第 36 卷第 2 期 系 统 工 程 学 报 Vol.36 No.2
2021 年 4 月 JOURNAL OF SYSTEMS ENGINEERING Apr. 2021

库存容量有限的产品选择及联合采购决策研究

石雪飞, 王海燕
(东南大学经济管理学院, 江苏 南京 211189)

摘要: 考虑到市场上种类繁多的商品, 基于经济批量订货模型, 在最小订货量和库存容量约束下建立了产品选择和采购的联合决策模型, 并设计了相应的多项式时间算法进行求解. 为进一步提高零售商的利润, 接着建立了库存共享的联合采购决策模型. 并基于合作博弈理论, 设计了相应的利润分配方案. 在合作联盟的库存容量充足时采用的利润分配方案是核分配方案; 在合作联盟的库存容量不足时采用的利润分配方案满足个人理性并且能够激励采购联盟提供真实的库存容量信息. 数值试验表明: 产品种类越少, 库存容量越大, 联盟成员越多, 联合采购提高的利润越多; 联合采购最高可以提高合作联盟总利润的 26%.

关键词: 库存容量; 最小订货量; 联合采购; 合作博弈; 利润分配
中图分类号: C934 **文献标识码**: A **文章编号**: 1000−5781(2021)02−0264−15
doi: 10.13383/j.cnki.jse.2021.02.011

Research on product selection and joint replenishment decision based on inventory capacity limitation

Shi Xuefei, Wang Haiyan
(School of Economics and Management, Southeast University, Nanjing 211189, China)

Abstract: Considering a great variety of goods in the market, this paper constructs a joint decision model with the constraint of inventory capacity and minimum order quantity for product selection and procurement based on economic order quantity, then designs a polynomial time algorithm to solve the problem. To improve the profit of retailers, the paper models the joint procurement problem based on inventory sharing and designs the corresponding profit allocation schemes for joint procurement based on cooperative game theory. The profit allocation scheme adopted when the cooperative alliance's warehouse capacity is sufficient is a core allocation rule, while the profit allocation scheme adopted when the cooperative alliance's warehouse capacity is insufficient is an efficient allocation scheme that satisfies individual rationality and it induces the retailers sharing their real information of warehouse capacity. Numerical experiments show that the fewer kinds of products, the larger inventory capacity and the larger alliance leads to the more profits of the alliance. Joint procurement can increase the total profit of the alliance by up to 26%.

Key words: inventory capacity; minimum order quantity; joint procurement; cooperative game; cost allocation

1 引 言

随着经济和科技的发展, 商品种类和数量越来越多. 面对市场上种类繁多的产品, 百货商店, 超市等零售商由于资金和库存容量的限制, 很难购进所有品牌和型号的产品, 需要选择收益高的产品销售. 在选择产

收稿日期: 2019−09−28; 修订日期: 2020−11−23.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71531004).

品时, 有的产品销量好, 但体积大, 利润低. 有的产品销量不是很好, 但利润却很高. 在库存容量限制下如何做出最优的选择? 实际上, 很多零售商选购产品时更多的是依靠主观上的经验.

在学术领域, 学者们更热衷于研究供应商的选择问题[1−3], 仅有少量文献研究产品的选择问题[4], 其中主要以普通产品和升级产品的选择决策[5,6]为主. 供应商选择问题则是制造商或零售商们考虑产品质量, 供货能力, 供应商信誉, 采购成本和售后服务等因素, 从而选择出最有利的供应商. 大部分供应商选择的定量分析的文献中, 以最小化总成本为目标[7−9], 而选择产品时, 零售商们通常优先选择收益高的产品. 选对了供应商不意味着选对了产品. 不同的产品售价和成本往往都不一样, 因此选择成本小的产品可能不是最优的选择, 故供应商选择的研究并不适用于产品的选择问题.

生产企业常用最小订货量来确定最优的生产计划[10,11], 许多供应商要求采购企业的订单至少要达到其最小订货量. 但个性化的消费使得消费者对单一产品的依赖程度越来越低, 导致了越来越多的小批量订货. 规模小的零售商最优订货量可能达不到供应商的最小订货量要求, 按照最小订货量订购产品会增加零售商的库存成本. 故本文将最小订货量作为产品选择模型的一个约束条件. 实际上, 库存容量限制和最小订货量限制是库存补货决策模型中很普遍的约束条件, 如文献[12–15]等.

最小订货量的限制以及小批量采购的高成本导致了越来越多的联合采购. 联合采购通常是将小批量的订单形成一个大订单进行采购, 这样能够形成规模经济效应, 减小采购成本[16]. 显然联合采购能够更容易满足供应商的最小订货量的要求. 然而, 采购周期的协调是联合采购的一个困难. 单独采购时一旦发现库存水平低于订货点就可以立即采购. 联合采购时需要合作成员的需求量积累到一定的量或者等到约定的采购时间才会进行采购. 采购之前有的成员库存提前销售完, 在等待采购的过程中造成缺货损失. 若联盟成员都愿意共享库存那么就会降低缺货损失. 并且库存共享能够降低库存成本, 减少运营成本, 改善服务水平[17]. 因此本文考虑共享库存的情况下进行联合采购.

联合采购问题的另外一个难点是分配问题, 如何分摊费用或分配利润是联合采购联盟达成的的关键. 不公平的分配机制会导致联盟成员退出合作联盟[18]. 许多学者致力于研究联合采购的成本/利润分摊机制, Schotanus 等[19]调查发现 87 % 的合作联盟采用等价法分配收益, 而 13% 的联盟采用利于规模大的成员的分配方案. 冯海荣等[20]研究了非瞬时补货情况下易腐品联合采购的分配问题, 并给出了一个核分配方案. 肖旦等[21]研究了产品中含有残次品情况下的联合采购模型. Heuvel 等[22]针对零售商多阶段联合补货问题, 建立了 ELS(Eonomic lot sizing)博弈模型并证明了其核为非空的. 可以看到这些文献都应用合作博弈理论寻找核分配方案. 这是因为核分配方案能够促进联合采购成员形成稳定的合作联盟,它能保证参与合作的成员收益最大化. 但核分配方案并不总是存在的或容易找到的, 不同合作环境下的核分配方案或接近核分配方案的近似核分配方案需要学者们去探索.

零售商选择供应商时通常是选择信用最好成本最低的供应商, 而选择产品时则会选择利润最高的产品. 以前的文献主要以供应商选择为主, 仅有少量文献研究两种产品的选择, 而目前并没有文献研究库存容量和最小订货量约束下多产品的选择和采购决策. 故本文构建了库存容量和最小订货量约束下的单独采购时产品选择和采购量决策模型. 为进一步帮助零售商提高利润, 建立了库存共享条件下的联合采购模型. 分别设计了多项式时间算法来求解这两个模型. 分配是合作的关键, 因此, 本文基于合作博弈利理论设计了利润分配方案并证明了在联盟库存容量充足的情况下采用的分配方案是核分配方案而在库存容量不足时采用的分配方案是满足个人理性的并且能够激励零售商共享其真实的库存容量信息的有效分配方案. 数值实验结果表明联合采购能够帮助合作联盟提高 26 % 的利润.

2 单独采购决策模型

假设:

1) 零售商位于同一区域, 不同零售商都以供应商建议的统一零售价销售产品.

2) 采购是瞬间完成的, 没有等待时间, 即交货期为 0.

3) 供应商已确定, 采购成本参数已知.

本节研究零售商单独采购时零售商决策是否选择采购产品以及产品的采购量. 各产品的采购是独自完成的, 采用的是连续采购策略, 即当库存不够时立即补货. 下面是本文主要参数和假设: 某一区域有 m 个零售商, 市场上有 n 个不同品牌的产品, 由不同的供应商供应, 记 $M=\{1,2,\ldots,m\}, N=\{1,2,\ldots,n\}$. 供应商要求产品 $i, i\in N$ 需要达到的最小订货量记为 $q_i^{\min}$, 产品 i 的体积为 v_i, 产品 i 的固定采购费用为 k_i, 采购价格为 c_i, 零售价为 p_i. 零售商 $j, j\in M$ 销售产品 $i, i\in N$ 单位时间的需求到达率为 λ_{ji}, 单位时间单位体积的库存成本为 h, 零售商 j 的最大库存容量为 V_j.

零售商采用连续库存检查策略, 当产品 i 的库存为 0 时立即采购 q_{ji}. 产品 i 产生的总成本包括库存成本和订货成本. 零售商 j 的产品 i 的期望采购周期为 q_{ji}/λ_{ji}, 可得到其在一个周期内总成本为 $k_i+c_iq_{ji}+q_{ji}^2v_ih/(2\lambda_{ji})$. 若零售商以最大化长期平均期望利润为目标, 那么零售商 j 的优化模型为

$$(\mathrm{P}_j)\qquad \operatorname{Max}\sum_{i\in N}\lambda_{ji}\left[p_i-q_{ji}^{-1}\left(k_i+c_iq_{ji}+q_{ji}^2v_ih/(2\lambda_{ji})\right)\right]x_{ji},\quad j\in M, \tag{1}$$

s.t.

$$q_{ji}\geqslant q_i^{\min}x_{ji},\ \ i\in N,\ \ j\in M, \tag{2}$$

$$\sum_{i\in N}q_{ji}v_ix_{ji}\leqslant V_j,\ \ j\in M, \tag{3}$$

$$x_{ji}\in\{0,1\},\ \ q_{ji}\geqslant 0,\ \ i\in N,\ \ j\in M, \tag{4}$$

其中 q_{ji}, x_{ji} 为决策变量, q_{ji} 是产品 i 的每个周期的采购量, $x_{ji}=1$ 表示采购产品 i, $x_{ji}=0$ 则表示不采购采购产品 i, 式(2)为最小订货量约束, 式(3)为库存容量约束.

