

两级库存控制下的供应链动态定价和订购策略

贾俊秀^{1,2}, 袁泽¹

(1. 西安电子科技大学经济与管理学院, 陕西 西安 710071;
2. 西安电子科技大学机电工程学院, 陕西 西安 710071)

摘要: 研究供应链中订购、定价和服务运营等决策及其对两级库存的动态控制问题, 对含有单生产商和单风险规避型零售商的供应链建立多周期非线性约束优化模型. 在随机市场需求下, 生产商制定采购策略实现期望利润最大; 零售商制定订购、定价和服务策略实现效用最大. 证明两级供应链成员均可获得动态决策最优解; 生产商最优策略受到下游决策及变化的影响; 零售商在获得联合最优订购和定价策略的基础上可确定服务水平最优决策. 在算例分析中, 给出供应链成员决策间详细影响关系和两级成员通过联合决策可同时实现两级库存的动态控制等结论.

关键词: 供应链; 动态决策; 定价和订购; 两级库存控制

中图分类号: F252 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-5781(2014)03-0403-11

Supply chain dynamic pricing and ordering strategies under two-echelon inventory control

Jia Junxiu^{1,2}, Yuan Ze¹

(1. School of Economics and Management, Xidian University, Xi'an 710071, China;
2. School of Electro-Mechanic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: The paper focuses on how to control two-echelon inventories simultaneously during firms' operational management in a supply chain with a manufacturer and a risk-averse retailer. We propose a multi-period non-linear constrained optimization model. The manufacturer makes procurement strategies in order to optimize her total expected profit. The retailer determines ordering, pricing and service level strategies in order to optimize his total utility with stochastic demand. We show that supply chain firms can obtain optimal strategies. The manufacturer's optimal strategies are affected by decision of her downstream firm and market demand. The retailer can achieve the optimal service level strategy after he obtains the optimal combined ordering and pricing strategy. The optimal service level is determined by the optimal price. A numerical example gives detailed relationship between different strategies and shows that supply chain members can control two-echelon inventories dynamically by joint and combined strategies.

Key words: supply chain; dynamic strategy; pricing and ordering; two-echelon inventory control

1 引言

供应链多级成员在订购、定价和服务等运营决策的同时, 如何动态控制两级库存是国内外学术界和产

收稿日期: 2013-05-26; 修订日期: 2014-01-23.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71101113); 国家留学基金委资助项目(201208610158); 陕西省自然科学基金资助项目(2014JQ9375); 陕西省社会科学基金资助(11Q050); 中国博士后科学基金资助项目(2012M511980); 西安市软科学研究资助项目(SF1308(4)); 中央高校基本科研业务专项资金资助项目(K5051306002).

业界共同关注的热点和难点问题. 本文就生产商和零售商二级供应链企业在获得最优运营决策的同时动态控制各自库存等问题进行重点分析. 如下从与本文密切相关的二级供应链决策和多周期动态决策两个方面给出文献概述.

对于生产商-零售商组成的两级供应链决策问题, Reyes^[1]将两级报童问题扩展到含有一个生产商和一个零售商的供应链中, 模型用于帮助生产商有效利用零售商的市场信息来提高供应链渠道的效率. Webstera等^[2]研究了由一个生产商和一个零售商组成的短生命周期产品供应链的定价和订购决策, 并分别以生产商为主导和以零售商为主导的角度进行了博弈分析. 文献[3]研究了两级生产商的生产 and 订购决策, 通过建模分析证明了集中决策的供应链比分散决策的供应链获得更多的利润. 上述研究重点关注需求的不确定性, 但均忽略了供应链成员需求不确定性风险态度对供应链决策的影响, 并且没有考虑服务因素. 文献[4]分析了不确定需求下风险规避型零售商的价格竞争问题. 本文考虑了零售商处的风险态度. 一方面是因为零售商直接面对市场需求, 其风险态度对决策产生重要影响. 一个风险规避型的零售商会以效用最大为目标, 而不是以期望利润最大为目标^[5]. 考虑风险规避的常用效用函数采用平均值-标准差效用模型^[6]. 另一方面, 从消费者行为角度, 服务也是影响顾客购买决策的重要因素, 并在高端消费者之中体现得更为明显^[5]. 服务的提高会产生成本, Tsay等^[7]给出了服务成本的函数形式. 上述文献均未考虑决策的多周期性和二级库存的动态控制.

供应链运营实践大多需要多周期决策, 因此相应的研究十分必要. 不确定需求下, 文献[8]给出了零售商主导的两级供应链两周期定价和订购策略; 文献[9]研究了含有一个生产商和一个零售商的供应链两周期订购策略. 也有部分学者运用动态规划、鲁棒优化和启发式算法等方法对多周期供应链决策进行了研究. 如, 文献[10]运用 Wagner-Whitin 动态规划递归方法建立了多周期库存和定价决策模型, 用于易腐品和耐用品的利润最大化决策. 文献[11]就随机需求下生产商的定价、生产和库存的多周期联合最优决策策略进行了研究, 并且考虑了生产能力约束. 文献[12]则运用启发式算法求解了生产商的多周期定价和生产决策模型, 其中需求是与本期和上期的定价决策相关的. 上述文献均需进一步考虑上下游库存的同时动态控制问题.

还有部分文献对多周期多级供应链决策和多周期供应链网络决策进行了研究. Aharon等^[13]在文献[14]的基础上, 又运用鲁棒优化的扩展方法——全局鲁棒变换方法(globalized robust counterpart)对多级串行供应链的多周期库存决策进行了分析, 以成本最小化为目标, 在模型中考虑了提前期对状态转移的影响, 但该研究将价格视为外生变量, 没有考虑各级成员的定价决策等因素. Hamdouch^[15]研究了能力约束和采购策略的多周期供应链网络模型. Liu等^[16]对多周期供应链网络竞争问题进行了深入的研究, 建立了多周期供应链超级网络均衡模型, 考虑了多级库存控制的问题. 但上述有关对供应链网络均衡决策的研究大多将生产商的批发价格和零售商的零售价格设为内生变量, 而没有作为决策变量进行求解分析.

