基于风险分散契约的损失规避型供应商产能投资

马 超[1,2], 何 娟[1], 雷 倩[1]
(1. 西南交通大学交通运输与物流学院, 四川 成都 610074;
2. 湖北文理学院汽车与交通工程学院, 湖北 襄阳 441053)

摘要: 针对单个损失规避供应商和单个风险中性制造商的产能矛盾问题, 通过应用分离收益与成本的方法, 建立了风险分散契约模型, 并讨论了该契约的可行性. 研究发现, 该契约能协调供应链, 实现 Pareto 改进且合理分配系统绩效. 比较了风险分散契约与其它契约(包括期权和补偿契约)的差异, 表明风险分散契约比上述其它契约更易被交易双方接受. 这进一步说明风险分散契约在处理损失规避环境下的产能投资问题方面具有一定的优势. 应用算例验证了本文的理论结果.

关键词: 产能投资; 损失规避; 风险分散契约; 协调; Nash 议价
中图分类号: F274 **文献标识码**: A **文章编号**: 1000−5781(2020)05−0657−13
doi: 10.13383/j.cnki.jse.2020.05.008

Capacity investment analysis of loss averse supplier based on risk diversification contract

Ma Chao[1,2], He Juan[1], Lei Qian[1]
(1. School of Transportation and Logistics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610074, China;
2. School of Automotive and Transportation Engineering, Hubei University of Arts and Sciences, Xiangyang 441053, China)

Abstract: A risk diversification contract model is established by applying the method of separation of revenue and cost, and the feasibility of this contract is discussed, to alleviate the conflict of the capacity between a single loss averse supplier and a single risk neutral manufacturer. The study shows that this contract can coordinate the supply chain, realize the Pareto improvement, and distribute the system performance effectively and reasonably. In addition, comparison of the risk diversification contract with other contracts (including an option and payback contract), indicates agents are more willing to accept the risk diversification contract rather than the others. This further illustrates that the risk diversification contract has a certain advantage for dealing with the capacity investment problem under loss aversion environments. Finally, extensive numerical investigations are conducted to illustrate the theoretical results.

Key words: capacity investment; loss averse; risk diversification contract; coordination; Nash bargaining

1 引 言

企业经常面临的挑战是确保其供应商具有足够的研发、维护和生产的能力. 如通用汽车(General

收稿日期: 2018−04−21; 修订日期: 2019−04−26.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71873111); 教育部人文社科规划基金资助项目(18YJAZH024); 襄阳市软科学资助项目(20190512).

Motors)和其金属车身的供应商–费希博德(Fisher Body)[1]. 随着需求的增加, 通用汽车希望费希博德不断的拓展工厂, 从而加大其产能. 而由于议价能力低下或者事后机会主义行为的影响, 费希博德对未来收益是否充足持怀疑态度, 因而她不会选择增大投资拓展产能. 因此, 随着时间的推移, 为激励费希博德做出一个适当的产能投资, 通用汽车会签订一个独家采购合同, 对费希博德的产能投资成本进行补贴, 并最终实现了垂直整合. 那么针对上下游企业产能投资矛盾的事实, 决策者应该如何做?

为刺激供应商提高产能投资水平, 人们提出了一系列理论成果. 一方面是垂直整合, 它能较为彻底的消除产能投资矛盾, 但是需要大量的成本且存在与之对应的风险与挑战[2]. 另一方面是在买卖双方建立一个长期关系, 然而由于产能投资的范围以及可能改变的市场特点, 这一关系可能很难维护. 最后一方面则是通过引入各类型契约来缓解这一难题. 如, 期权契约[3−6]能提高供应商的产能投资, 补偿契约[7−9]在一定条件下可以协调供应链. 本文更关注最后一类缓解产能投资矛盾的方法: 契约.

为改善产能投资矛盾, 本文从风险的角度考虑一类风险分散契约[1]. 该类契约包含两方面. 一方面损失分担机制: 制造商承诺分担部分供应商的产能损失, 以促使供应商的最优策略达到系统最优的情况; 另一方面补偿机制: 如果一方利润降低, 那么另一方答应在不减少自身利润的基础上, 对其给予一定补偿. 风险分散契约是否值得采用(或可行的)? 在处理产能投资问题中存在多种契约, 相比其它契约, 风险分散契约有何优势? 即交易参与者为什么选用风险分散契约而不是其它? 为回答这些问题, 本文沿用 He等[11] 提出的契约选择的标准, 即可行契约能实现系统绩效的合理分配.

值得注意的是, 在已有关于产能投资的文献中, 决策者的风险态度大多是风险中性的[2], 而自前景理论提出以来, 损失规避现象在多个领域便得到了证实[12,13]. 此后, 将决策者损失规避行为引入到报童模型上, 部分学者以此为基础考虑最优策略问题[14−16], 还有部分学者则是考虑了供应链契约问题. 在理论模型研究方面, Wang 等[17]表明了利润/损失分担–回购契约能协调具损失规避型零售商的供应链, 且均能在制造商与零售商间任意分配系统利润; Shi 等[18]则指出了回购契约与价格补贴契约均与 Wang 等[17]提出的利润/损失分担–回购契约具有相同的效果. 在实验验证方面, 价格契约的模块大小[19]以及固定费用框架[20]对确定需求下具有限理性零售商的供应链效率有着不可分割的关系; Becker-Peth 等[21] 表明了基于行为模型的回购契约设计要比基于标准模型的回购契约设计更具有执行力; Davis 等[22]验证了具决策者有限理性行为的供应链无法通过提前采购折扣契约到达协调; 刘云志等[23]表明回购–质量成本分担契约能协调具损失规避和质量水平的二级供应链. 上述文献均在一定程度上表明了决策者的损失规避行为对策略的制定及供应链的协调有着直接的影响, 事实上, 上游企业同样存在大量损失规避行为, 如文献[24–26]. 由此, 在考虑产能投资问题时, 供应商的损失规避特性似乎也将作为一个重要因素得到关注. 此外, 上述学者在讨论具损失规避行为问题时, 大部分人应用的是使模型复杂化的效用函数评价法, 而仅有文献[19, 29–22] 采用了分离收益与成本为两个心理账户的建模方法, 那么引入心理账户分离法来刻画损失规避型行为, 风险分散契约下损失规避型供应商的最优产能投资又将如何?