考虑模型(P_j)中的一个特殊情况, 即

$$q_i^{\min}\geqslant\sqrt{2k_i\lambda_{ji}/(hv_i)},\ \ i\in N,\ \ \sum_{i\in N}q_i^{\min}>V_j.$$

在此情况下只要产品 i 被采购, 其最优采购量为 $q_i^{\min}$, 此时 $\left[k_i+c_iq_{ji}+q_{ji}^2v_ih/(2\lambda_{ji})\right]/q_{ji}$ 是一个确定值, 只需决策 x_{ji}. 而此时通过模型(P_j)求解决策变量 x_{ji} 为一个经典的二维背包问题, 其中 $\lambda_{ji}v_i$ 为物品体积, $\left[p_iq_{ji}-\left(k_i+c_iq_{ji}+q_{ji}^2hv_i/(2\lambda_{ji})\right)\right]/(q_{ji}v_i)$ 是为物品单位体积的价值, 而 V_j 为背包的容量并且背包容量是不足的.

0-1 背包问题是 NP–难的, 目前仍然没有证明存在多项式时间算法求得该问题的最优解. 模型(P_j)中的一个特殊情况时已经是一个 NP–难问题, 为此, 设计了多项式时间内可解的启发式算法来求解一般情境下的模型(P_j), 证明在一定条件下可求得最优解.

求解模型(P_j)的算法(记作算法 1)步骤如下:

步骤 1 输入参数值 $\lambda_{ji}, p_i, q_i^{\min}, k_i, c_i, h, v_i, V_j, i\in N$;

步骤 2 $q_{ji}^*=\leftarrow 0, x_{ji}^*\leftarrow 0, i\in N, S\leftarrow N$;

步骤 3 $q_{ji}\leftarrow\min\left\{\max\left\{q_i^{\min},\sqrt{2k_i\lambda_{ji}/(hv_i)}\right\},V_j/v_i\right\}$,
$f_i\leftarrow q_{ji}^{-1}\lambda_{ji}\left[p_iq_{ji}-\left(k_i+c_iq_{ji}+q_{ji}^2v_ih/(2\lambda_{ji})\right)\right],\ i\in S$;

步骤 4 找出$\{f_l\}_{l\in S}$ 中最大的值 $f_{i'}, q_{ji'}^*\leftarrow q_{ji'}$;

步骤 5 如果 $f_{i'}>0$ 且 $V_j/v_{i'}>q_i^{\min}$, 那么 $x_{ji'}^*\leftarrow 1$.;

步骤 6 将 S 中 i' 删除和更新剩余的库存容量即 $S\leftarrow S\backslash\{i'\}, V_j\leftarrow V_j-q_{ji'}v_ix_{ji'}^*$;

步骤 7 如果 $S=\emptyset$ 或 $V_j=0$ 或 $f_i\leqslant 0, i\in S$, 那么终止算法;否则回到步骤 2;

步骤 8 输出结果 $x_{ji}^*, q_{ji}^*, i\in N$;

定理 1 算法 1 是多项式时间算法, 其时间复杂度为 $\mathrm{O}(n^2)$, 并且当下列情况之一成立时算法 1 得到的解为模型(P_j)的最优解:

1) 库存容量充足.

2) 若 $q'_{ji}=\min\left\{\max\left\{q_i^{\min},\sqrt{2k_i\lambda_{ji}/(hv_i)}\right\},V_j/v_i\right\}, q_i^{\min}=q$, 存在常数 a 使得

$$\left[p_iq'_{ji}-\left(k_i+c_iq'_{ji}+q_{ji}^2v_ih/(2\lambda_{ji})\right)\right]/(q'_{ji}v_i)=a,\ \ \forall i\in N.$$

3) 存在常数 b, 有 $\lambda_{ji}v_i=b, i\in N$.

证明　首先证明算法 1 是多项式时间算法. 在算法 1 中, 对于每个零售商, 找出第一个购进的产品需要计算 n 次 q_{ji} 和 f_i, 找出第二个购进的产品需要计算 $n-1$ 次, 以此类推,总共要计算不多于 $n+(n-1)+\cdots+1=n(n-1)/2$ 次, 而 q_{ji}, f_i 的计算量是一个常数, 因此算法 1 的计算时间复杂度为 $\mathrm{O}(n^2)$.

然后证明三种情况下, 算法 1 的解是模型(P_j)的最优解.

情况 1　库存容量充足. 在此情况下式(3)的约束可以忽略掉, 然后模型(P_j)可以分解成如下 n 个子模型

$$(\mathrm{SP}_i)\qquad \mathrm{Max}\ \lambda_{ji}x_{ji}\left[p_i-\left(k_i+c_iq_{ji}+q_{ji}^2v_ih/(2\lambda_{ji})\right)/q_{ji}\right],$$

$$\begin{aligned}&\text{s.t.}\\&\quad q_{ji}\geqslant q_i^{\min}x_{ji},\\&\quad x_{ji}\in\{0,1\}, q_{ji}\geqslant 0.\end{aligned}$$

不难证明函数 $F(q_{ji})=p_i-\left(k_i+c_iq_{ji}+q_{ji}^2v_ih/(2\lambda_{ji})\right)/q_{ji}$ 在$\left[\max\left\{q_i^{\min},\sqrt{2k_i\lambda_{ji}/(hv_i)}\right\},+\infty\right)$ 单调递减. 因此, $q^*_{ji}=\max\left\{q_i^{\min},\sqrt{2k_i\lambda_{ji}/(hv_i)}\right\}$是模型($\mathrm{P}_i$)的最优解. 库存容量充足保证 $V_j/v_i>q^*_{ji}$ 总是成立的. 只要 $F(q_{ji})>0$(等价于 $f_i>0$), $x^*_{ji}=1$ 能使零售商 j 获得更大的期望利润. 因此算法 1 的解就是模型(P_j)的最优解.

情况 2　存在常数 a 使得 $\left(p_iq_{ji}-\left(k_i+c_iq_{ji}+q_{ji}^2v_ih/(2\lambda_{ji})\right)\right)(q_{ji}v_i)^{-1}=a$,其中 $\lambda_{ji}\left(p_i-\left(k_i+c_iq_{ji}+q_{ji}^2v_ih/(2\lambda_{ji})\right)q_{ji}^{-1}\right.$是产品 i 的总利润, $\left[p_iq_{ji}-\left(k_i+c_iq_{ji}+q_{ji}^2v_ih/(2\lambda_{ji})\right)\right](q_{ji}v_i)^{-1}$是产品 i 单位体积的价值.

那么这个问题可以转变成一维背包问题, $\lambda_{ji}v_i$ 是产品体积, V_j 是背包容量, 单位体积的产品价值是一样的. 一种产品可以看成一个物品,每个物品的单位体积的价值是一样的, 物品 i 的总价值为 $f_i=\lambda_{ji}v_ia$, 其中 $\lambda_{ji}v_i$ 为物品的体积. 那么背包里物品所占空间越大, 背包里的价值越高. 而算法 1 是先选择价值高的物品, 也就是陆续将物品按体积从大到小装进背包里, 这样背包装的就是价值最高的. 因此, 算法 1 得到的是最优解.

情况 3　存在常数 b, 有 $\lambda_{ji}v_i=b, i\in N$. 这种情况下同样把这个问题转化成一维背包问题, 其中物品的体积为 $\lambda_{ji}v_i$, 物品的价值为 f_i. 而物品的体积 $\lambda_{ji}v_i$ 都是一样的, 对于固定的背包容量 V_j, 最优的装包方案是先装价值高的物品. f_i 计算的正是产品 i 的总利润即物品的价值, f_i 越大, 物品的价值就越高, 因此算法 1 的解是最优解.　证毕.

定理 1 证明了算法 1 是一个多项式时间算法, 这也意味着当产品种类较多的时候, 算法 1 也能够快速求解模型(P_j), 但算法 1 并不能保证得到的解是模型(P_j)的最优解, 只有满足定理 1 中三个条件的其中一个才是最优解.

3　联合采购决策模型

本节的目的是求出参与联合采购联盟所有成员的采购量和库存目标. 假设零售商愿意共享需求和库存容量信息, 存在一个可信赖的零售商或者第三方来组织联合采购, 组织者需要决策联合采购的补货量, 并且联合采购是在单独采购决策之后的, 即参与联合采购的零售商的采购的产品种类是确定的, 采购量则是需要联合采购决策的. 通过第 2 节的模型(P_j), 零售商们都确定了自己要采购的产品, 不妨假设模型(P_j)的最优解为$(q^*_{j1},\ldots,q^*_{jn},x^*_{j1},\ldots,x^*_{jn})$. 若所有参与联合采购联盟的零售商共享采购周期, 即联合采购联盟的零售商采购同一种产品的周期是一样的. 下面建立采购联盟的长期平均利润函数来确定联合采购时产品的采购

量. 零售商 j 的产品 i 期望采购量记为 $Q_{ji}, Q_i=\sum\limits_{j\in M} Q_{ji}x^*_{ji}$ 为产品 i 的总采购量. 由于采购周期一样, 所以也有 $Q_{ji}=Q_i\lambda_{ji}x^*_{ji}\Big(\sum\limits_{j\in M} x^*_{ji}\lambda_{ji}\Big)^{-1}$. 记合作联盟的产品 i 的总需求到达率为 $\lambda_i=\sum\limits_{j\in M}\lambda_{ji}x^*_{ji}$. 由于零售商们共享库存, 且交货期为 0. 因此当所有零售商的产品 i 的库存为 0 时, 联盟向供应商发出一个联合采购订单量为 Q_i 的订单. 那么产品 i 的期望采购周期为 $Q_i\Big(\sum\limits_{j\in M}\lambda_{ji}\Big)^{-1}$. 由集合 M 中成员形成联盟的长期平均总利润模型为

$$(\mathrm{CP}_M)\qquad \mathrm{Max}\sum_{j\in M}\sum_{i\in N}\lambda_{ji}\left[p_i-\left(k_i+c_iQ_i+Q_i^2hv_i/(2\lambda_i)\right)/Q_i\right]x^*_{ji}, \tag{5}$$

s.t.

$$Q_i\geqslant q_i^{\min}\max_{j\in M}\{x^*_{ji}\},\quad i\in N, \tag{6}$$

$$\sum_{i\in N}Q_iv_i\leqslant\sum_{j\in M}V_j, \tag{7}$$

$$Q_i\geqslant 0, \tag{8}$$

式(5)为最大化联盟的单位时间内的总利润, 决策变量为零售商的采购量 Q_i, 式(6)为供应商最小订货量的约束, 式(7)保证了零售商有足够的库存容量接收采购量, 式(7)中的右边是合作联盟共享库存后的总库容量.

