

分级医疗体制下的转诊与政府补贴策略

李忠萍^{1,2}, 王建军^{1*}, 张歆眸¹, 单巍³

(1. 大连理工大学经济管理学院, 辽宁 大连 116024;

2. 安徽大学商学院, 安徽 合肥 230601;

3. 大连医科大学附属二院眼科部, 辽宁 大连 116027)

摘要: 针对我国当前医疗资源供需不匹配的现状, 考虑分级医疗体制下政府对三甲医院提供转诊补贴情形下, 研究医院的下转策略、产能策略及绩效问题. 构建排队框架下四个医疗参与方, 包括政府、三甲医院、社区医院以及病人的四阶段 Stackelberg 博弈决策模型. 研究表明, 通过政府提供转诊补贴方式, 可促使下转策略有效实施, 可实现整个医疗系统、两家医院及病人共赢. 在一定条件下, 尽管政府加大对社区医院资金投入可缓解医疗系统堵塞, 但可能降低两家医院的绩效; 适当提高社区医院治疗价格, 通过转诊方案可提高分级医疗系统中各参与方的绩效.

关键词: 分级医疗; 排队博弈; 下转率; 产能水平; 补贴; 社会福利

中图分类号: C934 文献标识码: A 文章编号: 1000-5781(2021)03-0400-16

doi: 10.13383/j.cnki.jse.2021.03.009

Referral and government subsidy strategies in a hierarchical healthcare system

Li Zhongping^{1,2}, Wang Jianjun^{1*}, Zhang Xinmou¹, Shan Wei³

(1. School of Economics and Management, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. School of Business, Anhui University, Hefei 230601, China;

3. Department of Ophthalmology, The Second Hospital of Dalian Medical University, Dalian 116027, China)

Abstract: In view of the current situation of the mismatch between supply and demand of medical resources in China, considering the situation that the government provides referral subsidies to the third-class hospitals under the hierarchical medical system, the study is conducted downward transfer strategy, capacity strategy and performance of hospitals. A four-stage Stackelberg game decision-making model is constructed for four medical participants under the queuing framework, including the government, top three hospitals, community hospital and patients. The research shows that the government can promote the effective implementation of the downward transfer strategy by providing subsidy for referral two medical systems, two hospitals and patients. Under certain conditions, although the government to increase the funding of community hospitals can alleviate the blockage of the medical system, but may reduce the performance of the two hospitals. Appropriately raising the price of treatment in community hospitals can improve the performance of all participants in the hierarchical medical system through referral scheme.

Key words: hierarchical healthcare; queueing-game; referral rate; capacity level; subsidy; social welfare

收稿日期: 2018-11-08; 修订日期: 2019-10-16.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71672019; 71421001; 71801001); 中央高校基本科研业务费资助项目(DUT21RW406).

*通信作者.

1 引言

近年来,我国医疗服务资源结构不合理,致使医疗服务资源供需严重不匹配^[1-4],特别是三甲医院医疗服务水平高、医疗服务质量高,提供的医疗服务更有保障,激发了患者的择医行为,导致大型三甲医院人满为患、拥挤不堪、接诊能力不足,而小型社区医院病源严重不足;同时也使得三甲医院的大量医疗资源投入于常见病、慢性病和多发病,优质医疗资源使用效率低下。因此,当前我国医疗服务领域的主要矛盾,其实质是人民群众日益增长的医疗服务需求与医疗服务供给发展之间不匹配的矛盾,此矛盾产生的根源为医疗服务供给机制不合理,其中三甲医院“看病难,看病贵”及社区医院资源闲置是矛盾的主要表现形式^[5]。基于此,通过推进分级诊疗制度解决医疗资源供需错配,实现医疗服务资源利用效率最大化的目标,是我国医改的必然选择。

分级诊疗是指根据疾病严重程度进行分级,各级别的医疗机构承担不同疾病治疗,形成“小病在社区,大病进医院,康复回社区”的就医秩序。由此,三甲医院承担危急重症和疑难复杂疾病的诊疗服务,而将病情稳定的常见病及慢性病等转至下级社区医院^[6]。目前,中国政府正在积极推进分级诊疗制度以及相配套的双向转诊策略的建设。国务院办公厅印发的《关于推进分级诊疗制度建设的指导意见》、《“十三五”深化医药卫生体制改革规划》和《“健康中国2030”规划纲要》,明确提出“建立科学合理的分级诊疗制度,推进大型三甲医院与基层社区医院的分工协作,引导一般诊疗下沉到基层,逐步实现基层首诊、双向转诊、急慢分治、上下联动的就医新秩序”。在我国实施分级诊疗模式与双向转诊策略过程中,经过几年的实践,上海、北京、深圳、武汉等一些城市积极探索不同等级医疗机构之间的分级诊疗的双向转诊合作模式^[7],并取得了一定成效。然而,分级诊疗有效推行依然面临几方面的问题。一是政府对三甲医院的投入和补偿机制不完善,由于经济利益损失^[8],三甲医院的转诊动机不强,缺乏引导三甲医院病人下转至社区医院的明确机制;二是上下级医院之间存在竞争关系,致使三甲医院与社区医院之间的转诊合作积极性不高,以及医院分流患者意识不强等^[9];三是患者“就高不就低”的就医心理与习惯,加之不信任基层医院,导致“上转容易下转难”。探讨有利于推进三甲医院与社区医院的分级诊疗协调机制,适应我国目前转诊服务现状的有效转诊策略,提高各医疗机构的经济和社会效益、医疗系统的社会福利,是完善我国医疗服务体系的当务之急。

新医改以来分级诊疗政策的相关问题是医疗服务政策领域研究的热点。探讨的主题包括医疗转诊策略、医疗系统协调、医院定价和产能决策、政府补贴机制等。首先,在医疗转诊策略方面,莫钜等^[10]基于病人平均等待时间及资源利用率等评价指标,运用矩阵几何的方法从经济利益角度探索不同规模医院间合作的转诊策略;Li等^[11]构建了从一家综合医院到社区医院的逆向转诊排队模型,评价了每个医院的利益及合作成员加入意愿。其次,在医疗系统协调方面,Liu等^[12]基于医院运营成本最低的角度,研究了院管院办及协议合作下的转诊策略,并以院管院办下的转诊策略为基础,通过面向服务及面向质量契约实现了整个医疗系统的协调;吴文强等^[13]分析了合作成本、合作收益对社区医院群体与大中型医院群体建立双向转诊制度的影响。再次,基于文献[10-13]的研究,一些学者注意到等待时间、治疗价格敏感性患者的择医偏好行为,并从医院定价和产能决策方面进行研究,比如,陈妍等^[9]针对延时敏感性患者向上转诊时,考虑了三甲医院定价与社区医院产能规划等问题;Guo等^[14]构建了两级公共服务系统的两个平行M/M/1排队模型,研究了以医疗系统福利最大化为目标下的定价及产能决策问题;Chen等^[15]研究了两家私立医院与一家公立医院的价格竞争问题,并探讨竞争对社会福利影响。最后,鉴于近年来医疗服务领域供需不匹配,致使医疗服务效率低下的问题,Hua等^[16]针对政府为私立医院提供补贴情况下,研究了私立医院进入医疗市场与公立医院的竞争,探讨了政府税收与财政补贴如何协调医疗系统以实现福利最大化;Chen等^[17]考虑了价格非调整与调整情况下补贴策略对病人期望等待时间及两级服务系统的社会福利影响。由以上综述分析可知,第一,分级诊疗系统下的一些病人由上级三甲医院转至下级社区医院的现象在现实生活中普遍存在,且已引起部分学者的关注。虽然已有相关学者对分级诊疗下病人的转诊的问题展开了研究,但在考虑患者对等待时间及价

格具有敏感行为偏好时,三甲医院病人下转的最优转诊决策研究较少.其中文献[10–12]仅考虑了利益冲突情况下,不同医疗机构间的转诊合作意愿,该模型没有考虑具有等待时间及价格敏感行为偏好的患者就医选择行为,忽略了病人的转诊选择行为及如何通过转诊策略来实现病人、医疗机构及整个医疗系统共赢等问题.第二,文献[9, 14–17]说明延迟、价格等对病人就医选择有着很大的影响,但缺乏对于三甲医院稳定期病人如何下转至社区医院以及社区医院对下转的病人如何规划其服务产能水平的研究,尤其是在经济利益冲突情况下,三甲医院下转病人的动机不强时,政府如何通过提供转诊补贴对其进行激励,进而来畅通下转渠道问题的研究较为匮乏.因此,当患者具有延时和价格敏感行为时,考虑分级诊疗系统下的最优医疗转诊决策具有非常重要的研究价值,需要在理论上开展进一步的深入探讨.同时,研究这种情况下政府相关部门如何设计补偿机制来畅通下转渠道及实现各医疗机构共赢显得非常重要.

本文在文献[16–17]的基础上,结合新医改相关的分级诊疗政策,主要从以下几方面进行研究:1) 针对由一家三甲医院,一家社区医院及一家公共投资者(政府)组成的医疗卫生服务系统,考虑不同种类病人情况下,构建了一个四阶段 Stackeberg 序贯博弈决策模型;2) 探讨促使(营利的)三甲医院与(非营利的)社区医院的分级诊疗协作机制,考虑政府为三甲医院提供转诊补贴方案下,医疗系统的均衡决策结果(政府的转诊补贴率、三甲医院的转诊率与社区医院的产能规划)以及医疗系统的均衡绩效(等待时间、经济效益与社会福利)等问题;3) 讨论政府为三甲医院提供的转诊补贴以及政府为社区医院提供的补贴如何影响均衡决策结果与均衡绩效;4) 分析社区医院治疗价格对均衡决策结果与均衡绩效有何影响.通过对以上问题的分析研究,希望为优化我国的医疗资源配置效率、提高医疗资源利用率和社会福利、加强我国三甲医院与社区医院分级诊疗分工协作意愿提供一个可行的方案,也为完善我国分级诊疗系统下医疗转诊的制定以及政府投入补偿机制等提供有力的理论支撑和政策参考.

2 分级诊疗模型

2.1 模型描述

针对由不同种类病人,一家三甲医院,一家社区医院以及一家公共投资者(政府)组成的医疗服务系统,如图1所示.假设全部市场可被覆盖,病人根据患病程度被分为两类:病情较轻患者(M-类型)与病情较重患者(S-类型).三甲医院可治疗两类病人,而社区医院仅可治疗M-类型病人.病人到达三甲医院,先经过首诊(假设诊疗时间很短,为简化起见,本研究忽略首诊时间)确定其是M-类型病人还是S-类型病人.

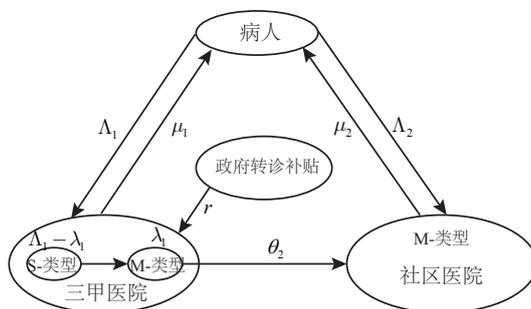


图1 分级诊疗流程

Fig. 1 The process of hierarchical diagnosis

假设单位时间到三甲医院与社区医院首诊的潜在病人流分别服从参数为 Λ_1 , Λ_2 的泊松分布.若三甲医院的病人接受首诊后确定为 S-类型,即其病情较重,三甲医院必须预留该病人并对其提供后续治疗服务;若其为 M-类型,即病人病情较轻,三甲医院可选择对其提供后续治疗服务或下转至社区医院进行治疗.在三甲医院允许下转的情况下, M-类型病人自愿选择是否下转至社区医院¹.假设病人不能观察系统的状态及

¹本研究假设不考虑病人上转情况,虽在中国 S-病人上转也很普遍,但目前如何解决“上转容易下转难”是阻碍分级诊疗有效实施的关键.

