

基于两阶段鲁棒优化的无人机载机平台调度问题

何 勇¹, 张成义¹, 李姗姗²

(1. 东南大学经济管理学院, 江苏 南京 211189;

2. 南京审计大学金融学院, 江苏 南京 211815)

摘要: 基于“载机平台+无人机”服务模式, 研究需求不确定情形下的载机平台调度问题. 以调度期总成本最小为目标, 建立两阶段鲁棒优化模型. 第一阶段, 在需求不确定的情况下提前确定载机平台的使用数量和调度路径; 第二阶段, 基于第一阶段的决策结果和不确定需求集, 确定最差情形下的需求分配方案. 模型采用 L 型算法求解. 数值实验表明, 鲁棒优化的效率优于随机规划, 通过适当放松模型鲁棒性可以大幅提高决策经济性. 面对不确定需求, 系统会优先调整载机平台的调度路径, 其次考虑增加载机平台的数量, 调度方案呈现出渐进式调整的特点.

关键词: 载机平台调度; 顾客需求不确定; 两阶段鲁棒优化; L 型算法

中图分类号: TP273 文献标识码: A 文章编号: 1000-5781(2020)06-0838-11

doi: 10.13383/j.cnki.jse.2020.06.011

Unmanned aerial vehicle carriers scheduling problem based on two-stage robust optimization

He Yong¹, Zhang Chengyi¹, Li Shanshan²

(1. School of Economics and Management, Southeast University, Nanjing 211189, China;

2. School of Finance, Nanjing Audit University, Nanjing 211815, China)

Abstract: Based on the “carriers + unmanned aerial vehicle (UAV)” service mode, the UAV carriers scheduling problem under uncertain demand is studied. A two-stage robust optimization model is established with the objective of minimizing the total cost in the scheduling period. In the first stage, the usage quantity and scheduling path of UAV carriers are determined in advance. In the second stage, the worst-case demand allocation scheme is determined based on the decision-making in the first stage and the uncertain demand set. The model is solved by L-shaped method. Numerical experiments show that the efficiency of robust optimization is better than that of stochastic programming. By appropriately relaxing robustness, the decision economy is greatly improved. Facing the uncertain demand, the scheduling path of UAV carriers is adjusted first, and then the number of UAV carriers is increased. The scheduling scheme shows the feature of gradual adjustment.

Key words: UAV carriers scheduling; demand uncertainty; two-stage robust optimization; L-shaped method

1 引 言

近年来, 物流末端配送领域掀起了“无人机配送”的变革热潮. 相较于人力配送, 无人机配送不受地面道路状况的影响, 可以快捷、经济地完成对农村、山区和城市拥堵区的配送任务. 城区配送方面, 订餐平台饿了

收稿日期: 2019-11-04; 修订日期: 2020-08-03.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71771053; 71371003; 71531004; 72001113); 江苏省重点研发计划(现代农业)资助项目(BE2018385); 江苏省自然科学基金资助项目(BK20201144).

么在 2018 年获得政府批准, 开设了无人机送餐航线. 迅蚁无人机公司也与星巴克、肯德基等餐饮企业合作, 在杭州未来科技城提供无人机送餐服务. 农村物流方面, 京东早在 2017 年便获得了陕西省无人机送货的空域批文, 开设了一系列航空物流试点项目. 顺丰于 2018 年取得无人机航空运营许可证, 开始在江西赣州开展无人机配送业务. 相较于城区配送, 农村无人机配送目前已经初步形成较为完善的末端配送模式. 亚马逊是最早涉足农村无人机配送的公司, 发展了“空中仓库+无人机”配送模式, 即将仓库建在空中, 以大型飞艇作为空中仓库和无人机搭载平台, 对末端客户进行配送服务. 京东仿照亚马逊的配送模式, 发展了“货运通航飞机+无人机”、“车载无人机”等类似的配送模式. 无人机, 载机平台, 区域调度中心等节点形成了完善的无人机末端配送系统, 对于这样一个系统, 管理人员需要综合考虑顾客需求点的地理分布、系统的服务能力以及建设成本等因素进行载机平台的调度决策.

无人机载机平台的服务模式可以看做传统固定设施和普通车辆服务模式的结合. 固定设施的服务模式如图 1(a) 所示, 决策者首先根据顾客需求的地理分布确定设施位置, 其后每个固定设施与周边的顾客根据距离远近等规则建立服务关系, 这类问题统称为设施选址问题. 普通车辆的服务模式如图 1(b) 所示, 多车辆从仓库出发, 对顾客进行“单对单”的上门服务, 顾客点必须在某条车辆路径上才可以被服务, 决策者需要合理设计车辆路径来满足顾客需求, 即车辆路径问题. 载机平台的服务模式如图 1(c) 所示, 决策者首先根据顾客需求的地理分布确定载机平台的备选停靠点, 其后根据顾客需求的变化趋势规划载机平台的调度路径, 当载机平台在某备选停靠点静止时, 可以像物流仓库一样辐射周边顾客.

