制造商与零售商合作推广与改进新产品博弈分析

李振东1,2、张慧颖1

(1. 天津大学管理与经济学部, 天津 300072;

2. 杭州电子科技大学管理学院, 浙江 杭州 310018)

摘要: 针对零售商不愿推广高市场风险的新产品,制造商因信息渠道限制不能在新产品的改进过程中有效结合市场需求的情况,研究了制造商与零售商关于推广与改进新产品的最佳合作策略问题. 分析并比较了制造商对零售商有、无推广成本分担时的 Stackelberg 博弈,以及双方集中决策下的合作博弈. 结果表明,集中式决策下的各方利润值及最优策略都要优于分散式决策下的情形; 当制造商与零售商不能形成集中式决策时,制造商通过给予零售商一定比例的推广成本补贴,能显著改进双方合作的效率,使双方利润都得到增加,且此时新产品的市场契合度和认知度的提升速度也得到加快.

关键词: 新产品; 制造商; 零售商; Stackelberg 博弈; 成本分担

中图分类号: F272.3 文献标识码: A 文章编号: 1000-5781(2021)02-0213-14

doi: 10.13383/j.cnki.jse.2021.02.006

Game analysis of new product promotion and improvement between manufacturer and retailer

Li Zhendong^{1,2}, Zhang Huiying¹

- (1. College of Management and Economics, Tianjin University, Tianjin 300072, China;
 - 2. School of Management, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: As a result of relatively high market risks, retailers usually do not want to promote new products. In addition, manufacturers often fail to effectively consider market demands during the product improvement process. Targeted at these problems, this paper studies the optimal cooperation strategies between manufacturers and retailers regarding new product promotion and improvement. Stackelberg games when manufacturer shares and does not share the promotion cost of the retailer, and the cooperation game under centralized decision are compared. It is found that all optimal strategies and the two parties' maximum profits under centralized decision are superior to those under decentralized decision. Compared with the non cost-sharing model under the decentralized decision, when manufacturers provide cost subsidies for retailers' promotion activities, profits of two sides are increased, cooperation efficiency is improved, and fitness degree with market demand and recognition degree of new products grow at faster rates.

Key words: new product; manufacturer; retailer; Stackelberg game; cost-sharing

1 引言

随着产品市场的逐渐成熟和消费者需求的多样化发展,企业已然很难再通过对现有产品的一般性改进和完善获取高额利润.寻找新的产品机遇,通过开发新产品激发消费者的潜在需求,是企业冲出"红海"驶向"蓝海"市场的重要途径.例如苹果公司通过 iphone 系列产品开创了智能手机新时代,避开了功能手机市场的血雨腥风,同时也创造了高额市场效益[1].在新产品的市场初期,消费者对其了解较少,缺乏市场认知度,因此需要零售商对其进行一定程度的推广宣传,以提高产品的市场认知度^[2,3].并且,新产品在市场初期往往存在较多瑕疵或与市场需求不匹配之处,而零售商在产品的推广销售过程中往往能够获取相关市场的需求信息和产品的反馈信息,这些信息能够帮助新产品制造商更加精准、高效地改进新产品,以提高产品的市场契合度^[4,5].但是,由于新产品具有较高的市场不确定性和推广难度,这就使得零售商往往不愿付出努力推广新产品。因此,如何提升零售商参与新产品推广与改进活动的积极性成为提高新产品市场认知度和契合度的关键问题。

供应链成员间关于新产品的协作问题一直是国内外供应链相关研究的热门方向,目前的相关研究多是集中在供应商与制造商之间的新产品合作研发,用户参与制造商的新产品开发,或者供应链整体合作的新产品开发过程的研究中.关于供应商参与新产品开发的研究,如 Zhao 等^[6]研究了制造商与供应商的整合对新产品开发绩效的影响,认为市场技术不确定环境中供应商参与产品研发有助于加快新产品上市. Lawson等^[7]通过实证研究,强调了企业对于供应商开发能力的投资能够提高新产品的合作研发绩效. Song 等^[8]发现供应商在新产品研发中的参与度与新创企业的突破性创新绩效直接相关. 关于用户参与制造商的新产品开发的研究,如 Fuchs 等^[9]实证论证了顾客更愿意重复购买那些研发时嵌入了顾客需求的新产品. Cui等^[10]比较研究了当顾客以信息提供者身份与以联合开发者身份参与新产品开发时的产品开发绩效,并强调了顾客分别以这两种身份参与产品研发时所匹配的最佳环境. 此外,一些学者进一步对供应链整体参与新产品的开发做了相关研究^[11,12], He 等^[13]检验了合作研发中,供应商参与和顾客参与之间的关系对于新产品开发绩效的影响,认为供应商的参与能够促进顾客参与对于企业新产品开发绩效的提升. Menguc 等^[14]比较分析了渐进式创新和突破式创新对于供应商和顾客参与新产品开发与新产品开发绩效间关系的调节作用. Petersen 等^[15]也实证了供应商参与产品联合开发的设计过程中,并与顾客为实现共同的商业绩效和目标而展开的努力有利于提高新产品开发绩效和团队效率. 但目前对于制造商与零售商关于新产品合作的相关研究还相对较少.

现有关于制造商与零售商合作的研究大多集中在对零售商广告推销费用的分担研究中,如 Wang 等^[16]通过 Stackelberg, Nash, Collusion 及 Cournot 等四个模型的组合,分析了一个制造商和两个零售商间关于广告合作的最优成本分担问题,并认为制造商的风险偏好影响着其关于广告成本分担的比例. Li 等^[17]分析了单一制造商与零售商间关于广告合作的不同主导关系,并提出了一个合作议价模型来确定成本分担规则. 白春光等^[18]通过构建博弈模型从环境投入的角度研究了在有成本补贴的情形下,制造商与零售商间的绿色供应链合作问题. Yue 等^[19]认为制造商如果能够给予顾客更大程度的价格优惠且为零售商提供相同比例的广告成本补贴,则能够激发零售商增加本地广告促销活动的热情. 此外, 王一雷等^[20]研究了在供应链合作减排机制中,约束批发价格的成本分担契约能够实现供应链的利润协调,并具有较高的减排效果. 以上相关研究的角度是从制造商替零售商分担一部分的成本费用,有助于提升零售商的推销积极性,进而提升产品的市场认知度和市场绩效的角度展开的. 但是,目前很少有研究触及零售商参与制造商的新产品改进过程的相关问题. 零售商的推广销售活动不仅能够提升新产品的市场认知度,还是获取市场需求信息和消费者反馈信息的最有效的渠道,这些信息有助于改进新产品的市场认知度,还是获取市场需求信息和消费者反馈信息的最有效的渠道,这些信息有助于改进新产品的市场以知度,还是获取市场需求信息和消费者反馈信息的最有效的渠道,这些信息有助于改进新产品的市场契合度,也是新产品取得市场成功的关键.因此,新产品供应链上各方应该是一个关于新产品推广与改进的相互协同合作的整体,如图 1 所示.

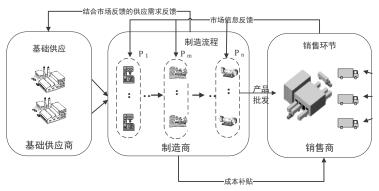


图 1 供应链成员关于新产品的推广与改进的合作流程

Fig. 1 The process of cooperation between supply chain members on the promotion and improvement of new products

基于此,本文以零售商关于新产品的推广销售活动不仅能够提升新产品的市场认知度,还能向制造商提供市场需求和反馈信息为背景,通过构建博弈模型分析了不同决策模式下,以及有、无成本补贴下,制造商与零售商的利润、新产品市场认知度与契合度等的变化情况.这一方面强调了制造商与零售商关于新产品协同合作的重要性,另一方面为制造商通过给予零售商推广成本补贴,可以改进新产品的市场契合度和认知度,并能有效提升双方利润的策略提供了理论依据.

2 制造商与零售商关于新产品的博弈模型

2.1 制造商与零售商关于新产品的利润模型

本文以制造商与零售商在联合改进和推广新产品的活动中,如何提升新产品初期时的市场认知度和契合度,并最终提高各自最优利润为主要研究问题. 假设零售商的推广销售活动不仅能够提高新产品初期时的市场认知度,还能够为制造商提供市场需求信息和新产品的反馈信息,这将有助于提升新产品的改进绩效. 此外,如果制造商对于零售商推广活动的成本进行一定比例的分担^[21],则能提升零售商推销新产品的积极性.

新产品作为市场新生事物,在产品初期往往存在较多瑕疵或与市场需求不匹配之处,因此制造商需要对新产品进行不断改进.而零售商在新产品推广销售过程中可以获取相关市场需求信息和新产品的市场反馈信息,这些信息将有助于制造商更加精准地改进新产品,提高新产品的市场契合度.借鉴 Nair 等 $^{[22]}$ 关于企业商誉变化的研究模型,假设 F(t) 为新产品的市场契合度,且该水平是一个动态变量.那么,新产品的市场契合度变化过程的微分方程可表示为

$$\dot{F}(t) = \alpha I(t) + \beta_2 \beta_1 P(t) - \delta F(t), \tag{1}$$

其中 F(t) 为 t 时刻(t > 0)新产品的市场契合度,且初始的契合度为 $F(0) = F_0 \ge 0$; I(t) 表示制造商改进新产品的努力程度; P(t) 表示零售商推广销售新产品的努力程度; α 表示制造商的改进努力对于提高新产品市场契合度的边际贡献系数; β_1 表示制造商可以从零售商的推广销售活动中获取市场需求和反馈信息的有效系数; β_2 表示市场需求和反馈信息对于改进新产品市场契合度的贡献系数(为便于模型分析,设置 $\beta = \beta_1\beta_2$); δ 表示新产品市场契合度的自然衰减系数,新产品市场契合度的自然衰减是由于消费者需求的改变,技术的变迁等原因造成的.