三甲医院系统处于稳定状态下, 单位时间到达的 M-类型病人为 $\lambda_1, \lambda_1 < \Lambda_1$. 给定三甲医院的其他 M-类型病人下转率 θ_0 , 根据独立泊松过程的可加性, 可知, 三甲医院与社区医院单位时间有效的病人达到率分别为 $\Lambda_1 - \theta_0$ 和 $\Lambda_2 + \theta_0$. 考虑两家医院基于先到先服务 (FCFS) 规则为病人提供治疗服务. 假设三甲医院与社区医院对病人的治疗时间分别服从参数为 μ_1 与 μ_2 (产能) 的指数分布, 且它们的分布相互独立^[14-17]. 两家医院基于 M/M/1 排队规则为病人提供治疗服务, 即三甲医院及社区医院治疗服从两个平行的 M/M/1 排队规则. 鉴于三甲医院下转病人会失去一部分收益, 而病人下转需要三甲医院同意. 所以补贴三甲医院有利于下转渠道的畅通, 考虑公共投资者对三甲医院进行转诊补贴的情况, 单位下转病人的补贴²为 r .

参数说明如表 1 所示.

表 1 参数符号说明

Table 1 Parameter symbol summary

参数符号	符号含义
下标 1 与下标 2	分别指三甲医院与社区医院
Λ_1	三甲医院单位时间病人到达率
λ_1	三甲医院单位时间 M-类型病人到达率
Λ_2	社区医院单位时间病人到达率
μ_1	三甲医院单位时间病人服务率/产能
μ_2	社区医院单位时间病人服务率/产能
r	三甲医院下转每个病人的政府补贴费用
θ_1	三甲医院单位时间病人下转率
θ_2	单位时间病人选择下转率
R	医院的服务价值 (足够大)
p_1	三甲医院每个病人的治疗价格
c_1	三甲医院单位产能的服务成本
p_2	社区医院每个病人的治疗价格
c_2	社区医院单位产能的服务成本
d	单位时间病人等待成本
γ	单位价格对病人效益影响系数
B	政府补贴社区医院的预算上限
F	政府转诊补贴三甲医院的预算上限
Π_1	三甲医院的期望利润
Π_2	社区医院的期望利润
U_1	三甲医院每个病人的期望效益
U_2	社区医院每个病人的期望效益
W	每个病人的期望等待时间 (包括服务时间)
SU_2	社区医院服务病人的总福利
SW	整个医疗系统的总等待时间

针对当前由于经济利益冲突, 上级三甲医院无动力将常见病、慢性病等病情较轻患者转至下级社区医院治疗的难题, 本文通过构建一个四阶段 Stackelberg 博弈^[18,19] 决策模型, 探讨公共资助者 (政府) 对三甲医院提供转诊补贴时, 三甲医院转诊策略、社区医院产能规划及病人转诊选择问题. 具体博弈过程如图 2 所示.

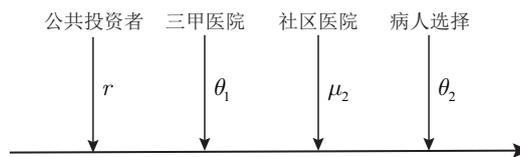


图 2 序贯博弈决策模型

Fig. 2 Sequential game decision model

²在中国, 政府对三甲医院提供转诊补贴的政策已被实施, 比如, 2017 年 11 月, 江西省新余市卫计委为促进分级诊疗政策的实施, 提出鼓励上级医院 (三级医院) 将符合下转条件的住院患者向下转诊, 并由市财政安排给予每人每次 600 元的奖励经费 (<http://www.xyswjsjsw.gov.cn/c101972/201610/beeffdd1014f4621b93d110d6b6aa6a1.shtml>).

阶段 1 公共投资者确定最优转诊补贴率 r .

阶段 2 三甲医院确定最优转诊率 θ_1 .

阶段 3 社区医院确定最优产能 μ_2 .

阶段 4 病人基于期望效益选择是否转诊.

为求得公共投资者的均衡转诊补贴, 上级三甲医院的均衡转诊率及下级社区医院的均衡产能, 本研究采用逆向递推法. 从病人的选择行为开始, 在给定三甲医院的转诊率及公共投资者的转诊补贴的情况下, 研究社区医院的服务能力决策问题. 然后, 基于公共投资者的转诊补贴, 求解三甲医院的最优转诊率决策, 最后, 求解公共投资者的最优转诊补贴.

病人的转诊选择 考虑病人的效用由医院提供的服务价值, 等待时间, 治疗价格组成^[20-22], 病人基于其期望效益选择是否下转. 给定三甲医院的其他 M-类型病人下转率 θ_o , 则病人的效益为

$$U_i(\theta_o) = R - W(\Lambda_i + (-1)^i \theta_o, \mu_i) - \gamma p_i, \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

其中若病人为 M-类型, 则 $p_1 = p_{1M}$; 若病人为 S-类型, 则 $p_1 = p_{1S}$.

基于 M/M/1 排队, 病人期望等待时间为 $W(\Lambda_i + (-1)^i \theta_o, \mu_i) = 1/[\mu_i - (\Lambda_i + (-1)^i \theta_o)]$. 为与实际情况相符合, 考虑 $p_{1S} \geq p_{1M} > p_2$.

为分析一些性质及模型求解的可行性, 给出如下假设.

假设 1 服务产能的可行域满足 $\mu_1 \geq \max\{V_1(\Lambda_1), [\Lambda_1 + d/(2p_{1M})] + \sqrt{[d/(2p_{1M})][2\Lambda_1 + d/(2p_{1M})]}\}$, $\mu_2 \geq V_2(\Lambda_2)$, 其中 $V_i(x) = x + d/(R - \gamma p_i)$.

假设 1 保证病人净效益为正, 这是因为病人总不愿意寻找使其净效益为负的治疗服务, 一般地, 医院的服务价值 R 应足够大. 另外, 该假设也与实际相符合, 即确保三甲医院的 M-类型病人存在部分下转.

假设 2 政府为三甲医院提供的转诊补贴满足 $r < p_{1M}$.

这个假设表明政府为三甲医院提供的转诊补贴不高于医院治疗价格, 否则三甲医院总选择将 M-类型病人下转, 这保证了三甲医院及政府存在均衡转诊策略.

对任意的 θ_o , 若 $U_1(\theta_o) > \max\{U_2(\theta_o), 0\}$, 病人选择留在三甲医院接受治疗; 若 $0 < U_1(\theta_o) < U_2(\theta_o)$, 病人选择下转至社区医院; 若 $0 < U_1(\theta_o) = U_2(\theta_o)$, 病人可选择留在三甲医院或下转至社区医院. 假设病人采取相同的转诊策略^[23]. 因此, 模型满足 $\theta_o = \theta_2$. 三甲医院的 M-类型病人选择是否下转社区医院接受治疗仅仅在医院的许可下进行. 三甲医院许可下转 θ_1 的病人时, 该病人基于在两家医院接受治疗服务的效益选择是否转诊, 假设有 θ_2 的病人被转诊, 因此通过运算不难得到均衡选择行为满足以下情况:

情况 1 $\gamma p_{1M} + dW(\Lambda_1 - \theta_2, \mu_1) = \gamma p_2 + dW(\Lambda_2 + \theta_2, \mu_2)$ ($\theta_2 < \theta_1$),

情况 2 $\gamma p_{1M} + dW(\Lambda_1 - \theta_1, \mu_1) \leq \gamma p_2 + dW(\Lambda_2 + \theta_1, \mu_2)$ ($\theta_2 = \theta_1$),

情况 3 $\gamma p_{1M} + dW(0, \mu_1) > \gamma p_2 + dW(\Lambda_1 + \Lambda_2, \mu_2)$,

情况 4 $\gamma p_{1M} + dW(\Lambda_1, \mu_1) < \gamma p_2 + dW(\Lambda_2, \mu_2)$.

若情况 1 满足, 则三甲医院许可转诊的病人部分选择下转; 若情况 2 满足, 则三甲医院许可转诊的病人全部下转; 若情况 3 满足, 则所有病人选择下转; 若情况 4 满足, 则无病人选择下转. 但实际中, 均衡选择行为应满足情况 1 及情况 2, 所以假设本文不考虑特殊情况 3 与情况 4.

三甲医院的 M-类型病人基于其期望效益最大化来决策是否转诊, 因此, 给定 r , θ_1 和 μ_2 , 则

$$\theta_2 = \min\{\theta_1, \arg \max_{\theta} \{U_2(\theta) - U_1(\theta) \geq 0\}\}, \quad (2)$$

其中 $\arg \max_{\theta} \{U_2(\theta) - U_1(\theta) \geq 0\}$ 表示满足 $U_2(\theta) - U_1(\theta) \geq 0$ 的最大的 θ 值点.

在讨论病人转诊之前, 先给出以下性质.

性质 1 根据情况 1、情况 2 和式(2), 可得

$$\begin{aligned} \hat{\theta} &\triangleq \arg \max_{\theta \leq \lambda_1} \{U_2(\theta) - U_1(\theta) \geq 0\} \\ &= \max \left\{ \lambda_1, \frac{\{\Delta[(\mu_2 - A_2) - (\mu_1 - A_1)] + 2\} - \sqrt{4 + \{\Delta[(\mu_2 - A_2) + (\mu_1 - A_1)]\}^2}}{2\Delta} \right\} \\ &= \begin{cases} \lambda_1, & \mu_2 > \hat{\mu}_2 \\ \frac{\{\Delta[(\mu_2 - A_2) - (\mu_1 - A_1)] + 2\} - \sqrt{4 + \{\Delta[(\mu_2 - A_2) + (\mu_1 - A_1)]\}^2}}{2\Delta}, & \mu_2 \leq \hat{\mu}_2, \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $\Delta = [\gamma(p_2 - p_{1M})]/d < 0$, $\hat{\mu}_2 = -\frac{1}{\Delta\{\Delta[\lambda_1 + (\mu_1 - A_1)] - 1\}} - \frac{1}{\Delta} + A_2 + \lambda_1$. (证明见附录)

这表明在获得三甲医院许可的情况下, 病人仅仅选择提供较高服务效益的医院, 因此, 病人均衡转诊满足性质 1 或者三甲医院许可转诊的病人全部下转.

2.2 政府补贴方案下的策略

考虑公共投资者以医疗系统总病人等待时间之和最小化为目标; 三甲医院以服务病人所得的期望效益最大化为优化目标, 其效益包括: 治疗病人所获得利润和接受治疗服务的病人由于等待而产生的负效益; 社区医院以服务病人的总福利最大化为目标.

2.2.1 社区医院的产能规划

在我国社区医院是具有公益性的医疗服务机构, 考虑在医院营利非负的情况下, 以服务总病人效益 (社会福利) 最大化为目标, 确定最优服务产能 μ_2 , 即优化问题为

$$\begin{cases} \text{Max}_{\mu_2} \text{SU}_2(\mu_2) = (A_2 + \theta_2)U_2(\theta_2, \mu_2), \\ \text{s.t.} \\ \Pi_2 = B + (A_2 + \theta_2)p_2 - c_2\mu_2 \geq 0 \\ \mu_2 > A_2 + \theta_2, \end{cases} \quad (4)$$

其中社区医院利润 Π_2 由三部分组成: 公共资助者给其提供的总补贴 B , 为病人 (包括转诊病人) 提供治疗服务获得的收益 $(A_2 + \theta_2)p_2$, 以及医院总服务产能成本 $c_2\mu_2$.