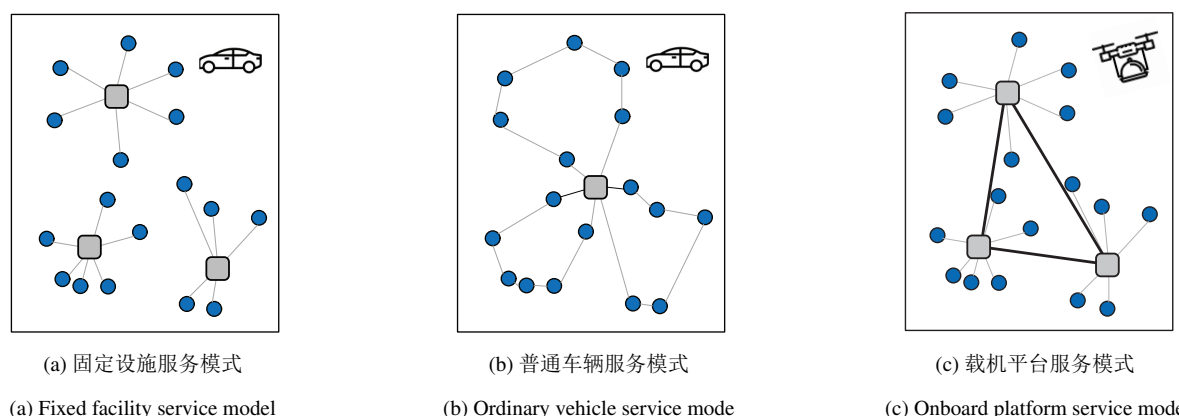


图1 三种服务模式对比

Fig. 1 Comparison of three service modes

目前, 很多偏远的乡村地区物流末端基础设施落后, 利用载机平台搭载无人机进行送货, 不仅配送高效节省人力, 还可以克服交通不便等地理因素的影响. 此外, 相较于固定设施和普通车辆, 载机平台能够更好地适应顾客需求分散、需求随时间波动频繁的物流情境. 与传统的固定仓库相比, 载机平台可以灵活调整设施位置动态满足不同区域的配送需求. 与普通车辆相比, 载机平台区域覆盖能力较强, 可以辐射周边, 同时满足多个顾客的需求. 然而, 载机平台的调度问题在建模求解方面也比前两者复杂很多, 既要在不确定需求下确定载机平台的调度路径和服务关系, 又要考虑载机平台容量、无人机续航里程等限制因素. 目前, 国内外与无人机载机平台调度相关的理论研究涉及固定设施动态选址问题、需求不确定的车辆路径问题和移动设施调度问题.

动态选址问题要求决策者考虑未来需求变化, 制定设施选址的长期决策方案, 包括确定初始选址位置, 设施服务能力调整和重新选址等决策. Antunes 等^[1]研究了固定设施的动态选址问题, 假设设施选址后可以关闭并搬迁到新地址, 旧设施关闭后不能重新使用, 而新建立的设施不能再关闭. 在此基础上, Jena 等^[2]提出的动态设施选址模型允许固定设施在计划期内发生多次变动. 动态设施选址的最新研究, 还考虑了仓

库容量、供应链网络的可靠性等因素对选址的影响^[3-6]. 不确定环境下的车辆路径问题假设客户需求在车辆到达前是未知的, 此时可能会出现顾客需求超出配送车辆服务能力限制的情况. 该类不确定问题通常需要进行两阶段建模^[7-10], 即在第一阶段在客户需求未知时提前进行车辆路径决策, 若车辆到达顾客点时无法满足顾客需求, 要根据采取补偿策略. 若已知顾客需求的概率分布, 通常采用随机规划建模, 若需求的概率分布未知, 则多采用两阶段鲁棒优化模型求解^[11,12]. 关于鲁棒优化的建模细节, 可参考文献[13, 14]. 基于动态选址问题和不确定需求下的车辆路径问题的相关研究, Halper 等^[15]在 2011 年首次提出了移动设施路径规划问题, 利用最大覆盖模型对移动设施调度进行建模, 给出了问题的边界和一些基本假设. 其后, Raghavan 等^[16]考虑了移动设施的容量限制问题, Güden 等^[17]将传统的 P- 中值固定设施选址模型拓展到了移动设施调度领域. Lei 等^[18,19]结合移动设施调度问题的两阶段特点, 提出了求解该问题的双层割平面算法. 值得关注的是, 移动设施调度并不局限与物流配送领域, 医疗领域的移动救援车、通信领域的移动基站、旅游景区的移动餐车等, 都可以作为移动设施调度的应用场景.

目前, 国内外与无人机载机平台调度直接相关的研究还比较少, 而现有的末端配送理论又难以适应无人机送货的调度场景, 故研究载机平台的调度决策具有极强的理论价值和现实意义. 本文基于动态选址问题、不确定需求下的车辆路径问题、移动设施调度问题的相关研究, 在顾客需求分散、需求随时间波动频繁的配送情境下, 采用两阶段鲁棒优化的方法对载机平台调度问题进行建模. 文章内容包括: 1) 构建了确定需求下的无人机载机平台调度模型; 2) 利用多面体集刻画顾客需求的不确定性, 根据 Bertsimas 等^[20,21]提出的鲁棒优化思想, 建立了载机平台调度问题的两阶段鲁棒优化模型, 并通过对偶变换将原模型转化为易求解的鲁棒对等模型; 3) 基于京东物流数据构造鲁棒优化和随机规划模型的测试算例, 采用 L 型算法, 利用 CPLEX 软件求解两种模型并对比求解性能.

2 载机平台调度模型

2.1 问题描述

假设这样一个配送场景: 有 $|I|$ 个顾客点, 顾客集合记为 $I = \{i | i = 1, 2, \dots, |I|\}$; 有 $|J|$ 个载机平台的备选停靠点, 备选点集合记为 $J = \{j | j = 1, 2, \dots, |J|\}$; 有 $|M|$ 个载机平台, 载机平台的集合记为 $M = \{m | m = 1, 2, \dots, |M|\}$. 这里备选设施点的选取与顾客点存在一定的地理相关性, 参考文献[15]中的移动设施最大覆盖模型, 这里假设每个顾客点至少能被 $\lceil |J|/|M| \rceil$ 个载机平台停靠点的服务范围所覆盖, 这一假设能够保证绝大多数情况下, 无人机的续航里程足够满足从载机平台到顾客点的配送需求. 载机平台可以通过在备选停靠点之间移动来动态地满足顾客需求. 每个静止的载机平台可以为周边的多个顾客点提供服务, 但每个顾客点只能分配给一个载机平台.

为方便建模, 将载机平台的调度周期分成 $|T|$ 个离散等长的时间段, 所有时段构成的集合记作 $T = \{t | t = 1, 2, \dots, |T|\}$. 由于单个时段的时长可以控制地足够短, 这里假设载机平台在备选停靠点之间的移动时间是单个时段的整数倍. 此外, 每个载机平台在单个时段所服务的顾客不能超过自身的服务能力. 载机平台的调度决策分为两个层次, 调度期开始前, 决策者需要确定载机平台的使用数量, 选择载机平台在每个时段的停靠位置; 调度期开始后, 决策者需要在每个时段, 确定载机平台和顾客点之间的服务关系, 最小化调度期的总成本.