基于以上分析, 本文考虑一个损失规避型供应商和一个风险中性型制造商所组成的供应链, 在需求和交易双方议价能力不确定的情况下, 提出合理缓解产能投资矛盾的机制. 本文通过引入心理账户分离的建模方法来刻画供应商的损失规避效用, 制定以实现供应商绩效最大化为目标的最优产能投资策略. 从风险控制的角度出发, 提出风险分散契约, 并表明该契约能协调供应链、实现 Pareto 改进及合理分配供应链系统绩

[1]在该契约中, 通过分担损失风险来增加系统利润, 并进一步通过旁支付来分配利润. 该风险分散契约是不同于转移支付契约. 因为转移支付契约(side payment contract, 如文献[10]仅具有转移支付的功能, 缺少风险分担的功能. 同样地, 由于风险共担契约(risk sharing contract)仅具有转移风险的功能, 缺少补偿支付的特点, 因而, 风险共担契约与风险分散契约是不同的.

[2]决策者表现的行为是有多样的, 针对不同决策者行为, 其产能投资策略的讨论, 可以根据不同表现行为进行讨论. 事实上, He 等[11]已考虑了决策者表现出风险规避特性的产能投资问题. 而损失规避行为作为一种决策者偏好行为, 在现实生活中影响深远. 本文则偏重于决策者表现出损失规避行为下的产能投资问题.

效. 在供应链协调和交易双方绩效均不减少的前提下, 比较风险分散契约与其它契约(包括期权契约和补偿契约)的不同, 指出风险分散契约相对于其它提到的契约更易被交易双方接受.

2　具缺货损失的产能投资模型

2.1　基本假设

考虑由一个损失规避的供应商和一个风险中性的制造商构成的供应链. 制造商负责研发和销售产品, 供应商负责向制造商提供相应零部件. 制造商决定提供给供应商的相关契约, 而供应商则对最佳产能进行决策, 双方决策次序如图 1 所述.

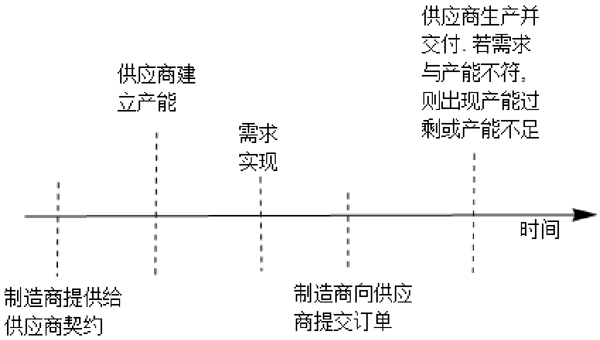

图 1　渠道成员决策次序

Fig. 1　Sequence of channel members' decision

供应链成员是在满足 IGFR 的累积分布函数 $F(x)$ 和概率分布函数 $f(x)$的随机市场 x 下进行决策制定的. 为不失一般性, $F(0)=0$. 在生产单位成本 c^{s} 和产能投资单位成本 c_{k} 的基础上, 供应商决定其产能投资 K, 制造商则以单位批发价 w 从供应商购买到产品后, 进行加工、生产, 并以单位零售价 p 投入市场. 当产能投资不足时, 上游供应商因中断生产导致缺货而造成单位损失 g, 同时下游制造商因未能满足饱和需求而造成单位损失 v^{m}; 当产能投资过剩时, 则会对上游供应商造成单位损失 v^{s}. 一般地, 供需双方为保证获利, 不妨假定产品研发成本为零, $p>w>c^{\mathrm{s}}+c_{\mathrm{k}}>0$, $w\geqslant v^{\mathrm{s}}\geqslant 0$, $w-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}}\geqslant g\geqslant 0$, $p-w\geqslant v^{\mathrm{m}}\geqslant 0$.

针对供应商的损失规避态度, 采用收益和成本分离的方法来刻画其效用[24,30]

$$G(x)=-\vartheta(x)^{-}+(x)^{+},$$

其中 $(x)^{-}=-\min\{x,0\}$, $(x)^{+}=\max\{x,0\}$. $\vartheta\geqslant 1$ 表示损失规避程度, 特别的, $\vartheta=1$ 表示风险中性.

为简便起见, 表1给出了相关符号.

表 1　相关符号

Table 1　The related symbols

符号	含义	符号	含义	符号	含义	符号	含义
K	产能投资水平	ϑ	损失规避系数	π	期望利润	s	供应商
$*$	最优情况	p	单位零售价	w	单位批发价	c^{s}	单位生产成本
v^{s}	供应商单位产能过剩损失	v^{m}	制造商单位产能不足损失	g	供应商单位产能不足损失	E	期望算子
x	随机市场需求	F	累积分布函数	f	概率分布函数	I	集中式决策
a	风险分散契约	λ	损失分担比例	T	旁支付	O	期权契约
w_{option}	期权价	K_{option}	期权量	B	补偿契约	ρ	单位补偿价
m	制造商	c_{k}	单位产能投资成本	G	损失规避效用函数	D	批发价契约

2.2 基准模型

假定q为制造商从供应商购买的产品量, 需求实现时 $q=x$. $S(K)$是产能投资水平为K时的期望销售数量, 即$S(K)=\mathrm{E}[\min\{K,x\}]=K-\int_0^K F(x)\mathrm{d}x$.