由上述分析可以看出, 现有文献尚缺乏对供应链企业的定价、订购等决策及二级库存的动态控制, 并同时考虑供应链企业偏好的详细研究. 如, 文献[5]虽然也研究了随机需求下由风险中性产品供应方和风险规避零售商组成的供应链决策问题, 但与本文关注的主要问题是不同的. 文献[5]就两条供应链中上游企业的定价决策和下游企业决策问题进行了研究, 未考虑二级库存的同时动态控制, 且未关注上游企业的采购量决策问题. 本文则重点分析一条供应链中上游企业的采购决策和下游企业决策及其对二级库存的动态控制. 文献[16]考虑了多级库存的控制, 但没有考虑定价、订购和服务水平的联合动态决策. 本文重点考察生产商的最优采购策略, 零售商的最优订购、定价和服务策略, 并探索二级库存的动态控制和供应链成员最优决策间的关系等问题.

2 供应链动态决策模型

2.1 问题描述

本文研究图1所示的串行链, 其中有多供应商、单生产商、单零售商和多个消费者; 实线箭头表示物流, 虚线箭头表示信息流. 生产商和零售商均有库存产生. 为了集中精力分析多周期订购和定价等决策, 并同

时控制两级库存这个难点问题, 本文主要研究一个生产商与一个零售商的情形. 也就是说, 在所有的供应链成员中, 重点考虑生产商和零售商的决策问题. 决策顺序是, 最开始, 生产商根据以前的需求和自身库存进行采购决策. 供应链的多周期运营决策开始后, 每个周期里, 生产商会根据零售商的前期订购量和自身的当前库存水平进行采购决策; 零售商在联合订购和零售价决策基础上再进行服务水平的最优决策.

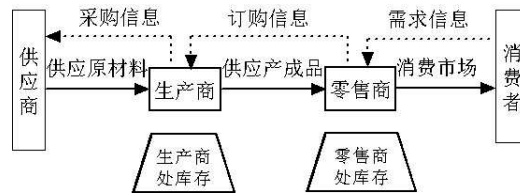


图1 串行供应链系统示意图

Fig. 1 Diagram of a serial supply chain

下面给出供应链成员的详细介绍.

1) 供应商

假设有多个供应商按照生产商的物料清单为生产商供应原材料, 以保证能够随时满足生产商的全部原材料需求.

2) 生产商

假设生产商单位采购成本对应单位产成品成本来计算, 并且在最后一个周期期末, 生产商处剩余的原材料可按照相应个数的产成品来折算残值. 在生产商处不存在产成品库存, 但可能存在原材料库存. 单位库存成本对应一个产品来计算. 如果零售商的订购量高于生产商总库存, 则产生缺货损失. 生产商还需考虑采购成本、生产成本、与零售商的交易成本(如运输成本)和原材料库存成本.

在每个运营周期初, 生产商根据已有原材料库存和对下一级零售商的需求预测来制定采购原材料计划. 其生产能力存在上限. 因为毕竟不是按照零售商的实际订购量来进行决策, 所以生产商处期末库存会和以实际订购为基准采购后的库存有偏差. 这个偏差具有不确定性. 本文用随机变量 $\varepsilon_T (T = 1, 2, \dots, K)$ 表示这个不确定的偏差.

3) 零售商

零售商直接面对不确定性较大的市场需求, 因此假设其是风险规避型的, 且零售商的风险敏感度可能随各周期的运营情况而发生变化. 每个周期初, 零售商根据批发价格、上期期末库存和对消费需求的预测, 首先确定产品零售价格 p_T 和订购数量 x_T , 且每周期仅订购一次, 因为零售商处的库存容量是有限的. 然后给出服务水平 s_T 决策. 在最后一个周期期末, 零售商对未售出商品折算残值. 零售商需要考虑运营成本(如运输成本)、库存成本、缺货损失. 零售商的决策变量为订购量、商品的零售价格以及服务水平.

4) 消费者市场

零售商面对的是消费者市场. 一般的消费者都会关注产品的价格和服务. 其中服务包括产品质量, 产品能否及时供应等. 因此, 市场需求是零售价格和服务水平的函数. 即

$$D_T = d_T(p_T, s_T) + \varepsilon_T = \alpha - \beta_1 p_T + \beta_2 s_T + \varepsilon_T,$$

其中 α 为消费者的市场需求基数, 在各周期内为恒定的常数; β_1, β_2 分别是零售商的零售价格和服务水平对市场需求预测的敏感度. 随机变量 $\varepsilon_T (T = 1, 2, \dots, K)$ 独立同分布, 且分布函数和分布密度分别为 $F(\cdot)$ 和 $f(\cdot)$.

2.2 基本模型

1) 生产商决策模型

生产商的目标是在生产能力等约束下实现利润 Π_M 最大化. 文中用到的其它记号说明如下:

c^S, c^M, h^M 分别为生产商处单位产品的采购成本、生产成本和原材料库存成本;

b_T^M 为生产商在周期 T 的单位产品缺货损失 ($T = 1, 2, \dots, K$); 假设 $b_T^M > c^S$, 从而促使生产商积极备货, 尽量降低缺货的可能性;

u^M 为与零售商的单位产品交易成本(如运输成本等);

w_T 为生产商制定的单位产品批发价格, 这里将批发价格视为外生变量;

r^M 为生产商在最后一个周期末的单位产品所需材料残值, 且 $r^M < c^S$;

u 为生产商的生产能力上限, 因此有 $Q_{T-1}^M + y_{T-L_S} \leq u$;

生产商的决策变量为原材料的采购量 y_T , 是指生产商在周期 T 时向供应商采购的(成套)原材料数量. 生产商应在实际需求发生之前提前订购原材料. 即, 如果生产商在周期 T 时订购原材料, 在 $T + L_S$ 时才能到达生产商处用于组织生产. 生产商从接到零售商的订单到把产成品配送给零售商需要时间 L_M .