为获得最优产能, 先讨论社区医院的目标函数关于产能的性质, 有如下结论.

性质 2 $\frac{d(\text{SU}_2(\mu_2))}{d\mu_2} \geq 0$. (证明见附录)

性质 2 表明社区医院在利润不小于零的情况下, 目标函数随产能增加而增加.

对于优化问题 (8) 而言, 若 $\theta_2 = \theta_1$, 则 $\Pi_2 = B + (A_2 + \theta_1)p_2 - c_2\mu_2 \geq 0$; 若 $\theta_2 = \hat{\theta}$, 则

1) 当 $\mu_2 > \hat{\mu}_2$ 时, $\Pi_2(\mu_2) = B + p_2A_2 - c_2\mu_2 + p_2\lambda_1$.

2) 当 $\mu_2 \leq \hat{\mu}_2$ 时,

$$\Pi_2(\mu_2) = B + p_2A_2 - c_2\mu_2 + p_2 \left[\frac{(\mu_2 - A_2) - (\mu_1 - A_1)}{2} + \frac{1}{\Delta} - \sqrt{\frac{4}{\Delta^2} + [(\mu_2 - A_2) - (\mu_1 - A_1)]^2} \right].$$

为求社区医院的均衡产能, 首先给出社区医院利润大于零的产能, 有如下结论.

性质 3 给定 r , 若 $\theta_2 = \hat{\theta} < \lambda_1$, 则满足以下条件时, 社区医院利润不小于零, 即

1) 若 $c_2 > p_2$, 则 $\{\mu_2 | \Pi_2(\mu_2) \geq 0\} = (\{\mu_2 | \hat{\mu}_2^2 \leq \mu_2 \leq \hat{\mu}_2^1\} \cup \{\mu_2 | \mu_2 \leq \tilde{\mu}_2^1\}) \cap \{\mu_2 | \mu_2 \leq \hat{\mu}_2\}$.

2) 若 $c_2 = p_2$,

(a) 当 $B = \hat{B}^0$ 时, 则 $\{\mu_2 | \Pi_2(\mu_2) \geq 0\} = \{\mu_2 | \mu_2 \leq \hat{\mu}_2\}$.

(b) 当 $B > \hat{B}^0$ 时, 则 $\{\mu_2 | \Pi_2(\mu_2) \geq 0\} = (\{\mu_2 | \mu_2 \geq \tilde{\mu}_2^1\} \cup \{\mu_2 | \mu_2 \geq \tilde{\mu}_2^2\}) \cap \{\mu_2 | \mu_2 \leq \hat{\mu}_2\}$; 当 $B < \hat{B}^0$ 时, 则 $\{\mu_2 | \Pi_2(\mu_2) \geq 0\} = \{\mu_2 | \mu_2 \leq \tilde{\mu}_2^2, \hat{\mu}_2\} \cap \{\mu_2 | \mu_2 \geq \tilde{\mu}_2^1\}$.

3) 若 $p_2/2 < c_2 < p_2$,

(a) 当 $\hat{B}^2 > B > \hat{B}^1$ 且 $B > 0$ 时, 则

$$\{\mu_2 | \Pi_2(\mu_2) \geq 0\} = \{(\mu_2 | \hat{\mu}_2^2 \leq \mu_2 \leq \hat{\mu}_2^1) \cup \{\mu_2 | \mu_2 \leq \tilde{\mu}_2^1\}\} \cap \{\mu_2 | \mu_2 \leq \hat{\mu}_2\}.$$

(b) 当 $B \geq \hat{B}^2$ 或 $B \leq \hat{B}^1$ 且 $B > 0$ 时, 则 $\{\mu_2 | \Pi_2(\mu_2) \geq 0\} = \{\mu_2 | \mu_2 \leq \hat{\mu}_2\}$.

4) 若 $c_2 = p_2/2$,

(a) 当 $B \geq \hat{B}^2$ 或 $B \leq \hat{B}^1$ 且 $B > 0$ 时, $B \geq \hat{B}^0$, 则 $\{\mu_2 | \Pi_2(\mu_2) \geq 0\} = \{\mu_2 | \mu_2 \leq \hat{\mu}_2\}$, 或

$$\{\mu_2 | \Pi_2(\mu_2) \geq 0\} = \{\mu_2 | \hat{\mu}_2^2 \leq \mu_2 \leq \hat{\mu}_2^1, \hat{\mu}_2\}.$$

(b) 当 $B \geq \hat{B}^2$ 或 $B \leq \hat{B}^1$ 且 $B > 0$ 时, 则 $\{\mu_2 | \Pi_2(\mu_2) \geq 0\} = \{\mu_2 | \mu_2 \leq \hat{\mu}_2\}$.

5) 若 $c_2 < p_2/2$,

(a) 当 $B \geq \hat{B}^2$ 或 $B \leq \hat{B}^1$ 且 $B > 0$ 时, 则

$$\{\mu_2 | \Pi_2(\mu_2) \geq 0\} = (\{\mu_2 | \hat{\mu}_2^2 \leq \mu_2 \leq \hat{\mu}_2^1\} \cup \{\mu_2 | \mu_2 \geq \tilde{\mu}_2^1\}) \cap \{\mu_2 | \mu_2 \leq \hat{\mu}_2\}.$$

(b) 当 $B \geq \hat{B}^2$ 或 $B \leq \hat{B}^1$ 且 $B > 0$ 时, 则 $\{\mu_2 | \Pi_2(\mu_2) \geq 0\} = \{\mu_2 | \mu_2 \leq \hat{\mu}_2\}$. 若 $\theta_2 = \hat{\theta} = \lambda_1$, 则

当 $B \geq \hat{B}$ 时, $\{\mu_2 | \Pi_2(\mu_2) \geq 0\} = \{\mu_2 | \hat{\mu}_2 < \mu_2 \leq \hat{\mu}_2^0\}$, 其中

$$a = \Delta c_2(c_2 - p_2), \quad b = \Delta B(p_2 - 2c_2) + p_2[(p_2 - 2c_2) - \Delta(p_2 - c_2)(\mu_1 - \Lambda_1 - \Lambda_2)],$$

$$c = \Delta B^2 + B[p_2[2 - \Delta(\mu_1 - \Lambda_1 - \Lambda_2)]] - p_2^2(\mu_1 - \Lambda_1 - \Lambda_2),$$

$$\tilde{\mu}_2^1 = -\{[2B - p_2(\mu_1 - \Lambda_1 - \Lambda_2)] + 2p_2/\Delta\}/(p_2 - 2c_2),$$

$$\hat{\mu}_2^{1,2} = [-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}]/2a, \quad \tilde{\mu}_2^2 = -c/b, \quad \hat{\mu}_2^0 = [B + p_2(\Lambda_2 + \lambda_1)]/c_2,$$

$$\hat{B}^0 = (p_2 - c_2)(\mu_1 - \Lambda_1 - \Lambda_2) - p_2/\Delta, \quad \hat{B} = c_2\hat{\mu}_2 - p_2(\Lambda_2 + \lambda_1),$$

$$\hat{B}^{1,2} = \frac{1}{\Delta} \left[-(p_2 - \Delta(p_2 - c_2)(\mu_1 - \Lambda_1 - \Lambda_2)) \pm 2\sqrt{c_2(p_2 - c_2)} \right].$$

(证明见附录)

性质3表明在三甲医院许可转诊的M-类型病人部分选择下转时, 社区医院产能对医院利润的影响取决于医院产能成本, 治疗价格, 政府补贴. 即可从以下方面进行分析: 一方面, 若社区医院产能成本低于治疗价格的一半, 社区医院利润随产能的增加而增加, 否则, 社区医院利润随产能的增加而减少. 另一方面, 若治疗价格高于产能成本, 则社区医院利润随产能的增加而先减少后增加; 若治疗价格低于产能成本, 则社区医院利润随产能的增加而先增加后减少; 若治疗价格等于医院产能成本, 当政府补贴不小于一个阈值时, 社区医院利润随产能的增加而增加, 相反, 当政府补贴小于一个阈值时, 社区医院利润随产能的增加而减少. 而在治疗价格高于产能成本情况下, 当政府补贴小于一个阈值下界或高于一个阈值上界时, 对任意低于阈值的产能, 社区医院利润总不小于零, 然而, 对于中等水平的政府补贴, 可能存在一定产能使得社区医院利润小于零. 当社区医院产能高于一阈值时, 全部M-类型病人均选择下转, 此时, 是否存在产能水平使得社区医院利润不小于零取决于政府补贴. 可以发现, 存在一个政府补贴阈值, 且当且仅当政府补贴高于该阈值时, 存在产能水平使得社区医院利润不小于零³. (证明见附录)

根据性质2与性质3及性质3的脚注, 对社区医院服务病人福利最大化的目标而言, 可得如下医院的均衡产能.

³当 $c_2 > p_2$ 时, 则 $\tilde{\mu}_2^1 \leq \hat{\mu}_2^1$. 当 $c_2 = p_2$ 时, 若 $B < \hat{B}^0$, 则 $\tilde{\mu}_2^1 < \tilde{\mu}_2^2$, 若 $B > \hat{B}^0$, 则 $\tilde{\mu}_2^1 > \tilde{\mu}_2^2$.

性质 4 给定 r , 则社区医院均衡产能 $\mu_2^*(r)$ 满足下列条件

情况 1 若 $\lambda_1 > \theta_2 = \hat{\theta}$,

- 1) 若 $c_2 < p_2$, 则 $\mu_2^* = \hat{\mu}_2$.
- 2) 若 $c_2 > p_2$, 则当 $B \geq \hat{B}^3$, 或 $B \leq \hat{B}^4$ 时, $\mu_2^* = \hat{\mu}_2$; 当 $\hat{B}^4 < B < \hat{B}^3$ 时, $\mu_2^* = \hat{\mu}_2^1$.
- 3) 若 $c_2 = p_2$, 且 $B \geq \hat{B}^0$, 则 $\mu_2^* = \hat{\mu}_2$.
 当 $B \geq \hat{B}^5$ 且 $B < \hat{B}^0$, 或 $B \leq \hat{B}^6$ 且 $B < \hat{B}^0$ 时, $\mu_2^* = \hat{\mu}_2$.
 当 $\hat{B}^6 < B < \min\{\hat{B}^5, \hat{B}^0\}$ 时, $\mu_2^* = \hat{\mu}_2^2$,

其中

$$\hat{B}^{3,4} = \frac{-\{p_2[2 - \Delta(\mu_1 - \Lambda_1 - \Lambda_2)]\} \mp \sqrt{\{p_2[2 - \Delta(\mu_1 - \Lambda_1 - \Lambda_2)]\}^2 - 4\Delta\hat{\mu}_2 [1 - \Delta c_2(c_2 - p_2)\hat{\mu}_2]}}{2\Delta},$$

$$\hat{B}^{5,6} = \frac{1}{2\Delta} \left\{ -p_2 \left[2 - \Delta(\mu_1 - \Lambda_1 - \Lambda_2 + \hat{\mu}_2) \right] \right\} \mp \frac{1}{2\Delta} \sqrt{\left\{ p_2 \left[2 - \Delta(\mu_1 - \Lambda_1 - \Lambda_2 + \hat{\mu}_2) \right] \right\}^2 - 4\Delta p_2 [p_2(\mu_1 - \Lambda_1 - \Lambda_2) - \hat{\mu}_2]},$$

情况 2 若 $\theta_2(r) = \theta_1(r)$, 则 $\mu_2^*(r) = [B + (\lambda_2 + \theta_1(r))p_2]/c_2$ ⁴.