2.2.1 集中式决策

首先, 考察集中式决策的情况. 由于制造商和供应商在同一个决策组织中, 于是系统利润[3]为

$$\pi_{\mathrm{I}}=(p-c^{\mathrm{s}})S(K)-v^{\mathrm{s}}\mathrm{E}[(K-x)^{+}]-g\mathrm{E}[(x-K)^{+}]-v^{\mathrm{m}}\mathrm{E}[(x-K)^{+}]-c_{\mathrm{k}}K. \tag{1}$$

由于 $\dfrac{\mathrm{d}^2\pi_{\mathrm{I}}}{\mathrm{d}K^2}=-(p-c^{\mathrm{s}}+v^{\mathrm{s}}+g+v^{\mathrm{m}})f(x)<0$, 因而 π_{I} 关于 K 是凹的, 从而实现系统利润最大化的最优产能投资满足 $\dfrac{\partial\pi_{\mathrm{I}}}{\partial K}=0$, 即

$$K_{\mathrm{I}}^{*}=F^{-1}\left(\frac{p-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}}+g+v^{\mathrm{m}}}{p-c^{\mathrm{s}}+v^{\mathrm{s}}+g+v^{\mathrm{m}}}\right). \tag{2}$$

2.2.2 批发价契约

当考虑分散决策时, 交易双方采用批发价契约, 此时制造商和供应商的期望利润分别为

$$\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}=(p-w)S(K)-v^{\mathrm{m}}\mathrm{E}[(x-K)^{+}], \tag{3}$$

$$\begin{aligned}\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}&=(w-c^{\mathrm{s}})S(K)-v^{\mathrm{s}}\mathrm{E}[(K-x)^{+}]-g\mathrm{E}[(x-K)^{+}]-c_{\mathrm{k}}K\\&=(w-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}})K-L(w,K),\end{aligned}$$

其中 $L(w,K)=\mathrm{E}[(w-c^{\mathrm{s}}+v^{\mathrm{s}})(K-x)^{+}+g(x-K)^{+}]$为产能与需求出现偏差时的损失.

由于供应商是损失规避的, 从而批发价契约下, 将供应商的期望利润分为收益与成本两部分

$$\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}=(w-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}})S(K)-\mathrm{E}[(v^{\mathrm{s}}+c_{\mathrm{k}})(K-x)^{+}+g(x-K)^{+}],$$

其中$(w-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}})S(K)$为收益, $\mathrm{E}[(v^{\mathrm{s}}+c_{\mathrm{k}})(K-x)^{+}+g(x-K)^{+}]$为超产与失售成本.

于是供应商的损失规避效用为

$$\begin{aligned}G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}&=\begin{cases}(w-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}})K-\vartheta(v^{\mathrm{s}}+c_{\mathrm{k}})(K-x), & K\geqslant x\\(w-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}})K-\vartheta g(x-K), & K<x\end{cases}\\&=(w-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}})S(K)-\vartheta\mathrm{E}[(v^{\mathrm{s}}+c_{\mathrm{k}})(K-x)^{+}+g(x-K)^{+}].\end{aligned} \tag{4}$$

由于 $\dfrac{\mathrm{d}^2G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}K^2}=-\left(w-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}}+\vartheta(g+v^{\mathrm{s}}+c_{\mathrm{k}})\right)f(K)<0$, 因而 $G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}$ 是 K 的凹函数, 从而批发价契约下, 供应商的最优产能投资 K_{D}^{*} 满足一阶条件 $\dfrac{\partial G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}}{\partial K}=0$, 即

$$K_{\mathrm{D}}^{*}=F^{-1}\left(\frac{w_{\mathrm{D}}-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}}+\vartheta g}{w_{\mathrm{D}}-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}}+\vartheta(g+v^{\mathrm{s}}+c_{\mathrm{k}})}\right). \tag{5}$$

若批发价契约能使得供应商的最优策略达到系统最优, 则满足 $K_{\mathrm{D}}^{*}=K_{\mathrm{I}}^{*}$, 从而

$$\frac{w_{\mathrm{D}}-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}}+\vartheta g}{w_{\mathrm{D}}-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}}+\vartheta(g+v^{\mathrm{s}}+c_{\mathrm{k}})}=\frac{p-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}}+g+v^{\mathrm{m}}}{p-c^{\mathrm{s}}+v^{\mathrm{s}}+g+v^{\mathrm{m}}},$$

即 $w_{\mathrm{D}}=\vartheta(p-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}}+v^{\mathrm{m}})+c^{\mathrm{s}}+c_{\mathrm{k}}$. 此时 $w_{\mathrm{D}}-p=(\vartheta-1)(p-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}})+\vartheta v^{\mathrm{m}}>0$, 这与 $w<p$ 矛盾.

[3]尽管供应商是损失规避的, 但是制造商是风险中性的, 而集中式决策下, 供应商和制造商在同一个决策组织中, 由此集中式决策处于风险中性的环境, 大量损失规避的供应链协调文献均采用该类方法来构建模型, 如文献[17,27].

故在批发价契约下, $K_{\mathrm{D}}^* \neq K_{\mathrm{I}}^*$, 因而需要合理地设计激励机制来改善这一状况.

下面, 从风险的角度出发设计风险分散契约用于激励供应商产能投资, 然后将该类契约与其它契约(包括期权和补偿契约)进行比较, 从而说明该类契约的优劣.