Q_T^M 为生产商处周期 T 期末库存量, 即生产商在周期 T 末进入周期 $T + 1$ 初的库存量. 假设 $T = 0$ 时的库存量均为 0; 每个周期按照期初库存计算库存成本.

生产商的利润函数为

$$\begin{aligned} \Pi_M = & \sum_{T=1}^K w_T x_T - \left(\sum_{T=1}^K c^S y_{T-L_S} + \sum_{T=1}^K b_T^M (x_T - Q_{T-1}^M - y_{T-L_S})^+ \right) - \sum_{T=1}^K c^M x_T - \\ & \sum_{T=1}^K u^M x_{T-1} - \sum_{T=1}^K h^M (Q_{T-1}^M + y_{T-L_S} - x_T)^+ + r^M (Q_{T-1}^M + y_{T-L_S} - x_{T-1})^+, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 x_{T-1} 是零售商在周期 $T - 1$ 的订购量. 上式右端第一项为生产商销售总收入, 第二个项是所有的订购成本和缺货损失, 第三、四项分别是总的生产成本和与零售商的交易成本, 最后两项分别是总的库存持有成本和最后一个周期剩余产品残值.

库存状态转移方程为

$$Q_T^M = Q_{T-1}^M + y_{T-L_S} - x_{T-1} + \varepsilon_T, \quad (2)$$

其中 ε_T ($T = 1, 2, \dots, K$) 是由于零售商实际订购量与生产商预测的偏差而导致生产商期末库存的偏差. 假设其与 ε 服从同样的分布. 生产商要解决的问题可表述为如下优化模型, 即

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max}_{y_{T-L_S}} \text{E} \left[\sum_{T=2}^K ((w_T - c^M - u^M)x_{T-1} - c^S y_{T-L_S} - \max(-b_T^M Q_T^M, 0) - \right. \\ \quad \left. \max(h^M Q_T^M, 0)) + \max(r^M Q_T^M, 0) \right] \\ \text{s.t.} \\ \quad Q_{T-1}^M + y_{T-L_S} + \varepsilon_T = x_{T-1} + Q_T^M \\ \quad Q_{T-1}^M + y_{T-L_S} \leq u, y_{T-L_S} \geq 0, \end{array} \right. \quad (3)$$

其中 $Q_0^M = 0$.

2) 风险规避型零售商决策模型

零售商的目标是在库存容量等限制下实现总效用 $U_R(\Pi_R)$ 最大化. 用 Π_R 表示零售商的总利润. 文中用到的其它记号说明如下:

c^R, h^R 分别为零售商的单位产品运营成本 and 库存成本;

b_T^R 为零售商在周期 T 的单位产品缺货损失;

r^R 为零售商在最后一个周期期末的单位产品残值;

λ_T 为零售商在周期 T 的风险敏感度系数, $\lambda_T \geq 0$;

v 为零售商的库存容量上限, 因此有 $Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} \leq v$;

零售商的决策变量除了订购量 x_T , 还有零售价格 p_T 和服务水平 s_T . Q_T^R 是零售商在周期 T 期末库存量. 即, 零售商在周期 T 末进入周期 $T+1$ 初的库存量. 假设第一个周期的期初库存量为 0, 并且该库存量受到仓库容量的限制, 每个周期按照期末库存量计算库存成本. 考虑到生产商的提前期, 零售商应在实际需求发生之前提前订购商品. 即, 如果零售商在周期 T 时订购产品, 产品在 $T+L_M$ 时才能到达零售商的仓库.

零售商的期望利润函数为

$$\begin{aligned} E[\Pi_R] = E \left[\sum_{T=1}^K p_T \min(D_T, (Q_{T-1}^R + x_{T-L_M})) - \sum_{T=1}^K \frac{1}{2} \eta_T s_T^2 - \right. \\ \left. \sum_{T=1}^K c^R \min(D_T, (Q_{T-1}^R + x_{T-L_M})) - \sum_{T=1}^K w_T x_T - \sum_{T=1}^K h^R (Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} - D_T)^+ - \right. \\ \left. \sum_{T=1}^K b_T^R (D_T - Q_{T-1}^R - x_{T-L_M})^+ + r^R (Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} - D_T)^+ \right], \end{aligned} \quad (4)$$

其中上式右端方括号中第一项为零售商销售总收入, 第二项为服务水平提高产生的总成本^[6], 系数 $\eta_T > 0$ 是零售商在周期 T 时的服务投资效果系数, 系数越小, 投资效果 ($1/\eta_T$) 越好; 第三、四项分别是总的运营成本和给生产商的转移支付; 第五、六分别是总的库存持有成本和缺货成本; 最后一项为最后一个周期中剩余产品残值.