结合脚注 1 和脚注 2, 性质 4 表明在三甲医院许可转诊的病人部分选择下转时, 社区医院均衡产能可能与治疗价格、产能成本及政府补贴有关. 在治疗价格高于产能成本时, 均衡产能与政府补贴、产能成本无关. 当治疗价格与产能成本相等时, 若政府补贴不小于一个阈值, 均衡产能也与政府补贴、产能成本无关; 而当政府补贴小于一个阈值, 且处于中等水平时, 均衡产能随政府补贴增加而先减少后增加, 否则, 若政府补贴足够小, 均衡产能也与政府补贴、产能成本无关. 当治疗价格低于产能成本时, 若政府补贴处于中等水平, 均衡产能随政府补贴增加而先减少后增加, 而当政府补贴足够低, 或者足够高时, 均衡产能与政府补贴、产能成本无关. 这意味着: 当治疗价格不高于产能成本时, 当且仅当政府对社区医院的补贴不低于一个阈值, 医院均衡产能随政府补贴的增加而增加. 相反, 若政府补贴低于一个阈值, 则病人的下转将不利于社区医院, 即较多病人下转将降低社区医院利润. 因此, 当政府补贴增加时, 为减少利润损失, 社区医院应通过降低产能来减少上级医院病人的下转率. 易证, 三甲医院许可转诊的病人全部选择下转时, 政府补贴越高, 均衡产能越高.

2.2.2 三甲医院的下转策略

三甲医院以治疗病人所获得期望效益最大化为优化目标, 确定最优的转诊决策, 即优化问题为

$$\begin{cases} \text{Max}_{\theta_1, \mu_1} \Pi_1(\theta_1, \mu_1) \\ \text{s.t.} \\ \Lambda_1 < \mu_1 \\ \theta_1 \leq \lambda_1, \end{cases} \quad (5)$$

其中 $\Pi_1(\theta_1, \mu_1) = (\Lambda_1 - \lambda_1)p_{1S} + (\lambda_1 - \theta_1)p_{1M} - c_1\mu_1 - d(\Lambda_1 - \theta_1)W(\Lambda_1 - \theta_1, \mu_1) + r\theta_1$.

在给出最优转诊决策前, 先讨论三甲医院目标函数 $\Pi_1(\theta_1, \mu_1)$ 的性质, 有如下结论.

性质 5 给定 $r, \mu_1, \Pi_1(\theta_1, \mu_1)$ 是关于 θ_1 的凹函数; 给定 $r, \theta_1, \Pi_1(\theta_1, \mu_1)$ 是关于 μ_1 的凹函数; 给

⁴若 $\lambda_1 > \theta_2 = \hat{\theta}$,

- 1) 若 $c_2 < p_2$, 则 μ_2^* 不随政府补贴 B 变化而变化,
- 2) 若 $c_2 > p_2$, 则
 当 $B \geq \hat{B}^3$ 或 $B \leq \hat{B}^4$, μ_2^* 不随 B 变化而变化; 当 $\hat{B}^4 < B < \hat{B}^3$, μ_2^* 随 B 增加而先增加后减少,
- 3) 若 $c_2 = p_2$, 且 $B \geq \hat{B}^0$, 则 μ_2^* 不随 B 变化而变化; 当 $B \geq \hat{B}^5$ 且 $B < \hat{B}^0$, 或 $B \leq \hat{B}^6$ 且 $B < \hat{B}^0$ 时, μ_2^* 不随 B 变化而变化;
 当 $\hat{B}^6 < B < \min\{\hat{B}^5, \hat{B}^0\}$ 时, μ_2^* 随 B 的增加而先增加后减少.

定 r , 但 $\Pi_1(\theta_1, \mu_1)$ 关于 θ_1, μ_1 是非联合凹的. (证明见附录)

性质 5 表明尽管 $\Pi_1(\theta_1, \mu_1)$ 关于 θ_1, μ_1 是非联合凹的, 但给定 μ_1 , 存在最优转诊 θ_1^* , 使三甲医院效益达到最大化.

性质 6 给定 r , 三甲医院均衡转诊为

$$\theta_1^*(r) = \begin{cases} 0, & r \leq p_{1M} - \frac{d\mu_1}{(\mu_1 - \Lambda_1)^2} \\ \lambda_1, & r \geq p_{1M} - \frac{d\mu_1}{[(\mu_1 - \Lambda_1) + \lambda_1]^2} \\ \sqrt{(d\mu_1)/(p_{1M} - r)} - (\mu_1 - \Lambda_1), & p_{1M} - \frac{d\mu_1}{(\mu_1 - \Lambda_1)^2} < r < p_{1M} - \frac{d\mu_1}{[(\mu_1 - \Lambda_1) + \lambda_1]^2}. \end{cases}$$

证明见附录.

由于病人的均衡转诊率不超过三甲医院的最优转诊率, 结合性质 4 与性质 6, 给定 r , 则社区医院均衡产能, 病人的均衡转诊满足如下性质.

性质 7 给定 r , 社区医院均衡产能 $\mu_2^*(r)$ 及病人的均衡转诊 $\theta_2^*(r)$ 满足如下条件:

1) 若 $c_2 < p_2$, 或 $c_2 = p_2$ 且 $B \geq \hat{B}^0$,

当 $p_{1M} > r \geq \hat{r}(\hat{\mu}_2)$ 时, 则 $\mu_2^* = \hat{\mu}_2, \theta_2^* = \lambda_1$,

当 $0 \leq r \leq \hat{r}(\hat{\mu}_2)$ 时, 则 $\theta_2^*(r) = \theta_1^*(r), \mu_2^*(r) = [B + (\lambda_2 + \theta_2^*(r))p_2]/c_2$,

2) 若 $c_2 = p_2$ 且 $B < \hat{B}^0$,

当 $B \geq \hat{B}^5$, 或 $B \leq \hat{B}^6$ 时,

(a) 当 $p_{1M} > r \geq \hat{r}(\hat{\mu}_2)$ 时, 则 $\mu_2^* = \hat{\mu}_2, \theta_2^* = \lambda_1$,

(b) 当 $0 \leq r \leq \hat{r}(\hat{\mu}_2)$ 时, 则 $\theta_2^*(r) = \theta_1^*(r), \mu_2^*(r) = [B + (\lambda_2 + \theta_2^*(r))p_2]/c_2$,

当 $\hat{B}^6 < B < \hat{B}^5$ 时,

(a) 当 $p_{1M} > r \geq \hat{r}(\tilde{\mu}_2^2)$ 时, 则 $\mu_2^* = \tilde{\mu}_2^2, \theta_2^* = \hat{\theta}^*(\tilde{\mu}_2^2)$,

(b) 当 $0 \leq r \leq \hat{r}(\tilde{\mu}_2^*)$ 时, 则 $\theta_2^*(r) = \theta_1^*(r), \mu_2^*(r) = [B + (\lambda_2 + \theta_2^*(r))p_2]/c_2$,

3) 若 $c_2 > p_2$,

当 $B \geq \hat{B}^3$, 或 $B \leq \hat{B}^4$ 时,

(a) 当 $p_{1M} > r \geq \hat{r}(\hat{\mu}_2)$ 时, 则 $\mu_2^* = \hat{\mu}_2, \theta_2^* = \lambda_1$,

(b) 当 $0 \leq r \leq \hat{r}(\hat{\mu}_2)$ 时, 则 $\theta_2^*(r) = \theta_1^*(r), \mu_2^*(r) = [B + (\lambda_2 + \theta_2^*(r))p_2]/c_2$,

当 $\hat{B}^4 < B < \hat{B}^3$ 时,

(a) 当 $p_{1M} > r \geq \hat{r}(\hat{\mu}_2^1)$ 时, 则 $\mu_2^* = \hat{\mu}_2^1, \theta_2^* = \hat{\theta}^*(\hat{\mu}_2^1)$,

(b) 当 $0 \leq r \leq \hat{r}(\hat{\mu}_2^1)$ 时, 则 $\theta_2^*(r) = \theta_1^*(r), \mu_2^*(r) = [B + (\lambda_2 + \theta_2^*(r))p_2]/c_2$,

其中 $\hat{r}(\cdot) = p_{1M} - d\mu_1[\hat{\theta}^*(\cdot) + (\mu_1 - \Lambda_1)]^{-2}$.

性质 7 表明三甲医院是否应该下转病人、在下转病人的情况下是否应该将 M-类型病人全部下转及许可转诊的病人是否能全部下转均取决于社区医院治疗价格与产能成本之间的大小关系、政府对社区医院的补贴 (政府补贴)、政府对三甲医院提供的转诊补贴 (政府转诊补贴). 当治疗价格高于产能成本、或治疗价格不高于产能成本且政府补贴低于 (或高于) 一个阈值时, 则当且仅当政府转诊补贴不高于 $\hat{r}(\hat{\mu}_2)$ 时, 三甲医院的 M-类型病人全部被下转. 否则, 当治疗价格不高于产能成本且政府补贴处于中等水平时, 三甲医院的 M-类型病人仅部分可被下转. 若政府转诊补贴小于一个阈值, 则许可转诊的病人可被成功下转, 此时政府补贴越高, 转诊率越高; 若政府转诊补贴高于一个阈值, 则许可转诊的病人仅部分被下转, 此时均衡转诊

率及产能随政府补贴增加而先增加后减小. 该性质表明在转诊补贴高于一个阈值时, 即使病人下转对三甲医院有利, 转诊也可能无效, 即病人选择不下转.

2.2.3 公共投资者的转诊补贴策略

本节考虑公共投资者 (政府) 在转诊补贴不高于总预算 F 的约束下, 以服务病人总等待时间 (整个医疗系统) 最小化为目标, 确定最优转诊补贴量 r^* , 即优化问题及其等价问题为

$$\begin{cases} r^* = \text{Min} \left\{ \arg \min_r \text{SW}(r) \right\}, \\ \text{s. t.} \\ r < p_{1M}, \\ r\theta_2^*(r) \leq F, \end{cases} \iff \begin{cases} \theta_2^* = \arg \min_{\theta} \text{SW}(\theta), \\ \text{s. t.} \\ 0 \leq \theta \leq \lambda_1, \\ \theta \leq \theta_1^*(r^0), \\ r^0 = \arg \left\{ r\theta_1^*(r) = F \right\}, \\ r^* = \arg \left\{ \theta^* = \theta_1^*(r) \right\}, \end{cases}$$

其中

$$\text{SW}(r) = \frac{\Lambda_1 - \theta_1^*(r)}{\mu_1 - [\Lambda_1 - \theta_1^*(r)]} + \frac{c_2[\Lambda_2 + \theta_1^*(r)]}{B + (p_2 - c_2)[\Lambda_2 + \theta_1^*(r)]},$$

$$\text{SW}(\theta) = \frac{\Lambda_1 - \theta}{\mu_1 - (\Lambda_1 - \theta)} + \frac{c_2(\Lambda_2 + \theta)}{B + (p_2 - c_2)(\Lambda_2 + \theta)}.$$

由优化问题(10), 逆向递推, 可得社区医院均衡产能 μ_2^* , 病人均衡转诊率 θ_2^* 及政府均衡转诊补贴 r^* .