3 风险分散契约

在销售季节前, 交易双方需对风险分散契约的几个参数进行磋商, 并由此促使供应链运作效率提高, 交易双方利润均增加. 第一个参数$\lambda(\lambda \in [0,1])$为损失分担比例, 它代表供应商需要承担的由产能过剩和产能不足引发的损失部分, $1-\lambda$ 代表制造商所承担的损失. 第二个参数为 T, 它表示制造商分担供应商的损失后, 供应商给制造商的旁支付. T 可以为负, 此时相当于制造商对供应商进行补贴. 当制造商提供给供应商风险分散契约(λ, T)时, 供应商仅承担 λ 倍损失风险, 其 $1-\lambda$ 倍损失风险则由制造商分担, 但要求供应商给予制造商 T 作为补偿. 此时制造商和供应商的期望利润分别为

$$\pi_{\mathrm{a}}^{\mathrm{m}} = (p-w)S(K) - v^{\mathrm{m}}\mathrm{E}[(x-K)^+] - (1-\lambda)L(w,K) + T, \tag{6}$$

$$\begin{aligned}\pi_{\mathrm{a}}^{\mathrm{s}} = {} & (w-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}})K - \lambda L(w,K) - T = ((w-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}})S(K)-T) - \\ & \mathrm{E}[(\lambda(w-c^{\mathrm{s}}+v^{\mathrm{s}}) - (w-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}}))(K-x)^+ + \lambda g(x-K)^+] = R(K,T) - L(\lambda,K),\end{aligned}$$

其中 $R(K,T) = (w-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}})S(K) - T$ 表示收益, $L(\lambda,K) = \mathrm{E}[(\lambda(w-c^{\mathrm{s}}+v^{\mathrm{s}}) - (w-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}}))(K-x)^+ + \lambda g(x-K)^+]$为超产与失售成本. 显然, $\lambda > \dfrac{w-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}}}{w-c^{\mathrm{s}}+v^{\mathrm{s}}}$, 不然失售成本为负.

因而, 以实现利润最大化为目, 基于风险分散契约的损失规避型供应商效用为

$$G_{\mathrm{a}}^{\mathrm{s}} = R(K,T) - \vartheta L(\lambda,K). \tag{7}$$

定理 1　风险分散契约下, 当 $\lambda > \dfrac{w-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}}}{w-c^{\mathrm{s}}+v^{\mathrm{s}}}$ 时, 供应商存在最优产能投资为

$$K_{\mathrm{a}}^* = F^{-1}\left(\frac{w_{\mathrm{a}}-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}}+\lambda\vartheta g}{\lambda\vartheta(w_{\mathrm{a}}-c^{\mathrm{s}}+v^{\mathrm{s}}+g) - (\vartheta-1)(w_{\mathrm{a}}-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}})}\right), \tag{8}$$

其中 K_{a}^* 关于损失分担比例和损失规避程度均单减.

定理 1 说明了损失规避型供应商最优产能投资随着损失风险转移的增多而加大, 那么风险分散契约是否可以刺激供应商提高产能投资? 由于$\dfrac{\partial K_{\mathrm{a}}^*}{\partial \lambda} < 0$, 因而外生批发价下[4], $K_{\mathrm{a}}^*(\lambda) \geqslant K_{\mathrm{a}}^*(1) = K_{\mathrm{D}}^*$, 即制造商可以通过风险分散契约达到激励供应商提高产能投资的目的. 那么该契约是否可行, 只需要考察如下两点: 协调供应链和有 Pareto 改进, 并有如下结果.

定理 2　一定的损失规避程度下, 风险分散契约不仅能协调供应链, 而且能实现 Pareto 改进.

定理 2 表明风险分散契约可以实现交易双方的"双赢", 对交易具有一定的促进作用, 并由此指出风险分散契约是可行的, 那么它具体如何分配系统绩效? 对议价能力不确定情况, 一般通过 Nash 议价模型来实现利润的分配问题. 假定制造商议价能力 $\beta(\beta \in [0,1])$, 供应商议价能力 $1-\beta$, 因而构建如下 Nash 议价模型

$$\operatorname*{Max}_{T\in[T_{\min},T_{\max}]} P(T) = [\pi_{\mathrm{a}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{a}},K_{\mathrm{I}}^*,\lambda^*) - \pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{D}},K_{\mathrm{D}}^*)]^{\beta}[G_{\mathrm{a}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{a}},K_{\mathrm{I}}^*,\lambda^*) - G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{D}},K_{\mathrm{D}}^*)]^{1-\beta}.$$

由于 $\dfrac{\partial^2 P(T)}{\partial T^2} = -\beta(1-\beta)(T-T_{\min})^{\beta-2}(T_{\max}-T)^{-\beta-1}(T_{\max}-T_{\min})^2 < 0$, 从而有最优解为

$$T^* = \beta T_{\max} + (1-\beta)T_{\min}. \tag{9}$$

[4]在风险分散契约中, 批发价和旁支付扮演同等角色. 他们均可以将系统绩效任意分给供应商和制造商. 因此, 假设批发价是外生变量, 仅考虑旁支付来分配系统绩效.

当供应商和制造商同意采用风险分散契约, 那么供应链绩效得到 ΔT 的提升, 供应商额外获得$(1-\beta)\Delta T$, 而制造商则额外获得 $\beta\Delta T$, 其中

$$\Delta T = T_{\max} - T_{\min} = G_{\rm D}^{\rm s}(w_{\rm a}, K_{\rm I}^*) - G_{\rm D}^{\rm s}(w_{\rm D}, K_{\rm D}^*) + \pi_{\rm D}^{\rm m}(w_{\rm a}, K_{\rm I}^*) -$$

$$\pi_{\rm D}^{\rm m}(w_{\rm D}, K_{\rm D}^*) + (\vartheta - 1)(1-\lambda^*)L(w_{\rm a}, K_{\rm I}^*).$$

因而供应链协调状态下, 只要满足一定旁支付, 交易双方就都愿意采用风险分散契约. 此时, 交易双方还可以通过对旁支付的协商从而达到合理分配系统绩效. 于是, 风险分散契约的可行性可归纳为如下结果.

定理 3 对于风险规避供应商与风险中性制造商所组成的供应链, 一定条件下, 风险分散契约能协调供应链且实现 Pareto 改进, 并进一步通过式(9)合理分配系统利润.

4 其它契约

本节分别从多个角度考虑制造商对供应商的激励方案, 包括从风险角度出发的期权契约, 产能角度出发的补偿契约. 分析上述契约是否可以促使供应商加大产能的投资, 进而使得供应链到达协调, 然后比较上述契约和风险分散契约的差异.