求解模型(CP_M)的算法(记作算法 2)步骤如下:

步骤 1 输入参数 $\lambda_{ji}, p_i, q_i^{\min}, k_i, c_i, h, v_i, V_j, x^*_{ji}, j\in M, i\in N$;

步骤 2 $Q_i^{M*}\leftarrow 0, Q_{ji}^{M*}\leftarrow 0, i\in N, S\leftarrow N, S'\leftarrow\emptyset$, 计算下面的参数值,

$$V\leftarrow\sum_{j\in M}V_j,\ \ \lambda_i\leftarrow\sum_{j\in M}\lambda_{ji}x^*_{ji},\ \ X_i\leftarrow\max_{j\in M}x^*_{ji},\ \ Q_i^M\leftarrow\sum_{i\in M}q^*_{ji}x^*_{ji}, i\in N;$$

步骤 3 如果 $V<\sum\limits_{i\in N}v_iv_i\max\left\{\sqrt{2k_i\sum\limits_{j\in M}\lambda_{ji}x^*_{ji}/(hv_i)}v_i, q_i^{\min}\right\}$, 那么进入步骤 8, 否则进入步骤 4;

步骤 4 $\forall i\in S$, 如果 $X_i=1, Q_i\leftarrow\min\left\{\max\left\{q_i^{\min}, \sqrt{2k_i\lambda_{ji}/(hv_i)}\right\}, V_j/v_i\right\}$,

$$f_i\leftarrow\lambda_{ji}\left(p_iq_{ji}-\left(k_i+c_iq_{ji}+q_{ji}^2hv_i/(2\lambda_{ji})\right)\right)q_{ji}.\ \text{否则}\ f_i\leftarrow 0;$$

步骤 5 找出 $\{f_l\}_{l\in S}$ 中最大的值记为 $f_{i'}$, 如果 $f_{i'}>0$, 那么 $Q_{i'}^{M*}\leftarrow Q_{i'}$;

步骤 6 将 S 中 i' 删除和更新剩余的库存容量即 $S\leftarrow S\backslash\{i'\}, V\leftarrow V-q_{ji'}v_{i'}x^*_{ji'}$;

步骤 7 如果 $S=\emptyset$ 或$V=0$ 或$\{f_i\leqslant 0|i\in S\}$ 进入步骤 12, 否则回到步骤 4;

步骤 8 对于 $X_i=1$ 且 $Q_i^{M*}=0, i\in N$, 如果 $0<Q_i^M<\sqrt{2k_i\lambda_{ji}/(hv_i)}$, 则 $Q_i^{M*}\leftarrow Q_i^M, S'\leftarrow S'\cup\{i\}$, 否则 $Q_i^{M*}\leftarrow\max\left\{q_i^{\min}, \sqrt{2k_i\lambda_{ji}/(hv_i)}\right\}$. 更新联盟库存容量 V, 即 $V\leftarrow V-Q_i^{M*}v_i$. 若不满足条件 $X_i=1$ 且 $Q_i^{M*}=0, i\in N$, 则进入步骤 9;

步骤 9 $\forall i\in S', Q_i=\min\left\{\sqrt{2k_i\lambda_{ji}/(hv_i)}-Q_i^M, V/v_{i'}\right\}$,

$$f_i=(Q_i+Q_i^M)^{-1}\lambda_{ji}\left[p_i(Q_i+Q_i^M)-(k_i+c_i(Q_i+Q_i^M))+(Q_i+Q_i^M)^2hv_i/(2\lambda_{ji})\right];$$

步骤 10 若 $f_{i'}$ 为 $\{f_l\}_{l\in S'}$ 中最大的值, $Q_{i'}^{M*}\leftarrow Q_{i'}^{M*}+Q_{i'}$. 将 S' 中 i' 删除和更新剩余的库存容量即 $S'\leftarrow S'\backslash\{i'\}, V\leftarrow V-Q_{i'}v_{i'}$;

步骤 11 如果 $S'=\emptyset$ 或 $V=0$, 则进入下一步, 否则回到步骤 9;

步骤 12 $Q_{ji}\leftarrow\lambda_{ji}x^*_{ji}Q_i^{M*}/\lambda_i, i\in M, j\in N$;

步骤 13 如果 $Q_{ji}>V_j/v_i$, 那么 $Q_{ji}^{M*}\leftarrow Q_{ji}^{M*}+V_j/v_i, V_j\leftarrow 0, i\in M, j\in N$; 否则 $Q_{ji}^{M*}\leftarrow$

$Q_{ji}^{M*}+Q_{ji}, V_j \leftarrow V_j - Q_{ji}v_i, i\in M, j\in N$;

步骤 14　从 $\{V_j\}_{j\in M}$ 中找出最大的值 $V_{j'}$. $q_i' \leftarrow Q_i^{M*} - \sum\limits_{j\in M} Q_{ji}^{M*}$, 找出$\{q_i'\}_{i\in N}$ 中最大的值 $q_{i'}'$. 如果 $q_{i'}' > V_{j'}/v_{i'}$, 那么 $Q_{ji'}^{M*} \leftarrow Q_{ji'}^{M*} + V_{j'}/v_{i'}, V_{j'} \leftarrow 0, q_{i'}' \leftarrow q_{i'}' - V_{j'}/v_{i'}$; 否则 $Q_{ji'}^{M*} \leftarrow Q_{ji'}^{M*} + q_{i'}', V_{j'} \leftarrow V_{j'} - q_{i'}', q_{i'}' \leftarrow 0$;

步骤 15　若 $q_i' = 0, i\in N$, 则结束算法 2, 否则回到步骤 13;

步骤 16　输出结果 $Q_i^{M*}, Q_{ji}^{M*}, i\in N$.

算法 2 的思想是先将联盟中每种产品的总采购量 $Q_{i,i\in N}^{M*}$ 计算出来. 如果联盟的库存容量足以容纳所有产品的最优订货量, 那么称联盟库存容量是充足的. 在没有库存容量约束下, 产品 i 的最优订货量为 $Q_i^{M*} = \max\left\{\sqrt{\frac{2k_i}{h}\sum\limits_{j\in M}\lambda_{ji}x_{ji}^*}, q_i^{\min}\right\}$, 故联盟库存容量充足即为 $\sum\limits_{j\in M} V_j \geqslant \sum\limits_{i\in N}\max\left\{\sqrt{\frac{2k_i}{h}\sum\limits_{j\in M}\lambda_{ji}x_{ji}^*}, q_i^{\min}\right\}$. 当库存容量充足时其求解方法同算法 1, 因此这个解也是满足定理 1 的.

当库存容量不足时, 首先保证每种产品的采购量不低于任何一个零售商单独采购时的采购量, 然后将库存容量优先分配给利润高的产品. 确定合作联盟的总采购量之后, 将联盟的总采购量分配给联盟成员, 也就是从算法 2 中的步骤 11 开始, 其计算量为 $\mathrm{O}(nm)+\mathrm{O}(nm)+\mathrm{O}(n^2)$. 因此, 算法 2 也是多项式时间算法. 注意到 Q_{ji}^{M*} 并不是零售商 j 每个周期对产品 i 的需求量, 而是每个周期零售商 j 对产品 i 的目标库存量. 零售商 j 对产品 i 的需求量为 $\lambda_{ji}x_{ji}^*Q_i^{M*}/\lambda_i, i\in M, j\in N$, 但由于零售商 j 的库存空间可能不够, 需要存储在其他零售商的库存容量里, 从而可能导致 $Q_{ji}^{M*} \neq \lambda_{ji}x_{ji}^*Q_i^{M*}/\lambda_i, i\in M, j\in N$.

4　利润分配方案设计

信息共享是合作联盟合作的基础, 然而一个能让联盟所有成员接受的分配方案是合作的关键. 公平合理的分配方案能够促进采购联盟长期稳定的合作, 而合作博弈理论是研究合作联盟运作策略和稳定性的理论, 因此本节将基于合作博弈理论设计利润分摊方案.

将由集合 M 中的成员参与合作的博弈定义为(M,ν), 其中 $\Pi: 2^M \longmapsto \mathbb{R}, \nu(\emptyset)=0$. 同时满足下面条件的利润分配方案为核分配方案或者称这个分配方案是在联合采购博弈的核中的, 即

1) $\sum\limits_{j\in M}\varphi_j^M = \nu(M)$.

2) $\sum\limits_{j\in R, R\subseteq M}\varphi_j^M \geqslant \nu(R)$,

其中 φ_j^M 是合作联盟 M 分配给成员 j 的利润.

满足 1) 的分配方案称为有效分配方案. 把所有成员都参与合作形成的合作联盟称为大联盟. R 为 M 的子集, 子联盟 R 所产生的利润是不大于 R 中所有零售商从大联盟的所获的利润之和的. 故从利润的角度上考虑, 子联盟 R 若是理性的集体则不会脱离大联盟来形成小联盟 R 的, 因为子联盟 R 无法得到更高的利润. 同时可以看到 $R=\{j\}$ 时, $\varphi_j^M \geqslant \nu(\{j\})$, 这意味着合作之后零售商分配到的利润不会比单独采购所产生的利润低. 故从利润的角度上考虑, 对于理性的零售商而言是不会采取单独采购的. 1)和 2)表明核分配方案是满足集体理性和个体理性的有效分配方案, 它能保证任何子联盟离开大联盟都不能获得更大收益. 因此, 核分配方案能够保证理性的零售商都参与合作, 因为他们都参与合作能够获得最大的利润.