定理 1 当 $c_2 = p_2$ 时, 若 $F \geq \theta^1 f_1^{-1}(0)$, 则

$$\theta^* = \theta^1 = \begin{cases} 0, & 0 < \sqrt{B} \leq B^2 \\ \lambda_1, & B^1 < \sqrt{B} \\ \sqrt{B\mu_1/c_2} - (\mu_1 - \Lambda_1), & B^2 < \sqrt{B} \leq B^1, \end{cases}$$

$$r^* = r^1 = p_{1M} - dc_2/B, \mu_2^* = (B + (\Lambda_2 + \theta^1)p_2)/c_2,$$

若 $F < \theta^1 f_1^{-1}(0)$, 则

$$r^* = r^0 = f_3^{-1}(0), \theta_2^* = \theta^0 = \sqrt{(d\mu_1)/(p_{1M} - r^0)} - (\mu_1 - \Lambda_1),$$

$$\mu_2^* = \frac{1}{c_2} \left(B + \left(\Lambda_2 + \sqrt{(d\mu_1)/(p_{1M} - r^0)} - (\mu_1 - \Lambda_1) \right) p_2 \right),$$

当 $c_2 > p_2$ 时, 若 $F \geq \theta^2 f_2^{-1}(0)$, 则

$$\theta^* = \theta^2 = \begin{cases} 0, & 0 < \sqrt{B} < B^3 \\ \lambda_1, & B^4 < \sqrt{B} \\ \frac{B + (p_2 - c_2)[\Lambda_2 - (\mu_1 - \Lambda_1)]}{\sqrt{Bc_2/\mu_1} - (p_2 - c_2)} - (\mu_1 - \Lambda_1), & B^3 \leq \sqrt{B} \leq B^4, \end{cases}$$

$$r^* = r^2 = p_{1M} - d\mu_1 \left(\frac{B + (p_2 - c_2)[\Lambda_2 - (\mu_1 - \Lambda_1)]}{\sqrt{Bc_2/\mu_1} - (p_2 - c_2)} \right)^{-2}, \mu_2^* = \frac{1}{c_2} (B + (\Lambda_2 + \theta^2)p_2),$$

若 $F < \theta^2 f_2^{-1}(0)$, 则

$$r^* = r^0 = f_3^{-1}(0), \theta_2^* = \theta^0 = \sqrt{(d\mu_1)/(p_{1M} - r^0)} - (\mu_1 - \Lambda_1),$$

$$\mu_2^* = \frac{1}{c_2} B + \left(\Lambda_2 + \sqrt{(d\mu_1)/(p_{1M} - r^0)} - (\mu_1 - \Lambda_1) \right) p_2.$$

当 $c_2 < p_2$ 且 $\sqrt{B} \geq B^0$ 时, 同 $c_2 > p_2$ 的情况.

$$\begin{aligned}
\text{其中 } B^0 &= (p_2 - c_2)\sqrt{\mu_1/c_2}, B^1 = [(\mu_1 - \Lambda_1) + \lambda_1]\sqrt{c_2/\mu_1}, B^2 = (\mu_1 - \Lambda_1)\sqrt{c_2/\mu_1}, \\
f_1(r) &= \theta^1 - \theta_1^*(r), f_2(r) = \theta^2 - \theta_1^*(r), f_3(r) = F - \theta_1^*(r), \\
B^3 &= \frac{1}{2} \left((\mu_1 - \Lambda_1)\sqrt{c_2/\mu_1} + \sqrt{(\mu_1 - \Lambda_1)^2 c_2/\mu_1 - 4(p_2 - c_2)\Lambda_2} \right), \\
B^4 &= \frac{1}{2} \left(((\mu_1 - \Lambda_1) + \lambda_1)\sqrt{c_2/\mu_1} + \sqrt{[(\mu_1 - \Lambda_1) + \lambda_1]^2 c_2/\mu_1 - 4(p_2 - c_2)(\Lambda_2 + \lambda_1)} \right).
\end{aligned}$$

(证明见附录)

由定理 1, 可得如下结论.

性质 8

当 $\Lambda_2 + \Lambda_1 \geq \mu_1 > \Lambda_1$ 时, 若 $p_2 > c_2$, 则 $\frac{\partial \theta_2^*}{\partial B}, \frac{\partial r^*}{\partial B} \geq 0$, 当且仅当 $\sqrt{B} \geq B^5$, $\frac{\partial \theta_2^*}{\partial B}, \frac{\partial r^*}{\partial B} \leq 0$, 当且仅当 $B^0 \leq \sqrt{B} \leq B^5$, 若 $p_2 \leq c_2$, 则 $\frac{\partial \theta_2^*}{\partial B}, \frac{\partial r^*}{\partial B} \geq 0$,

当 $\mu_1 > \Lambda_2 + \Lambda_1$ 时, $\frac{\partial \theta_2^*}{\partial B} \geq 0$,

其中 $B^{5,6} = \sqrt{\mu_1/c_2}(p_2 - c_2)/2 \pm \sqrt{[\sqrt{\mu_1/c_2}(p_2 - c_2)]^2/4 + (p_2 - c_2)[\Lambda_2 - (\mu_1 - \Lambda_1)]}$. (证明见附录)

定理 1 表明是否存在最优均衡转诊决策使整个系统的等待时间最小化取决于政府转诊补贴: 当政府提供转诊补贴的总预算高于一个阈值时, 总存在唯一的最优转诊补贴策略; 当政府提供转诊补贴的总预算低于一个阈值时, 仅存在次优的转诊补贴策略. 由性质 8 可知, 均衡转诊补贴率与政府对社区医院提供的补贴有关, 当总市场大小低于三甲医院的产能水平时, 均衡转诊补贴率 (均衡下转率) 随政府补贴的增加而增加. 然而, 当总市场大小高于三甲医院的产能水平时, 当且仅当治疗价格不高于产能成本, 或治疗价格高于产能成本且政府补贴高于一个阈值时, 均衡转诊补贴率随政府补贴的增加而增加; 否则, 当治疗价格高于产能成本且政府补贴低于一个阈值时, 均衡转诊补贴率将随政府补贴的增加而减少.

3 数值计算与讨论

通过数值分析政府补贴及社区医院治疗价格对均衡决策结果 (转诊率、转诊补贴及社区医院产能) 及医疗系统的均衡绩效 (整个医疗系统最优总等待时间, 三甲医院最优效益以及社区医院最优福利) 的影响. 不失一般性, 取参数 $\Lambda_1 = 1, \lambda_1 = 0.75, \Lambda_2 = 0.75, p_{1S} = 1.25, p_{1M} = 1, c_1 = 0, \gamma = 1, d = 0.25, R = 5, \mu_1 = 1.7, F = 0.6, c_2 = 0.5, p_2 \in \{0.4, 0.5, 0.58\}, B \in [0.05, 0.3]$.

图 3~图 5 展示了政府补贴及社区医院治疗价格如何影响均衡决策结果.

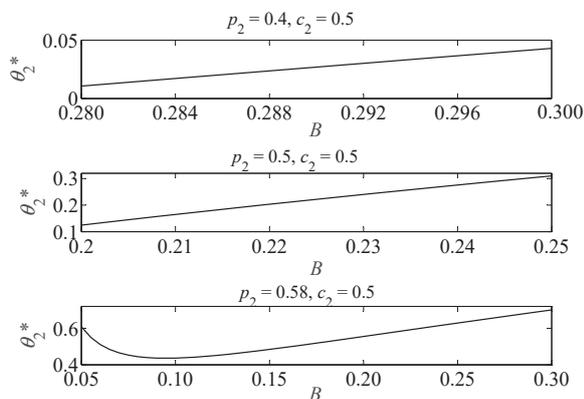


图 3 政府补贴对均衡转诊率影响

Fig. 3 Effect of government subsidy on the equilibrium referral rate

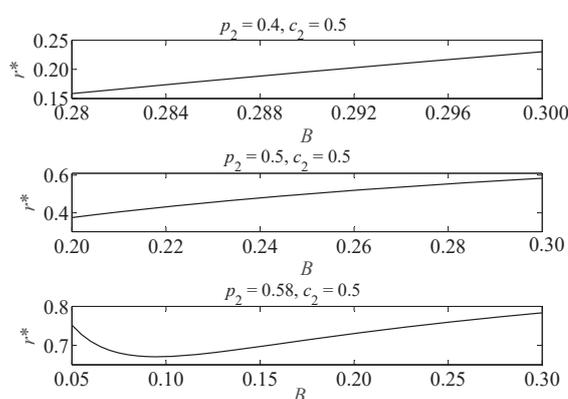


图 4 政府补贴对均衡转诊补贴影响

Fig. 4 Effect of government subsidy on the equilibrium referral subsidy

从图 3~图 5 可发现: 1) 均衡结果随治疗价格的增加而增加. 当治疗价格增加时, 非营利的社区医院产能将增加, 对医院的等待时间产生负的影响, 导致社区医院的等待时间降低, 此时公共投资者作为四阶段 Stackelberg 博弈决策过程的领导者, 下转越多的病人将对其越有利. 因此, 公共投资者将通过提高转诊补贴, 鼓励三甲医院下转更多病人. 2) 当治疗价格不高于产能成本时, 均衡结果随政府补贴的增加而增加; 当治疗价格高于产能成本时, 均衡结果随政府补贴的增加而先减少后增加. 这意味着存在一个政府补贴阈值, 当治疗价格高于产能成本且政府补贴低于一个阈值时, 均衡转诊补贴率可能将随政府补贴的增加而减少.

图 6~图 8 描述了政府补贴及治疗价格对系统均衡绩效的影响. 若治疗价格不高于产能成本, 则当政府补贴或治疗价格增加时, 均衡绩效增加. 然而, 若治疗价格高于产能成本, 则当且仅当政府补贴高于一个阈值时, 均衡绩效随政府补贴的增加而增加. 与非转诊情况相比, 转诊策略可降低整个医疗系统病人的等待时间、提高三甲医院效益与社区医院福利, 这表明转诊方案可实现政府、三甲医院、社区医院共赢的目标.