4.1 期权契约

当制造商向供应商提高期权合同时, 制造商除了支付给供应商实际订购费用, 还需支付单位价为$w_{\rm option}(\geqslant 0)$的$K_{\rm option}(\geqslant 0)$个期权费, 此时的支付费用为

$$T_{\rm o} = \begin{cases} wS(K) + w_{\rm option}K_{\rm option}, & K_{\rm option} \leqslant K \\ wx + w_{\rm option}K, & K_{\rm option} > K, x \leqslant K \\ wK + w_{\rm option}K, & K_{\rm option} > K, x > K. \end{cases}$$

不妨假定 $K_{\rm option} \leqslant K$ 的概率为 θ_1, $K_{\rm option} > K$ 的概率为 θ_2, θ_1, θ_2 均属于区间$(0,1)$, 且满足 $\theta_1 + \theta_2 = 1$. 于是 $T_{\rm o} = wS(K) + w_{\rm option}(\theta_1 K_{\rm option} + \theta_2 K)$.

因而期权契约下, 制造商和供应商的期望函数分别为

$$\begin{aligned} \pi_{\rm O}^{\rm m} &= (p-w)S(K) - v^{\rm m}{\rm E}[(x-K)^+] - w_{\rm option}(\theta_1 K_{\rm option} + \theta_2 K), \\ \pi_{\rm O}^{\rm s} &= (w - c^{\rm s} - c_{\rm k})K + w_{\rm option}(\theta_1 K_{\rm option} + \theta_2 K) - L(w, K) \\ &= [(w - c^{\rm s} - c_{\rm k})S(K) + w_{\rm option}(\theta_1 K_{\rm option} + \theta_2 K)] - {\rm E}[(c_{\rm k} + v^{\rm s})(K-x)^+ + g(x-K)^+] \\ &= R(w_{option}, K) - L(K), \end{aligned}$$

其中 $R(w_{\rm option}, K)$表示收益, $L(K)$为失售与超产成本.

应用心理账户分离法, 基于期权契约的供应商损失规避效用满足 $G_{\rm O}^{\rm s} = R(w_{\rm option}, K) - \vartheta L(K)$.

由于 $\dfrac{\partial^2 G_{\rm O}^{\rm s}}{\partial K^2} = -[w - c^{\rm s} - c_{\rm k} + \vartheta(c_{\rm k} + v^{\rm s} + g)]f(K) < 0$, 因而 $G_{\rm O}^{\rm s}$ 关于 K 是凹的, 从而期权契约下供应商的最优产能投资 $K_{\rm O}^*$ 满足 $\dfrac{\partial G_{\rm O}^{\rm s}}{\partial K} = 0$, 即

$$K_{\rm O}^* = F^{-1}\left(\frac{w_{\rm O} - c^{\rm s} - c_{\rm k} + \vartheta g + \theta_2 w_{\rm option}}{w_{\rm O} - c^{\rm s} - c_{\rm k} + \vartheta(c_{\rm k} + v^{\rm s} + g)}\right). \tag{10}$$

显然, 外生批发价下[5], $K_{\rm O}^* \geqslant K_{\rm D}^*$. 也就是说, 制造商可以通过期权契约有效地刺激供应商加大产能投资

[5]在期权契约中, 批发价和$K_{\rm option}$扮演同等角色. 他们均可以将系统绩效任意分给供应商和制造商. 因此, 假设批发价是外生变量, 仅考虑$K_{\rm option}$来分配系统绩效.

力度, 那么期权契约是否可以使得供应链到达协调状态? 通过观察有如下结果.

定理 4　一定条件下, 期权契约能协调供应链, 并具有 Pareto 改进.

定理 4 表明期权契约在缓解交易双方产能矛盾方面有一定的激励效果, 然而, 在供应链达到协调状态时, $K_{\text{option,max}}$[6]未必大于零, 此时 K_{option} 为非正数, 契约的设计不再有意义, 具体见算例部分.

4.2 补偿契约

补偿契约下, 制造商除了支付给供应商 $wS(K)$, 还需要对供应商的过剩产能投资进行补偿, 其每单位补偿价 ρ 满足 $0 \leqslant \rho < w$, 此时制造商和供应商的期望利润分别为

$$\pi_{\mathrm{B}}^{\mathrm{m}} = (p-w)S(K) - v^{\mathrm{m}}\mathrm{E}[(x-K)^+] - \rho\mathrm{E}[(K-x)^+],$$

$$\begin{aligned}\pi_{\mathrm{B}}^{\mathrm{s}} &= (w-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}})K - L(w,K) + \rho\mathrm{E}[(K-x)^+] \\ &= (w-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}})S(K) - \mathrm{E}[(c_{\mathrm{k}}+v^{\mathrm{s}}-\rho)(K-x)^+ + g(x-K)^+] \\ &= R(K) - L(\rho,K),\end{aligned}$$

其中 $R(K)$表示收益, $L(\rho,K)$表示超产与失售成本. 显然, $\rho < c_{\mathrm{k}} + v^{\mathrm{s}}$, 不然失售成本为负.

应用收益成本心理账户分离法, 补偿契约下供应商的损失规避效用为

$$G_{\mathrm{B}}^{\mathrm{s}} = R(K) - \vartheta L(\rho,K).$$

由于对任意 $\rho < c^{\mathrm{s}} + v^{\mathrm{s}}$, $\dfrac{\mathrm{d}^2 G_{\mathrm{B}}^{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}K^2} = -[w-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}}+\vartheta(c_{\mathrm{k}}+v^{\mathrm{s}}+g-\rho)]f(K) < 0$, 从而 $G_{\mathrm{B}}^{\mathrm{s}}$ 关于 K 是凹的, 进而补偿契约下的最优产能投资满足 $\dfrac{\partial G_{\mathrm{B}}^{\mathrm{s}}}{\partial K} = 0$, 即

$$K_{\mathrm{B}}^* = F^{-1}\left(\frac{w_{\mathrm{B}}-c^{\mathrm{s}}+\vartheta g-c_{\mathrm{k}}}{w_{\mathrm{B}}-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}}+\vartheta(c_{\mathrm{k}}+v^{\mathrm{s}}+g-\rho)}\right). \tag{11}$$

定理 5　一定条件下, 补偿契约能协调供应链, 并具有 Pareto 改进.

