching decision-making with ordinal numbers[J]. Journal of Systems Engineering, 2012, 27(2): 185–192. (in Chinese)

- [4] 乐 琦, 樊治平. 基于累积前景理论的双边匹配决策方法[J]. 系统工程学报, 2013, 28(1): 38–46.
Yue Qi, Fan Zhiping. Decision method for two-sided matching based on cumulative prospect theory[J]. Journal of Systems Engineering, 2013, 28(1): 38–46. (in Chinese)
- [5] 周 瑜, 刘俊涛, 白 翔. 形状匹配方法研究与展望[J]. 自动化学报, 2012, 38(6): 889–910.
Zhou Yu, Liu Juntao, Bai Xiang. Research and perspective on shape matching[J]. Acta Automatica Sinica, 2012, 38(6): 889–910. (in Chinese)
- [6] Abdulkadiroglu A, Pathak P A, Roth A E. The New York city high school match[J]. American Economic Review, 2005, 95(2): 364–367.
- [7] Huang D K, Chiu H N, Yeh R H, et al. A fuzzy multi-criteria decision making approach for solving a bi-objective personnel assignment Problem[J]. Computers & Industrial Engineering, 2009, 56(1): 1–10.
- [8] Klerkx L L. Matching demand and supply in the agricultural knowledge infrastructure: Experiences with innovation intermediaries[J]. Food Policy, 2008, 33(3): 260–276.
- [9] Janssen M, Verbraeck A. Comparing the strengths and weaknesses of internet-based matching mechanisms for the transport market[J]. Transportation Research: Part E, 2008, 44(3): 475–490.
- [10] 汪定伟. 电子中介的多目标交易匹配问题及其优化方法[J]. 信息系统学报, 2007, 1(1): 102–109.
Wang Dingwei. Multi-objective trade matching problem and optimization method of E-brokerage[J]. China of Information Systems, 2007, 1(1): 102–109. (in Chinese)
- [11] Korkmaz I, G-ken H, Cetinyokus T. An analytic hierarchy process and two-sided matching based decision support system for military personnel assignment[J]. Information Sciences, 2008, 178(14): 2915–2927.
- [12] Lin H T. A job placement intervention using fuzzy approach for two-way choice[J]. Expert Systems with Applications, 2009, 36(2): 2543–2553.
- [13] Sim K M, Chan R. A brokering protocol for agent-based E-commerce[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics: Applications and Reviews, 2000, 30(4): 474–484.
- [14] Huynh V N, Nakamori Y. A satisfactory-oriented approach to multi expert decision-making with linguistic assessments[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2005, 35(2): 184–196.
- [15] Hwang H S, Ko W H, Goan M J. Web-based multi-attribute analysis model for make-or-buy decisions[J]. Mathematical and Computer Modeling, 2007, 46(7/8): 1081–1090.
- [16] Wang Y M, Yang J B, Xu D L, et al. Consumer preference prediction by using a hybrid evidential reasoning and belief rule-based methodology[J]. Expert Systems with Applications, 2009, 36(4): 8421–8430.
- [17] Yang J B, Wang Y M, Xu D L, et al. Belief rule-based methodology for mapping consumer preferences and setting product targets[J]. Expert Systems with Applications, 2012, 39(5): 121–131.
- [18] Wang Y M, Yang J B, Xu D L, et al. The evidential reasoning approach for multiple attribute decision making using interval belief degrees[J]. European Journal of Operational Research, 2006, 175(1): 35–66.
- [19] Wang Y M, Yang J B, Xu D L, et al. On the combination and normalization of interval-valued belief structures[J]. Information Sciences, 2007, 177(5): 1230–1247.
- [20] 陈圣群, 王应明. 基于Pignistic概率距离的最优证据合成法[J]. 信息与控制, 2013, 42(2): 213–217, 228.
Chen Shengqun, Wang Yingming. Optimal combination of evidence based on pignistic probability distance[J]. Information and Control, 2013, 42(2): 213–217, 228. (in Chinese)
- [21] 张 肃, 程启月, 申卯兴. 基于区间数型多因素指派模型的多传感器优化分配方法[J]. 自动化学报, 2008, 34(3): 240–245.
Zhang Su, Cheng Qiyue, Shen Mouxing. Optimization assignment of multi-sensor system based on the model of multiple-attribute assignment with interval number information[J]. Acta Automatica Sinica, 2008, 34(3): 240–245. (in Chinese)

作者简介:

陈圣群 (1977—), 男, 福建莆田人, 博士生, 讲师, 研究方向: 决策科学与优化算法, E-mail: csq255@qq.com;

王应明 (1964—), 男, 江苏海安人, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向: 决策理论与方法, 数据包络分析等, E-mail: msymwang@hotmail.com;

施海柳 (1980—), 女, 河南驻马店人, 博士生, 讲师, 研究方向: 决策理论与方法, E-mail: 627498695@qq.com.