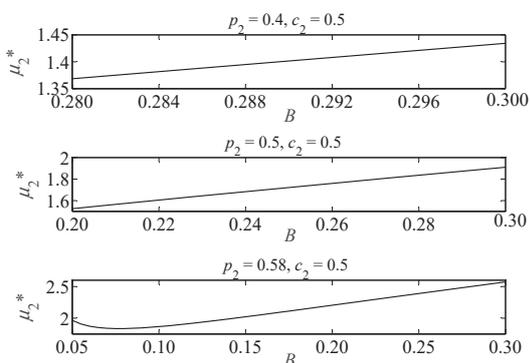


图 5 政府补贴对社区医院均衡产能影响

Fig. 5 Effect of government subsidy on the community hospital's equilibrium capacity

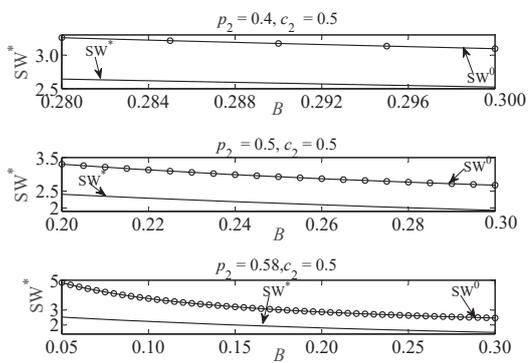


图 6 政府补贴对整个医疗系统最优等待时间影响

Fig. 6 Effect of government subsidy on the overall healthcare system's optimal waiting time

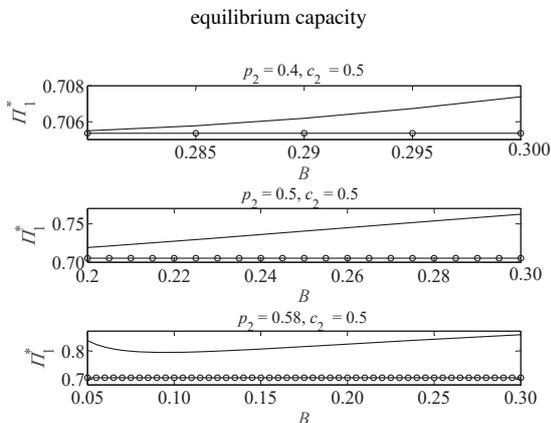


图 7 政府补贴对三甲医院效益影响

Fig. 7 Effect of government subsidy on the 3-A hospital's utility

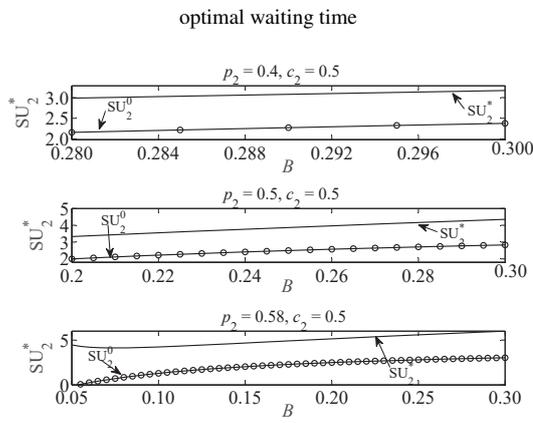


图 8 政府补贴对社区医院福利影响

Fig. 8 Effect of government subsidy on the community hospital's welfare

综上分析, 可知: 1) 在分级诊疗政策下, 若市场的总规模较大且社区医院的治疗价格不高于产能成本, 政府应加大对社区医院的资金投入来促使病人下转转诊, 实现政府、三甲医院、社区医院共赢的目标, 进而推进三甲医院与社区医院分级诊疗的合作意愿, 实现整个医疗系统福利最大化. 2) 若市场的总规模较大且治疗价格高于产能成本, 当政府补贴预比较紧张(低于一定阈值)时, 政府适当降低对社区医院的补贴可提高社区医院的效益及三甲医院的利润, 但政府适当提高对社区医院的补贴可降低整个医疗系统的堵塞; 当政府补贴预比较充足(高于一定阈值)时, 政府加大对社区医院的资金投入也可提高医疗系统绩效. 3) 社区医院适当提高治疗价格, 不仅对本医院有利, 而且对三甲医院以及政府也有利, 总之, 适当提高治疗价格对整个医疗系统更有利.

4 结束语

针对当前医疗资源供需不匹配所导致的居民“看病难,看病贵”的难题,探讨了政府补贴三甲医院对分级医疗体制下的转诊实施影响问题.通过建立一个四阶段的 Stackelberg 排队博弈模型,获得了公共投资者以医疗系统总等待时间最小化目标下的均衡转诊补贴率,三甲医院以治疗病人经济效益最大化目标下的均衡转诊率,以及社区医院以服务病人福利最大化目标下的均衡产能.结果表明:存在一个转诊补贴阈值,当政府转诊补贴高于该阈值时,转诊方案实施无效且不利于整个医疗系统的协调;当政府补贴低于该阈值时,存在最优或次优的转诊补贴策略.当政府转诊补贴低于阈值时,仅当总补贴预算高于一个阈值时,存在唯一最优的均衡策略使公共投资者与两家医院共赢;相反,当总补贴预算较紧张时,仅存在唯一一次优的均衡策略.此外,研究并给出了通过转诊方案使分级诊疗系统中各参与方共赢的条件.本研究可为医联体转诊有效实施提供理论支撑和政策参考,对我国医疗卫生服务水平的提高具有一定促进作用.

参考文献:

- [1] 吴晓丹,许荣荣,马秋月,等.多阶段医疗系统下病人滞留分析与应用.系统工程理论与实践,2018,38(3):634-642.
Wu X D, Xu R R, Ma Q Y, et al. The blocking analysis and application of patients in multistage health care system. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2018, 38(3): 634-642. (in Chinese)
- [2] 姜博文,唐加福,阎崇钧.可加班门诊预约能力分配问题的期望方差模型.系统工程学报,2015,30(2):259-268.
Jiang B W, Tang J F, Yan C J. Expectation and variance model of capacity allocation in outpatient appointment considering overtime. *Journal of Systems Engineering*, 2015, 30(2): 259-268. (in Chinese)
- [3] 许丹,刘洪伟,齐二石.基于护士排班问题的加班策略比较研究.系统工程学报,2018,33(2):279-288.
Xu D, Liu H W, Qi E S. Comparative study of nurse scheduling problem with different overtime strategies. *Journal of Systems Engineering*, 2018, 33(2): 279-288. (in Chinese)
- [4] 王昱,唐加福.医院手术调度问题的两阶段鲁棒优化方法研究.系统工程学报,2016,31(4):431-440.
Wang Y, Tang J F. A two-stage robust optimization method for solving surgery scheduling problem. *Journal of Systems Engineering*, 2016, 31(4): 431-440. (in Chinese)
- [5] 陈航.医疗供给侧改革-分级诊疗的合作模式选择研究.北京:化工工业出版社,2017.
Chen H. *Medical supply side reform-research of cooperative mode selection of hierarchical diagnosis*. Beijing: Chemical Industry Press, 2017. (in Chinese)
- [6] 邓富民,梁学栋,刘爱军,等.多资源约束下改进 NSGA-II 算法的手术调度.系统工程理论与实践,2012,32(6):1337-1345.
Deng F M, Liang X D, Liu A J, et al. Surgical operation scheduling with multi-resource constrained based on the improved NSGA-II algorithm. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2012, 32(6): 1337-1345. (in Chinese)
- [7] 程苏华,杨照,孙玮.北京某医联体医患双方对分级诊疗模式认知的调查研究.医院管理论坛,2017,34(3):19-22.
Cheng S H, Yang Z, Sun W. Investigation on cognition of hierarchical medical system for both doctors and patients in a medical partnership of Beijing. *Hospital Management Forum*, 2017, 34(3): 19-22. (in Chinese)
- [8] 卢慧,魏来,余昌胤,等.分级诊疗相关利益主体的损益分析.卫生经济研究,2018(2):31-35.
Lu H, Wei L, Yu C Y, et al. Analysis of profit and loss of stakeholders in graded system of diagnosis and treatment. *Health Economics Research*, 2018(2): 31-35. (in Chinese)
- [9] 陈妍,周文慧,华中生,等.面向延时敏感患者的转诊系统定价与能力规划.管理科学学报,2015,18(4):73-83.
Chen Y, Zhou W H, Hua Z S, et al. Pricing and capacity planning of the referral system with delay-sensitive patients. *Journal of Management Sciences in China*, 2015, 18(4): 73-83. (in Chinese)
- [10] 莫钊,李娜,于欣.基于马尔科夫的医疗转诊策略研究.工业工程与管理,2014,19(5):140-146.
Mo F, Li N, Yun X. Healthcare referral strategy research based on Markov model. *Industrial Engineering and Management*, 2014, 19(5): 140-146. (in Chinese)
- [11] Li N, Kon N, Li Q, et al. Evaluation of reverse referral partnership in a tiered hospital system: A queuing-based approach. *International Journal of Production Research*, 2017, 55(19): 5647-5663.
- [12] Liu X, Cai X, Zhao R, et al. Mutual referral policy for coordinating health care systems of different scales. *International Journal of Production Research*, 2015, 53(24): 7411-7433.

- [13] 吴文强, 冯杰. 社区医院与大中型医院双向转诊的演化博弈分析. 中国卫生事业管理, 2015, 32(12): 892–895.
Wu W Q, Feng J. An evolutionary game analysis of two-way referral between community hospitals and large- or medium-sized hospitals. Chinese Health Service Management, 2015, 32(12): 892–895. (in Chinese)
- [14] Guo P, Lindsey R, Zhang Z G. On the downs-thomson paradox in a self-financing two-tier queuing system. Manufacturing & Service Operations Management, 2014, 16(2): 315–322.
- [15] Chen W, Zhang Z G, Hua Z. Analysis of price competition in two-tier service systems. Journal of the Operational Research Society, 2016, 67(6): 897–910.
- [16] Hua Z, Chen W, Zhang Z G. Competition and coordination in two-tier public service systems under government fiscal policy. Production and Operations Management, 2016, 25(8): 1430–1448.
- [17] Chen W, Zhang Z G, Hua Z. Analysis of two-tier public service systems under a government subsidy policy. Computers & Industrial Engineering, 2015, 90: 146–157.
- [18] 张盼, 熊中楷. 基于政府视角的最优碳减排政策研究. 系统工程学报, 2018, 33(5): 627–636.
Zhang P, Xiong Z K. Research on optimal regulation of carbon emissions reduction from government's perspective. Journal of Systems Engineering, 2018, 33(5): 627–636. (in Chinese)
- [19] 简惠云, 许民利. 风险规避下基于 Stackelberg 博弈的供应链回购契约. 系统工程学报, 2017, 32(6): 829–842.
Jian H Y, Xu M L. Supply chain buyback contract based on Stackelberg game with the assumption of risk-aversion. Journal of Systems Engineering, 2017, 32(6): 829–842. (in Chinese)
- [20] Andritsos D A, Aflaki S. Competition and the operational performance of hospitals: The role of hospital objectives. Production and Operations Management, 2015, 24(11): 1812–1832.
- [21] Anand K S, Pac M F, Veeraraghavan S. Quality-speed conundrum: Trade-offs in customer-intensive services. Management Science, 2011, 57(1): 40–56.
- [22] Guo P, Tang C S, Wang Y, et al. The impact of reimbursement policy on social welfare, revisit rate and waiting time in a public healthcare system: Fee-for-service vs. bundled payment. Manufacturing & Service Operations Management, 2019, 21(1): 154–170.
- [23] Yang L, Guo P, Wang Y. Service pricing with loss-averse customers. Operations Research, 2018, 66(3): 761–777.
- [24] Stidham S. Optimal Design of Queueing Systems. Boca Raton: CRC Press, 2009.

作者简介:

李忠萍(1989—), 女, 安徽阜阳人, 博士, 研究方向: 医疗服务管理, 供应链管理, Email: 20223@ahu.edu.cn;

王建军(1977—), 男, 河北保定人, 教授, 博士生导师, 研究方向: 医疗服务管理, 电子商务, 供应链管理等, Email: drwangjj@dlut.edu.cn;

张歆眸(1996—), 女, 辽宁抚顺人, 博士生, 研究方向: 医疗服务管理, Email: myoasis0720@163.com;

单巍(1986—), 女, 辽宁大连人, 硕士生, 研究方向: 医疗联合体, Email: 87047942@qq.com.