定理 5 指出补偿契约同样能有效地改善供应链运作效率, 并结合定理 2 和定理 4, 发现在一定条件下, 风险分散契约、期权契约与补偿契约均能确保供应链到达协调状态且促使交易双方达到"双赢", 那么三者间交易双方将如何选择? 通过比较, 有如下结果成立.

定理 6　在风险中性制造商和损失规避供应商组成的供应链中, 从实现供应链协调、完成 Pareto 改进以及绩效分配的角度考虑, 相较于期权契约和补偿契约, 风险分散契约更易被接受.

定理 6 指出在损失规避环境下, 相对于期权契约和补偿契约, 风险分散契约在处理产能矛盾问题的同时, 可以为交易双方带来更多的绩效, 从而更有利于企业的长期合作. 这也为企业在面临复杂环境时缓解产能矛盾问题提供了一种参考依据.

5 数值实验

为进一步直观地论证本文的理论结果, 进行了较为详细的数值分析. 在符合模型假设的前提下, 以计算简便为原则, 只需要交易双方均获利, 交易就可以进行. 因而不妨假设随机需求x是服从区间$[0,500]$的均匀分布, 同时, 取 $p=15$, $c_{\mathrm{k}}=5$, $c^{\mathrm{s}}=3$, $v^{\mathrm{s}}=v^{\mathrm{m}}=g=1$.

于是, 集中式决策下, 系统最优产能投资水平为 $K_{\mathrm{I}}^*=300$, 其利润为 $\pi_{\mathrm{I}}=850$. 批发价契约下, 为保证获利, 批发价需满足 $w_{\mathrm{D}}>8$, 不妨令 $w_{\mathrm{D}}=10$, 从而供应商的最优产能投资水平为 $K_{\mathrm{D}}^*=500(2+\vartheta)/(2+7\vartheta)$, 因而 $K_{\mathrm{D}}^*<K_{\mathrm{I}}^*$, 即批发价契约无法激励供应商提高产能投资水平到系统最优的情况. 若要刺激供应商加大

[6] $K_{\text{option,max}}$指供应链协调时, 为保证交易双方获利, 期权量 K_{option} 所能达到的最大值, 见附录定理4的证明.

产能投资, 则制造商需提供其它契约.

从风险角度考虑, 制造商决定提供风险分散契约时, 由于批发价和旁支付扮演同等角色, 因而在批发价外生, 即 $w_{\mathrm{a}}=10$ 下, 如图 2 所示, 供应商越是损失规避或者供应商承担的损失风险比例越大, 供应商的产能投资就越小. 此外, 图 2 也说明 $M_0N_0:\lambda=(2+3\vartheta)/(11\vartheta)$成立时, 风险分散契约能协调供应链, 且对任意损失规避程度都能实现协调. 图 3 反映了旁支付随风险规避程度的变化: 指出区域A 内, 风险分散契约下, 制造商的期望利润高于批发价契约的情况, 而供应商的损失规避绩效则低于批发价契约的情况; 区域 C 与区域 A 的情况恰好相反; 区域 B 内, 风险分散契约下, 无论是制造商的期望利润还是供应商的损失规避绩效均要高于批发价契约的情况. 因而, 旁支付在 $T_{\min}$ 与 $T_{\max}$ 间时, 风险分散契约能实现 Pareto 改进. 也就是说, 风险分散契约是可行的.

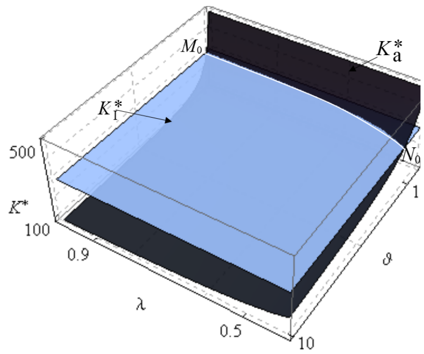

图 2 ϑ 与λ 对 K_{a}^* 的影响

Fig. 2 Impact of ϑ and λ on K_{a}^*

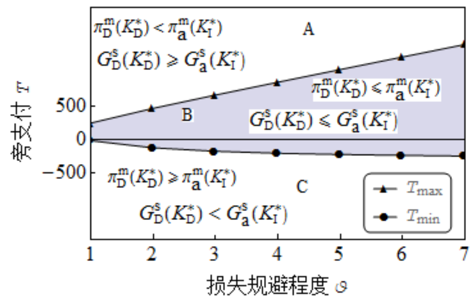

图 3 供应商的损失规避程度对旁支付的影响

Fig. 3 Impact of the supplier's degree of loss-aversion on side payment

尽管风险分散契约可以实现供应链的协调及 Pareto 改进, 但产能投资策略中还存在其它契约, 交易双方未必一定采用该类契约. 下面考虑期权契约和补偿契约的可行性, 并比较他们与风险分散契约的差异.

从风险角度考虑, 制造商提供期权契约时, 为计算方便, 不妨假定期权量小于产能投资水平的概率与期权量大于产能投资水平的概率相同, 即 $\theta_1=\theta_2=0.5$.[7] 由于批发价和 K_{option} 扮演同等角色, 因而在批发价外生下, 即 $w_{\mathrm{O}}=10$.

ϑ 与w_{option} 对 K_{O}^*, $\pi_{\mathrm{O}}^{\mathrm{m}}$ 和 $\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}$ 的影响如图 4 和图 5所示.