定义联合采购博弈(M,Π), 其中 Π 是联合采购联盟的总利润, 那么合作联盟 M 的总利润为

$$\text{Max } \Pi(M) = \sum_{j\in M}\sum_{i\in N}\lambda_{ji}x_{ji}^*\left[p_i - \frac{1}{Q_i}\left(k_i + c_iQ_{ji}^{M'} + Q_{ji}^{M'}Q_i^{M'}hv_i\left(2\sum_{j\in M}\lambda_{ji}x_{ji}^*\right)^{-1}\right)\right],$$

$$\text{s.t. } \; Q_i \geqslant q_i^{\min}\max_{j\in M}\{x_{ji}^*\}, \;\; \sum_{i\in N}Q_iv_i \leqslant \sum_{j\in M}V_j, \;\; Q_i\geqslant 0, \;\; i\in N,$$

其中 x_{ji}^* 剔除了不采购的产品. 那么易知 $\Pi(M)$的最优解和模型 CP_M 的最优解是相同的, $\Pi(\{j\})$的最优解和模型(P_j)的最优解是相同的.

引理 1 联合采购博弈是超可加的.

证明 设 $R,T\subseteq M$ 且 $R\cap T=\emptyset, R\cup T=H, (Q_1^R,Q_2^R,\ldots,Q_n^R), (Q_1^T,Q_2^T,\ldots,Q_n^T), (Q_1^H,Q_2^H,\ldots,Q_n^H)$分别是 $\Pi(R),\Pi(T),\Pi(H)$的最优解. 记 $Q_i^{H'}=Q_i^R+Q_i^T, i\in N$, 那么$(Q_1^{H'},Q_2^{H'},\ldots,Q_n^{H'})$ 是 $\Pi(H)$的一个可行解, 所以有

$$\Pi'_H=\sum_{j\in H}\sum_{i\in N}\lambda_{ji}\left[p_i-\left(k_i+c_iQ_i^{H'}+\frac{Q_i^{H'}}{2}\frac{Q_i^{H'}}{\sum\limits_{j\in H}\lambda_{ji}x_{ji}^*}hv_i\right)(Q_i^{H'})^{-1}\right]x_{ji}^*\leqslant\Pi(H).$$

又因为 $\Pi'_H\geqslant\Pi(R)+\Pi(T)$, 所以有 $\Pi(R)+\Pi(T)\leqslant\Pi(H)$. 证毕.

超可加博弈是核分配方案存在的必要条件, 引理 1 表明这个合作博弈的核是有可能找到的.

下面首先给出两种分配方案, 记

$$\xi_j^M=\left[\alpha\frac{\sum\limits_{i\in N}\lambda_{ji}x_{ji}^*}{\sum\limits_{j\in M}\sum\limits_{i\in N}\lambda_{ji}x_{ji}^*}+(1-\alpha)\frac{V_j}{\sum\limits_{j\in M}V_j}\right]\left(\Pi(M)-\sum_{j\in M}\Pi(\{j\})\right)+\Pi(\{j\}),$$

$$\varphi_j^M=\sum_{i\in N}\lambda_{ji}\left[p_i-c_i-\frac{1}{Q_i^{\mathrm{M}*}}\left(k_i+c_iQ_{ji}^{M'}+Q_{ji}^{M'}Q_i^{M'}hv_i\left(2\sum_{j\in M}\lambda_{ji}x_{ji}^*\right)^{-1}\right)\right],$$

其中 ξ_j^M,φ_j^M 分别表示联合采购联盟 M 分配给零售商 j 的利润分配方案,$(Q_i^{M*})_{i\in N}$ 是 $\Pi(M)$ 优化模型的最优解.

定理 2 当 $\sum\limits_{j\in M}V_j\geqslant\sum\limits_{i\in N}\max\left\{\sqrt{2k_i\sum\limits_{j\in M}\lambda_{ji}x_{ji}^*/(hv_i)}v_i,q_i^{\min}\right\}$, 分配方案$\varphi=(\varphi_1,\varphi_2,\ldots,\varphi_m)$ 是联合采购博弈的核分配方案. 当 $\sum\limits_{j\in M}V_j<\sum\limits_{i\in N}\max\left\{\sqrt{2k_i\sum\limits_{j\in M}\lambda_{ji}x_{ji}^*/(hv_i)}v_i,q_i^{\min}\right\}$, 分配方案$\xi=(\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_m)$ 是满足个人理性的有效方案.

证明 1) $\sum\limits_{j\in M}V_j\geqslant\sum\limits_{i\in N}\max\left\{\sqrt{2k_i\sum\limits_{j\in M}\lambda_{ji}x_{ji}^*/(hv_i)}v_i,q_i^{\min}\right\}$, 即联合采购联盟的库存容量充足. 首先,

$$\begin{aligned}\sum_{j\in M}\varphi_j^M&=\sum_{j\in M}\left\{\sum_{i\in N}\lambda_{ji}\left[p_i-c_i-\frac{1}{Q_i^{M*}}\left(k_i+Q_i^{M*}Q_i^{M*}hv_i\left(2\sum_{j\in M}\lambda_{ji}x_{ji}^*\right)^{-1}\right)\right]\right\}\\&=\sum_{j\in M}\sum_{i\in N}\lambda_{ji}\left[p_i-c_i-\frac{1}{Q_i^{M*}}\left(k_i+Q_i^{M*}Q_i^{M*}hv_i\left(2\sum_{j\in M}\lambda_{ji}x_{ji}^*\right)^{-1}\right)\right]\\&=\Pi(M),\end{aligned}$$

因此, $\varphi=(\varphi_1,\varphi_2,\ldots,\varphi_m)$是一个有效分配方案. 记 Q_i^{R*} 为 $\Pi(R)$的最优解, 联合采购联盟的库存容量是充足的, 产品 i 的最优订货量为 $Q_i^{M*}=\max\left\{\sqrt{2k_i\sum\limits_{j\in M}\lambda_{ji}x_{ji}^*/(hv_i)}v_i,q_i^{\min}\right\}$. 那么

若 $Q_i^{M*}=\sqrt{2k_i\sum\limits_{j\in M}\lambda_{ji}x_{ji}^*/(hv_i)}v_i$, 则

$$p_i-c_i-\frac{1}{Q_i^{M*}}\left(k_i+(Q_i^{M*})^2hv_i\left(2\sum_{j\in M}\lambda_{ji}x_{ji}^*\right)^{-1}\right)=p_i-c_i-\sqrt{\frac{2k_ihv_i}{\sum\limits_{j\in M}\lambda_{ji}x_{ji}^*}}$$

$$>p_i-c_i-\sqrt{\frac{2k_ihv_i}{\sum\limits_{j\in R}\lambda_{ji}x_{ji}^*}}\geqslant p_i-c_i-\frac{1}{Q_i^{\mathrm{R}*}}\left(k_i+(Q_i^{R*})^2hv_i\left(2\sum_{j\in M}\lambda_{ji}x_{ji}^*\right)^{-1}\right);$$

若 $Q_i^{M*}=q_i^{\min}$, 则通过算法 1 可知 $Q_i^{R*}=q_i^{\min}$

$$p_i-c_i-\frac{1}{Q_i^{M*}}\left(k_i+(Q_i^{M*})^2hv_i\left(2\sum_{j\in M}\lambda_{ji}x_{ji}^*\right)^{-1}\right)=p_i-c_i-k_i/q_i^{\min}-\frac{q_i^{\min}}{2\sum\limits_{j\in M}\lambda_{ji}x_{ji}^*}hv_i$$

$$=p_i-c_i-\frac{k_i}{Q_i^{R*}}-\frac{Q_i^{R*}}{2\sum\limits_{j\in M}\lambda_{ji}x_{ji}^*}hv_i\geqslant p_i-c_i-\frac{1}{Q_i^{R*}}\left(k_i+(Q_i^{R*})^2hv_i\left(2\sum_{j\in M}\lambda_{ji}x_{ji}^*\right)^{-1}\right).$$

故

$$p_i-c_i-\frac{1}{Q_i^{M*}}\left(k_i+Q_{ji}^{M*}Q_i^{M*}hv_i\left(2\sum_{j\in M}\lambda_{ji}x_{ji}^*\right)^{-1}\right)\geqslant p_i-c_i-\frac{1}{Q_i^{R*}}\left(k_i+(Q_i^{R*})^2hv_i\left(2\sum_{j\in M}\lambda_{ji}x_{ji}^*\right)^{-1}\right),$$

因此有

$$\begin{aligned}\sum_{j\in R}\varphi_j^M&=\sum_{j\in R}\left\{\sum_{i\in N}\lambda_{ji}x_{ji}^*[p_i-c_i-Q_i^{M*}]\right\}\\&\geqslant\sum_{j\in R}\left\{\sum_{i\in N}\lambda_{ji}x_{ji}^*\left[p_i-c_i-\frac{1}{Q_i^{R*}}\left(k_i+(Q_i^{R*})^2hv_i\left(2\sum_{j\in M}\lambda_{ji}x_{ji}^*\right)^{-1}\right)\right]\right\}\\&=\Pi(R).\end{aligned}$$

因此, 分配方案$\varphi=(\varphi_1,\varphi_2,\ldots,\varphi_m)$是联合采购博弈的核分配方案.

2) $\sum\limits_{j\in M}V_j<\sum\limits_{i\in N}v_i\max\left\{\sqrt{2k_i\sum\limits_{j\in M}\lambda_{ji}x_{ji}^*/(hv_i)},q_i^{\min}\right\}$, 即联合采购联盟的库存容量不足.