在新产品的市场初期,消费者对其认知一般较少,而零售商的推广活动能够显著提高市场对于新产品的认知度.因此,假设新产品的市场认知度变化过程可表示为

$$\dot{A}(t) = \varepsilon P(t) - \theta A(t), \tag{2}$$

其中 A(t) 表示市场对于新产品的认知度; ε 表示零售商的推广努力对于提高新产品市场认知度的贡献系数; θ 表示新产品市场认知度的自然衰减系数.

在 t 时刻, 新产品的市场销售量与市场契合度、认知度间的变化关系可表示为

$$D(t) = \eta F(t) + \varphi A(t) + D_0, \tag{3}$$

其中 D_0 表示新产品的初始销售量; η 表示新产品的市场契合度对于市场销售量的影响系数; φ 表示新产品的市场认知度对于市场销售量的影响系数.

制造商关于新产品的改进成本是关于改进努力的凸函数,则 t 时刻制造商 M 关于新产品的改进成本为[23,24]

$$C_1(I) = \mu_{\rm I} I^2 / 2,$$
 (4)

其中 $\mu_{\rm I}$ 表示制造商关于新产品改进努力的成本系数.

新产品的推广活动主要由人员推广和广告推广等构成,而零售商关于新产品的推广成本泛指零售商为推广销售新产品而产生的成本.为了方便模型分析,假设零售商关于新产品的推广成本是其推广努力的凸函数,则t时刻零售商R关于新产品的推广成本为[25,26]

$$C_2(P) = \mu_P P^2 / 2,$$
 (5)

其中 μρ 表示零售商关于新产品推广努力的成本系数.

在新产品的市场初期,由于其市场的认知度较低,消费者也没有形成消费习惯,因此需要外部引导,这种引导在很大程度上是由与消费者直接接触的零售商完成的. 而零售商往往因为新产品的高市场风险和推广难度,不愿花费时间资金进行推广活动. 但有研究表明如果制造商能够为零售商的推广活动提供一定比例的成本补贴,则可以提高零售商的推广积极性[27,28]. 假设制造商愿意承担零售商推广成本的比例为 λ $(0 \le \lambda \le 1)$.

假设制造商与零售商基于完全信息进行理性决策, 时间 t 的连续无限区间内制造商与零售商具有相同的贴现因子 ρ ; 且制造商和零售商关于新产品的边际利润分别为 $\omega_{\rm M}$, $\omega_{\rm R}$, 其中 $\omega_{\rm M}$ 为新产品的批发价与生产成本的差值, $\omega_{\rm R}$ 为新产品的市场零售价与批发价的差值, $\omega_{\rm M}$, $\omega_{\rm R}>0$.

假设模型中的参数都是与时间无关的常数,且在无限时区内,参与者面对的是相同的博弈,因此可认为 反馈均衡策略为静态策略.由此,可以得到制造商与零售商以及整体的利润函数分别为

$$J_{\rm M} = \int_0^\infty e^{-\rho t} \left(\omega_{\rm M} D(t) - C_1(I) - \lambda C_2(P)\right) dt,$$

$$J_{\rm R} = \int_0^\infty e^{-\rho t} \left(\omega_{\rm R} D(t) - (1 - \lambda) C_2(P)\right) dt,$$

$$J_{\rm T} = \int_0^\infty e^{-\rho t} \left((\omega_{\rm M} + \omega_{\rm R}) D(t) - C_1(I) - C_2(P)\right) dt.$$

2.2 成本分担下制造商主导的 Stackelberg 博弈

假设在新产品的生产销售环节中,制造商与零售商是两个相对独立的博弈方,且制造商占有主导地位.制造商对于零售商的推广活动给予一定比例的成本分担,不但可以激发零售商的推广热情,还能够从零售商的推广活动中获取市场需求和产品反馈的信息,使制造商对于新产品的改进更加符合市场需求.在双方合作过程中,零售商往往是在观察到制造商的这一成本分担策略后再决定自身的推广努力程度,并且双方都以自身利润最大化为决策目标,这一过程符合分散式决策下的 Stackelberg 博弈情形(以上标 D 表示). 因此制造商和零售商各自最优利润的目标函数分别为

$$J_{\rm M}^{\rm D} = \int_0^\infty e^{-\rho t} \left(\omega_{\rm M} D(t) - C_1(I) - \lambda C_2(P) \right) dt, \tag{6}$$

$$J_{\rm R}^{\rm D} = \int_0^\infty e^{-\rho t} \left(\omega_{\rm R} D(t) - (1 - \lambda) C_2(P) \right) dt.$$
 (7)

进一步可以得到以下结论.

命题 1 制造商主导的 Stackelberg 博弈中, 制造商关于新产品的改进努力, 零售商的推广努力, 以及制造商对于推广成本的分担比例 λ 的均衡策略为

$$\begin{split} I^{\mathrm{D}} &= \alpha \omega_{\mathrm{M}} \eta / ((\rho + \delta) \mu_{\mathrm{I}}), \\ P^{\mathrm{D}} &= \frac{(2\beta \omega_{\mathrm{M}} \eta + \beta \omega_{\mathrm{R}} \eta) (\rho + \theta) + (2\varepsilon \omega_{\mathrm{M}} \varphi + \varepsilon \omega_{\mathrm{R}} \varphi) (\rho + \delta)}{2\mu_{\mathrm{P}} (\rho + \delta) (\rho + \theta)}, \\ \lambda^{\mathrm{D}} &= \frac{(2\beta \omega_{\mathrm{M}} \eta - \beta \omega_{\mathrm{R}} \eta) (\rho + \theta) + (2\varepsilon \omega_{\mathrm{M}} \varphi - \varepsilon \omega_{\mathrm{R}} \varphi) (\rho + \delta)}{(2\beta \omega_{\mathrm{M}} \eta + \beta \omega_{\mathrm{R}} \eta) (\rho + \theta) + (2\varepsilon \omega_{\mathrm{M}} \varphi + \varepsilon \omega_{\mathrm{R}} \varphi) (\rho + \delta)}, \end{split}$$

其中成本分担比例 $\lambda \in [0,1], \ \omega_{\rm M} \geqslant \omega_{\rm R}/2.$

命题 2 制造商主导的 Stackelberg 博弈中, 新产品市场契合度和认知度提升的最优轨迹分别为

$$F(t) = \varpi_D - (\varpi_D - F(0))e^{-\delta t},$$

$$A(t) = \phi_D - (\phi_D - A(0))e^{-\theta t},$$

$$\varpi_D = \frac{\alpha^2 \omega_M \eta}{\delta(\rho + \delta)\mu_I} + \beta \frac{(2\beta\omega_M \eta + \beta\omega_R \eta)(\rho + \theta) + (2\varepsilon\omega_M \varphi + \varepsilon\omega_R \varphi)(\rho + \delta)}{2\delta\mu_P(\rho + \delta)(\rho + \theta)},$$

$$\phi_D = \varepsilon \frac{(2\beta\omega_M \eta + \beta\omega_R \eta)(\rho + \theta) + (2\varepsilon\omega_M \varphi + \varepsilon\omega_R \varphi)(\rho + \delta)}{2\theta\mu_P(\rho + \delta)(\rho + \theta)}.$$

命题 3 制造商主导的 Stackelberg 博弈中, 零售商和制造商的最优利润函数分别为

$$J_{\rm R}^{\rm D^*} = e^{-\rho t} V_{\rm R}^{\rm D^*}(F, A), \quad J_{\rm M}^{\rm D^*} = e^{-\rho t} V_{\rm M}^{\rm D^*}(F, A),$$

其中
$$V_{\rm R}^{\rm D^*}(F,A) = \frac{\omega_{\rm R}\eta}{\rho + \delta}F + \frac{\omega_{\rm R}\varphi}{\rho + \theta}A + \frac{\omega_{\rm R}D_0}{\rho} + \frac{(\beta r_1 + \varepsilon r_2)(2m_1\beta + 2\varepsilon m_2 + \beta r_1 + \varepsilon r_2)}{4\mu_{\rm P}\rho} + \frac{r_1m_1\alpha^2}{\mu_{\rm I}\rho},$$

$$V_{\rm M}^{\rm D^*}(F,A) = \frac{\omega_{\rm M}\eta}{\rho + \delta}F + \frac{\omega_{\rm M}\varphi}{\rho + \theta}A + \frac{\omega_{\rm M}D_0}{\rho} + \frac{(\alpha m_1)^2}{2\mu_{\rm I}\rho} + \frac{(2m_1\beta + 2\varepsilon m_2 + \beta r_1 + \varepsilon r_2)^2}{8\mu_{\rm P}\rho}.$$

证明 运用逆向递推法对 Stackelberg 博弈的均衡策略求解. 零售商根据制造商的改进努力程度和推广成本的分担比例决定自身的推广努力程度. 由式(7) 可得 t 时刻后零售商 R 的总利润现值的最优值函数

$$J_{\mathbf{R}}^{\mathbf{D}^*} = \operatorname{Max} \int_{t}^{\infty} e^{-\rho s} \left(\omega_{\mathbf{R}} D(s) - (1 - \lambda) \frac{\mu_{\mathbf{P}}}{2} P^2(s) \right) \mathrm{d}s. \tag{8}$$