库存状态转移方程为

$$Q_T^R = Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} - D_T, \quad (5)$$

零售商期望利润函数可整理为

$$\begin{aligned} E[\Pi_R] = \sum_{T=1}^K E \left[(p_T - c^R) \min(D_T, (Q_{T-1}^R + x_{T-L_M})) - \frac{1}{2} \eta_T s_T^2 - \max(-b_T^R Q_T^R, 0) - \max(h^R Q_T^R, 0) \right] + \\ \max(r^R Q_T^R, 0) - \sum_{T=1}^K w_T x_{T-L_M}. \end{aligned} \quad (6)$$

对于风险偏好的零售商来说, 其效用函数可表示为 $U_R(\Pi_R) = E(\Pi_R) - \lambda_T \text{Var}[\Pi_R]$, 因此零售商要解决的问题是

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max}_{x_{T-L_M}, p_T, s_T} U_R(\Pi_R) \\ \text{s.t.} \\ Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} = D_T + Q_T^R \\ Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} \leq v \\ x_T \geq 0, p_T \geq 0, s_T \geq 0, \end{array} \right. \quad (7)$$

其中 $Q_0^R = 0$.

3 供应链动态策略分析

3.1 生产商采购策略

定理 1 给定每周期的批发价格 $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_T)$ 后, 生产商可以找到最优采购策略 $\mathbf{y}^* = (y_{2-L_S}^*, y_{3-L_S}^*, \dots, y_{T-L_S}^*)$. 每个周期 T 的最优采购决策 $y_{T-L_S}^*$, $T = 1, 2, \dots, K$ 由 $F(Q_{T-1}^M + y_{T-L_S} -$

$x_{T-1}) = (-c^S + b_T^M)/(h^M + b_T^M)$ 确定. 即, 生产商的最优采购决策除了与自身的前期库存、采购成本、库存成本和缺货成本有关, 还会受下游零售商订购决策与消费市场需求分布的重要影响.

证明 首先, 由 $\max(a, b) = a + (b - a)^+$, 式(3)可整理为

$$\text{Max}_{y_{T-L_S}} \text{E} \left[\sum_{T=2}^K ((w_T - c^M - u^M)x_{T-1} - c^S y_{T-L_S} + b_T^M Q_T^M - (h^M + b_T^M)E[Q_T^M]^+) + r^M E[Q_T^M]^+ \right]. \quad (8)$$

将生产商的约束优化问题转化为标准型

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min } f_1(\mathbf{y}) = -\text{Max} \left(\sum_{T=2}^K \left((w_T - c^M - u^M)x_{T-1} - c^S y_{T-L_S} + b_T^M Q_T^M - \right. \right. \\ \left. \left. (h^M + b_T^M)E[Q_T^M]^+ \right) + r^M E[Q_T^M]^+ \right) \\ \text{s.t.} \\ g_{1T}(\mathbf{y}) = Q_{T-1}^M + y_{T-L_S} - u \leq 0, T = 1, 2, \dots, K \\ \xi_{1T}(\mathbf{y}) = Q_{T-1}^M + y_{T-L_S} - x_{T-1} - Q_T^M = 0, T = 1, 2, \dots, K, \end{array} \right. \quad (9)$$

因此, 上述约束优化问题的拉格朗日函数可以表示为

$$L_1(\mathbf{y}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = f_1(\mathbf{y}) + \sum_{T=2}^K \lambda_{1T} g_{1T}(\mathbf{y}) + \sum_{T=2}^K \mu_{1T} \xi_{1T}(\mathbf{y});$$

其次, 根据问题(9)的 Karush-Kuhn-Tucker 最优性的一阶必要条件, 可知生产商的最优策略应满足

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla_{\mathbf{y}} L_1(\mathbf{y}^*, \boldsymbol{\lambda}^*, \boldsymbol{\mu}^*) = \mathbf{0}, \boldsymbol{\lambda}^* \geq 0 \\ \lambda_{1T}^* g_{1T}(\mathbf{y}^*) = 0 \\ \mu_{1T}^* \xi_{1T}(\mathbf{y}^*) = 0 \\ \mathbf{y}^* \in S_1, T = 1, 2, \dots, K, \end{array} \right. \quad (10)$$

其中 S_1 是该规划的可行域.

可以看出, $g_{1T}(\mathbf{y}) = Q_{T-1}^M + y_T - u, T = 1, 2, \dots, K$ 是连续可微的凸函数, $\xi_{1T}(\mathbf{y}) = Q_{T-1}^M + y_{T-L_S} - x_{T-1} - Q_T^M, T = 1, 2, \dots, K$ 是线性函数.

生产商在第 T 周期的利润函数可分离为两部分, 即

$$\begin{aligned} P_T^M(y_{T-L_S}, w_T, x_{T-1}, Q_T^M) &= (w_T - c^M - u^M)x_{T-1} - [c^S y_{T-L_S} - b_T^M Q_T^M + (h^M + b_T^M)E[Q_T^M]^+] \\ &= P_T^{M1}(w_T, x_{T-1}) - P_T^{M2}(y_{T-L_S}, Q_T^M), \end{aligned}$$

其中 $P_T^{M1}(w_T, x_{T-1}) = (w_T - c^M - u^M)x_{T-1}$, $P_T^{M2}(y_{T-L_S}, Q_T^M) = c^S y_{T-L_S} - b_T^M Q_T^M + (h^M + b_T^M)E[Q_T^M]^+$. 则生产商总利润函数的一般形式可表示为

$$\Pi_M = \sum_{T=2}^K P_T^M(y_{T-L_S}, w_T, x_{T-1}, Q_T^M) + r^M E[Q_T^M]^+. \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_T^M(y_{T-L_S}, w_T, x_{T-1}, Q_T^M)}{\partial y_{T-L_S}} &= -\frac{\partial P_T^{M2}(y_{T-L_S}, Q_T^M)}{\partial y_{T-L_S}} \\ &= -c^S + b_T^M - (h^M + b_T^M)F(Q_{T-1}^M + y_{T-L_S} - x_{T-1}) = 0, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 P_T^M(y_{T-L_S}, w_T, x_{T-1}, Q_T^M)}{\partial y_{T-L_S}^2} = -(h^M + b_T^M)f(Q_{T-1}^M + y_{T-L_S} - x_{T-1}) < 0.$$