首先有

$$\begin{aligned}\sum_{j\in M}\xi_j^M&=\sum_{j\in M}\left\{\alpha\frac{\sum\limits_{i\in N}\lambda_{ji}x_{ji}^*}{\sum\limits_{j\in M}\sum\limits_{i\in N}\lambda_{ji}x_{ji}^*}+(1-\alpha)\frac{V_j}{\sum\limits_{j\in M}V_j}\right\}\left(\Pi(M)-\sum_{j\in M}\Pi(\{j\})\right)+\sum_{j\in M}\Pi(\{j\})\\&=\Pi(M),\end{aligned}$$

因此, 分配方案$\xi=(\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_m)$是有效分配方案方案.

在算法 2 中, 若 $0<Q_i^M<\sqrt{2k_i\lambda_{ji}/(hv_i)}$, $Q_i^{M*}\geqslant Q_i^M=\sum\limits_{j\in M}q_{ji}^*\geqslant\max\limits_{j\in M}q_{ji}^*$; 若 $Q_i^M\geqslant\sqrt{2k_i\lambda_{ji}/(hv_i)}$, $Q_i^{M*}=\max\left\{q_i^{\min},\sqrt{2k_i\lambda_{ji}/(hv_i)}\right\}\geqslant\max\left\{q_i^{\min},\max\limits_{j\in M}\left\{\sqrt{2k_i\lambda_{ji}/(hv_i)}\right\}\right\}\geqslant\max\limits_{j\in M}\left\{q_{ji}^*\right\}$. 故有 $Q_i^{M*}\geqslant q_{ji}^*$.

情况 I　$Q_i^{M*}=q_i^{\min}$.

易知 $q_{ji}^*=0$或$q_{ji}^*=q_i^{\min}$. $q_{ji}^*=0$ 意味零售商着不采购产品 i, 忽略. $\forall j\in M, q_{ji}^*=q_i^{\min}$, 则

$$\begin{aligned}\lambda_{ji}\left[p_i-c_i-\left(k_i+(Q_i^{M*})^2hv_i/(2\lambda_i)\right)/Q_i^{M*}\right]x_{ji}^*&=\lambda_{ji}\left[p_i-c_i-\left(k_i+(q_i^{\min})^2hv_i/(2\lambda_i)\right)/q_i^{\min}\right]x_{ji}^*\\&\geqslant\lambda_{ji}\left[p_i-c_i-\left(k_i+(q_i^{\min})^2hv_i/(2\lambda_{ji})\right)/q_i^{\min}\right]x_{ji}^*.\end{aligned}$$

情况 II　$Q_i^{M*}>q_i^{\min}$.

易知 $\sqrt{2k_i\lambda_{ji}/(hv_i)} \geqslant Q_i^{M*} > q_i^{\min}$, 又$Q_i^{M*} \geqslant q_{ji}^*$, 那么$\left(k_i + \frac{Q_i^{M*}}{2}\frac{Q_i^{M*}}{\lambda_i}hv_i\right)/Q_i^{M*} < \left(k_i + \frac{q_{ji}^*}{2}\frac{q_{ji}^*}{\lambda_i}hv_i\right)/q_{ji}^*$, 所以有

$$\begin{aligned}\lambda_{ji}\left[p_i - c_i - \left(k_i + (Q_i^{M*})^2hv_i/(2\lambda_i)\right)/Q_i^{M*}\right]x_{ji}^* &= \lambda_{ji}\left[p_i - c_i - \left(k_i + (q_{ji}^*)^2hv_i/(2\lambda_i)\right)/q_{ji}^*\right]x_{ji}^* \\ &\geqslant \lambda_{ji}\left[p_i - c_i - \left(k_i + (q_{ji}^*)^2hv_i/(2\lambda_{ji})\right)/q_{ji}^*\right]x_{ji}^*.\end{aligned}$$

综合情况 I 和情况 II, 可知

$$\lambda_{ji}\left[p_i - c_i - (k_i + (Q_i^{M*})^2hv_i/(2\lambda_i))/Q_i^{M*}\right]x_{ji}^* \geqslant \lambda_{ji}\left[p_i - c_i - \left(k_i + (q_{ji}^*)^2hv_i/(2\lambda_{ji})\right)/q_{ji}^*\right]x_{ji}^*$$

总是成立的. 进而有

$$\begin{aligned}\Pi(M) &= \sum_{j\in M}\sum_{i\in N}\lambda_{ji}\left[p_i - c_i - \left(k_i + \frac{Q_i^{M*}}{2}\frac{Q_i^{M*}}{\lambda_i}hv_i\right)/Q_i^{M*}\right]x_{ji}^* \\ &\geqslant \sum_{j\in M}\sum_{i\in N}\lambda_{ji}\left[p_i - c_i - \left(k_i + \frac{q_{ji}^*}{2}\frac{q_{ji}^*}{\lambda_i}hv_i\right)/q_{ji}^*\right]x_{ji}^* = \sum_{j\in M}\Pi(\{j\}),\end{aligned}$$

据此有 $\xi_j = \left[\alpha\frac{\sum\limits_{i\in N}\lambda_{ji}x_{ji}^*}{\sum\limits_{j\in M}\sum\limits_{i\in N}\lambda_{ji}x_{ji}^*} + (1-\alpha)\frac{V_j}{\sum\limits_{j\in M}V_j}\right]\left(\Pi(M) - \sum\limits_{j\in M}\Pi(\{j\})\right) + \Pi(\{j\}) \geqslant \Pi(\{j\})$,
这保证了合作之后分配到的利润不会比单独采购时获得的利润低, 说明分配方案 $\xi = (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_m)$是满足个体理性的. 因此, 分配方案 $\xi = (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_m)$是满足个体理性的有效分配方案. 证毕.

定理中的 φ_j, ξ_j 是库存容量充足和不足的情况下在单位时间内分别获得的收益. 这个收益可以表示为销售收入减掉采购成本和存储成本, 而销售入和存储成本通常是零售商自己管理的, 联合采购联盟只管理采购费用. 因此需要计算每次采购的零售商应该支付的采购费用. 并且不同产品的采购周期可能不一样, 因此, 下面计算零售商 j 在采购产品 i 时所需支付的费用. 值得注意的是若计算结果为证表示零售商向联盟支付的费用, 若为负则表示联盟向零售商支付的费用.

φ_j 是联盟库存容量充足的情况下零售商 j 最终分配到的利润, 合作联盟可以通过零售商支付采购成本来达到利润的分配. 假设销售的收入归零售商自己所有, 库存产生的成本也由零售商自己承担, 每次采购联盟收取相应的采购成本. 由于库存共享, 零售商 j 的库存量未必是零售商 j 的需求量. 定理 2 的分配方式实际上是按照需求比例分摊固定成本, 各自承担自己所需采购量的采购成本和存储成本. 且算法 2 得到的 Q_{ji}^M 是零售商 j 产品 i 的库存量, 那么联合补货时零售商 j 产品 i 的每次采购应该承担的采购成本为

$$C_1 = \frac{\lambda_{ji}x_{ji}^*}{\sum\limits_{j\in M}\lambda_{ji}x_{ji}^*}k_i + \frac{Q_i^{M*}\lambda_{ji}x_{ji}^*}{\sum\limits_{j\in M}\lambda_{ji}x_{ji}^*}c_i + \frac{Q_i^{M*}}{\sum\limits_{j\in M}\lambda_{ji}x_{ji}^*}\left(\frac{Q_i^{M*}\lambda_{ji}x_{ji}^*}{2\sum\limits_{j\in M}\lambda_{ji}x_{ji}^*} - \frac{Q_{ji}^M}{2}\right)hv_i. \tag{9}$$

式(9)右边的第 2 项是零售商 j 每个周期产品 i 的需求量, 而 Q_{ji}^M 是存储在零售商 j 的产品 i 库存量. 若是零售商 j 库存空间里的存储量比需求量大, 那么说明零售商 j 的部分库存空间被其他零售商所用, 被占用的库存产生的库存成本需要其他零售商对零售商 j 进行补偿, 式(9)右边的第 3 项即是零售商 j 获得补偿库存成本的费用. 若是需求量比库存量大, 那么零售商 j 获得的该项费用表示零售商 j 对其他零售商的库存成本的补偿, 这样就能保证零售商 j 承担了自己产品产生的存储成本, 从而达到零售商单位时间产生利润 φ_j 的目标.

ξ_j 是联盟库存容量不足的情况下零售商 j 最终分配到的利润, 合作联盟同样通过零售商支付采购成本来达到利润的分配. 因此, 下面计算零售商 j 每次采购产品应该支付的采购成本.