令 $J_{\mathrm{R}}^{\mathrm{D}^*}=\mathrm{e}^{-\rho t}V_{\mathrm{R}}^{\mathrm{D}}(F,A)$, 则 t 时刻后零售商总利润当值的最优函数为

$$V_{\rm R}^{\rm D}(F,A) = \operatorname{Max} \int_{t}^{\infty} e^{-\rho(s-t)} \left(\omega_{\rm R} D(s) - (1-\lambda) \frac{\mu_{\rm P}}{2} P^2(s) \right) \mathrm{d}s, \tag{9}$$

式(9)对于任意的 $F\geqslant 0, A\geqslant 0$ 都必须满足 Hamilton-Jacobi-Bellman(HJB)方程

$$\rho V_{\rm R}^{\rm D}(F,A) = \operatorname{Max}_{\rm p} \left(\omega_{\rm R} D - (1-\lambda) \frac{\mu_{\rm P}}{2} P^2 + V_{\rm RF}^{\rm D'}(\alpha I + \beta P - \delta F) + V_{RA}^{\rm D'}(\varepsilon P - \theta A) \right), \tag{10}$$

式(10)右端项为凹函数,对其关于 P 求一阶偏导数,并令偏导数的值为零.可得

$$P = (\beta V_{\rm RF}^{D'} + \varepsilon V_{RA}^{D'})/((1 - \lambda)\mu_{\rm P}). \tag{11}$$

同理, t 时刻后制造商 M 的总利润现值的最优值函数为

$$J_{\mathrm{M}}^{\mathrm{D}^*} = \operatorname*{Max}_{I,\lambda} \int_{t}^{\infty} \mathrm{e}^{-\rho s} \left(\omega_{\mathrm{M}} D(s) - \frac{\mu_{\mathrm{I}}}{2} I^2(s) - \lambda \frac{\mu_{\mathrm{P}}}{2} P^2(s) \right) \mathrm{d}s, \tag{12}$$

令 $J_{\mathrm{M}}^{\mathrm{D}^*} = \mathrm{e}^{-\rho t} V_{\mathrm{M}}^{\mathrm{D}}(F, A)$, 则 t 时刻后制造商总利润当值的最优值函数为

$$V_{\mathrm{M}}^{\mathrm{D}}(F,A) = \operatorname*{Max}_{I,\lambda} \int_{t}^{\infty} \mathrm{e}^{-\rho(s-t)} \left(\omega_{\mathrm{M}} D(s) - \frac{\mu_{\mathrm{I}}}{2} I^{2}(s) - \lambda \frac{\mu_{\mathrm{P}}}{2} P^{2}(s) \right) \mathrm{d}s, \tag{13}$$

上式对于任意的 $F \ge 0$, $A \ge 0$ 都必须满足 HJB 方程

$$\rho V_{\rm M}^{\rm D}(F,A) = \underset{I,\lambda}{\rm Max} \left(\omega_{\rm M} D - \frac{\mu_{\rm I}}{2} I^2 - \lambda \frac{\mu_{\rm P}}{2} P^2 + V_{\rm MF}^{\rm D'}(\alpha I + \beta P - \delta F) + V_{MA}^{\rm D'}(\varepsilon P - \theta A) \right), \tag{14}$$

将式(11)代入式(14),整理可得

$$\rho V_{\rm M}^{\rm D}(F,A) = \mathop{\rm Max}_{I,\lambda} \left(\omega_{\rm M} D - \frac{\mu_{\rm I}}{2} I^2 - \frac{\lambda \mu_{\rm P}}{2} \left(\frac{\beta V_{\rm RF}^{D'} + \varepsilon V_{RA}^{D'}}{(1-\lambda)\mu_{\rm P}} \right)^2 + \right.$$

$$V_{\rm MF}^{\rm D'}\left(\alpha I + \frac{\beta^2 V_{\rm RF}^{D'} + \varepsilon \beta V_{RA}^{D'}}{(1 - \lambda)\mu_{\rm P}} - \delta F\right) + V_{MA}^{D'}\left(\frac{\varepsilon \beta V_{\rm RF}^{D'} + \varepsilon^2 V_{RA}^{D'}}{(1 - \lambda)\mu_{\rm P}} - \theta A\right)\right),\tag{15}$$

对上式右端项关于变量 I, λ 分别求一阶偏导数,并分别令其为零,可得

$$I = \alpha V_{\rm MF}^{D'}/\mu_{\rm I},\tag{16}$$

$$\lambda = (2V_{\mathrm{MF}}^{\mathrm{D}'}\beta + 2V_{MA}^{D'}\varepsilon - \beta V_{\mathrm{RF}}^{D'} - \varepsilon V_{RA}^{D'})/(2V_{\mathrm{MF}}^{\mathrm{D}'}\beta + 2\varepsilon V_{MA}^{D'} + \beta V_{\mathrm{RF}}^{D'} + \varepsilon V_{RA}^{D'}),\tag{17}$$

将式(11),式(16)和式(17)代入式(10)和式(15)可得

$$\rho V_{\rm R}^{\rm D}(F,A) = (\omega_{\rm R} \eta - V_{\rm RF}^{\rm D'} \delta) F + (\omega_{\rm R} \varphi - V_{RA}^{\rm D'} \theta) A + \omega_{\rm R} D_0 + \frac{(\beta V_{\rm RF}^{D'} + \varepsilon V_{RA}^{D'}) (2V_{\rm MF}^{\rm D'} \beta + 2\varepsilon V_{MA}^{D'} + \beta V_{\rm RF}^{D'} + \varepsilon V_{RA}^{D'})}{4\mu_{\rm P}} + V_{\rm RF}^{\rm D'} \alpha \frac{\alpha V_{\rm MF}^{D'}}{\mu_{\rm I}},$$
(18)

$$\rho V_{\rm M}^{\rm D}(F,A) = (\omega_{\rm M} \eta - V_{\rm MF}^{\rm D'} \delta) F + (\omega_{\rm M} \varphi - V_{MA}^{D'} \theta) A + \omega_{\rm M} D_0 + \frac{(\alpha V_{\rm MF}^{D'})^2}{2\mu_{\rm I}} + \frac{(2V_{\rm MF}^{\rm D'} \beta + 2\varepsilon V_{MA}^{D'} + \beta V_{\rm RF}^{D'} + \varepsilon V_{RA}^{D'})^2}{8\mu_{\rm P}}.$$
(19)

根据式(18)和式(19) 的结构, 可设 $V^{\mathrm{D}}_{\mathrm{P}}(F,A)$ 和 $V^{\mathrm{D}}_{\mathrm{M}}(F,A)$ 关于 F 和 A 的线性解析式分别为

$$V_{\rm R}^{\rm D}(F,A) = r_1 F + r_2 A + r_3, \tag{20}$$

$$V_{\rm M}^{\rm D}(F,A) = m_1 F + m_2 A + m_3, \tag{21}$$

其中r和m皆为常数,将式(20)和式(21)分别关于F和A求一阶偏导数,并代入式(18)和式(19)可得

$$r_{1}^{*} = \frac{\omega_{R}\eta}{\rho + \delta}, \quad r_{2}^{*} = \frac{\omega_{R}\varphi}{\rho + \theta}, \quad r_{3}^{*} = \frac{\omega_{R}D_{0}}{\rho} + \frac{(\beta r_{1} + \varepsilon r_{2})(2m_{1}\beta + 2\varepsilon m_{2} + \beta r_{1} + \varepsilon r_{2})}{4\mu_{P}\rho} + \frac{r_{1}m_{1}\alpha^{2}}{\mu_{I}\rho}.$$

$$m_{1}^{*} = \frac{\omega_{M}\eta}{\rho + \delta}, \quad m_{2}^{*} = \frac{\omega_{M}\varphi}{\rho + \theta}, \quad m_{3}^{*} = \frac{\omega_{M}D_{0}}{\rho} + \frac{(\alpha m_{1})^{2}}{2\mu_{I}\rho} + \frac{(2m_{1}\beta + 2\varepsilon m_{2} + \beta r_{1} + \varepsilon r_{2})^{2}}{8\mu_{P}\rho}.$$

将 r_1^* , r_2^* , r_3^* 以及 m_1^* , m_2^* , m_3^* 的值分别代入式(11), 式(16)和式(17) 可得制造商主导的 Stackelberg 博弈中, 制造商和零售商关于推广和改进新产品的均衡策略.