为简化问题场景, 这里假设载机平台调度问题符合以下条件:

- 1) 所有载机平台规格相同, 即载货量, 搭载的无人机数量相同;
- 2) 载机平台静止时可以为周边顾客提供服务, 移动时无法提供服务;
- 3) 单位时段内的顾客需求若未被满足, 不可以累积到下一个时段;
- 4) 单个无人机每次只为一个顾客提供服务, 且其载重能够满足顾客需求.

载机平台在整个调度期内涉及的成本以下几类:

1) 固定成本: 载机平台及其搭载无人机的购置或租赁成本、人力成本、投资维护成本等。

2) 无效移动成本: 某些时候, 载机平台移动与否并不改变满足的客户总需求. 考虑到载机平台自身的移动也需要一定的成本, 故在满足同样多的顾客需求下, 调度期内载机平台应尽量保持静止, 避免无效移动. 载机平台的总静止时段越少, 移动时段数越多, 无效移动成本越大. 无效移动成本的定义参考了文献[18]中移动设施调度的成本设置.

3) 配送成本: 无人机从载机平台出发, 向顾客进行配送并回程的成本. 由于假设单个无人机每次只为一个顾客提供服务, 故配送成本仅与距离相关, 距离越远成本越高.

4) 惩罚成本: 当顾客需求未被满足时, 需求丢失带来的机会成本, 也可理解利用第三方来满足顾客需求产生的服务成本.

需要注意的是, 这里并没有直接考虑载机平台在备选点之间移动的实际成本, 而是用无效移动成本替代, 可以理解为对载机平台的“无效移动”进行惩罚. 以图 2 为例, 图 2(a)中载机平台通过移动来满足顾客需求, 而图 2(b)中载机平台一直在停留在 A 点提供服务. 对比两种调度方案, 载机平台均满足了 3 个单位的需求, 但由于引入无效移动成本, 前者的总成本会略高于后者. 可以发现, 无效移动成本实际上是一种方案筛选机制, 剔除了满足相同数量顾客需求时, 载机平台移动较为频繁的方案. 值得注意的是, 为避免筛选机制干扰其他成本, 无效移动成本系数不能取太大.

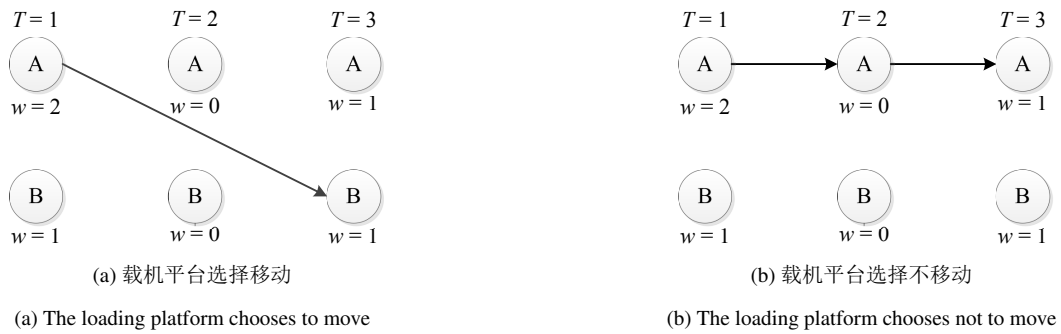


图 2 无效移动成本对调度方案的影响

Fig. 2 Impact of invalid mobile cost on scheduling solution

2.2 确定性规划模型

基于问题描述, 模型中涉及到的变量和相关参数的符号意义说明如下:

y_m 表示是否使用载机平台 m ,

x_{jmt} 表示载机平台 m 是否在时段 t 静止在停靠点 j ,

z_{ijmt} 为载机平台 m 在时段 t 在停靠点 j 满足顾客 i 的需求量,

p_t 为时段 t 所有未被载机平台满足的需求量,

f 为载机平台的固定成本(含人工和投资成本等),

a 为载机平台单位时段的无效移动成本,

b 为无人机单位距离的配送成本,

r 为载机平台未满足需求的单位惩罚成本,

c 为载机平台的最大服务容量,

d_{ij} 为顾客点 i 到停靠点 j 的距离,

w_{it} 为顾客 i 在阶段 t 的需求量,

$T_{jj'}$ 为设施从点 j 移动到点 j' 需要的时段数.

载机平台调度模型(UAV carriers scheduling model, UCSM)为

$$\text{Min} \sum_m f y_m - \sum_j \sum_m \sum_t a x_{jmt} + \sum_i \sum_j \sum_m \sum_t b d_{ij} z_{ijmt} + \sum_t r p_t, \quad (1)$$

s.t.

$$x_{jmt} + x_{j'mt'} \leq y_m, \quad \forall t, m, j, j', j' \neq j, t' \in \{t, \dots, \min\{t + T_{jj'}, |T|\}\}, \quad (2)$$

$$\sum_j \sum_m z_{ijmt} \leq w_{it}, \quad \forall i, t, \quad (3)$$

$$\sum_i z_{ijmt} \leq c x_{jmt}, \quad \forall j, m, t, \quad (4)$$

$$\sum_i \sum_j \sum_m z_{ijmt} + p_t \geq \sum_i w_{it}, \quad \forall t, \quad (5)$$

$$y_m \in \{0, 1\}, \quad \forall m, \quad (6)$$

$$x_{jmt} \in \{0, 1\}, \quad \forall j, m, t, \quad (7)$$

$$z_{ijmt} \geq 0, \quad \forall i, j, m, t, \quad (8)$$

$$p_t \geq 0, \quad \forall t, \quad (9)$$

其中优化模型(1)表示最小化整个调度期的总成本, 包括固定成本、无效移动成本、向顾客点进行配送的成本以及未满足顾客需求产生的惩罚成本. 约束(2)表示载机平台在移动时不能提供服务; 约束(3)表示顾客 i 在时段 t 能被满足的需求量不超过自身的需求; 约束(4)表示载机平台 m 提供的服务量不能超过自身的服务能力限制; 约束(5)用来计算时段 t 未被载机平台满足的需求量; 约束(6)~约束(9)对决策变量进行限制.