设 $\delta_j = \alpha\sum\limits_{i\in N}\lambda_{ji}\left(\sum\limits_{j\in M}\sum\limits_{i\in N}\lambda_{ji}\right)^{-1} + (1-\alpha)V_j\left(\sum\limits_{j\in M}V_j\right)^{-1}$, 则

$$\xi_j = \left[\alpha\frac{\sum\limits_{i\in N}\lambda_{ji}}{\sum\limits_{j\in M}\sum\limits_{i\in N}\lambda_{ji}} + (1-\alpha)\frac{V_j}{\sum\limits_{j\in M}V_j}\right]\left(\Pi(M) - \sum_{j\in M}\Pi(\{j\})\right) + \Pi(\{j\})$$

$$= \delta_j \left[\sum_{j\in M}\sum_{i\in N} \lambda_{ji}x_{ji}^* \left(\frac{k_i}{q_{ji}^*} + \frac{q_{ji}^*}{2}hv_i \right) - \sum_{i\in N}\sum_{j\in M} \lambda_{ji}x_{ji}^* \left(\frac{k_i}{Q_i^{M*}} + \frac{Q_i^{M*}}{2}hv_i \right) \right] + \Pi(\{j\})$$

$$= \sum_{i\in N} \left[\left(\delta_j \left(\sum_{j\in M} \frac{\lambda_{ji}x_{ji}^*}{q_{ji}^*} - \sum_{j\in M} \frac{\lambda_{ji}x_{ji}^*}{Q_i^{M*}} \right) - \frac{\lambda_{ji}x_{ji}^*}{q_{ji}^*} \right) k_i + \frac{1}{2}\delta_j \left(\sum_{j\in M} \lambda_{ji}q_{ji}^*x_{ji}^* - \sum_{j\in M} \lambda_{ji}Q_i^{M*}x_{ji}^* \right) hv_i \right] -$$

$$\sum_{i\in N} \left(\frac{\lambda_{ji}q_{ji}^*x_{ji}^*}{2}hv_i + \lambda_{ji}x_{ji}^*(p_i - c_i) \right),$$

那么零售商 j 产品 i 单位时间内需要承担的成本为

$$C_2 = \lambda_{ji}x_{ji}^*c_i + \left(\frac{\lambda_{ji}x_{ji}^*}{q_{ji}^*} - \delta_j \left(\sum_{j\in M} \frac{\lambda_{ji}x_{ji}^*}{q_{ji}^*} - \sum_{j\in M} \frac{\lambda_{ji}x_{ji}^*}{Q_i^{M*}} \right) \right) k_i +$$

$$\frac{1}{2}\delta_j \left(\sum_{j\in M} \lambda_{ji}Q_i^{M*}x_{ji}^* - \sum_{j\in M} \lambda_{ji}q_{ji}^*x_{ji}^* \right) hv_i + \frac{1}{2}\lambda_{ji}q_{ji}^*x_{ji}^*hv_i,$$

而一个周期需要承担的成本为

$$C_{\mathrm{T}} = \frac{Q_i^{M*}}{\sum\limits_{j\in M} \lambda_{ji}x_{ji}^*} \left[\lambda_{ji}x_{ji}^*c_i + \left(\frac{\lambda_{ji}x_{ji}^*}{q_{ji}^*} - \delta_j \left(\sum_{j\in M} \frac{\lambda_{ji}x_{ji}^*}{q_{ji}^*} - \sum_{j\in M} \frac{\lambda_{ji}x_{ji}^*}{Q_i^{M*}} \right) \right) k_i \right] +$$

$$\frac{Q_i^{M*}}{\sum\limits_{j\in M} \lambda_{ji}x_{ji}^*} \left[\frac{hv_i}{2} \left(\delta_j \left(\sum_{j\in M} \lambda_{ji}Q_i^{M*}x_{ji}^* - \sum_{j\in M} \lambda_{ji}q_{ji}^*x_{ji}^* \right) + \lambda_{ji}q_{ji}^*x_{ji}^* \right) \right].$$

C_{T} 是采购成本和存储成本之和. 而这个周期内零售商 j 自己库存会产生存储成本 $\dfrac{Q_i^{M*}}{\sum\limits_{j\in M} \lambda_{ji}x_{ji}^*} \dfrac{Q_{ji}^M}{2}hv_i$, 所以联盟每次采购产品 i 时零售商 j 应该承担的采购成本为

$$C_3 = \frac{Q_i^{M*}}{\sum\limits_{j\in M} \lambda_{ji}x_{ji}^*} \left[\lambda_{ji}x_{ji}^*c_i + \left(\frac{\lambda_{ji}x_{ji}^*}{q_{ji}^*} - \delta_j \left(\sum_{j\in M} \frac{\lambda_{ji}x_{ji}^*}{q_{ji}^*} - \sum_{j\in M} \frac{\lambda_{ji}x_{ji}^*}{Q_i^{M*}} \right) \right) k_i \right] +$$

$$\frac{Q_i^{M*}}{\sum\limits_{j\in M} \lambda_{ji}x_{ji}^*} \left[\frac{hv_i}{2} \left(\delta_j \left(\sum_{j\in M} \lambda_{ji}Q_i^{M*}x_{ji}^* - \sum_{j\in M} \lambda_{ji}q_{ji}^*x_{ji}^* \right) + \lambda_{ji}q_{ji}^*x_{ji}^* - Q_{ji}^M \right) \right].$$

通过定理 2 的证明可知, 这个收益能保证合作后的利润全部分配完, 每个零售商的利润都能够增大, 并且当联盟的库存容量充足时任何子联盟收益都不会比参与大联盟合作的收益更大. 因此, 对于理性的零售商来说, 这样的核分配方案能够促使他们形成稳定的合作. 尽管定理 2 中的核分配方案是需要联盟库存容量充足的条件, 但这个给定条件并不会太苛刻. 当参与联合补货的零售商越多, $\sum\limits_{j\in M} V_j \geqslant \sum\limits_{i\in N} \sqrt{2k_i \sum\limits_{j\in M} \lambda_{ji}x_{ji}^*/(hv_i)}v_i$ 条件越容易达到, 这是因为根据算法 1 的计算过程, 在单独决策时零售商最多只有一种产品的订货量不是 $\max\{q_i^{\min}, \sqrt{2k_i\lambda_{ji}/(hv_i)}\}$, 而联合采购通常能够减小零售商的订货量, 从而节省库存容量使得最后一种产品也经常能达到最优订货量. 下面用一个简单例子来说明合作之后减少了库存水平.

例 1 若三个零售商决策购进五种产品, 这五种产品的最小订货量分别取 $q^{\min} = 60, 50, 60, 30, 20$, 产品售价 $p = 10, 25, 25, 25, 25$, 单位产品的采购费用 $c = 2.500\,0, 6.250\,0, 6.250\,0, 6.250\,0, 6.250\,0$, 产品体积 $v = 0.100\,0, 0.250\,0, 0.050\,0, 0.500\,0, 0.350\,0$, 固定采购费 $k = 100, 50, 10, 50, 90$, 各零售商库存容

量 $V=30,60,45$, 单位体积单位时间的库存成本 $h=1$, 各零售商的需求到达率为

$$\boldsymbol{\lambda}=\begin{pmatrix} 8.601\,2 & 7.356\,7 & 28.714\,4 & 47.785\,9 & 4.319\,3 \\ 10.012\,7 & 14.972\,5 & 9.182\,2 & 2.617\,7 & 49.801\,4 \\ 26.228\,0 & 19.244\,8 & 33.058\,3 & 7.545\,9 & 40.048\,2 \end{pmatrix}.$$

当零售商单独决策时, 通过算法 1 可得到他们的采购量为

$$\boldsymbol{q}=\begin{pmatrix} 0.000\,0 & 0.000\,0 & 0.000\,0 & 60.000\,0 & 0.000\,0 \\ 60.000\,0 & 50.000\,0 & 60.000\,0 & 0.000\,0 & 94.679\,7 \\ 72.426\,5 & 0.000\,0 & 60.000\,0 & 0.000\,0 & 84.903\,9 \end{pmatrix}.$$

当三个零售商库存容量都增加到 75 时, 他们单独决策式的采购量为

$$\boldsymbol{q}=\begin{pmatrix} 60.000\,0 & 50.000\,0 & 60.000\,0 & 69.127\,4 & 27.883\,2 \\ 60.000\,0 & 50.000\,0 & 60.000\,0 & 30.000\,0 & 94.679\,7 \\ 72.426\,5 & 50.000\,0 & 60.000\,0 & 30.000\,0 & 84.903\,9 \end{pmatrix}.$$

这说明当库存容量充足时所有产品都是能够盈利的, 而库存容量为 $30,60,45$ 时, 零售商的库存容量是不够的, 因为他们都选择放弃采购至少一种产品. 而当他们联合采购时, 各产品的总采购量为 $Q=94.701\,5, 64.477\,9, 60.000\,0, 76.124\,6, 130.193\,7$, 占用库存容量为 112.219 7, 比他们的总库存容量 135 小. 联合采购是在零售商确定了采购产品之后发生的, 当零售商们选择的产品都高度一致时, 联盟库存容量总是会有剩余的, 说明总库存水平降低了. 但当零售商选择了很多不一样的产品导致能形成联合采购的产品比较少, 这样联盟库存容量不够的概率会增加, 如下面的例 2.

例 2 若两个零售商决策购进三种产品, 这三种产品的最小订货量都为 0, 即 $q^{\min}=0,0,0$, 产品售价 $p=60,120,140$, 单位产品的采购费用 $c=10,15,20$, 产品体积 $v=1,1,1$, 固定采购费 $k=50,50,50$, 各零售商库存容量 $V=80,80$, 单位体积单位时间的库存成本 $h=1$, 各零售商的需求到达率为 $\begin{pmatrix} 0 & 36 & 50 \\ 20 & 0 & 50 \end{pmatrix}$. 当零售商单独决策时, 通过算法 1 可得到他们的采购量为 $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 77 \\ 3 & 0 & 77 \end{pmatrix}$, 当零售商联合采购量时, 三种产品的联合采购量分别为 3, 57, 100, 联盟的库存容量是不足的, 只有产品 3 形成了联合采购. 若需求到达率为 16, 13, 0 的零售商 3 加入联合采购联盟, 并且零售商 3 的库存容量为 70. 单独采购时, 零售商的采购量为 34, 36, 0, 没有达到其最优采购量 40, 36, 0. 但当三个零售商一起联合采购时, 合作联盟的采购量为 60, 70, 100, 正好达到无库存容量限制下各产品的最优采购量, 这个联盟的库存容量是充足的. 这时候产品 1, 产品 2 和产品 3 都形成了联合采购, 节省了更多的库存容量空间.

定理 2 给出的分配方案在联盟库存容量不足的情况下只是满足个人理性的有效分配方案, 无法保证联盟的稳定. 并且是很难找到核分配方案的, 这是因为通过第 2 节对模型(P_j)的分析容易知道在库存容量不足时, 目前也无法确定能找到多项式时间内的算法能够求解 $\mathrm{CP}(M)$的最优解. 而近似解是有可能导致子联盟 $R(R\subseteq M)$比大联盟 M 得到更优的解从而发生子联盟 R 的总利润比大联盟 M 的利润更大, 这种情况下找核分配方案是不现实的.