进一步将 r_1^* , r_2^* , r_3^* 以及 m_1^* , m_2^* , m_3^* 的值分别代入式(20)和式(21)中, 可求得零售商和制造商的当值最优利润函数如下

$$V_{\rm R}^{\rm D^*}(F,A) = \frac{\omega_{\rm R}\eta}{\rho + \delta}F + \frac{\omega_{\rm R}\varphi}{\rho + \theta}A + \frac{\omega_{\rm R}D_0}{\rho} + \frac{(\beta r_1 + \varepsilon r_2)(2m_1\beta + 2\varepsilon m_2 + \beta r_1 + \varepsilon r_2)}{4\mu_{\rm P}\rho} + \frac{r_1m_1\alpha^2}{\mu_{\rm I}\rho}, \quad (22)$$

$$V_{\rm M}^{\rm D^*}(F,A) = \frac{\omega_{\rm M}\eta}{\rho + \delta}F + \frac{\omega_{\rm M}\varphi}{\rho + \theta}A + \frac{\omega_{\rm M}D_0}{\rho} + \frac{(\alpha m_1)^2}{2\mu_{\rm I}\rho} + \frac{(2m_1\beta + 2\varepsilon m_2 + \beta r_1 + \varepsilon r_2)^2}{8\mu_{\rm P}\rho}.$$
 (23)

将式(22)和式(23)分别代入 $J_{\mathrm{R}}^{\mathrm{D}^*}$ 和 $J_{\mathrm{M}}^{\mathrm{D}^*}$, 即可得零售商和制造商的最优利润值为

$$J_{\rm R}^{\rm D^*} = e^{-\rho t} V_{\rm R}^{\rm D^*}(F, A),$$
 (24)

$$J_{\rm M}^{\rm D^*} = e^{-\rho t} V_{\rm M}^{\rm D^*}(F, A). \tag{25}$$

将均衡策略值 $I^{\mathrm{D}}, P^{\mathrm{D}}, \lambda^{\mathrm{D}}$ 代入状态方程(1)和状态方程(2)可得新产品市场契合度和认知度变化的最优轨迹分别为

$$F(t) = \varpi_D - (\varpi_D - F(0))e^{-\delta t}, \tag{26}$$

$$A(t) = \phi_D - (\phi_D - A(0))e^{-\theta t}, \tag{27}$$

其中

$$\varpi_D = \frac{\alpha^2 \omega_{\rm M} \eta}{\delta(\rho + \delta) \mu_{\rm I}} + \beta \frac{(2\beta \omega_{\rm M} \eta + \beta \omega_{\rm R} \eta)(\rho + \theta) + (2\varepsilon \omega_{\rm M} \varphi + \varepsilon \omega_{\rm R} \varphi)(\rho + \delta)}{2\delta \mu_{\rm P}(\rho + \delta)(\rho + \theta)},$$

$$\phi_D = \varepsilon \frac{(2\beta\omega_{\rm M}\eta + \beta\omega_{\rm R}\eta)(\rho + \theta) + (2\varepsilon\omega_{\rm M}\varphi + \varepsilon\omega_{\rm R}\varphi)(\rho + \delta)}{2\theta\mu_{\rm P}(\rho + \delta)(\rho + \theta)}.$$

 if \psi.

推论 1 制造商关于零售商推广成本的最佳分担比例(λ^D),与制造商边际利润正相关,与零售商边际利润负相关,与其他参数无关.即,当制造商的边际利润增加时,其最佳的推广成本分担比例相应的增加.当零售商的边际利润增加时,制造商的最佳推广成本分担比例则降低.

证明 对前述最佳推广成本分担比例($\lambda^{\rm D}$)分别关于制造商和零售商的边际利润($\omega_{\rm M},\omega_{\rm R}$)求一阶偏导数, 可得 $\frac{\partial \lambda^{\rm D}}{\partial \omega_{\rm M}} = \frac{4\omega_{\rm R}}{\left(2\omega_{\rm M}+\omega_{\rm R}\right)^2} > 0, \frac{\partial \lambda^{\rm D}}{\partial \omega_{\rm R}} = -\frac{4\omega_{\rm M}}{\left(2\omega_{\rm M}+\omega_{\rm R}\right)^2} < 0,$ 证毕.

2.3 无成本分担的制造商主导的 Stackelberg 博弈

当制造商不对零售商推广成本进行补贴时的 Stackelberg 博弈情形(用上标 W 表示). 制造商和零售商各自最优利润的目标函数分别为

$$J_{\rm M}^{\rm W} = \int_0^\infty e^{-\rho t} (\omega_{\rm M} D(t) - C_{\rm I}(t)) dt,$$
 (28)

$$J_{\rm R}^{\rm W} = \int_0^\infty e^{-\rho t} (\omega_{\rm R} D(t) - C_{\rm P}(t)) dt.$$
 (29)

进一步地,可以得到以下结论,

命题 4 在无成本分担的制造商主导的 Stackelberg 博弈中, 制造商关于新产品的改进努力及零售商的推广努力的均衡策略如下

$$I^{W} = \frac{\alpha \omega_{M} \eta}{\mu_{I}(\rho + \delta)}, \quad P^{W} = \frac{\beta \omega_{R} \eta(\rho + \theta) + \varepsilon \omega_{R} \varphi(\rho + \delta)}{\mu_{P}(\rho + \delta)(\rho + \theta)}.$$

命题 5 在无成本分担的制造商主导的 Stackelberg 博弈中, 新产品市场契合度和认知度的最优提升 轨迹分别为 $F(t) = \varpi^{W} - (\varpi^{W} - F(0))e^{-\delta t}, \quad A(t) = \phi^{W} - (\phi^{W} - A(0))e^{-\theta t},$

其中

$$\varpi^{W} = \frac{\alpha^{2}\omega_{M}\eta}{\delta\mu_{I}(\rho+\delta)} + \frac{\beta^{2}\omega_{R}\eta(\rho+\theta) + \beta\varepsilon\omega_{R}\varphi(\rho+\delta)}{\delta\mu_{P}(\rho+\delta)(\rho+\theta)}, \phi^{W} = \frac{\varepsilon\beta\omega_{R}\eta(\rho+\theta) + \varepsilon^{2}\omega_{R}\varphi(\rho+\delta)}{\theta\mu_{P}(\rho+\delta)(\rho+\theta)}.$$

命题 6 在无成本分担的制造商主导的 Stackelberg 博弈中, 零售商和制造商的最优利润函数分别为

$$J_{\rm R}^{{\rm W}^*} = {\rm e}^{-\rho t} V_{\rm R}^{{\rm W}^*}(F,A), \quad J_{\rm M}^{{\rm W}^*} = {\rm e}^{-\rho t} V_{\rm M}^{{\rm W}^*}(F,A),$$

$$V_{\rm R}^{{\rm W}^*}(F,A) = \frac{\omega_{\rm R}\eta}{\rho + \delta} F + \frac{\omega_{\rm R}\varphi}{\rho + \theta} A + \frac{\omega_{\rm R}D_0}{\rho} + \frac{\alpha^2 m_1^{\rm W} r_1^{\rm W}}{\rho \mu_1} + \frac{(r_1^{\rm W}\beta + r_2^{\rm W}\varepsilon)^2}{2\mu_{\rm P}\rho},$$

$$V_{\rm M}^{{\rm W}^*}(F,A) = \frac{\omega_{\rm M}\eta}{\rho + \delta} F + \frac{\omega_{\rm M}\varphi}{\rho + \theta} A + \frac{\omega_{\rm M}D_0}{\rho} + \frac{\alpha^2 m_1^{\rm W2}}{2\rho \mu_1} + \frac{\beta^2 r_1^{\rm W} m_1^{\rm W} + \varepsilon \beta r_2^{\rm W} m_1^{\rm W} + \beta \varepsilon r_1^{\rm W} m_2^{\rm W} + \varepsilon^2 r_2^{\rm W} m_2^{\rm W}}{2\rho \mu_1}.$$

证明 运用逆向递推法对无成本分担下 Stackelberg 博弈的均衡策略求解. t 时刻后零售商 R 的总利润现值的最优值函数

$$J_{\mathbf{R}}^{\mathbf{W}^*} = \operatorname{Max}_{P} \int_{t}^{\infty} e^{-\rho s} \left(\omega_{\mathbf{R}} D(s) - \frac{\mu_{\mathbf{P}}}{2} P^2(s) \right) ds, \tag{30}$$

令 $J_{\rm R}^{\rm W*}={\rm e}^{-\rho t}V_{\rm R}^{\rm D}(F,A)$, 其中 t 时刻之后零售商总利润当值的最优值函数为

$$V_{\rm R}^{\rm W}(F,A) = \operatorname*{Max}_{P} \int_{t}^{\infty} \mathrm{e}^{-\rho(s-t)} \left(\omega_{\rm R} D(s) - \frac{\mu_{\rm P}}{2} P^{2}(s) \right) \mathrm{d}s, \tag{31}$$

则式(31)对于任意的 $F \ge 0$, $A \ge 0$ 都必须满足 HJB 方程

$$\rho V_{\rm R}^{\rm W}(F,A) = \mathop{\rm Max}_{P} \left(\omega_{\rm R} D - \frac{\mu_{\rm P}}{2} P^2 + V_{\rm RF}^{\rm W'}(\alpha I + \beta P - \delta F) + V_{RA}^{\rm W'}(\varepsilon P - \theta A) \right), \tag{32}$$

对上式的右端项关于变量 P 求一阶偏导,并令其值为零,可得

$$P = \frac{\beta V_{\rm RF}^{\rm W'} + \varepsilon V_{RA}^{\rm W'}}{\mu_{\rm P}}.$$
 (33)

同理,可以得到制造商的最优努力值为

$$I = \frac{\alpha V_{\rm MF}^{\rm W'}}{\mu_{\rm I}}.\tag{34}$$

与有成本分担时的求解方法相同,构建关于 F, A 的线性解析方程组,并分别关于 F, A 求一阶偏导值, 通过式(33)和式(34)可得无成本分担时制造商主导的 Stackelberg 博弈中, 制造商和零售商关于改进和推广 新产品的均衡策略, 见命题 4.

由制造商和零售商的当值最优利润函数可得零售商和制造商利润的最优值函数

$$J_{\rm R}^{\rm W^*} = e^{-\rho t} V_{\rm R}^{\rm W^*}(F, A),$$
 (35)

$$J_{\rm M}^{\rm W^*} = e^{-\rho t} V_{\rm M}^{\rm W^*}(F, A). \tag{36}$$

将命题 4 中的均衡策略代入方程(1)和方程(2)可得新产品市场契合度和认知度变化的最优轨迹. 证毕.