3 两阶段鲁棒优化模型

在确定性载机平台调度模型 UCSM 中, 顾客需求被设置为定值, 但在实际调度中, 通常很难清楚地预测调度计划期内每个时段客户的准确需求, 一旦客户需求发生偏差, 原有的调度方案就会偏离最优甚至不可行. 因此, 采用鲁棒优化方法求解需求不确定下的载机平台调度问题.

利用 Bertsimas 等^[20,21]提出的鲁棒优化思想, 顾客需求的不确定性可以用多面体集(polyhedral uncertainty set)来刻画. 定义顾客 i 在时段 t 的不确定需求满足 $\tilde{w}_{it} \in [\bar{w}_{it} - \hat{w}_{it}, \bar{w}_{it} + \hat{w}_{it}]$, 其中 $\bar{w}_{it}$ 表示不确定需求 $\tilde{w}_{it}$ 的期望值, $\hat{w}_{it}$ 表示实际需求与期望值的最大偏差. 在本研究中, 由于只有实际需求大于期望值时, 才会造成调度总成本的上升, 故定义多面体不确定集为

$$\left\{ w_{it} = \bar{w}_{it} + \hat{w}_{it} \theta_{it} \mid \sum_i \theta_{it} \leq \Gamma_t, \forall t, \sum_i \sum_t \theta_{it} \leq \Gamma, 0 \leq \theta_{it} \leq 1, \forall i, t \right\}, \quad (10)$$

其中预算系数 $\Gamma_t \in [0, |I|]$, 表示 t 时段顾客需求偏离期望需求的程度, 当 $\Gamma_t = 0$ 时, 不确定需求全部取期望值, 此时模型等价于确定性规划模型; 当 $\Gamma_t = |I|$ 时, 不确定需求全部取最大偏离值, 此时多面体集等价于盒子不确定集(box uncertainty set), 模型等价于 Soyster 完全鲁棒优化模型^[22]. 这样, 模型的不确定性水平可以通过调整预算系数来实现, 预算系数满足条件 $\sum_t \Gamma_t = \Gamma$.

不确定需求下, 载机平台调度问题包括两个阶段的决策. 第一阶段, 在需求不确定时, 提前确定载机平台的使用数量和调度路径; 第二阶段, 基于第一阶段得到的载机平台调度方案, 确定最差需求情形下的需求分配方案. 不难发现, 前者属于先验决策而后者属于补偿决策. 鲁棒优化模型是在最差的需求情形下确定载

机平台的使用数量、调度计划和需求分配方案, 实现成本最小化.

第一阶段模型如下, 令 $\text{OPT}[\text{RP}(X, \Gamma)]$ 表示第二阶段的最优目标值, 即当前调度计划下, 配送成本和惩罚成本的最小值, 即

$$\text{Min} \sum_m f y_m - \sum_j \sum_m \sum_t a x_{jmt} + \text{OPT}[\text{RP}(X, \Gamma)], \quad (11)$$

s.t.

$$x_{jmt} + x_{j'mt'} \leq y_m, \quad \forall t, m, j, j', \quad j' \neq j, \quad t' \in \{t, \dots, \min\{t + T_{jj'}, |T|\}\}, \quad (12)$$

$$y_m \in \{0, 1\}, \quad \forall m, \quad (13)$$

$$x_{jmt} \in \{0, 1\}, \quad \forall j, m, t, \quad (14)$$

第二阶段模型 $\text{RP}(X, \Gamma)$ 为

$$\text{Max}_{\theta} \text{Min}_{z,p} \left\{ \sum_i \sum_j \sum_m \sum_t b d_{ij} z_{ijmt} + \sum_t r p_t \right\}, \quad (15)$$

s.t.

$$\sum_j \sum_m z_{ijmt} \leq \bar{w}_{it} + \hat{w}_{it} \theta_{it}, \quad \forall i, t, \quad (16)$$

$$\sum_i z_{ijmt} \leq c x_{jmt}, \quad \forall j, m, t, \quad (17)$$

$$\sum_i \sum_j \sum_m z_{ijmt} + p_t \geq \sum_i (\bar{w}_{it} + \hat{w}_{it} \theta_{it}), \quad \forall t, \quad (18)$$

$$z_{ijmt} \geq 0, \quad \forall i, j, m, t, \quad (19)$$

$$p_t \geq 0, \quad \forall t, \quad (20)$$

$$\sum_i \theta_{it} \leq \Gamma_t, \quad \forall t, \quad (21)$$

$$\sum_i \sum_t \theta_{it} \leq \Gamma, \quad (22)$$

$$0 \leq \theta_{it} \leq 1, \quad \forall i, t. \quad (23)$$

注意到第二阶段问题是一个 Max-Min 形式的问题, 无法直接求解, 这里采用对偶理论, 将其转换为单纯的极大化问题. 对于给定的 $(\bar{X}, \bar{\Gamma})$, 第二阶段补偿问题的里层最小化问题为

$$\text{RP}(\bar{X}, \bar{\Gamma}) : \text{Min}_{z,p} \sum_i \sum_j \sum_m \sum_t b d_{ij} z_{ijmt} + \sum_t r p_t, \quad (24)$$

s.t. 式(16)~式(20),

其对偶问题为

$$\text{Max} \sum_i \sum_t \eta_t (\bar{w}_{it} + \hat{w}_{it} \theta_{it}) - \sum_i \sum_t \lambda_{it} (\bar{w}_{it} + \hat{w}_{it} \theta_{it}) - c \sum_j \sum_m \sum_t \gamma_{jmt} x_{jmt}, \quad (25)$$

s.t.