由于 $\frac{\partial^2 P_T^M(y_{T-L_S}, w_T, x_{T-1}, Q_T^M)}{\partial y_{T-L_S}^2} < 0$, 可以证明 $P_T^M(y_{T-L_S}, w_T, x_{T-1}, Q_T^M)$ 是凹函数, 那么生产商的目标函数也是凹函数. 可知 $f_1(\mathbf{y})$ 为凸函数, 从而可以证明生产商的约束优化问题存在全局最优解 \mathbf{y}^* . 由一阶条件可得生产商在第 T 个周期的最优采购量应满足

$$F(Q_{T-1}^M + y_{T-L_S} - x_{T-1}) = \frac{-c^S + b_T^M}{h^M + b_T^M}. \quad (12)$$

证毕.

定理 1 说明生产商最优决策与下游供应链企业间的关系和决策方法对库存水平的影响. 1) 零售商上一期的订购量信息直接影响生产商本期的最优采购决策. 因为从式(12)可以看出, 只要零售商给定一个 x_{T-1}^* , 生产商总是可以获得一个基于前一期库存的最优采购量 $y_{T-L_S}^* = y(x_{T-1}^*)$. 因此, 生产商要获得整体利润最大, 最好在每个周期的决策中都参考零售商上一期的订购量进行决策. 2) 生产商处的库存是动态变化的, 受每个周期中生产商最优采购决策和零售商订购决策的共同影响. 而且, 由于生产商逐期根据零售商的近期订购量信息进行采购决策, 这样可以保证期末库存水平不会太高, 可避免大量零部件的积压. 这一点将在数值分析中给出更直观的说明.

3.2 风险规避型零售商策略分析

重新整理式(6)可得

$$\begin{aligned} E[\Pi_R] = & \sum_{T=1}^K \left[(p_T - c^R)E(D_T) + (p_T + b_T^R - c^R)E[Q_T^R] - (p_T + h^R + b_T^R - c^R)E[Q_T^R]^+ - \right. \\ & \left. \frac{1}{2}\eta_T s_T^2 - w_T x_{T-L_M} \right] + r^R E[Q_T^R]^+. \end{aligned} \quad (13)$$

令 $\phi_1(p_T, s_T) = E[D_T] = d_T(p_T, s_T)$, $\phi_2(p_T, s_T, x_{T-L_M}) = E[Q_T^R]^+$, $\varphi_1 = \text{Var}[D_T]$, $\varphi_2(p_T, s_T, x_{T-L_M}) = \text{Var}[Q_T^R]^+$, 其中

$$\begin{aligned} E[Q_T^R]^+ &= E[Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} - D_T]^+ \\ &= \int_{-\infty}^{Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} - d_T(p_T, s_T)} (Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} - d_T(p_T, s_T) - \theta_T) dF(\theta_T), \\ \text{Var}[Q_T^R]^+ &= \text{Var}[Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} - D_T]^+ \\ &= E[(Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} - D_T)^+]^2 - (E[Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} - D_T]^+)^2, \\ &= \int_{-\infty}^{Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} - d_T(p_T, s_T)} (Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} - d_T(p_T, s_T) - \theta_T)^2 dF(\theta_T) - \\ & \quad (\phi_2(p_T, s_T, x_{T-L_M}))^2, \quad T = 1, 2, \dots, K-1, \end{aligned}$$

又 $E[Q_T^R] = Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} - E[D_T]$, 则 $\text{Var}[Q_T^R] = \text{Var}[Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} - D_T] = (-1)^2 \text{Var}[D_T] = \text{Var}[D_T] = \varphi_1$. 因此有

$$\begin{aligned} E[\Pi_R] = & \sum_{T=1}^K \left((p_T + b_T^R - c^R)(Q_{T-1}^R + x_{T-L_M}) - b_T^R \phi_1(p_T, s_T) - \right. \\ & \left. (p_T + h^R + b_T^R - c^R) \phi_2(p_T, s_T) - \frac{1}{2} \eta_T s_T^2 - w_T x_T \right) + r^R \phi_2(p_T, s_T), \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}[\Pi_R] = & \sum_{T=1}^K \left(((p_T - c^R)^2 + (p_T + b_T^R - c^R)^2) \varphi_1 + (p_T + h^R + b_T^R - c^R)^2 \varphi_2(p_T, s_T, x_{T-L_M}) \right) + \\ & (r^R)^2 \varphi_2(p_T, s_T, x_{T-L_M}), \end{aligned} \quad (15)$$

则可得

$$U_R(\Pi_R) = E[\Pi_R] - \lambda_T \text{Var}[\Pi_R] = \sum_{T=1}^K ((p_T + b_T^R - c^R)(Q_{T-1}^R + x_{T-L_M}) - b_T^R \phi_1(p_T, s_T) - (p_T + h^R + b_T^R - c^R) \phi_2(p_T, s_T, x_{T-L_M}) - w_T x_{T-L_M} - \frac{1}{2} \eta_T s_T^2 - \lambda_T (((p_T - c^R)^2 + (p_T + b_T^R - c^R)^2) \varphi_1 + (p_T + h^R + b_T^R - c^R)^2 \varphi_2(p_T, s_T, x_{T-L_M}))) + r^R \phi_2(p_T, s_T) - \lambda_T (r^R)^2 \varphi_2(p_T, s_T, x_{T-L_M}). \quad (16)$$

定理 2 风险规避型的零售商在各周期内获得生产商的批发价格信息, 并确定订购提前期 L_M 后, 零售商可获得最优服务水平最优策略 s^* , s_T^* 由最优零售价 p_T^* 影响; 在均匀分布下, 且满足

$$(N_T - 2w_T - h^R - A_T/(2B)(N_T + h^R))(2 + F(A_T) + 2(\beta_1 - \beta_2^2/\eta_T)) \geq 0$$

时, 零售商可获得联合最优的订购量策略 x^* 和零售价定价策略 p^* , 最优订购和定价决策 $(x_{T-L_M}^*, p_T^*)$ 可通过求解方程组(20)和(21)确定.