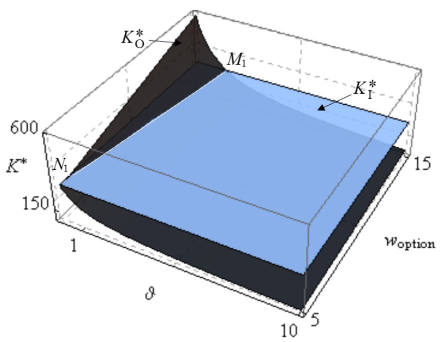

图 4 ϑ 与w_{option} 对 K_{O}^* 的影响

Fig. 4 Impact of ϑ and w_{option} on K_{O}^*

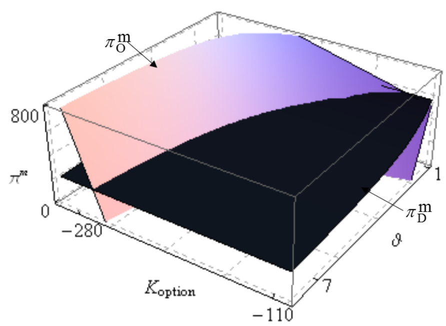

图 5 ϑ 和K_{option} 对 $\pi_{\mathrm{O}}^{\mathrm{m}}$ 和 $\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}$ 的影响

Fig. 5 Impact of ϑ and w_{option} on both $\pi_{\mathrm{O}}^{\mathrm{m}}$ and $\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}$

图 4 表明期权契约的最优产能投资水平关于期权价和损失规避程度单减, 且 $M_1N_1:w_{\text{option}}=$

[7] θ_1 的大小只要符合(0,1), 且 $\theta_1+\theta_2=0$, 就可任意选取, 在此 $\theta_1=0.5$ 仅是计算的一种情况, 其余情况也有类似的结果, 在此不一一展开.

$(32\vartheta-8)/5$ 成立时, 期权契约能协调供应链, 且对任意损失规避程度都能实现协调. 因而在此基础之上, 图 5 则表明 $K_{\rm option}<-122.22$ 时, 期权契约下制造商期望利润高于批发价的情况, 此时制造商向供应商购买负数个期权量, 也就是说期权契约不能实现 Pareto 改进, 于是期权契约是不可行的.

从产能的角度考虑, 补偿契约若被接受[8], 则 $\rho\in[\rho_{\min},\rho_{\max}]$. 此时, 制造商的期望利润和供应商的损失规避绩效才会都高于批发价契约的情况(图 6). 不妨取 $\rho=0.5(\rho_{\min}+\rho_{\max})$[9], 从而 $T_{\max}>T_1\geqslant T_2>T_{\min}$(图 7); 而 $T>T_2$ 时, 风险分散契约下制造商期望利润高于补偿契约的情况(图 8); $T<T_1$时, 风险分散契约下供应商损失规避绩效高于补偿契约的情况(图 9); 于是结合图 7∼图 9, $T\in[T_2,T_1]$时, 交易双方才会选择同一契约–风险分散契约.

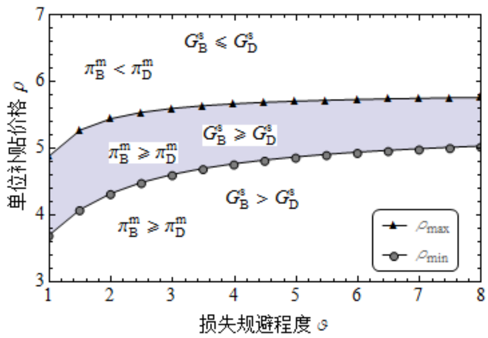

图 6　ϑ 对 ρ^* 的影响

Fig. 6　Impact of ϑ on ρ^*

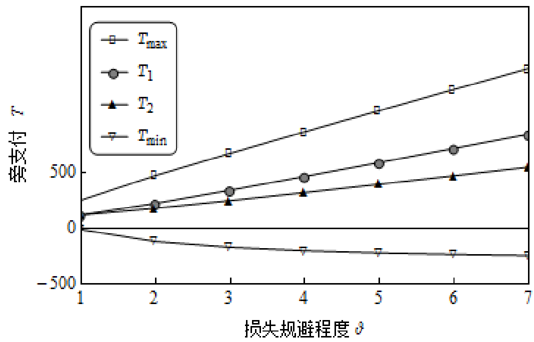

图 7　风险分散契约与补偿契约下, ϑ 对旁支付的影响

Fig. 7　Impact of ϑ on side payment between risk diversification contract and payback contract

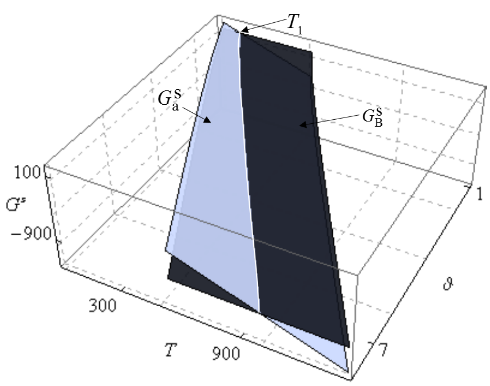

图 8　T 和 ϑ 对 $G_{\rm a}^{\rm s}$ 和$G_{\rm B}^{\rm s}$ 的影响

Fig. 8　Impact of T and ϑ on both $G_{\rm a}^{\rm s}$ and $G_{\rm B}^{\rm s}$

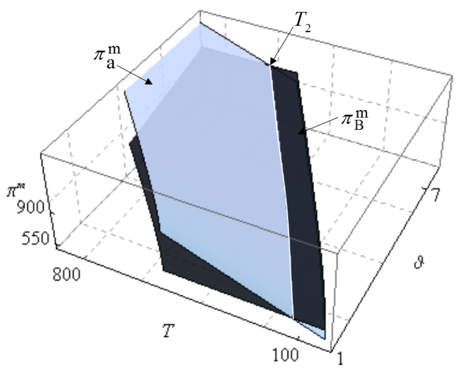

图 9　T 和ϑ 对$\pi_{\rm a}^{\rm m}$ 和$\pi_{\rm B}^{\rm m}$ 的影响

Fig. 9　Impact of T and ϑ on both $\pi_{\rm a}^{\rm m}$ and $\pi_{\rm B}^{\rm m}$

综合考虑上述几类契约, 在以实现供应链协调与 Pareto 改进做为契约可行的前提下, 对损失规避供应商与风险中性制造商的两级供应链而言, 风险分散契约具有更高的市场接受度.