定理 2 中给出的分配方案 $\varphi=(\varphi_1,\varphi_2,\dots,\varphi_m)$实际上也是联合采购联盟库存容量不足情况下满足个人理性的有效分配方案. 但使用分配方案 $\xi=(\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_m)$是因为这个分配方案能够激励参与联合采购的零售商共享库存容量($\alpha<1$). ξ_j 的表达式中很容易看到零售商 j 的库存容量占联盟的库存容量比例越大收益就会越多. 在库存容量不足的情况下, 库存容量是联合采购的稀缺资源, 增大库存容量会增加联合采购联盟的利润. 因此有必要通过利润来激励零售商共享其真实的库存容量. 而在库存容量充足时, 库存容量不再是稀缺资源, 无法通过增加库存容量来提高联盟的利润, 若是通过利润激励零售商会导致零售商虚报库

存容量而造成分配的不公平.

5 数值实验

5.1 零售商单独决策的算例分析

本节通过数值算例调查库存容量和最小订货量对零售商利润的影响. 下面给出一个 10 种产品的例子, 其中 $h=1, V=75$, 其它参数如表 1. 本节没有特别说明都使用表 1 中的参数值以及 $h=1, V=75$.

表 1　模型(P_j)的参数值

Table 1　Parameter values of the model (P_j)

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
v_i	0.300 0	0.350 0	0.250 0	0.400 0	0.300 0	0.050 0	0.500 0	0.1000	0.250 0	0.400 0
p_i	20	25	15	20	15	30	5	15	20	35
λ_{1i}	12.046 6	15.009 3	22.864 5	6.916 0	4.911 8	9.621 2	20.288 9	13.572 3	2.519 9	24.416 1
c_i	5.000 0	6.250 0	3.750 0	5.000 0	3.750 0	7.500 0	1.250 0	3.750 0	5.000 0	8.750 0
$q_i^{\min}$	20	50	30	20	30	20	50	50	50	40
k_i	20	180	60	60	140	180	140	100	100	20

首先研究供应商的最小订货量对零售商的影响. 将产品 1 的最小订货量从 4 增大到 200, 得到零售商 1 的总利润曲线图, 如图 1. 可以观察到零售商的总利润变化在区间[20, 72]内. 为进一步分析这个变化过程, 将零售商在供应商最小订货量区间[20, 72] 内的最优订货量计算出来, 得到表 2. 表 2 中第 2 列至第 11 列分别是产品 1 至产品 10 在产品 1 最小订货量变化时的订货量. 从表 2 中可以看到产品 1 的最小订货量为 20 时, 零售商产品 1 的订货量为 21.951 4, 说明零售商最优订货量是大于供应商最小订货量的, 供应商最小订货量小小于 21.951 4 时不会影响零售商的决策, 因此利润也不会变化. 而当供应商最小订货量大于 21.951 4 时, 零售商的产品 1 的订货量就是供应商要求的最小订货量, 并且随着最小订货量增大而影响其它产品的决策, 这也就造成了图 1 中零售商总利润突然大幅度下降. 当供应商要求的最小订货量大于 64 时, 产品 1 被放弃采购, 并且总利润反而提高了. 说明之前的解并不是最优解, 这是因为这种情况并没有满足定理 1 的条件.

表 2　产品订货量

Table 2　The order quantity of product

产品 1 的最小订货量	各产品的订货量									
	产品1	产品2	产品3	产品4	产品5	产品6	产品7	产品8	产品9	产品10
20	21.951 4	73.507 5	52.380 7	0.000 0	0.000 0	58.852 6	0.000 0	52.100 5	0.000 0	40.000 0
24	24.000 0	73.507 5	52.380 7	0.000 0	0.000 0	58.852 6	0.000 0	52.100 5	0.000 0	40.000 0
28	28.000 0	73.507 5	52.380 7	0.000 0	0.000 0	58.852 6	0.000 0	52.100 5	0.000 0	40.000 0
32	32.000 0	73.507 5	52.380 7	0.000 0	0.000 0	58.852 6	0.000 0	52.100 5	0.000 0	40.000 0
36	36.000 0	73.507 5	52.380 7	0.000 0	0.000 0	58.852 6	0.000 0	52.100 5	0.000 0	40.000 0
40	40.000 0	73.507 5	52.380 7	0.000 0	0.000 0	58.852 6	0.000 0	52.100 5	0.000 0	40.000 0
44	44.000 0	73.507 5	52.380 7	0.000 0	0.000 0	58.852 6	0.000 0	0.000 0	0.000 0	40.000 0
48	48.000 0	73.507 5	52.380 7	0.000 0	0.000 0	58.852 6	0.000 0	0.000 0	0.000 0	40.000 0
52	52.000 0	73.507 5	52.380 7	0.000 0	0.000 0	58.852 6	0.000 0	0.000 0	0.000 0	40.000 0
56	56.000 0	73.507 5	52.380 7	0.000 0	0.000 0	58.852 6	0.000 0	0.000 0	0.000 0	40.000 0
60	60.000 0	73.507 5	52.380 7	0.000 0	0.000 0	43.544 1	0.000 0	0.000 0	0.000 0	40.0000
64	64.000 0	73.507 5	52.380 7	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	40.000 0
68	0.000 0	73.507 5	52.380 7	28.808 3	0.000 0	58.852 6	0.000 0	52.100 5	0.000 0	40.000 0
72	0.000 0	73.507 5	52.380 7	28.808 3	0.000 0	58.852 6	0.000 0	52.100 5	0.000 0	40.000 0

接下来研究产品需求到达率对零售商利润的影响. 将产品 1 的需求到达率从 0 开始增大到 500, 其它参数仍然用表 1 的数值, 另外给出了一个库存容量为 150 但其它都一样的零售商的利润曲线作为对比, 得到了图 2. 图 2 中 $V=75$ 的这条曲线整体呈上升趋势, 但有的点突然下降, 这是因为有的产品订货量逐渐

减当减小到低于最小订货量时就会被放弃采购, 而零售商总利润突然下降的点就是被放弃采购的临界点. 但 $V=150$ 时, 库存容量总是充足的, 产品 1 的订货量上升, 但没有影响的其它产品的决策. 其它产品需求到达率不变的情况下, 零售商的总利润随产品 1 的需求到达率增大而增加.

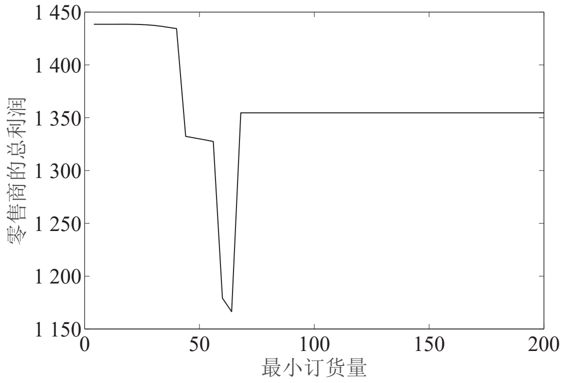

图 1 产品 1 最小订货量对利润的影响

Fig. 1 The profit affected by minimum order quantity of product 1

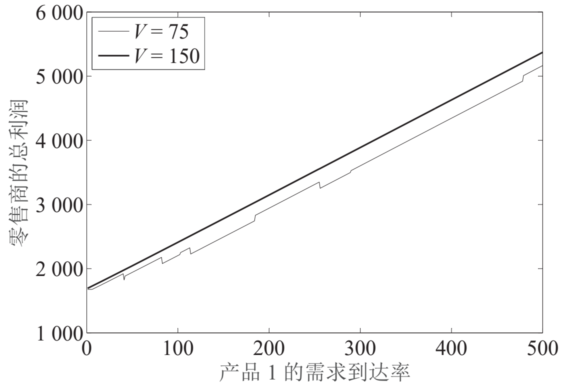

图 2 产品 1 需求对总利润的影响

Fig. 2 The total profit affected by demand arrive rate of product 1

通过上面的数值实验得到的结论是, 在一定范围内, 零售商的利润与库存容量和需求到达率正相关.

5.2 联合采购的算例分析

本节主要研究产品种类, 库存容量和联盟规模对联盟合作收益的影响. 本节的部分参数值取一定范围的随机数, 其取值范围为 $\lambda_{ji}\in[1,25], p_i\in[5,50], c_i=\dfrac{3p_i}{4}, q_i^{\min}\in[10,60], k_i\in[10,110], i\in N, j\in M$. 另外 $h=1, V_i=75, i\in N$.

首先研究产品种类数量和库存容量对联盟利润的影响. $|M|=10$, 产品种类数量$|N|$分别取 5, 10, 20, 50, 100, 500, 为方便计算, 所有零售商的库存容量取一样的值, 其值分别取 75, 150, 300, 600. 产品种类和库存容量各取一个值, $h=1$, 其它参数随机产生, 计算合作后利润增长比率, 每一组做 100 次, 取平均值, 得到表 3. 将表 3 中的数据纵向对比, 可以看到, 当产品种类为 5 和 10 时, 库存容量增大并没有帮助联盟获得更大收益, 而产品种类大于 20 时, 联盟收益随库存容量增大而增大. 这是因为产品种类为 5 和 10 时, 库存容量总是充足的, 所以增加库存容量并不能帮助联盟提高收益. 而产品种类大于 20 时, 库存容量不足导致每次采购量受限, 增加了采购频率, 从而增加了成本. 当库存容量增大时能够帮助联盟减小成本二获得更高收益. 然后进行横向对比, 观察表 3 中每一行的数据, 可以看到, 每一行从左到右, 联盟的利润增长率整体都是呈下降趋势的. 这是因为当产品种类很多时, 零售商的选择更广了, 尤其当库存容量不足时, 产品种类越多, 选择相同的产品概率就越低. 在极端情况下甚至可能所有的零售商都采购不同的产品, 从而无法形成联合采购.