附 录

性质 1 的证明

将 $U_2(\theta) - U_1(\theta)$ 关于 θ 求一阶偏导数, 可知 $\frac{\partial[U_2(\theta) - U_1(\theta)]}{\partial\theta} = -\frac{1}{[\mu_1 - (\lambda_1 - \theta)]^2} - \frac{1}{[\mu_2 - (\lambda_2 + \theta)]^2} < 0$, 所以 $U_2(\theta) - U_1(\theta)$ 关于 θ 单调递减. 而 $\frac{\{\Delta[(\mu_2 - \lambda_2) - (\mu_1 - \lambda_1)] + 2\} - \sqrt{4 + \{\Delta[(\mu_2 - \lambda_2) + (\mu_1 - \lambda_1)]\}^2}}{2\Delta} \geq \lambda_1 \Leftrightarrow \mu_2 > \hat{\mu}_2 = -\frac{1}{\Delta\{\Delta[\lambda_1 + (\mu_1 - \lambda_1)] - 1\}} - \frac{1}{\Delta} + \lambda_2 + \lambda_1$. 证毕.

性质 2 的证明

分以下两种情况来证明.

情况 1 若 $\theta_2 = \theta_1$, 则 $\frac{\partial\theta_2}{\partial\mu_2} = 0$, $\frac{\partial SU_2(\mu_2)}{\partial\mu_2} = (\lambda_2 + \theta_2) \frac{\partial U_2(\theta_2, \mu_2)}{\partial\mu_2} > 0$.

情况 2 若 $\theta_2 = \hat{\theta}$, 则 $\frac{\partial\theta^*}{\partial\mu_2} = \frac{1}{2} - \frac{\Delta\{[(\mu_2 - \lambda_2) + (\mu_1 - \lambda_1)]\}}{2\sqrt{4 + \{\Delta[(\mu_2 - \lambda_2) + (\mu_1 - \lambda_1)]\}^2}} \in (\frac{1}{2}, 1)$,

$\frac{\partial SU_2}{\partial\mu_2} = \frac{d(\lambda_2 + \theta_2)}{(\mu_2 - \lambda_2 - \theta_2)^2} + \left[(R - \gamma p_2) - \frac{d\mu_2}{(\mu_2 - \lambda_2 - \theta_2)^2} \right] \frac{\partial\theta_2}{\partial\mu_2} > \max\left\{ \frac{d(\lambda_2 + \theta_2)}{(\mu_2 - \lambda_2 - \theta_2)^2}, \left[(R - \gamma p_2) - \frac{d}{(\mu_2 - \lambda_2 - \theta_2)} \right] \right\} > 0$. 证毕.

性质 3 的证明

若 $\theta_2 = \hat{\theta} < \lambda_1$, 即 $\mu_2 \leq \hat{\mu}_2$, 则

$\Pi_2(\mu_2) = B + p_2\lambda_2 - c_2\mu_2 + p_2 \left\{ \frac{\{\Delta[(\mu_2 - \lambda_2) - (\mu_1 - \lambda_1)] + 2\} - \sqrt{4 + \{\Delta[(\mu_2 - \lambda_2) + (\mu_1 - \lambda_1)]\}^2}}{2\Delta} \right\} \geq 0$,

可得 $\Pi_2(\mu_2) \geq 0 \Leftrightarrow [2\Delta(B + p_2\lambda_2 - c_2\mu_2)]/p_2 + \{\Delta[(\mu_2 - \lambda_2) - (\mu_1 - \lambda_1)] + 2\} \leq \sqrt{4 + \{\Delta[(\mu_2 - \lambda_2) + (\mu_1 - \lambda_1)]\}^2}$,

若 $[2\Delta(B + p_2\Lambda_2 - c_2\mu_2)]/p_2 + \{\Delta[(\mu_2 - \Lambda_2) - (\mu_1 - \Lambda_1)] + 2\} \leq 0$, 即 $\Delta(p_2 - 2c_2)\mu_2 + \Delta[2B - p_2(\mu_1 - \Lambda_1 - \Lambda_2)] + 2p_2 \leq 0$, 则恒有 $\Pi_2(\mu_2) \geq 0$, 而 $\Delta(p_2 - 2c_2)\mu_2 + \Delta[2B - p_2(\mu_1 - \Lambda_1 - \Lambda_2)] + 2p_2 \leq 0$ 等价于下面的 1) ~ 3).

1) 当 $p_2 < 2c_2$ 时, 则 $\mu_2 \leq \hat{\mu}_2^1 = -\{[2B - p_2(\mu_1 - \Lambda_1 - \Lambda_2)] + 2p_2/\Delta\}/(p_2 - 2c_2)$.

2) 当 $p_2 > 2c_2$ 时, 则 $\mu_2 \geq \hat{\mu}_2^1 = -\{[2B - p_2(\mu_1 - \Lambda_1 - \Lambda_2)] + 2p_2/\Delta\}/(p_2 - 2c_2)$.

3) 当 $p_2 = 2c_2$ 时, 则 $B \geq \hat{B}^0 = [p_2(\mu_1 - \Lambda_1 - \Lambda_2)]/2 - p_2/\Delta$.

若 $\Delta(p_2 - 2c_2)\mu_2 + \Delta[2B - p_2(\mu_1 - \Lambda_1 - \Lambda_2)] + 2p_2 > 0$, 则 $\Pi_2(\mu_2) \geq 0 \Leftrightarrow \Delta[(B + p_2\Lambda_2 - c_2\mu_2)]^2 + p_2(B + p_2\Lambda_2 - c_2\mu_2)\{\Delta[(\mu_2 - \Lambda_2) - (\mu_1 - \Lambda_1)] + 2\} + p_2^2[(\mu_2 - \Lambda_2) - (\mu_1 - \Lambda_1) - \Delta(\mu_2 - \Lambda_2)(\mu_1 - \Lambda_1)] \geq 0 \Leftrightarrow a\mu_2^2 + b\mu_2 + c \geq 0$, 其中 $a = \Delta c_2(c_2 - p_2)$, $b = (p_2 - 2c_2)(\Delta B + p_2) - \Delta p_2(p_2 - c_2)(\mu_1 - \Lambda_1 - \Lambda_2)$, $c = \Delta B^2 + 2p_2B - p_2(\Delta B + p_2)(\mu_1 - \Lambda_1 - \Lambda_2)$.

可得 $b^2 - 4ac = \{\Delta p_2 B + [p_2^2 - \Delta p_2(p_2 - c_2)(\mu_1 - \Lambda_1 - \Lambda_2)]\}^2 - 4c_2 p_2^2(p_2 - c_2)$, 若 $p_2 - c_2 \leq 0$, 则 $b^2 - 4ac \geq 0$,

若 $p_2 - c_2 > 0$, 则当 $\hat{B}^2 > B > \hat{B}^1$ 时, 则 $b^2 - 4ac \geq 0$, 否则 $B \geq \hat{B}^2$ 或 $B \leq \hat{B}^1$ 时, 则 $b^2 - 4ac < 0$, 其中 $\hat{B}^{1,2} = \{-[p_2 - \Delta(p_2 - c_2)(\mu_1 - \Lambda_1 - \Lambda_2)] \pm 2\sqrt{c_2(p_2 - c_2)}\}/\Delta$. 对 $a\mu_2^2 + b\mu_2 + c \geq 0$ 而言, 若 $a = 0 \Leftrightarrow c_2 = p_2$, 当 $b = -p_2(\Delta B + p_2) \Leftrightarrow B = -p_2/\Delta$ 时, 则 $c = B p_2 > 0$. 当 $b = -p_2(\Delta B + p_2) > 0 \Leftrightarrow B > -p_2/\Delta$ 时, 则 $\mu_2 \geq \hat{\mu}_2^2 = -c/b$. 当 $b = -p_2(\Delta B + p_2) < 0 \Leftrightarrow B < -p_2/\Delta$ 时, 则 $\mu_2 \leq \hat{\mu}_2^2 = -c/b$. 因为 $a > 0 \Leftrightarrow c_2 < p_2$, $a < 0 \Leftrightarrow c_2 > p_2$. 若 $\theta_2 = \hat{\theta} = \lambda_1$, 即 $\mu_2 > \hat{\mu}_2$, 则 $\Pi_2(\mu_2) = B + p_2\Lambda_2 - c_2\mu_2 + p_2\lambda_1 \geq 0 \Leftrightarrow \mu_2 \leq \hat{\mu}_2^0$. 证毕.

注 1 的证明

因为 $\hat{\mu}_2^1 = -\{[2B - p_2(\mu_1 - \Lambda_1 - \Lambda_2)] + 2p_2/\Delta\}/(p_2 - 2c_2)$, $\hat{\mu}_2^1 > -b/(2a)$, 首先, 若 $c_2 > p_2$, 则 $\hat{\mu}_2^1 \leq -b/(2a) \leq \hat{\mu}_2^1 \Leftrightarrow \hat{\mu}_2^1 \leq \hat{\mu}_2^1$.

显然有

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_2^1 \leq -b/(2a) &\Leftrightarrow \frac{2(B + \frac{p_2}{\Delta}) - p_2(\mu_1 - \Lambda_1 - \Lambda_2)}{2c_2 - p_2} < \frac{(p_2 - 2c_2)(B + \frac{p_2}{\Delta}) + p_2(c_2 - p_2)(\mu_1 - \Lambda_1 - \Lambda_2)}{2c_2(p_2 - c_2)} \\ &\Leftrightarrow p_2^2[(B + p_2/\Delta) - (p_2 - c_2)(\mu_1 - \Lambda_1 - \Lambda_2)] > 0. \end{aligned}$$

当 $c_2 = p_2$ 时, $\hat{\mu}_2^1 = 2B/p_2 + 2/\Delta - (\mu_1 - \Lambda_1 - \Lambda_2)$, $\hat{\mu}_2^2 = B/(\Delta B + p_2) + B/p_2 - (\mu_1 - \Lambda_1 - \Lambda_2)$, 可得

$$\hat{\mu}_2^1 - \hat{\mu}_2^2 = B/p_2 + 2/\Delta - B/(\Delta B + p_2) = [(\Delta B + p_2)^2 + p_2^2]/[\Delta p_2(\Delta B + p_2)],$$

若 $\Delta B + p_2 > 0$, 则 $\hat{\mu}_2^1 < \hat{\mu}_2^2$; 若 $\Delta B + p_2 < 0$, 则 $\hat{\mu}_2^1 > \hat{\mu}_2^2$.

因为 $\hat{\mu}_2^2 = -\frac{c}{b}$, 当 $c_2 > p_2$ 时, 则 $\hat{\mu}_2^1 - \hat{\mu}_2^2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{c}{b} = \frac{-b\sqrt{b^2 - 4ac} - \frac{1}{2}(b^2 - 4ac) - \frac{1}{2}b^2}{2ab} = -\frac{(\sqrt{b^2 - 4ac} + b)^2}{4ab} < 0$.

证毕.