推论 2 如果制造商给予零售商一定比例的推广成本补贴,将提升零售商的推广努力程度,使得制造 商和零售商各自的利润都增大.此时,新产品的市场契合度和认知度的提升速度得到改善.

证明
$$P^{\mathrm{D}} - P^{\mathrm{W}} = \frac{(2\beta\omega_{\mathrm{M}}\eta - \beta\omega_{\mathrm{R}}\eta)(\rho + \theta) + (2\varepsilon\omega_{\mathrm{M}}\varphi - \varepsilon\omega_{\mathrm{R}}\varphi)(\rho + \delta)}{2\mu_{\mathrm{P}}(\rho + \delta)(\rho + \theta)}.$$

证明 $P^{\mathrm{D}} - P^{\mathrm{W}} = \frac{(2\beta\omega_{\mathrm{M}}\eta - \beta\omega_{\mathrm{R}}\eta)(\rho + \theta) + (2\varepsilon\omega_{\mathrm{M}}\varphi - \varepsilon\omega_{\mathrm{R}}\varphi)(\rho + \delta)}{2\mu_{\mathrm{P}}(\rho + \delta)(\rho + \theta)}.$ 因命题 1 中 $\omega_{\mathrm{M}} \geqslant \frac{1}{2}\omega_{\mathrm{R}}$,故 $P^{\mathrm{D}} - P^{\mathrm{W}} \geqslant 0$.且 $I^{\mathrm{D}} - I^{\mathrm{W}} = 0$,所以 $F_D - F^{\mathrm{W}} \geqslant 0$,因此制

造商对于零售商推广成本给予一定比例的成本分担, 能够显著改善产品市场契合度和认知度的提升速度.
$$\Delta J_{\rm M} = J_{\rm M}^{\rm D^*} - J_{\rm M}^{\rm W^*} = {\rm e}^{-\rho t} \left(\frac{\omega_{\rm M} \eta}{\rho + \delta} (F_D - F^{\rm W}) + \frac{\omega_{\rm M} \varphi}{\rho + \theta} (A_D - A^{\rm W}) + \frac{(2(m_1\beta + \varepsilon m_2) - (\beta r_1 + \varepsilon r_2))^2}{8\mu_{\rm P}\rho} \right) > 0,$$

$$\Delta J_{\rm R} = J_{\rm R}^{\rm D^*} - J_{\rm R}^{\rm W^*} = {\rm e}^{-\rho t} \left(\frac{\omega_{\rm MR} \eta}{\rho + \delta} (F_D - F^{\rm W}) + \frac{\omega_{\rm R} \varphi}{\rho + \theta} (A_D - A^{\rm W}) + \frac{(\beta r_1 + \varepsilon r_2)(2m_1\beta + 2\varepsilon m_2) + (\beta r_1 + \varepsilon r_2)^2}{4\mu_{\rm P}\rho} - \frac{(r_1^{\rm W} \beta + r_2^{\rm W} \varepsilon)^2}{2\mu_{\rm P}\rho} \right).$$

因为 $\omega_{\rm M} \geqslant \frac{1}{2}\omega_{\rm R}$, 所以 $2m_1\beta + 2\varepsilon m_2 \geqslant \beta r_1 + \varepsilon r_2$, 因此 $\Delta J_{\rm R} = J_{\rm R}^{\rm D^*} - J_{\rm R}^{\rm W^*} \geqslant 0$. 证毕.

2.4 双方协同下的合作博弈

合作博弈(集中式决策)下,制造商和零售商以整体利益最大化为目标对双方各自的努力程度做出最优 决策(以上标 C 表示), 因此双方整体长期利润的目标函数可表示为

$$J_{\rm T}^{\rm C^*} = \underset{I,P}{\text{Max}} \int_0^\infty e^{-\rho t} \left((\omega_{\rm M} + \omega_{\rm R}) D(t) - C_1(I) - C_2(P) \right) dt.$$
 (37)

进一步地,可以得到以下结论.

集中式决策下,制造商和零售商各自的最优努力程度分别 命题 7

$$I^{\rm C} = \frac{(\omega_{\rm M} + \omega_{\rm R})\eta\alpha}{(\rho + \delta)\mu_{\rm I}}, \quad P^{\rm C} = \frac{(\omega_{\rm M} + \omega_{\rm R})\eta\beta}{(\rho + \delta)\mu_{\rm P}} + \frac{(\omega_{\rm M} + \omega_{\rm R})\varphi\varepsilon}{(\rho + \theta)\mu_{\rm P}}.$$

命题8 集中式决策下,新产品市场契合度和认知度变化的最优轨迹为

$$F^{\mathcal{C}}(t) = \varpi_{\mathcal{C}} - (\varpi_{\mathcal{C}} - F(0))e^{-\delta t},$$

$$A^{C}(t) = \phi_{C} - (\phi_{C} - A(0))e^{-\theta t},$$

$$\sharp \Phi \varpi_{\mathrm{C}} = \frac{\alpha^{2} \eta(\omega_{\mathrm{M}} + \omega_{\mathrm{R}})}{(\rho + \delta)\mu_{\mathrm{I}}} + \frac{(\omega_{\mathrm{M}} + \omega_{\mathrm{R}})\eta\beta^{2}}{(\rho + \delta)\mu_{\mathrm{P}}} + \frac{(\omega_{\mathrm{M}} + \omega_{\mathrm{R}})\varphi\varepsilon\beta}{(\rho + \theta)\mu_{\mathrm{P}}}, \quad \phi_{\mathrm{C}} = \frac{(\omega_{\mathrm{M}} + \omega_{\mathrm{R}})\eta\beta\varepsilon}{(\rho + \delta)\mu_{\mathrm{P}}} + \frac{(\omega_{\mathrm{M}} + \omega_{\mathrm{R}})\varphi\varepsilon^{2}}{(\rho + \theta)\mu_{\mathrm{P}}}.$$

命题9 集中式决策下,零售商和制造商的整体利润的最优函数为

$$J_{\mathrm{T}}^{\mathrm{C}^*} = \mathrm{e}^{-\rho t} V_{\mathrm{T}}^{\mathrm{C}^*}(F, A),$$

$$\sharp + V_{\mathrm{T}}^{\mathrm{C}^*}(F, A) = \frac{(\omega_{\mathrm{M}} + \omega_{\mathrm{R}})\eta}{(\rho + \delta)}F + \frac{(\omega_{\mathrm{M}} + \omega_{\mathrm{R}})\varphi}{(\rho + \theta)}A + \frac{(\omega_{\mathrm{M}} + \omega_{\mathrm{R}})D_0}{\rho} + \frac{(\alpha t_1)^2}{2\rho\mu_{\mathrm{I}}} + \frac{(\beta t_1 + \varepsilon t_2)^2}{2\rho\mu_{\mathrm{P}}}.$$

证明 令 t 时刻后, 双方总利润当值的最优值函数为

$$V_{\rm T}^{\rm C}(F,A) = \max_{I,P} \int_{t}^{\infty} e^{-\rho(s-t)} \left((\omega_{\rm M} + \omega_{\rm R}) D(s) - C_1(I) - C_2(P) \right) \mathrm{d}s, \tag{38}$$

则 t 时刻后, 双方总利润现值的最优值函数

$$J_{\rm T}^{\rm C*}(I,P) = e^{-\rho t} V_{\rm T}^{\rm C}(F,A).$$
 (39)

 $V_{\rm T}^{\rm C}(F,A)$ 对于任意的 $F \ge 0, A \ge 0$ 都必须满足如下的 HJB 方程

$$\rho V_{\mathrm{T}}^{\mathrm{C}}(F,A) = \underset{I,P}{\mathrm{Max}} \left((\omega_{\mathrm{M}} + \omega_{\mathrm{R}}) D - \frac{\mu_{\mathrm{I}}}{2} I^2 - \frac{\mu_{\mathrm{P}}}{2} P^2 + V_{TF}^{\mathrm{C}'}(\alpha I + \beta P - \delta F) + V_{TA}^{\mathrm{C}'}(\varepsilon P - \theta A) \right), \tag{40}$$

对上式的右端项关于变量 I, P 求一阶偏导,并分别令其值为零,可得制造商和零售商的最优努力程度为

$$I^{\mathcal{C}} = \frac{\alpha V_{TF}^{\mathcal{C}'}}{\mu_{\mathcal{I}}},\tag{41}$$

$$P^{\mathcal{C}} = \frac{\beta V_{TF}^{\mathcal{C}'} + \varepsilon V_{TA}^{\mathcal{C}'}}{\mu_{\mathcal{P}}}.$$
(42)

将式(41)和式(42)代入式(40)可得

$$\rho V_{\rm T}^{\rm C}(F,A) = \left((\omega_{\rm M} + \omega_{\rm R}) \eta - \delta V_{TF}^{\rm C'} \right) F + \left((\omega_{\rm M} + \omega_{\rm R}) \varphi - \theta V_{TA}^{\rm C'} \right) +$$

$$(\omega_{\rm M} + \omega_{\rm R}) D_0 + \frac{(\alpha V_{TF}^{\rm C'})^2}{2\mu_{\rm I}} + \frac{(\beta V_{TF}^{\rm C'} + \varepsilon V_{TA}^{\rm C'})^2}{2\mu_{\rm P}}.$$

$$(43)$$

根据式(43)可知, $V_T^C(F, A)$ 关于 A 和 F 的解析方程是 HJB 方程的解. 令

$$V_{\rm T}^{\rm C}(F,A) = t_1 F + t_2 A + t_3,\tag{44}$$

对上式右端项分别求关于 F 和 A 的一阶偏导, 并代入式(43), 可求得

$$t_1^* = \frac{(\omega_{\rm M} + \omega_{\rm R})\eta}{(\rho + \delta)}, \quad t_2^* = \frac{(\omega_{\rm M} + \omega_{\rm R})\varphi}{(\rho + \theta)}, \quad t_3^* = \frac{(\omega_{\rm M} + \omega_{\rm R})D_0}{\rho} + \frac{(\alpha t_1^*)^2}{2\rho\mu_{\rm I}} + \frac{(\beta t_1^* + \varepsilon t_2^*)^2}{2\rho\mu_{\rm P}}.$$

将以上 t_1^* , t_2^* 和 t_3^* 的值代入式(44), 可求得 V_T^C 分别关于 F 和 A 的一阶偏导值, 代入式(41)和式(42)可得集中式决策下制造商和零售商努力程度的均衡解为

$$I^{\rm C} = \frac{(\omega_{\rm M} + \omega_{\rm R})\eta\alpha}{(\rho + \delta)\mu_{\rm I}}, \quad P^{\rm C} = \frac{(\omega_{\rm M} + \omega_{\rm R})\eta\beta}{(\rho + \delta)\mu_{\rm P}} + \frac{(\omega_{\rm M} + \omega_{\rm R})\varphi\varepsilon}{(\rho + \theta)\mu_{\rm P}}.$$

将以上 I^{C} 和 P^{C} 的值分别代入式(1)和式(2), 可得集中式决策下新产品市场契合度和认知度变化的最优轨迹.