证明 此问题可以转化为证明零售商的总效用函数为凹函数. 零售商在周期 T 的效用函数可表示为

$$P_T^R(x_{T-L_M}, p_T, s_T, w_T, Q_T^R) = (p_T + b_T^R - c^R)(Q_{T-1}^R + x_{T-L_M}) - b_T^R \phi_1(p_T, s_T) - (p_T + h^R + b_T^R - c^R) \phi_2(p_T, s_T, x_{T-L_M}) - \lambda_T (((p_T - c^R)^2 + (p_T + b_T^R - c^R)^2) \varphi_1 + (p_T + h^R + b_T^R - c^R)^2 \varphi_2(p_T, s_T, x_{T-L_M})) - w_T x_{T-L_M} - \frac{1}{2} \eta_T s_T^2, \quad T = 1, 2, \dots, K-1, \quad (17)$$

则零售商总效用函数的一般形式可表示为

$$U_R = \sum_{T=1}^K P_T^R(x_{T-L_M}, p_T, s_T, w_T, Q_T^R) + r^R \phi_2(p_T, s_T, x_{T-L_M}) - \lambda_T (r^R)^2 \varphi_2(p_T, s_T, x_{T-L_M}). \quad (18)$$

$$\frac{\partial P_T^R}{\partial s_T} = -\beta_2 b_T^R - \eta_T s_T + \beta_2 (N_T - w_T) = 0, \quad (19)$$

$$\frac{\partial P_T^R}{\partial x_{T-L_M}} = N_T - w_T - (N_T + h^R) F(A_T) - 2\lambda_T (N_T + h^R)^2 \phi_2 (1 - F(A_T)) = 0, \quad (20)$$

$$\frac{\partial P_T^R}{\partial p_T} = \beta_1 b_T^R + Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} - \beta_1 (N_T - w_T) - \phi_2 - \lambda_T (\varphi_1 (4N_T - 2b_T^R) + 2\varphi_2 (N_T + h^R)^2) = 0. \quad (21)$$

其中 $N_T = p_T + b_T^R - c^R$, $P_T^R = P_T^R(x_T, p_T, s_T, w_T, Q_T^R)$, $\phi_2 = \phi_2(p_T, s_T, x_{T-L_M})$, $\varphi_2 = \varphi_2(p_T, s_T, x_{T-L_M})$, $A_T = Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} - d_T(p_T, s_T)$, 由式(19)可知, s_T^* 由决策变量 p_T^* 决定. 也就是说, 如果零售商能获得零售价格和订购量的联合最优决策, 之后就可确定最优服务水平决策. 即, 服务水平是单独决策的. 计算得 $\frac{\partial^2 P_T^R}{\partial s_T^2} = -\eta_T < 0$, 因此零售商可在 s_T 上获得最优服务水平决策, 且最优服务水平决策由最优零售价格决定.

如果零售商在周期 T 的效用函数的海赛矩阵 \mathbf{H}_{x_T, p_T} 处处半负定, 求解由式(20)和式(21)组成的方程组可得到最优的策略 $(x_{t-L_M}^*, p_T^*)$. 计算可知,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 P_T^R}{\partial x_{T-L_M}^2} &= -(N_T + h^R) f(A_T) - 2\lambda_T (N_T + h^R)^2 (-\phi_2 f(A_T) + F(A_T)(1 - F(A_T))) \\ &= -\frac{f(A_T)}{1 - F(A_T)} (w + h^R) - 2\lambda_T (N_T + h^R)^2 F(A_T) (1 - F(A_T)) \leq 0. \end{aligned}$$

如果随机变量 ε_T 服从 $[-B, B]$ 之间的均匀分布, 则有

$$\frac{\partial^2 P_T^R}{\partial p_T^2} = -\beta_1 (1 + F(A_T)) - 4F(A_T) \psi_1 - 4\beta_1 \lambda_T \phi_2 (N_T + h^R)^2 (1 - F(A_T)) - 4\lambda_T (N_T + h^R) \psi_2 \leq 0.$$

当 $(N_T - 2w_T - h^R - A_T/(2B)(N_T + h^R))(2 + F(A_T) + 2(\beta_1 - \beta_2^2/\eta_T)) \geq 0$ 时, 可得

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 P_T^R}{\partial x_{T-L_M}^2} & \frac{\partial^2 P_T^R}{\partial x_{T-L_M} \partial p_T} \\ \frac{\partial^2 P_T^R}{\partial p_T \partial x_{T-L_M}} & \frac{\partial^2 P_T^R}{\partial p_T^2} \end{vmatrix} \geq 0,$$

因此, 零售商可获得联合最优策略。

证毕。

定理2及其证明过程给出了最优服务水平和最优产品定价间的重要关系、最优联合定价和订购策略存在的条件和零售商的决策顺序。1) 零售商可找到最优服务水平策略使得整体效用最大。同时, 式(19)等价于 $s_T^* = \beta_2(p_T^* - w_T - c^R)/\eta_T$ 。可以看出, s_T^* 和 p_T^* 的关系与 η_T 的取值密切相关。零售商会根据投资效果给出每个周期 η_T 的值。因此, 二者的关系由于 η_T 的不同而不同。零售商通过这个关系来调整需求量, 从而间接的进行库存水平的控制。这一点将在数值分析中进一步给出直观的分析。2) 联合定价和订购最优策略的存在和求解相对复杂, 不仅受到随机需求分布的重要影响, 还与零售商自身投资效果等参数和上游企业行为有关。需要零售商就此进行协调才能获得。3) 零售商根据生产商给定的批发价格和自身前期库存, 首先寻找最优的联合订购和定价决策, 之后在价格的基础上进行最优服务水平的确定。生产商则在零售商前期订购量和自身前期末库存的基础上确定最优的采购量。