$$\eta_t - \lambda_{it} - \gamma_{jmt} \leq b d_{ij}, \quad \forall i, j, m, t, \quad (26)$$

$$\eta_t \leq r, \quad \forall t, \quad (27)$$

$$\lambda_{it} \geq 0, \quad \forall i, t, \quad (28)$$

$$\gamma_{jmt} \geq 0, \quad \forall j, m, t, \quad (29)$$

$$\eta_t \geq 0, \forall t, \quad (30)$$

其中 λ, γ 和 η 是对应式(16), 式(17)和式(18)的最优单纯形乘子. 故第二阶段子问题可以转化为一个双线性最大化问题 $\text{DRP}(\bar{X}, \bar{T})$, 其模型为

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \sum_i \sum_t \eta_t (\bar{w}_{it} + \hat{w}_{it} \theta_{it}) - \sum_i \sum_t \lambda_{it} (\bar{w}_{it} + \hat{w}_{it} \theta_{it}) - c \sum_j \sum_m \sum_t \gamma_{jmt} x_{jmt}, \\ \text{s.t.} \quad & \text{式(18)~式(20), 式(23)~式(27)}. \end{aligned} \quad (31)$$

可以发现, 需求偏离变量 θ_{it} 与对偶变量 η_t, λ_{it} 的乘积使得最大化问题不再是线性问题, 故还要进一步对模型进行线性化处理. 根据 Gabrel 等^[23]的研究可知, 这里 $\text{DRP}(\bar{X}, \bar{T})$ 是 Y 的一个凸状分段线性函数, 若 $\Gamma \in \mathbb{Z}^+, \Gamma_t \in \mathbb{Z}^+, \forall t \in T$, 则模型 $\text{DRP}(\bar{X}, \bar{T})$ 有最优解 (v^*, θ^*) , 且满足 $\theta_{it}^* \in \{0, 1\}, \forall i, t$. 而在载机平台调度的鲁棒优化模型中, Γ 和 Γ_t 是整数, 表示需求值偏离期望值的数量, 故 θ_{it}^* 是 0-1 变量. 利用这一结论, 可以引入新变量 u_{it}, v_{it} , 分别代替 θ_{it} 与对偶变量 η_t, λ_{it} 的乘积, 当 $\theta_{it} = 1$ 时, $u_{it} = \eta_t, v_{it} = \lambda_{it}$, 否则 $u_{it} = 0, v_{it} = 0$, 最终得到线性化的第二阶段子问题, 记为 $\text{DRP}(\bar{X}, \bar{T})$, 其模型为

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \sum_i \sum_t (\bar{w}_{it} \eta_t + \hat{w}_{it} u_{it}) - \sum_i \sum_t (\bar{w}_{it} \lambda_{it} + \hat{w}_{it} v_{it}) - c \sum_j \sum_m \sum_t \gamma_{jmt} x_{jmt}, \\ \text{s.t.} \quad & \end{aligned} \quad (32)$$

式(21)~式(23), 式(26)~式(30),

$$u_{it} \leq \eta_t, \forall i, t, \quad (33)$$

$$u_{it} \leq r \theta_{it}, \forall i, t, \quad (34)$$

$$v_{it} \leq \lambda_{it}, \forall i, t, \quad (35)$$

$$v_{it} \leq M \theta_{it}, \forall i, t, \quad (36)$$

$$\theta_{it} \in \{0, 1\}, \forall i, t, \quad (37)$$

其中约束(34)的原本形式为 $u_{it} \leq M \theta_{it}, \forall i, t$, M 为对偶变量 η_t 的上界, 是一个足够大的常数. 由约束(27)可知, η_t 的上界为 r , 故将 M 替换为 r .

需要注意的是, 现实中不确定参数通常会随着时间的推进而逐渐透明化, 需求的不确定区间会逐渐缩小直到收敛至确定值. 在第一阶段需求信息尚未披露时, 决策者需要根据对不确定参数的预测进行决策, 但这通常无法保证决策的准确性; 因此在进行第二阶段决策时, 决策者要做的是根据逐渐披露的信息对第一阶段的决策误差进行补偿性优化, 这也使得两阶段决策在整体上可以保持较好的准确性.

4 算法设计: L 型算法(L-shaped method)

第3节构建的载机平台两阶段调度模型, 第一阶段模型是一个线性整数规划(ILP), 第二阶段模型, 通过鲁棒对等转换和线性化处理后, 变成一个混合线性整数规划问题(MILP), 均是求解器可以处理的形式. 这里为方便表述, 将第一阶段模型定义为主问题, 第二阶段模型定义为子问题, 采用 L 型算法^[24]对两阶段鲁棒优化模型进行求解. 需要注意的是, L 型算法并不是直接对整个问题进行求解, 而是对第一阶段主问题进行松弛, 通过求解第二阶段子问题构造最优割约束, 不断地添加到松弛主问题(relaxed master problem), 迭代求解.

最优割约束为

$$\text{opt} \geq \sum_i \sum_t (\bar{w}_{it} \eta_t + \hat{w}_{it} u_{it}) - \sum_i \sum_t (\bar{w}_{it} \lambda_{it} + \hat{w}_{it} v_{it}) - c \sum_j \sum_m \sum_t \gamma_{jmt} x_{jmt}, \quad (38)$$

其中最优割约束的左边变量 opt 是主问题目标函数的一部分, 对应向顾客点进行配送的成本和未满足需求的惩罚成本; 最优割约束的右边是子问题的目标函数. 求解时, 初次迭代需要将主问题中最优割的参数初始化, 即 $(\lambda, \eta, \gamma, u, v)$ 初始化为 0; 迭代过程中, 对应第 k 次迭代, 首先求解主问题, 得最优解 (Y^k, X^k, opt^k) , 目标值设为下界 LB; 对于给定的 (Y^k, X^k, opt^k) , 求解子问题, 得最优解 $(\lambda^k, \eta^k, \gamma^k, u^k, v^k)$, 进而得到上界 UB; 不断迭代求解主问题和子问题, 若 $\text{UB} = \text{LB}$, 则 (Y^k, X^k, opt^k) 即为主问题最优解, 否则持续迭代. 算法流程如图 3 所示.