进一步将 t1, t2* 和 t3 的值代入式(44) 可得

$$V_{\mathrm{T}}^{\mathrm{C}^*}(F,A) = \frac{(\omega_{\mathrm{M}} + \omega_{\mathrm{R}})\eta}{(\rho + \delta)}F + \frac{(\omega_{\mathrm{M}} + \omega_{\mathrm{R}})\varphi}{(\rho + \theta)}A + \frac{(\omega_{\mathrm{M}} + \omega_{\mathrm{R}})D_0}{\rho} + \frac{(\alpha t_1^*)^2}{2\rho\mu_{\mathrm{I}}} + \frac{(\beta t_1^* + \varepsilon t_2^*)^2}{2\rho\mu_{\mathrm{P}}}.$$
 (45)

因此, 制造商和零售商整体利润的最优值函数为 $J_T^{C^*} = e^{-\rho t} V_T^{C^*}(F, A)$.

证毕.

根据上述两种决策方式下的博弈分析,可得到集中式决策与分散式决策下均衡策略的比较结论如下.

推论3

- 1) 集中式决策下制造商和零售商的最优努力程度都要高于分散式决策的情形.
- 2) 集中式决策下新产品市场契合度和认知度的提升速度要快于分散式决策下的情形.
- 3) 集中式决策下的整体利润要高于分散式决策下制造商和零售商的利润之和, 因此集中式决策实现了 制造商和零售商的总利润 Pareto 最优.

证明
$$\Delta I = I^{\rm C} - I^{\rm D} = \frac{\alpha \omega_{\rm R} \eta}{(\rho + \delta) \mu_{\rm I}} > 0,$$

$$\Delta P = P^{\rm C} - P^{\rm D} = \frac{\omega_{\rm R} \eta \beta (\rho + \theta)}{2(\rho + \theta)(\rho + \delta) \mu_{\rm P}} + \frac{\omega_{\rm R} \varphi \varepsilon (\rho + \delta)}{2(\rho + \theta)(\rho + \delta) \mu_{\rm P}} > 0,$$

$$\Delta J = J_{\rm T}^{\rm C^*} - J_{\rm T}^{\rm D^*} = J_{\rm T}^{\rm C^*} - (J_{\rm M}^{\rm D^*} + J_{\rm R}^{\rm D^*})$$

$$= \mathrm{e}^{-\rho t} \left(\frac{(\omega_{\rm M} + \omega_{\rm R}) \eta}{(\rho + \delta)} (F_{\rm C} - F_{D}) + \frac{(\omega_{\rm M} + \omega_{\rm R}) \varphi}{(\rho + \theta)} (A_{C} - A_{D}) + \frac{\alpha^{2} (t_{1}^{2} - m_{1}^{2} - 2r_{1}m_{1})}{2\rho \mu_{\rm I}} + \frac{4(\beta t_{1} + \varepsilon t_{2})^{2} - (2m_{1}\beta + 2\varepsilon m_{2} + 2\beta r_{1} + 2\varepsilon r_{2})(2m_{1}\beta + 2\varepsilon m_{2} + \beta r_{1} + \varepsilon r_{2})}{8\rho \mu_{\rm P}} \right).$$

由前述命题可知
$$F_{\rm C} - F_D > 0$$
, $A_{\rm C} - A_D > 0$, $t_1^2 - m_1^2 - 2r_1m_1 > 0$,
$$\frac{4(\beta t_1 + \varepsilon t_2)^2 - (2m_1\beta + 2\varepsilon m_2 + 2\beta r_1 + 2\varepsilon r_2)(2m_1\beta + 2\varepsilon m_2 + \beta r_1 + \varepsilon r_2)}{8\rho\mu_{\rm P}} > \frac{4(\beta t_1 + \varepsilon t_2)^2 - 4((m_1 + r_1)\beta + (m_2 + r_2)\varepsilon)^2}{8\rho\mu_{\rm P}} = 0,$$

所以 $\Delta J = J_{\mathrm{T}}^{\mathrm{C}^*} - J_{\mathrm{T}}^{\mathrm{D}^*} > 0$. 且根据推论 2 中内容, 可知 $I^{\mathrm{C}} > I^{\mathrm{D}} = I^{\mathrm{W}}, P^{\mathrm{C}} > P^{\mathrm{D}} > P^{\mathrm{W}}, J_{\mathrm{T}}^{\mathrm{C}^*} > J_{\mathrm{T}}^{\mathrm{D}^*} > J_{\mathrm{T}}^{\mathrm{W}^*}.$

$$I^{\rm C} > I^{\rm D} = I^{\rm W}, P^{\rm C} > P^{\rm D} > P^{\rm W}, J_{\rm T}^{{\rm C}^*} > J_{\rm T}^{{\rm D}^*} > J_{\rm T}^{{\rm W}^*}.$$
 证毕.

2.5 集中式决策下的利润分配问题

集中式决策下,制造商和零售商以双方总利润最大化为目标,合作进行产品的推广与改进活动.但要使 双方自愿参与合作,还应该保障双方的各自最大利润大于分散式决策下的各利润,这需要满足以下条件

$$\begin{cases} \Delta J_{\rm M} = J_{\rm M}^{\rm C^*} - J_{\rm M}^{\rm D^*} > 0 \\ \Delta J_{\rm R} = J_{\rm R}^{\rm C^*} - J_{\rm R}^{\rm D^*} > 0 \\ \Delta J_{\rm M} + \Delta J_{\rm R} = J_{\rm T}^{\rm C^*} - J_{\rm M}^{\rm D^*} - J_{\rm R}^{\rm D^*}. \end{cases}$$

具体的, $\Delta J_{\rm M}$ 和 $\Delta J_{\rm R}$ 的大小由双方的议价能力决定, 根据 Rubinstein 模型来确定各自的利润分 配^[29,30]. 假设制造商和零售商的贴现因子分别为 $\gamma_{\rm M}$ 和 $\gamma_{\rm R}$, 且由制造商先出价, 则可以得到 Rubinstein 议价模型下的纳什均衡分配比例为 $K=\frac{1-\gamma_{\rm M}}{1-\gamma_{\rm M}\gamma_{\rm R}}$. 因此可得集中决策下, 双方各自的最优利润为

$$\begin{split} J_{\mathrm{M}}^{\mathrm{C}^*} &= \frac{1 - \gamma_{\mathrm{M}}}{1 - \gamma_{\mathrm{M}} \gamma_{\mathrm{R}}} (J_{\mathrm{T}}^{\mathrm{C}^*} - J_{\mathrm{M}}^{\mathrm{D}^*} - J_{\mathrm{R}}^{\mathrm{D}^*}) + J_{\mathrm{M}}^{\mathrm{D}^*}, \\ J_{\mathrm{R}}^{\mathrm{C}^*} &= \frac{\gamma_{\mathrm{M}} (1 - \gamma_{\mathrm{R}})}{1 - \gamma_{\mathrm{M}} \gamma_{\mathrm{R}}} (J_{\mathrm{T}}^{\mathrm{C}^*} - J_{\mathrm{M}}^{\mathrm{D}^*} - J_{\mathrm{R}}^{\mathrm{D}^*}) + J_{\mathrm{R}}^{\mathrm{D}^*}. \end{split}$$

算例及仿真分析 3

通过对参数进行赋值可以更直观的对几种博弈模式下,制造商和零售商的均衡策略进行比较,首先设 置各参数的初始值为 $\omega_{\mathrm{M}}=20, \omega_{\mathrm{R}}=10, \eta=0.7, \varphi=0.6, \rho=0.8, \delta=0.6, \theta=0.4, D_0=2, \alpha=0.7, \beta=0.8, \delta=0.6, \theta=0.4, D_0=0.4, D_0=0.8, \delta=0.8, \delta$

 $0.3, \varepsilon = 0.8, \mu_{\rm I} = 0.5, \mu_{\rm P} = 0.6, F(0) = 5, A(0) = 0.$