表 3 产品种类数量和库存容量对联盟收益的影响

Table 3 The profit affected by product category quantity and inventory capacity

零售商的库存容量	不同产品种类数$\|N\|$				
	5	10	20	50	100
$V_j=75, j\in M$	20.20%	16.17%	12.91%	8.05%	6.08%
$V_j=150, j\in M$	20.31%	20.30%	13.86%	10.19%	8.69%
$V_j=300, j\in M$	17.73%	19.20%	17.46%	10.91%	8.41%
$V_j=600, j\in M$	18.41%	15.28%	15.56%	16.47%	9.81%

接下来研究联盟规模对联盟收益的影响. 联盟成员数$|M|$分别取 5, 10, 20, 50, 100, 500, $h=1, V_j=150, j\in M, |N|=10,100$, 其它数据随机产生, 同样每组做 100 次, 联盟利润增长率取平均值, 得到表 4 的数据. 可以观察到表 4 中联盟利润增长率是随联盟规模增大而增大的. 通过表 4 可以看到仅有产品种类为 100, 联盟成员数为 5 时, 才存在联盟库存容量使用完以及零售商出现负增长的情况, 而其它情况下库存容量总是有剩余的. 而定理 2 证明了库存容量充足, 并且最优订购量大于供应商的最小订货量的情况下, 本

文的分配方案总是在联合采购博弈的核中的. 这也意味着当联盟规模较大并且联盟成员采购的产品高度集中(有较多的零售商采购同一种产品)时, 总是能够保证设计的分配方案是核分配方案, 因为联盟规模较大时更容易达到供应商最小订货量要求. 并且当采购产品种类比较小时, 会有更多的零售商采购同一种产品, 能够节省更多的库存容量.

表 4 联盟规模对收益的影响

Table 4 The profit affected by coalition scale

产品总数	10	10	10	10	10	100	100	100	100	100
零售商总数 $\|M\|$	5	10	20	50	100	5	10	20	50	100
联盟利润平均增长率	10.44%	18.32%	18.95%	22.09%	25.20%	5.53%	8.49%	16.11%	18.76%	25.74%
联盟总剩余库存容量为 0 的个数	0	0	0	0	0	23	0	0	0	0

通过上面的实验, 可以看到, 产品种类越少, 库存容量越大, 联盟成员越多, 联合采购提高的利润越多; 联合采购最高可以提高联盟总利润的 26%. 并且可以看到零售商数量大于 10 时, 再也没出现库存容量不够的情况了, 这说明参与合作的零售商较多时, 联盟出现库存容量不够的概率较小.

这些数值实验都是使用 MATLAB 2015b 实现的. 通过 MATLAB 计时函数 tic 和 toc, 算法 1 求解 10 000 种产品的单独采购决策模型只需要 27 s, 而算法 2 求解 10 000 种产品, 100 个零售商的联合采购模型也只需大概 660 s 完成. 这说明算法 1 和 算法 2 的效率是非常高的, 能够满足比较大规模的计算要求.

6 结束语

本文研究了库存容量和最小订货量约束的产品选择和联合采购问题. 首先建立了一个多产品选择的模型, 通过该模型零售商单独决策需要购进哪些产品以及其购进量. 然后设计了一个多项式时间算法求解该模型, 并证明了在文中给定的三种情况下该算法得到的解是最优解. 为了帮助中小型企业提高利润, 建立了库存共享下的联合采购决策模型并证明了该模型能够提高合作联盟的总利润. 为激励零售商形成合作联盟, 分别为联盟库存容量充足的情况下设计了核分配方案和联盟库存容量不足的情况下设计了满足个人理性的有效分配方案. 数值实验表明联合采购总是能够提高联盟的利润并且当参与合作的零售商越多, 合作联盟提高的利润越高.

本文的一些假设一定程度上限制了模型的应用. 首先假设零售商采用统一零售价进行销售, 这限制了联合采购产品的种类, 对于许多产品零售商会选择自主定价. 其次在资源限制中并没有考虑资金限制, 并且在联合采购模型中, 并没有考虑库存共享时产生的转运成本. 这几个因素会使模型更加的复杂和难解, 但也会更贴近现实, 是值得继续深入研究的.

参考文献:

[1] 曹 裕, 胡韩莉, 万光羽. 碳限额与交易机制下考虑汇率波动的供应商选择与分配. 系统工程理论与实践, 2016, 36(7): 1676–1686.
Cao Y, Hu H L, Wan G Y. Supplier selection and order allocation with currency fluctution under carbon cap and trade. Systems Engineering: Theory & Practice, 2016, 36(7): 1676–1686. (in Chinese)

[2] 于 辉, 王 念. 供应商选择决策的扭曲现象: 供应中断分析. 系统工程学报, 2018, 33(1): 129–136.
Yu H, Wang N. Distortion phenomenons of supplier selection decisions: An analysis on supply disruption. Journal of Systems Engineering, 2018, 33(1): 129–136. (in Chinese)

[3] 王世磊, 屈绍建, 马 刚. 基于前景理论和模糊理论的在线多属性采购拍卖供应商选择决策. 控制与决策, 2020, 35(11): 2637–2645.
Wang S L, Qu S J, Ma G. Decision method of supplier selection for online multi-attribute procurement auction based on prospect theory and fuzzy theory. Control and Decision, 2020, 35(11): 2637–2645. (in Chinese)

[4] 高峻峻, 孟志青. 品种选择、货架分配与库存控制的联合决策模型. 系统工程学报, 2009, 24(1): 104–110.
Gao J J, Meng Z Q. Joint decision model of variants selection, shelf-space allocation and inventory control. Journal of Systems Engineering, 2009, 24(1): 104–110. (in Chinese)

[5] 刘会燕, 戢守峰. 考虑消费者绿色偏好的竞争性供应链的产品选择与定价策略. 管理学报, 2017, 14(3): 451–458.
Liu H Y, Ji S F. Product selection and pricing policy of competitive supply chains considering consumers' green preference. Chinese Journal of Management, 2017, 14(3): 451–458. (in Chinese)

[6] 周垂日, 梁 樑, 苟清龙, 等. 考虑产品可替换的再制造产品选择决策. 中国管理科学, 2008, 16(2): 57–61.
Zhou C R, Liang L, Gou Q L, et al. Decision of remanufacturing product choice with product substitution. Chinese Journal of Management Science, 2008, 16(2): 57–61. (in Chinese)

[7] Mendoza A, Ventura J A. A serial inventory system with supplier selection and order quantity allocation. European Journal of Operational Research, 2010, 207(3): 1304–1315.

[8] Kirschsteina T, Meisel F. A multi-period multi-commodity lot-sizing problem with supplier selection, storage selection and discounts for the process industry. European Journal of Operational Research, 2019, 279(2): 393–406.

[9] Emirhuseyinoglu G, Ekici A. Dynamic facility location with supplier selection under quantity discount. Computers and Industrial Engineering, 2019, 134: 64–74.

[10] 祁玉青, 吴 静. 采购受限情形下的库存决策研究综述与展望. 工业工程与管理, 2020, 25(2): 5–13.
Qi Y Q, Wu J. Review and prospect of inventory decision research under the condition of procurement restriction. Industrial Engineering and Management, 2020, 25(2): 5–13. (in Chinese)

[11] Park Y W, Klabjan D. Lot sizing with minimum order quantity. Discrete Applied Mathematics, 2015, 181: 235–254.

[12] Zhou B, Zhao Y, Katehakis M N. Effective control policies for stochastic inventory systems with a minimum order quantity and linear costs. International Journal of Production Economics, 2007, 106(2): 523–531.

[13] Liao J, Huang K. Deterministic inventory model for deteriorating items with trade credit financing and capacity constraints. Computers & Industrial Engineering, 2010, 59(4): 611–618.

[14] Punyim P, Karoonsoontawong A, Unnikrishnan A, et al. Tabu search heuristic for joint location-inventory problem with stochastic inventory capacity and practicality constraints. Networks and Spatial Economics, 2018, 18(1): 51–84.

[15] Hou J, Zeng A Z, Sun L. Backup sourcing with capacity reservation under uncertain disruption risk and minimum order quantity. Computers & Industrial Engineering, 2017, 103: 216–226.

[16] Rozemeijer F. Creating Corporate Advantage in Purchasing. Eindhoven: Technical University of Eindhoven, 2000.

[17] Benjaafar S, Cooper W L, Kim J S. On the benefits of pooling in production-inventory systems. Management Science, 2005, 51(4): 548–565.

[18] Tinoco S V P, Creemers S, Boute R N. Collaborative shipping under diferent cost sharing agreement. European Journal of Operational Research, 2017, 263(3): 827–837.

[19] Schotanus F, Telgen J, Boer L D. Critical success factors for managing purchasing groups. Journal of Purchasing and Supply Management, 2010, 16(1): 51–60.

[20] 冯海荣, 李 军, 曾银莲．易腐品供应链企业联合采购决策与费用分配研究．系统科学与数学, 2011, 31(11): 1454–1466．
Feng H R, Li J, Zeng Y L. Study on collaborative puchasing and cost allocation problem in supply chain with perishable products．Journal of System Science and Mathematical Sciences, 2011, 31(11): 1454–1466．(in Chinese)

[21] 肖 旦, 周永务, 汤勤深．考虑次品率的零售商库存联盟订货量与稳定性分析．工业工程, 2013, 16(3): 32–37．
Xiao D, Zhou Y W, Tang Q S. On stability of retailers’coalition for items with imperfect quality. Industrial Engineering Journal, 2013, 16(3): 32–37．(in Chinese)

[22] Heuvel W V D, Borm P, Hamers H. Economic lot-sizing games. Erim Report, 2004, 176(2): 1117–1130.

作者简介:

石雪飞 (1988—), 男, 江西乐平人, 博士生, 研究方向: 物流与供应链管理, Email: sxf0429@126.com;

王海燕 (1966—), 男, 浙江诸暨人, 博士, 教授, 研究方向: 物流与供应链管理, Email: hywang@seu.edu.cn.