需要注意的是, 标准的 L 型算法在子问题不可行的情况下, 还会构造可行割添加到主问题中. 本问题构建的两阶段模型, 由于第二阶段子问题允许出现未满足需求, 故子问题始终具有可行解. 因此, 算法流程中无需检验子问题的可行性, 而第一阶段主问题中也不会出现相应的可行割约束.

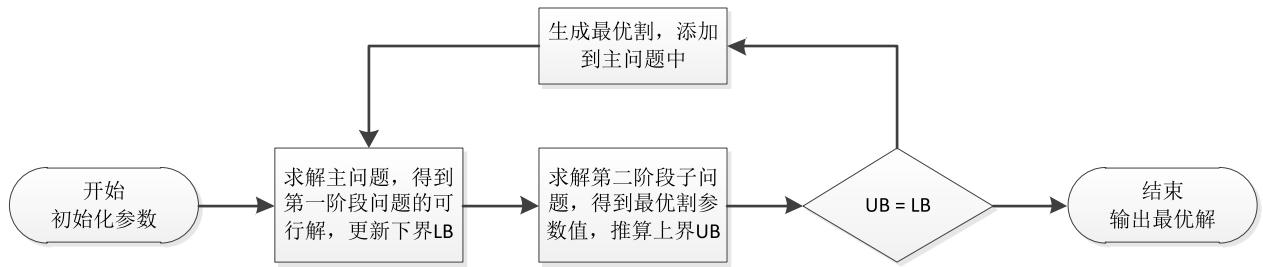


图 3 L 型算法求解流程

Fig. 3 Process of L-shaped algorithm

5 数值实验

5.1 参数设置

为贴近实际配送场景, 以 2018 年京东物流全球运筹优化挑战赛车辆智能调度的初赛数据集为基础, 构造适合载机平台调度场景的算例. 原始数据集包括配送中心、充电站和商家等节点, 提供了节点相关的 GIS 地理坐标, 可参考网址: <https://jddata.jd.com/html/detail.html?id=5>. 算例构造时, 将原数据集中的部分商家作为顾客点, 采用 K-means 聚类的方法选取合适数量的备选停靠点, 以保证顾客点和停靠点具有地理上的相关性. 载机平台调度问题的其它相关参数设置如下: 固定成本 $f = 1\,000$, 单位时段的无效移动成本 $a = 0.1$, 单位距离的配送成本 $b = 0.1$, 单位惩罚成本 $r = 10$, 载机平台的容量 $c = 200$.

给定以上参数后, 问题的规模由顾客点数、载机平台停靠点数以及调度期时段的数量确定. 定义算例规模为 $(|I|, |J|, |T|)$, 取顾客点数量 $|I| \in \{10, 15, 20, 25, 30\}$; 备选点停靠点数量 $|J| = \alpha|I|$, $\alpha \in (0, 1]$, 时段数 $|T| \in \{10, 20\}$. 例如 $(20, 10, 10)$ 表示有 20 个顾客点, 10 个备选停靠点, 时段数为 10, 算例规模为 2 000.

5.2 求解效率分析

数值实验的运行环境为 Intel(R) Core(TM) i5-5200U CPU @2.20GHz RAM: 8G, 在 Anaconda 环境下利用 Python 3.6 编程语言调用 CPLEX 12.8 求解器进行求解.

为测试鲁棒优化方法的求解效率, 这里将鲁棒优化方法与随机规划方法进行对比. 定义顾客需求的期望 $\bar{w}_{it} \in [50, 100]$, 需求量偏差 $\hat{w}_{it} = \mu_t \bar{w}_{it}$, $\mu \in [0, 1]$; 定义不确定预算 $\Gamma = \lfloor \xi |I| |T| \rfloor$, $\xi \in [0, 1]$; $\Gamma_t \in [0, |I|]$; Γ 与 Γ_t 均取整数. 对于随机规划方法, 假设顾客需求量满足均匀分布 $[\bar{w}_{it} - \hat{w}_{it}, \bar{w}_{it} + \hat{w}_{it}]$, 按均匀分布的方法随机生成 50 个样本. 保持其它参数不变, 根据 5.1 节的算例生成方法, 构造 5 个算例, 使用鲁棒优化和随机规划两种方法求解该问题, 结果如表 1 所示.

由表 1 可知, 当 $\xi = 0$ 或 $\xi = 1$ 时, 模型表现并不好, 说明确定性规划和完全鲁棒优化模型并不能很好地适应需求不确定的配送情景. 当 $\xi = 0.5$ 时, 鲁棒优化方法得到的目标值与随机规划接近, 两者在第一阶段决策得到的载机平台调度路径也基本相同, 仅在第二阶段确定服务关系时有所差异. 以算例 $(15, 5, 10)$ 为

例, 调度期分为 10 个时段, 图 4 展示了 3 个载机平台在 5 个备选停靠点之间移动的调度路径.

对比 $\xi = 0$, $\xi = 0.5$ 与 $\xi = 1$ 三个模型可知, 通过调整预算系数, 鲁棒优化模型仅需增加少量的计算时间, 就可以大幅降低目标成本. 当 $\xi = 0.5$ 时, 鲁棒优化模型可以得到比随机规划质量还要好的解, 且其在 5 个算例上的平均求解时间仅为 254 s, 而随机规划需要 2 167 s. 通过调整预算系数, 鲁棒优化在解的质量和求解速度上, 都占有优势, 且求解速度方面的优势更明显.