- 1) 通过计算可以得到有成本分担的分散式决策下, 制造商和零售商的最优努力程度及成本分担比例分别为 $I^{\rm D}=14$, $P^{\rm D}=22.92$, $\lambda^{\rm D}=0.6$. 制造商和零售商的最优利润分别为 $J^{\rm D^*}_{\rm R}=189.988$, $J^{\rm D^*}_{\rm M}=358.125$. 此时对应的新产品市场契合度的最优轨迹为 $F^{\rm D}(t)=27.79-(27.79-5){\rm e}^{-0.6t}$, 市场认知度的最优轨迹为 $A^{\rm D}(t)=45.83-45.83{\rm e}^{-0.4t}$.
- 2) 当无推广成本分担时, 制造商和零售商的最优努力程度分别为 $I^{\rm W}=14$, $P^{\rm W}=9.17$. 制造商和零售商的最优利润分别为 $J_{\rm R}^{\rm W*}=142.760$, $J_{\rm M}^{\rm W*}=287.292$. 此时对应的新产品市场契合度的最优轨迹为 $F^{\rm W}(t)=20.92-(20.92-5){\rm e}^{-0.6t}$, 市场认知度的最优轨迹为 $A^{\rm W}(t)=18.33-18.33{\rm e}^{-0.4t}$.
- 3) 同样的, 可以得到集中式决策下制造商和零售商的最优努力程度分别为 $I^{\rm C}=21, P^{\rm C}=27.5$. 两者整体的最优利润为 $J_{\rm T}^{\rm C*}=571.406$. 此时对应的新产品市场契合度的最优轨迹为 $F^{\rm C}(t)=38.25-(38.25-5){\rm e}^{-0.6t}$, 市场认知度的最优轨迹为 $A^{\rm C}(t)=55-55{\rm e}^{-0.4t}$.

上述算例分析验证了推论 2 和推论 3 的内容. 在分散式决策中, 当有成本分担时, 制造商与零售商的利润要高于无成本分担的情形, 且此时新产品的市场认知度和契合度的提升轨迹也更快; 当双方以整体利益最优为目标进行集中决策时的最优利润、最优努力程度, 及新产品的市场契合度和认知度都高于以各自利益最优为目标的分散式决策中的情形. 进一步通过 MATLAB 软件对其进行仿真分析, 可得集中式决策和分散式决策下, 最优利润及新产品市场契合度和认知度随时间的变化情况如图 2~图 5 所示.

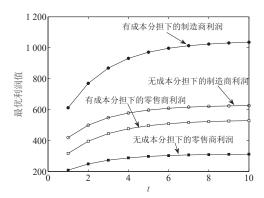


图 2 分散式决策下有无成本分担时的各方利润值

Fig. 2 Trend of two parties' maximum profit with and without cost-sharing under decentralized decision

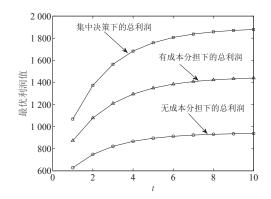


图 3 三种情形下两方总利润值的变化利润值 Fig. 3 Maximum total profits of manufacturer and retailer

in three cases

根据图 2, 可知在制造商主导的 Stackelberg 博弈中, 当制造商给予零售商一定比例的推广成本补贴时, 能够显著提升双方的最优利润值. 图 3 说明集中式决策下制造商和零售商的总利润要高于分散式决策的情形, 并且两者随着时间的增加, 长期最大利润值趋于稳定. 这也验证了前述的理论推导, 当双方协同以整体总利益最大化为决策目标时, 能够使彼此取得更高的利润, 达到各自利润的 Pareto 最优.

由图 4 和图 5 可知,集中式决策下新产品的市场契合度和认知度的提升速度快于分散式决策中的情形.最后,对各均衡值中所涉及到的相关参数进行敏感性分析,首先调高各相关参数的值,然后将调整后得到的各因变量的值与初始值进行比较,并使用上箭头"↑"表示对应因变量值的增加,使用下箭头"↓"表示对应因变量值的减小,使用横线"—"表示所对应的因变量值无变化,得到参数敏感

通过表 1 的各相关参数的敏感性分析,可发现除零售商的边际利润之外,其它所有相关参数在集中式和分散式两种决策下对于制造商和零售商的最优努力程度,新产品的市场契合度和认知度,及双方总利润等因变量的影响方向是一致的. 这是因为在分散式决策下制造商和零售商都是以实现自身利润最大化为决策目标,零售商边际利润的增长能够刺激零售商自身对于新产品推广的热情和努力程度,从而降低了制造商对于其推广成本的分担比例,但并不影响制造商的努力程度.而在集中式决策下,双方都是以实现整体利润最大化为决策目标,因此一方边际利润的增长能够激发双方努力程度的提升.

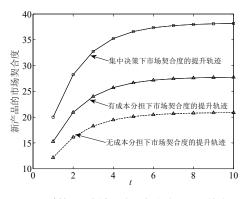


图 4 三种情形下新产品市场契合度的最优轨迹

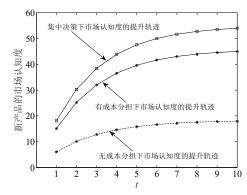


图 5 三种情形下新产品市场认知度的最优轨迹

Fig. 4 Optimal trajectory of market fit for new product in three cases

Fig. 5 Optimal trajectory of new product recognition in three cases

表 1 各相关参数相对均衡策略的敏感性分析 Table 1 The parameter sensitivity analysis of equilibrium strategy in two cases

参数	$I^{\mathrm{D}*}, I^{\mathrm{C}*}$	$P^{\mathrm{D}*}, P^{\mathrm{C}*}$	$F^{\mathrm{D}*}, F^{\mathrm{C}*}$	$A^{\mathrm{D}*}, A^{\mathrm{C}*}$	λ^*	$J^{\mathrm{D}*}, J^{\mathrm{C}*}$
初始值	14.0, 21.0	22.9, 27.5	27.8, 38.3	45.8, 55.0	0.60	548.2, 571.4
$\omega_{ m M}$	42.0, 49.0	59.6, 64.2	78.8, 89.3	119.2, 128.3	0.85	2 621.1, 2 644.3
$20 \rightarrow 60$	\uparrow , \uparrow	\uparrow , \uparrow	\uparrow , \uparrow	↑, ↑	↑	\uparrow , \uparrow
$\omega_{ m R}$	14.0, 35.0	32.1, 45.8	32.4, 63.8	64.2, 91.7	0.14	1 211.9, 1 420.6
$10 \rightarrow 30$	—, ↑	↑, ↑	↑, ↑	\uparrow , \uparrow	\downarrow	\uparrow , \uparrow
η	18.0, 27.0	24.7, 29.6	33.4, 46.3	49.4, 59.3	0.60	694.3, 728.8
$0.7 \rightarrow 0.9$	\uparrow , \uparrow	\uparrow , \uparrow	\uparrow , \uparrow	↑, ↑	_	\uparrow , \uparrow
φ	14.0, 21.0	31.25, 37.5	32.0, 43.3	62.5, 75.0	0.60	785.2, 815.2
$0.6 \rightarrow 0.9$	—, —	\uparrow , \uparrow	↑, ↑	↑, ↑	_	\uparrow , \uparrow
ho	13.1, 19.6	21.2, 25.5	25.9, 35.6	42.4, 50.9	0.60	441.6, 459.5
$0.8 \rightarrow 0.9$	\downarrow , \downarrow	\downarrow , \downarrow	\downarrow , \downarrow	\downarrow , \downarrow	_	\downarrow , \downarrow
δ	11.5, 17.3	21.8, 26.2	16.2, 22.2	43.6, 52.4	0.60	469.7, 487.2
$0.6 \rightarrow 0.9$	\downarrow , \downarrow	\downarrow , \downarrow	\downarrow , \downarrow	\downarrow , \downarrow	_	\downarrow , \downarrow
θ	14.0, 21.0	18.0, 21.6	25.3, 35.3	16.0, 19.2	0.60	442.9, 463.1
$0.4 \rightarrow 0.9$	—, —	\downarrow , \downarrow	\downarrow , \downarrow	\downarrow , \downarrow	_	\downarrow , \downarrow
α	18.0, 27.0	22.9, 27.5	38.5, 54.3	45.8, 55	0.60	628.2, 661.4
$0.7 \rightarrow 0.9$	\uparrow , \uparrow	—, —	↑, ↑	—,—	_	\uparrow , \uparrow
β	14.0, 21.0	35.4, 42.5	69.5, 88	70.8, 85.0	0.60	931.0, 965.2
$0.3 \rightarrow 0.9$	—, —	\uparrow , \uparrow	\uparrow , \uparrow	\uparrow , \uparrow	_	\uparrow , \uparrow
ε	14.0, 21.0	25.0, 30.0	28.8, 39.5	56.3, 67.5	0.60	600.6, 625.3
$0.8 \rightarrow 0.9$	—, —	↑, ↑	↑, ↑	\uparrow , \uparrow	_	\uparrow , \uparrow
$\mu_{ m I}$	7.8, 11.7	22.9, 27.5	20.5, 27.4	45.8, 55	0.60	493.8, 510.2
$0.5 \rightarrow 0.9$	\downarrow , \downarrow	—,—	\downarrow , \downarrow	—,—	_	\downarrow , \downarrow
$\mu_{ m P}$	14.0, 21.0	15.3, 18.3	24.0, 33.7	30.6, 36.7	0.60	456.3, 476.9
$0.6 \rightarrow 0.9$	—, —	\downarrow , \downarrow	\downarrow , \downarrow	\downarrow , \downarrow	_	\downarrow , \downarrow

具体来讲,制造商的边际利润($\omega_{\rm M}$)和新产品市场契合度对于市场销售量的影响系数(η),同两种决策下制造商和零售商的最优努力程度(I^* , P^*)、新产品的最优市场契合度和认知度(F^* , A^*)及双方总的最优利润(J^*)等五个因变量存在正相关关系. 新产品市场契合度的自然衰减系数(δ) 和贴现因子(ρ)等两个参数与以上各因变量存在负向关系. 产品认知度对于市场销售量的影响系数(φ), 零售商的努力程度对于提高产品市场契合度的总贡献系数(β),以及零售商努力程度对于产品认知度的贡献系数(ε) 等三个参数与制造商的最优努力程度无关,但与其他四个因变量呈正相关关系. 新产品市场认知度的自然衰减系数(θ)和零售商推广活动的成本系数($\mu_{\rm P}$)与制造商的最优努力程度也无关,但与其他四个自变量呈负相关. 制造商努力程度对于新产品市场契合度的贡献系数(α)与零售商的最优努力程度和新产品的市场认知度都不相关,但与制造商自身的最优努力程度、产品的市场契合度及整体最优利润呈正相关关系. 制造商关于新产品改进努力的成本

系数($\mu_{\rm I}$) 与零售商的最优推广努力和产品的市场认知度无相关关系, 而与制造商的最优努力程度、产品市场契合度及整体利润负相关.