性质 5 的证明

$$\Pi_1(\theta_1, \mu_1) = (\Lambda_1 - \lambda_1)p_{1S} + (\lambda_1 - \theta_1)p_{1M} - c_1\mu_1 - d(\Lambda_1 - \theta_1)W(\Lambda_1 - \theta_1, \mu_1) + r\theta_1,$$

将 $\Pi_1(\theta_1, \mu_1)$ 关于 θ_1, μ_1 求一阶偏导数, 可得 $\frac{\partial \Pi_1}{\partial \theta_1} = -p_{1M} + r + \frac{d\mu_1}{[\mu_1 - (\Lambda_1 - \theta_1)]^2}$, $\frac{\partial \Pi_1}{\partial \mu_1} = -c_1 + \frac{d(\Lambda_1 - \theta_1)}{[\mu_1 - (\Lambda_1 - \theta_1)]^2}$,

将 $\Pi_1(\theta_1, \mu_1)$ 关于 θ_1, μ_1 求二阶偏导数, 可得

$$\frac{\partial^2 \Pi_1}{\partial \theta_1 \partial \mu_1} = \frac{d}{[\mu_1 - (\Lambda_1 - \theta_1)]^2} - \frac{2d\mu_1}{[\mu_1 - (\Lambda_1 - \theta_1)]^3}, \quad \frac{\partial^2 \Pi_1}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} < 0, \quad \frac{\partial^2 \Pi_1}{\partial \mu_1 \partial \mu_1} = -\frac{2d(\Lambda_1 - \theta_1)}{[\mu_1 - (\Lambda_1 - \theta_1)]^3} < 0,$$

$$\frac{\partial^2 \Pi_1}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} \frac{\partial^2 \Pi_1}{\partial \mu_1 \partial \mu_1} - \left[\frac{\partial^2 \Pi_1}{\partial \theta_1 \partial \mu_1} \right]^2 = \frac{2d\mu_1}{[\mu_1 - (\Lambda_1 - \theta_1)]^3} \frac{2d(\Lambda_1 - \theta_1)}{[\mu_1 - (\Lambda_1 - \theta_1)]^3} - \left\{ \frac{-d[\mu_1 + (\Lambda_1 - \theta_1)]}{[\mu_1 - (\Lambda_1 - \theta_1)]^3} \right\}^2 = -\frac{d}{[\mu_1 - (\Lambda_1 - \theta_1)]^4} < 0,$$

即 $\Pi_1(\theta_1, \mu_1)$ 关于 θ_1, μ_1 是非联合凹函数. 但给定 μ_1 时, $\Pi_1(\theta_1, \mu_1)$ 关于 θ_1 的凹函数; 给定 θ_1 时, $\Pi_1(\theta_1, \mu_1)$ 关于 μ_1 的凹函数. 证毕.

性质 6 的证明

给定 μ_1 , 令 $\frac{\partial \Pi_1}{\partial \theta_1} = -p_{1M} + r + \frac{d\mu_1}{[\mu_1 - (\Lambda_1 - \theta_1)]^2} = 0$, 可得 $\theta_1(\mu_1) = \min\{\sqrt{\frac{d\mu_1}{p_{1M} - r}} - (\mu_1 - \Lambda_1), 0\}$. 若 $\max\{\frac{\partial \Pi_1}{\partial \theta_1}\} = -p_{1M} + r + \frac{d\mu_1}{(\mu_1 - \Lambda_1)^2} < 0$, 则 $\mu_1 > \hat{\mu}_1^1$, 若 $\min\{\frac{\partial \Pi_1}{\partial \theta_1}\} = -p_{1M} + r + \frac{d}{\mu_1} > 0$, 则 $\mu_1 < \hat{\mu}_1^1$, 其中, $\hat{\mu}_1^2 > \hat{\mu}_1^1$, $\hat{\mu}_1^1 = \frac{d}{p_{1M} - r}$, $\hat{\mu}_1^2 = [\Lambda_1 + \frac{d}{2(p_{1M} - r)}] + \sqrt{\frac{d}{2(p_{1M} - r)}[2\Lambda_1 + \frac{d}{2(p_{1M} - r)}]}$. 证毕.

定理 1 的证明

由 $SW(\theta) = \frac{\Lambda_1 - \theta}{\mu_1 - (\Lambda_1 - \theta)} + \frac{c_2(\Lambda_2 + \theta)}{B + (p_2 - c_2)(\Lambda_2 + \theta)}$, 可得

$$\frac{\partial SW(\theta)}{\partial \theta} = -\frac{\mu_1}{[\mu_1 - (\Lambda_1 - \theta)]^2} + \frac{Bc_2}{[B + (p_2 - c_2)(\Lambda_2 + \theta)]^2}, \quad \frac{\partial^2 SW(\theta)}{\partial \theta^2} = \frac{2\mu_1}{[\mu_1 - (\Lambda_1 - \theta)]^3} - \frac{2Bc_2(p_2 - c_2)}{[B + (p_2 - c_2)(\Lambda_2 + \theta)]^3},$$

则

$$\frac{\partial SW(\theta)}{\partial \theta} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{[\mu_1 - (\Lambda_1 - \theta)]^2} = \frac{Bc_2/\mu_1}{[B + (p_2 - c_2)(\Lambda_2 + \theta)]^2} \Leftrightarrow \theta^* = \frac{B + (p_2 - c_2)\Lambda_2 - (\mu_1 - \Lambda_1)\sqrt{Bc_2/\mu_1}}{\sqrt{Bc_2/\mu_1} - (p_2 - c_2)},$$

$$r^* = p_{1M} - d\mu_1 \cdot \left[\frac{\sqrt{Bc_2/\mu_1} - (p_2 - c_2)}{B + (p_2 - c_2)\Lambda_2 - (\mu_1 - \Lambda_1)\sqrt{Bc_2/\mu_1}} + (\mu_1 - \Lambda_1) \right]^{-2}.$$

若 $c_2 \geq p_2$, 则 $\frac{\partial^2 SW(\theta)}{\partial \theta^2} \geq 0$; 若 $c_2 < p_2$, 则 $\frac{\partial^2 SW(\theta)}{\partial \theta^2} = \frac{2Bc_2[\sqrt{Bc_2/\mu_1} - (p_2 - c_2)]}{[B + (p_2 - c_2)(\Lambda_2 + \theta)]^3} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{B} \geq \frac{\mu_1(p_2 - c_2)^2}{c_2}$.

$\theta^* = \frac{B + (p_2 - c_2)\Lambda_2 - (\mu_1 - \Lambda_1)\sqrt{Bc_2/\mu_1}}{\sqrt{Bc_2/\mu_1} - (p_2 - c_2)} \geq 0 \Leftrightarrow B + (p_2 - c_2)\Lambda_2 - (\mu_1 - \Lambda_1)\sqrt{Bc_2/\mu_1} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{B} < B^3$;

$\theta^* = \frac{B + (p_2 - c_2)\Lambda_2 - (\mu_1 - \Lambda_1)\sqrt{Bc_2/\mu_1}}{\sqrt{Bc_2/\mu_1} - (p_2 - c_2)} \geq \lambda_2 \Leftrightarrow \frac{B + (p_2 - c_2)[\Lambda_2 - (\mu_1 - \Lambda_1)]}{\sqrt{Bc_2/\mu_1} - (p_2 - c_2)} - (\mu_1 - \Lambda_1) \Leftrightarrow B^3 \leq \sqrt{B} \leq B^4$. 由 $r\theta_1^*(r) \leq F$. 证毕.

性质 8 的证明

由于 $\frac{\partial \theta_2^*}{\partial B} = \frac{B - 2\sqrt{B} \cdot \sqrt{\mu_1/c_2}(p_2 - c_2) - (p_2 - c_2)[\Lambda_2 - (\mu_1 - \Lambda_1)]}{2\sqrt{B}[\sqrt{Bc_2/\mu_1} - (p_2 - c_2)]^2}$, 则 $\frac{\partial \theta_2^*}{\partial B} \geq 0 \Leftrightarrow B - 2\sqrt{B} \cdot \sqrt{\mu_1/c_2}(p_2 - c_2) - (p_2 - c_2)[\Lambda_2 - (\mu_1 - \Lambda_1)] \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{B} \geq B^5, 0 < \sqrt{B} \leq B^6$.

若 $\Lambda_2 \geq (\mu_1 - \Lambda_1)$, 则 $\begin{cases} B^5 > 0, p_2 > c_2 \\ B^5 = 0, p_2 = c_2 \\ B^5 < 0, p_2 < c_2 \end{cases}; \begin{cases} B^6 < 0, p_2 > c_2 \\ B^6 = 0, p_2 = c_2 \\ B^6 < 0, p_2 < c_2 \end{cases}$. 若 $\Lambda_2 < (\mu_1 - \Lambda_1)$, 则 $\begin{cases} B^5 > 0, p_2 > c_2 \\ B^5 = 0, p_2 = c_2 \\ B^5 > 0, p_2 < c_2 \end{cases}; \begin{cases} B^6 > 0, p_2 > c_2 \\ B^6 = 0, p_2 = c_2 \\ B^6 < 0, p_2 < c_2 \end{cases}$.

因此, 若 $\Lambda_2 \geq (\mu_1 - \Lambda_1)$, 当 $p_2 > c_2$ 时, $\frac{\partial \theta_2^*}{\partial B} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{B} \geq \max\{B^5, (p_2 - c_2)\sqrt{\mu_1/c_2}\} = (p_2 - c_2)\sqrt{\mu_1/c_2}$; 当 $p_2 \leq c_2$ 时, $\frac{\partial \theta_2^*}{\partial B} \geq 0$. 若 $\Lambda_2 < (\mu_1 - \Lambda_1)$, 当 $p_2 > c_2$ 时, $\frac{\partial \theta_2^*}{\partial B} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{B} \geq \max\{B^5, (p_2 - c_2)\sqrt{\mu_1/c_2}\} = (p_2 - c_2)\sqrt{\mu_1/c_2}$; 当 $p_2 \leq c_2$ 时, $\frac{\partial \theta_2^*}{\partial B} \geq 0$. 由于 $r^* = r^2 = p_{1M} - d\mu_1 \cdot \left[\frac{B + (p_2 - c_2)[\Lambda_2 - (\mu_1 - \Lambda_1)]}{\sqrt{Bc_2/\mu_1} - (p_2 - c_2)} \right]^{-2}$. 证毕.

(上接第 366 页)

[29] Lee T H, Yang W. Money-income Granger-causality in Quantiles. 30th Anniversary Edition. West Yorkshire: Emerald Group Publishing Limited, 2012: 385-409.

[30] Escanciano J C, Velasco C. Specification tests of parametric dynamic conditional quantiles. *Journal of Econometrics*, 2010, 159(1): 209-221.

[31] Kuan C M, Lee W M. A new test of the martingale difference hypothesis. *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 2004, 8(4): 1-25.

[32] Hong Y. Hypothesis testing in time series via the empirical characteristic function: A generalized spectral density approach. *Journal of the American Statistical Association*, 1999, 94(448): 1201-1220.

[33] Escanciano J C, Velasco C. Generalized spectral tests for the martingale difference hypothesis. *Journal of Econometrics*, 2006, 134(1): 151-185.

[34] Politis D N, Romano J P, Wolf M. Subsampling for heteroskedastic time series. *Journal of Econometrics*, 1997, 81(2): 281-317.

[35] Sakov A, Bickel P J. An edgeworth expansion for the m out of n bootstrapped median. *Statistics and Probability Letters*, 2000, 49(3): 217-223.

[36] Barberis N, Thaler R. A survey of behavioral finance. *Handbook of the Economics of Finance*, 2003, 1(3): 1053-1128.

[37] 扈倩倩, 刘喜华. 上证指数与纽约综指日经指数及恒生指数的联动性分析. *青岛大学学报(自然科学版)*, 2010, 23(2): 82-87.
Hu Q Q, Liu X H. Analysis of linkage among Shanghai Composite Index with New York Composite, Nikkei Index and Hangseing Index. *Jouranal of Qingdao University (Nature Science Edition)*, 2010, 23(2): 82-87. (in Chinese)

作者简介:

程 宏 (1986—), 男, 江西南昌人, 博士, 讲师, 研究方向: 统计学习, 计算神经科学, 金融统计与风险管理, Email: clx_2010@sjtu.edu.cn;

杨廷干 (1964—), 男, 江西修水人, 博士, 教授, 研究方向: 统计理论与方法, 投资评价与决策, 金融统计与风险管理, Email: 20099903@lixin.edu.cn.