表 1 鲁棒优化与随机规划求解效率分析

Table 1 Efficiency analysis of robust optimization and stochastic programming

算例规模	鲁棒优化目标值			随机规划目标值
	$\xi = 0$	$\xi = 0.5$	$\xi = 1$	
(15,5,10)	5 764.12	4 906.67	5 814.57	5 063.46
(15,5,20)	7 354.57	6 250.91	7 366.54	6 634.52
(20,10,20)	11 241.33	9 954.85	11 343.69	10 112.36
(25,10,10)	10 334.12	8 387.93	10 772.73	8 837.57
(30,10,10)	15 172.92	13 918.56	15 209.47	14 022.53
平均求解时间(s)	172	254	332	2 167

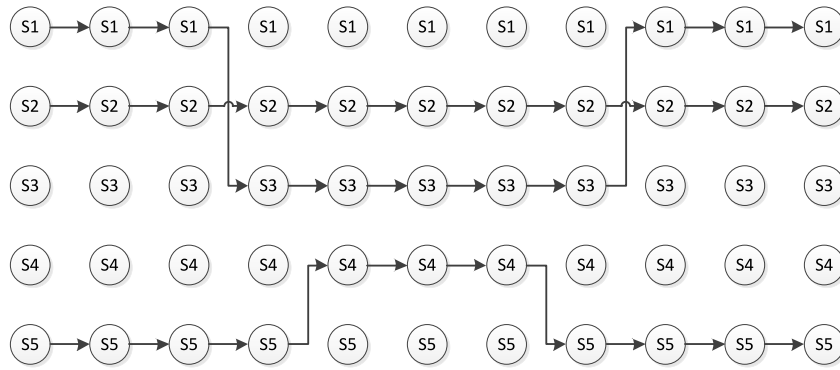


图 4 算例(15, 5, 10): 鲁棒优化与随机规划的载机平台调度图

Fig. 4 Examples (15, 5, 10): Scheduling scheme of UAV carriers based on robust optimization and stochastic programming

5.3 模型经济性分析

由不确定预算系数 Γ 的定义可知, 当 $\xi = 0$ 时, 不确定参数全部取期望值, 鲁棒优化模型等价于确定性规划, 记为 P_{det} , 总成本记为 O_{det} ; 当 $\xi \in (0, 1)$ 时, 顾客需求的不确定性可以用多面体集来刻画, 模型记为 P_{rob} , 总成本记为 O_{rob} ; 当 $\xi = 1$ 时, 不确定参数可以用盒子不确定集来刻画, 问题转化为完全鲁棒优化模型, 记为 P_{box} , 总成本记为 O_{box} .

为衡量三种模型的系统表现, 文献[19]中的模型分析方法, 定义经济性评价指标

$$E_{\text{box}} = \frac{O_{\text{box}} - O_{\text{rob}}}{O_{L5dI}}, \quad (39)$$

$$E_{\text{det}} = \frac{O_{\text{det}} - O_{\text{rob}}}{O_{\text{rob}}}, \quad (40)$$

其中 E_{box} 和 E_{det} 分别表示 P_{rob} 决策相对于 P_{box} 决策和 P_{det} 决策在总成本上的降低. 以算例(30, 10, 10)为例, 需求不确定性水平对系统成本的影响如表 2 所示.

可以看出, 为应对需求不确定性水平的上升, 调度方案增加了载机平台的使用数量, 这也导致惩罚成本和未满足需求的持续下降. 然而, 调度方案的总成本却先减少后增加, 如图 5 所示, 当 $\xi < 0.5$ 时, 随着预算系数的增加, 惩罚成本的下降幅度要超过固定成本和配送成本的上升幅度, 故总成本呈现出单调下降的趋势; 当 $\xi > 0.5$ 时, 若预算系数继续增加, 固定成本和配送成本的上升幅度将超过惩罚成本的下降幅度, 故总成本呈现出单调上升的趋势.

从 E_{det} 和 E_{box} 的变化可以看出, 当预算水平 $\xi \in [0.1, 0.9]$, P_{rob} 模型的经济性要优于 P_{det} 模型和 P_{box} 模型. 以 $\xi = 0.5$ 为例, 相对于 P_{det} 决策, P_{rob} 模型的总成本和平均惩罚成本分别降低了 6.28% 和 43.62%, 未满足需求比例从 10.94% 减少到 5.46%, 调度方案满足了 94.54% 以上的客户需求. 虽然完全鲁棒模型可以继续满足 3% 的需求, 但是总成本却增加了 9%. 可以看出, P_{rob} 模型通过适当放松决策的鲁棒性提高了决策的经济性.

表 2 不同预算水平下的实验结果
Table 2 Experimental results at different budget levels

预算水平	载机平台数量	惩罚成本	未满足需求 / %	总成本	$E_{\text{det}} / \%$	$E_{\text{box}} / \%$
0.0	8	2 990.26	10.94	15 172.92	0.00	null
0.1	8	2 690.79	9.84	14 788.10	0.74	0.59
0.2	8	2 452.05	8.61	14 696.86	2.23	1.83
0.3	9	2 168.43	8.01	14 373.00	5.53	4.76
0.4	9	1 924.34	6.02	14 121.45	6.14	5.88
0.5	9	1 685.94	5.46	13 918.56	6.28	6.03
0.6	10	1 497.13	4.21	14 238.81	6.09	5.89
0.7	11	1 235.21	3.95	14 472.50	5.32	5.07
0.8	11	972.31	3.22	14 640.20	5.07	4.93
0.9	12	653.24	2.75	14 934.33	0.24	0.07
1.0	12	437.15	2.51	15 209.47	0.17	0.00

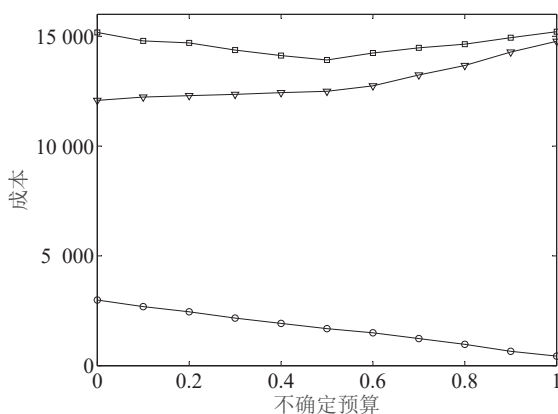


图 5 算例(30, 10, 10): 鲁棒优化模型的成本变化

Fig. 5 Examples (30, 10, 10): Trend line of costs for robust optimization model

另外需要关注的是, 载机平台的使用数量与预算水平并不是线性变化的. 可以发现, 当预算水平从 0.0 增加到 0.2 时, 载机平台的使用数量一直保持在 8 个, 而惩罚成本和未满足需求却减少了. 这说明, 载机平台调度模型有两种提高决策鲁棒性的方法, 一是增加载机平台的数量, 二是调整载机平台的调度方案. 在应对不确定性水平上升时, 模型会优先采用调整载机平台调度路径的方法, 只有当调度方案的调整不足以应对需求变化时, 载机平台的使用数量才会增加. 从管理学角度看, 载机平台的购置数量属于长期战略决策, 一经确定后, 不会随意更改; 而路径和调度计划的调整属于短期战术决策, 可以根据顾客需求的不确定水平进行灵活调整. 算例分析发现, 随着不确定性水平的递增, 载机平台的路径和调度计划呈现出渐进式调整的规律, 服务提供商只需在原有方案的基础上进行小幅度的调整, 就可以有效应对顾客需求的波动性, 这种渐进式调整决策方案的特性, 能够有效降低运营和管理的难度.