此外, 在制造商主导的 Stackelberg 博弈中, 制造商给予零售商推广活动成本的最优分担比例(λ^D)只与制造商和零售商的边际利润相关. 当制造商的边际利润增加时, 其所分担的推广成本比例提高. 当零售商的边际利润增加时, 制造商所分担的推广成本比例则降低, 这也验证了推论 1 的内容.

4 结束语

本文通过微分博弈方法在集中式与分散式两种决策方式下,以及有无、成本分担的 Stackelberg 博弈模式下,对新产品的市场契合度和认知度、制造商和零售商的最优利润等进行了比较分析. 研究结论说明, 在有关新产品的推广与改进合作中,制造商与零售商如果通过签订具有拘束力的战略联盟协议, 或通过企业的一体化兼并等活动形成双方的集中式决策条件, 这能够显著改进新产品的市场契合度和认知度的提升速度, 并最大限度地提升双方各自的利润值. 当制造商与零售商不能形成集中式决策时,制造商对于零售商的推广活动主动承担一定比例的成本费用, 有助于提升零售商关于新产品的市场推广和信息收集的积极性, 改善产品的市场认知度, 并有效提高制造商关于新产品的改进绩效, 最终使双方利润都得到增加. 本文的研究假设是市场中仅存在一个零售商, 而实际市场中会存在多个可替代的零售商, 因此进一步的研究希望能够拓展新产品制造商在拥有多个可替零售商情形下, 双方关于新产品合作的博弈关系分析.

参考文献:

- [1] Perra D B, Sidhu J S, Volberda H W. How do established firms produce breakthrough innovations: Managerial identity-dissemination discourse and the creation of novel product- market solutions. Journal of Product Innovation Management, 2017, 34(4): 509–525.
- [2] Ernst H, Hoyer W D, Rübsaamen C. Sales, marketing, and research-and-development cooperation across new product development stages: Implications for success. Journal of Marketing, 2010, 74(5): 80–92.
- [3] 张子辰, 雒兴刚. 考虑广告效应和信息共享的双渠道供应链分析. 系统工程学报, 2017, 32(4): 499–512. Zhang Z C, Luo X G. Analysis of a dual-channel supply chain with advertising effect and information sharing. Journal of Systems Engineering, 2017, 32(4): 499–512. (in Chinese)
- [4] Lu S, Liu A. Innovative design thinking for breakthrough product development. Procedia Collège International pour la Recherche en Productique, 2016, 53: 50–55.
- [5] Bhuiyan N, Gerwin D, Thomson V. Simulation of the new product development process for performance improvement. Management Science, 2004, 50(12): 1690–1703.
- [6] Zhao Y, Cavusgil E, Cavusgil S T. An investigation of the black-box supplier integration in new product development. Journal of Business Research, 2014, 67(6): 1058–1064.
- [7] Lawson B, Krause D, Potter A. Improving supplier new product development performance: The role of supplier development. Journal of Product Innovation Management, 2015, 32(5): 777–792.
- [8] Song M, Di Benedetto C A. Supplier's involvement and success of radical new product development in new ventures. Journal of Operations Management, 2008, 26(1): 1–22.
- [9] Fuchs C, Schreier M. Customer empowerment in new product development. Journal of Product Innovation Management, 2011, 28(1): 17–32.
- [10] Cui A S, Wu F. Utilizing customer knowledge in innovation: Antecedents and impact of customer involvement on new product performance. Journal of the academy of marketing science, 2016, 44(4): 516–538.
- [11] Witell L, Gustafsson A, Johnson M D. The effect of customer information during new product development on profits from goods and services. European Journal of Marketing, 2014, 48(9/10): 1709–1730.
- [12] Walter A. Relationship-specific factors influencing supplier involvement in customer new product development. Journal of Business Research, 2003, 56(9): 721–733.
- [13] He Y, Lai K K, Sun H, et al. The impact of supplier integration on customer integration and new product performance: The mediating role of manufacturing flexibility under trust theory. International Journal of Production Economics, 2014, 147(1): 260–270.
- [14] Menguc B, Auh S, Yannopoulos P. Customer and supplier involvement in design: The moderating role of incremental and radical innovation capability. Journal of Product Innovation Management, 2014, 31(2): 313–328.

- [15] Petersen K J, Handfield R B, Ragatz G L. Supplier integration into new product development: Coordinating product, process and supply chain design. Journal of Operations Management, 2005, 23(3): 371–388.
- [16] Wang S D, Zhou Y W, Min J, et al. Coordination of cooperative advertising models in a one-manufacturer two-retailer supply chain system. Computers & Industrial Engineering, 2011, 61(4): 1053–1071.
- [17] Li S X, Huang Z, Zhu J, et al. Cooperative advertising, game theory and manufacturer-retailer supply chains. Omega: The International Journal of Management Science, 2002, 30(5): 347–357.
- [18] 白春光, 唐加福. 制造-销售企业绿色供应链合作博弈分析. 系统工程学报, 2017, 32(6): 818–828.

 Bai C G, Tang J F. Manufacturing-marketing green supply chain cooperative game analysis. Journal of Systems Engineering, 2017, 32(6): 818–828. (in Chinese)
- [19] Yue J, Austin J, Wang M C, et al. Coordination of cooperative advertising in a two-level supply chain when manufacturer offers discount. European Journal of Operational Research, 2006, 168(1): 65–85.
- [20] 王一雷, 朱庆华, 夏西强. 基于消费偏好的供应链上下游联合减排协调契约博弈模型. 系统工程学报, 2017, 32(2): 188–198. Wang Y L, Zhu Q H, Xia X Q. Supply chain upstream and downstream joint coordination contract game model based on consumer preference. Journal of Systems Engineering, 2017, 32(2): 188–198. (in Chinese)
- [21] Zhang J, Gou Q, Liang L, et al. Supply chain coordination through cooperative advertising with reference price effect. Omega: The International Journal of Management Science, 2013, 41(2): 345–353.
- [22] Nair A, Narasimhan R. Dynamics of competing with quality-and advertising-based goodwill. European Journal of Operational Research, 2006, 175(1): 462–474.
- [23] d'Aspremont C, Jacquemin A. Cooperative and noncooperative R&D in duopoly with spillovers. The American Economic Review, 1988, 78(5): 1133–1137.
- [24] 游达明, 朱桂菊. 低碳供应链生态研发, 合作促销与定价的微分博弈分析. 控制与决策, 2016, 31(6): 1047–1056. You D M, Zhu G J. Differential game analysis of ecological R&D, cooperative promotion and pricing in the low-carbon supply chain. Control and Decision, 2016, 31(6): 1047–1056. (in Chinese)
- [25] De Giovanni P. Quality improvement vs. advertising support: Which strategy works better for a manufacturer. European Journal of Operational Research, 2011, 208(2): 119–130.
- [26] Prasad A, Sethi S P. Competitive advertising under uncertainty: A stochastic differential game approach. Journal of Optimization Theory and Applications, 2004, 123(1): 163–185.
- [27] 徐春秋, 赵道致, 原白云, 等. 上下游联合减排与低碳宣传的微分博弈模型. 管理科学学报, 2016, 19(2): 53–65. Xu C Q, Zhao D Z, Yuan B Y, et al. Differential game model on joint carbon emission reduction and low-carbon promotion in supply chains. Journal of Management Sciences in China, 2016, 19(2): 53–65. (in Chinese)
- [28] Zhou Y, Bao M, Chen X, et al. Co-op advertising and emission reduction cost sharing contracts and coordination in low-carbon supply chain based on fairness concerns. Journal of Cleaner Production, 2016, 133(1): 402–413.
- [29] Rubinstein A. Perfect equilibrium in a bargaining model. Econometrica: Journal of the Econometric Society, 1982, 50(1): 97–109.
- [30] 肖 燕, 李登峰. 不完全信息情景下三方相互威慑讨价还价模型. 系统工程学报, 2017, 32(5): 604–612. Xiao Y, Li D F. Bargaining model of mutual deterrence among three players with incomplete information. Journal of Systems Engineering, 2016, 32(5): 604–612. (in Chinese)

作者简介:

李振东(1989—), 男, 山东潍坊人, 博士, 讲师, 研究方向: 系统决策与供应链管理, Email: lizhendong@tju.edu.cn; 张慧颖(1967—), 女, 天津人, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向: 系统决策与供应链管理, Email: hyzhang@tju.edu.cn.