4 算例分析

4.1 参数设置

设生产商在前5个周期的批发价格为 $w = (50, 46, 42, 38, 34)$, 初始库存 $Q_0^M = Q_0^R = 0$, 生产商其它参数设置如表1所示; 零售商参数设置如表2所示。

表1 生产商参数表

Table 1 The parameters used for the manufacturer							
参数	c^S	b_T^M	c^M	u^M	h^M	r^M	u
取值	20	25	10	2	15	10	1000

表2 零售商参数表

Table 2 The parameters used for the retailer							
参数	c^R	b_T^R	η_1	h^R	λ_T	r^R	v
取值	5	8	1	30	0.01	20	1000

假设零售商根据经营状况有如下设置: $\eta_T = 3(T = 2, 4, 5), \eta_3 = 5$ 。市场需求函数中的 $\alpha = 600, \beta_1 = 5, \beta_2 = 1$ 。如果随机变量 ε_T 和 ε 均服从 $[-B, B]$ 之间的均匀分布, 则有

$$\varphi_2(p_T, s_T, x_{T-L_M}) =$$

$$\begin{cases} 0, & Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} - d_T(p_T, s_T) < B \\ \frac{1}{2(B_2 - B_1)}(Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} - d_T(p_T, s_T) + B)^2, & -B \leq Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} - d_T(p_T, s_T) \leq B \\ Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} - d_T(p_T, s_T), & Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} - d_T(p_T, s_T) > -B. \end{cases}$$

下面对 $-B \leq Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} - d_T(p_T, s_T) \leq B$ 这种较一般的情形进行讨论, 则有

$$\begin{aligned} \varphi_2(p_T, s_T, x_{T-L_M}) &= \int_{B_1}^{Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} - d_T(p_T, s_T)} \frac{(Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} - d_T(p_T, s_T) - \theta_T)^2}{4B} d\theta_T - \\ &\quad (\phi_2(p_T, s_T))^2 \\ &= \frac{(Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} - d_T(p_T, s_T, x_{T-L_M}) + B)^3}{6B} - (\phi_2(p_T, s_T, x_{T-L_M}))^2, \end{aligned}$$

$$T = 1, 2, \dots, K. \tag{22}$$

如果 $B = 20$, 则可求得 $\phi_1(p_T, s_T) = 0, \phi_2(p_T, s_T, x_{T-L_M}) = (Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} - d_T(p_T, s_T) + 20)^2/80$,

$$\varphi_1 = 1600/12 \text{ 和 } \varphi_2(p_T, s_T, x_{T-L_M}) = (Q_{T-1}^R + x_{T-L_M} - d_T(p_T, s_T) + 20)^3/120 - (\phi_2(p_T, s_T, x_{T-L_M}))^2.$$

4.2 供应链企业决策及库存控制分析

计算得到了生产商和零售商在5个周期中的各类决策、期初和期末库存等情况,如表3所示.可以看出,供应链成员都有缺货的可能.当库存量为负值时实际库存量为0.

1) 生产商和零售商的库存变动情况

图2给出了在5个周期中两级库存的动态变化曲线(设每个周期的时长为两个月).显然,两级库存水平的变动趋势基本一致.供应链两级成员在达到各自目标的同时有效地应对了不确定的市场需求,并没有出现需求过分放大或因过量订货导致的大量库存积压的情况,且市场需求稳定在一定的数值范围内.

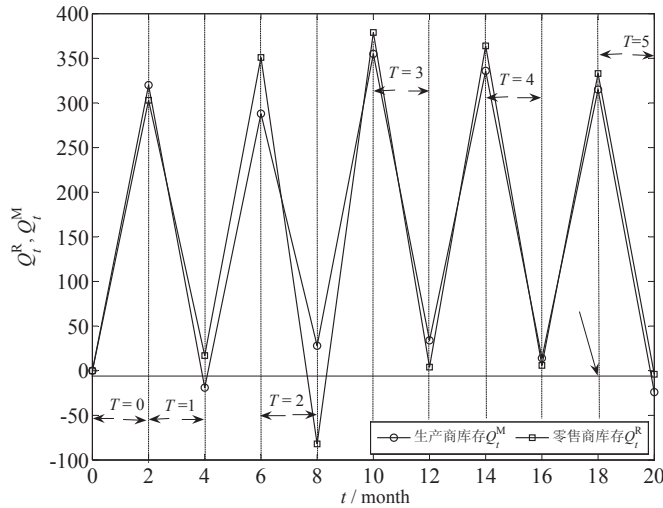


图2 供应链二级库存同时变动示意图

Fig. 2 Change schematic of two-echelon inventory in the supply chain

上述现象解释如下:一方面,生产商根据零售商前一期订单量和自己当前库存进行采购决策.获得零售商订购信息及市场需求信息帮助生产商作出了更理性的原材料采购决策,因此各期的期末库存基本可稳定在较低的水平上,有效地控制了库存成本.另一方面,风险规避型的零售商在获得生产商的批发价格后,可以对产品进行合理定价,在控制服务成本的前提下确定最优的服务水平,从而对不确定的市场需求做出更加准确的预测,有效地规避风险.如,在周期2开始,零售商对前期价格只做了微调(55.8 - 55.6 = 0.2元),用以保证需求不发生较大变化;同时提高产品的订购量,从303件提高到370件,以弥补上周期的缺货和本周期的市场不确定性.