6 结束语

随着无人机末端配送系统的完善, 载机平台的调度决策必将成为新的研究热点. 目前, 国内外与无人机

载机平台调度直接相关的研究还比较少,而现有的末端配送理论又难以适应无人机送货的调度场景,故研究载机平台的调度决策具有极强的理论价值和现实意义。

本文在顾客需求分散,需求随时间波动频繁的配送情境下,用多面体集刻画顾客的不确定需求,建立载机平台调度的两阶段鲁棒优化模型。第一阶段,在需求不确定时,提前确定载机平台的使用数量和调度路径;第二阶段,基于第一阶段得到的载机平台调度方案,确定最差需求情形下的需求分配方案。数值实验结果表明,鲁棒优化的求解效率优于随机规划,且通过调整不确定预算系数适当放松模型的鲁棒性,可以大幅提高决策的经济性。面对需求的不确定性,系统会优先考虑调整载机平台的调度路径,其次考虑增加载机平台的数量,调度方案呈现出渐进式调整的规律。

参考文献:

- [1] Antunes A, Berman O, Bigotte J O, et al. A location model for urban hierarchy planning with population dynamics. *Environment and Planning A*, 2009, 41(4): 996–1016.
- [2] Jena S D, Cordeau J F, Gendron B. Solving a dynamic facility location problem with partial closing and reopening. *Computers & Operations Research*, 2016, 67(3): 143–154.
- [3] Emirhüseyinoglu G, Ekici A. Dynamic facility location with supplier selection under quantity discount. *Computers & Industrial Engineering*, 2019, 134(8): 64–74.
- [4] Schiffer M, Walther G. An adaptive large neighborhood search for the location-routing problem with intra-route facilities. *Transportation Science*, 2018, 52(2): 331–352.
- [5] 于冬梅,高雷阜,赵世杰. 不确定与损毁情景下可靠性设施选址鲁棒优化模型与算法研究. *系统工程理论与实践*, 2019, 39(2): 498–508.
Yu D M, Gao L F, Zhao S J. Robust optimization model and algorithm for reliability facility location under uncertainty and failure scenarios. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2019, 39(2): 498–508. (in Chinese)
- [6] 彭 春,李金林,冉 伦,等. 基于两个不确定参数乘积的鲁棒设施选址模型. *系统工程理论与实践*, 2017, 37(12): 3170–3181.
Peng C, Li J L, Ran L, et al. Robust facility location model with two multiplicative uncertainties. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2017, 37(12): 3170–3181. (in Chinese)
- [7] Cetinkaya C, Karaoglan I, Gokcen H. Two-stage vehicle routing problem with arc time windows: A mixed integer programming formulation and a heuristic approach. *European Journal of Operational Research*, 2013, 230(3): 539–550.
- [8] 范厚明,吴嘉鑫,耿 静,等. 模糊需求与时间窗的车辆路径问题及混合遗传算法求解. *系统管理学报*, 2020, 29(1): 107–118.
Fan H M, Wu J X, Geng J, et al. Hybrid genetic algorithm for solving fuzzy demand and time windows vehicle routing problem. *Journal of Systems & Management*, 2020, 29(1): 107–118. (in Chinese)
- [9] 王付宇,叶春明,王 涛,等. 震后伤员救援车辆两阶段规划模型及算法研究. *管理科学学报*, 2018, 21(2): 68–79.
Wang F Y, Ye C M, Wang T, et al. Research on two stage planning model and algorithm of wounded rescue vehicle after earthquake. *Journal of Management Sciences in China*, 2018, 21(2): 68–79. (in Chinese)
- [10] 黄 敏,任 亮,王兴伟. 带有随机运输时间和成本的4PL路径优化问题. *系统工程学报*, 2019, 34(1): 82–90.
Huang M, Ren L, Wang X W. Fourth party logistics routing optimization problem with stochastic transportation time and cost. *Journal of Systems Engineering*, 2019, 34(1): 82–90. (in Chinese)
- [11] 王 昱,唐加福. 医院手术调度问题的两阶段鲁棒优化方法研究. *系统工程学报*, 2016, 31(4): 431–440.
Wang Y, Tang J F. A two-stage robust optimization method for solving surgery scheduling problem. *Journal of Systems Engineering*, 2016, 31(4): 431–440. (in Chinese)
- [12] 王珊珊,李金林,彭 春,等. 不确定服务时间下分布式鲁棒门诊预约调度和排程. *系统工程学报*, 2019, 34(4): 566–576.
Wang S S, Li J L, Peng C, et al. Distributionally robust outpatient appointment scheduling and sequencing with uncertain service times. *Journal of Systems Engineering*, 2019, 34(4): 566–576. (in Chinese)
- [13] Ben-Tal A, El Ghaoui L, Nemirovski A. Robust optimization. New Jersey: Princeton University Press, 2009.
- [14] Bertsimas D, Brown D, Caramanis C. Theory and applications of robust optimization. *SIAM Review*, 2011, 53(3): 464–501.
- [15] Halper R, Raghavan S. The mobile facility routing problem. *Transportation Science*, 2011, 45(3): 413–434.
- [16] Raghavan S, Sahin M, Salman F S. The capacitated mobile facility location problem. *European Journal of Operational Research*, 2019, 277(2): 507–520.