表3 生产商和零售商在 K = 5 时的决策结果

Table 3 Decision value for supply chain members when K = 5

	T = 0	T = 1		T = 2		T = 3		T = 4		T = 5	
		期初	期末	期初	期末	期初	期末	期初	期末	期初	期末
y_T (件)	—	320	—	271	—	437	—	332	—	309	—
生产商库存(件)	0	320	17	288	-82	355	4	336	6	315	-4
x_T (件)	—	303	—	370	—	351	—	330	—	319	—
d_T (件)	—	322	—	324	—	345	—	350	—	357	—
零售商库存(件)	0	303	-19	351	28	379	34	364	14	333	-24
p_T (元)	—	55.8	—	55.6	—	51.2	—	50.6	—	49.3	—
s_T^R	—	0.68	—	1.52	—	0.84	—	2.92	—	3.42	—

生产商仅在第2期末产生了相对严重的缺货,这一方面是由于零售商订购量有较高幅度的增加.在这5个周期中,这次的幅度是最大的.另一方面,生产商上一期采购量320件高于来自零售商的需求而产生

部分零部件库存剩余,从而降低了采购量.总的来说,生产商离市场需求较远,预测相对困难一些.不过这次缺货在第3周期中得到了很好的调整.

2) 两级供应链成员决策变量之间的关系

由表3数据可以看出,虽然零售商服务水平受产品零售价影响,但当服务成本较高而服务投资效果不佳时,可对服务水平进行调整.如,第二周期中,服务水平1.52,较第一周期有很大提高.服务成本增加,但库存积压要大于第一期缺货数量,这是投资不佳的一种表现.在第3周期中零售商可采取紧缩订购决策,增加 η 的值进行适当调整.因此,这里的服务水平主要是零售商用来调整需求和成本的,不对供应商决策和利润产生具体影响.在相同的投资效果系数下,如周期2、4、5中,零售商利润随服务水平的提高而增加.

由定理1知,生产商的采购决策受零售商上一期订购量影响.实际上,由于零售商相邻两期订购量决策的相互影响,从而使使得同一周期中生产商采购量与零售商订购量基本呈现正相关关系.

零售商定价决策与需求呈现一种负相关关系,这与实际运营情况是相符的.而零售价与服务水平的关系由于投资效果系数的变化而呈现出不规则的变化情形.但在相同的投资效果系数下,二者是负相关的关系.这是因为零售商需要通过产品价格和服务水平来保证一定的市场需求量.零售商需要在服务质量和服务成本之间做好权衡.

5 结束语

本文对由单生产商和单零售商组成的供应链的动态订购和定价策略等问题,建立了两级成员的优化决策模型,并进行了求解分析,重点给出了企业动态决策对两级成员库存动态控制和不同决策间的关系.在随机需求假设下考虑了多周期两级供应链联合决策问题,建立了非线性、有约束的多目标优化模型,对两级供应链多周期动态决策进行了数值模拟.证明了两级供应链成员各自的多周期动态决策模型最优解的存在性,并给出了求解最优解的方法.生产商最优采购量受自上期期末库存、零售商前期订购量和需求分布的直接影响;零售商首先确定联合最优的定价和订购策略,最优服务水平决策主要受最优定价的影响.数值分析表明,两级成员同时实现目标的过程中实现了两级库存的同时控制;并且两级库存水平的变动趋势基本一致;零售商服务水平受产品零售价影响,但可通过投资效果系数进行调整成本和需求,从而使下一期服务水平产生影响;此外,对缺货的原因,最优决策间的相关性以及服务水平与利润的关系也给出了分析与说明.

参考文献:

- [1] Reyes P M. A mathematical example of the two-echelon inventory model with asymmetric market information[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2005, 162(1): 257-164.
- [2] Webstera S, Weng Z K. Ordering and pricing policies in a manufacturing and distribution supply chain for fashion products[J]. *International Journal of Production Economics*, 2008, 114(2): 476-486.
- [3] 彭红军,周梅华. 两级生产与需求不确定的供应链生产订购决策[J]. *系统工程学报*, 2010, 25(5): 622-628.
Peng Hongjun, Zhou Meihua. Production and ordering decision in supply chain with uncertainty in two-echelon yields and demand[J]. *Journal of Systems Engineering*, 2010, 25(5): 622-628.(in Chinese)
- [4] 赵海霞,艾兴政,马建华,等. 风险规避型零售商的链与链竞争两部定价合同[J]. *系统工程学报*, 2013, 28(3): 377-386.
Zhao Haixia, Ai Xingzheng, Ma Jianhua, et al. Two-part tariffs contract under chain-to-chain competition with risk-averse retailers[J]. *Journal of Systems Engineering*, 2013, 28(3): 377-386.(in Chinese)
- [5] Xiao T, Yang D. Price and service competition of supply chains with risk-averse retailers under demand uncertainty[J]. *International Journal of Production Economics*, 2008, 114(1): 187-200.
- [6] Jia J, Dyer J S. A standard measure of risk and risk-value models[J]. *Management Science*, 1996, 42(12): 1691-1705.
- [7] Tsay A A, Agrawal N. Channel dynamics under price and service competition[J]. *Manufacturing & Service Operations Management*, 2000, 2(4): 372-391.
- [8] Pan K, Lai K K, Liang L, et al. Two-period pricing and ordering policy for the dominant retailer in a two-echelon supply chain with demand uncertainty[J]. *Omega: International Journal of Management Science*, 2009, 37(4): 919-929.
- [9] Chen K, Xiao T. Ordering policy and coordination of a supply chain with two-period demand uncertainty[J]. *European Journal of Operational Research*, 2011, 215(2): 347-357.