6　结束语

上游供应商会因担心无法将投资成本收回而不愿意增大产能投资, 下游制造商则会因上游供应商的有限产能而缩减企业规模, 因而制造商希望通过激励机制促使供应商加大产能的投资, 针对这一产能矛盾, 本

[8]根据定理 5, 为了计算简便, 在符合模型假设的前提下, 不妨取 $w_{\rm B}=10$, 从而有图 6 的效果.

[9]$\rho=0.5(\rho_{\min}+\rho_{\max})$ 只是一种计算情况, 在实现 Pareto 改进的前提下, 只要在 $[\rho_{\min},\rho_{\max}]$, ρ 可以任取.

文考虑了由一个风险中性的制造商和一个损失规避的供应商组成的供应链, 应用收益和成本分离的方法,研究了交易双方议价能力和市场需求不确定下, 决策者通过接受风险分散契约来缓解这一产能投资矛盾, 得到了以下启示.

在损失规避环境下, 供应商越是损失规避或越是自己承担损失, 其最优产能投资水平就越小. 风险分散契约不仅可以协调供应链, 而且还能实现 Pareto 改进, 甚至完成企业间绩效的合理分配. 相对于期权契约和补偿契约, 风险分散契约可以为企业带来更多的绩效收入.

值得注意的是, 本文的研究只涉及到完全信息下单个供应商与单个制造商的情况, 未来可扩展到信息不对称情况、多个供应商或多个制造商的产能投资机制探讨中.

参考文献:

[1] Klein B. The economic lessons of fisher body-general motors. International Journal of the Economics of Business, 2007, 14(1): 1–36.

[2] Stuckey J, White D. When and when not to vertically integrate. Sloan Management Review, 1993, 34(3): 71–83.

[3] Cachon G P, Lariviere M A. Contracting to assure supply: How to share demand forecasts in a supply chain. Management Science, 2001, 47(5): 629–646.

[4] Tomlin B. Capacity investments in supply chains: Sharing the gain rather than sharing the pain. Manufacturing & Service Operations Management, 2003, 5(4): 317–333.

[5] Davis A M, Leider S G. Capacity Investment in Supply Chains: Contracts and the Hold-up Problem. Ithaca: Cornell University, 2014.

[6] Davis A M, Leider S. Contracts and capacity investment in supply chains. Manufacturing & Service Operations Management, 2018, 20(3): 403–421.

[7] Özer Ö, Wei W. Strategic commitments for an optimal capacity decision under asymmetric forecast information. Management Science, 2006, 52(8): 1238–1257.

[8] 徐 最, 朱道立, 朱文贵. 补偿契约模式下的供应链产能投资研究. 科技导报, 2007, 25(7): 71–76.
Xu Z, Zhu D L, Zhu W G. Capacity investments in supply chain with rebate contracts. Science & Technology Review, 2007, 25(7): 71–76. (in Chinese)

[9] 石 丹, 李勇建. 不同激励机制下供应商产能投资问题研究. 系统工程理论与实践, 2015, 35(1): 86–94.
Shi D, Li Y J. Capacity investment decisions of supplier under different incentive mechanisms. Systems Engineering: Theory & Practice, 2015, 35(1): 86–94. (in Chinese)

[10] Leng M, Zhu A. Side-payment contracts in two-person nonzero-sum supply chain games: Review, discussion and applications. European Journal of Operational Research, 2009, 196(2): 600–618.

[11] He J, Ma C, Pan K. Capacity investment in supply chain with risk averse supplier under risk diversification contract. Transportation Research, Part E: Logistics and Transportation Review, 2017, 106: 255–275.

[12] Yang L, Guo P, Wang Y. Service Pricing with loss-averse customers. Operations Research, 2018, 66(3): 761–777.

[13] Li X, Li Y. On the loss-averse dual-sourcing problem under supply disruption. Computers & Operations Research, 2018, 100: 301–313.

[14] Wu M, Bai T, Zhu S X. A loss averse competitive newsvendor problem with anchoring. Omega: International Journal of Management Science, 2018, 81: 99–111.

[15] Ho T H, Lim N, Cui T H. Reference dependence in multilocation newsvendor models: A structural analysis. Management Science, 2010, 56(11): 1891–1910.

[16] Herweg F. The expectation-based loss-averse newsvendor. Economics Letters, 2013, 120(3): 429–432.

[17] Wang C X, Webster S. Channel coordination for a supply chain with a risk-neutral manufacturer and a loss-averse retailer. Decision Sciences, 2007, 38(3): 361–389.

[18] Shi K, Xiao T. Coordination of a supply chain with a loss-averse retailer under two types of contracts. International Journal of Information & Decision Sciences, 2008, 1(1): 5–25.

[19] Lim N, Ho T H. Designing price contracts for boundedly rational customers: Does the number of blocks matter. Marketing Science, 2007, 26(3): 312–326.

[20] Ho T H, Zhang J. Designing pricing contracts for boundedly rational customers: Does the framing of the fixed fee matter. Management Science, 2008, 54(4): 686–70.

[21] Becker-Peth M, Katok E, Thonemann U W. Designing buyback contracts for irrational but predictable newsvendors. Management Science, 2013, 59(8): 1800–1816.

[22] Davis A M, Katok E, Santamaría N. Push, pull, or both: A behavioral study of how the allocation of inventory risk affects channel efficiency. Management Science, 2014, 60(11): 2666–2683.

[23] 刘云志, 樊治平. 考虑损失规避与质量水平的供应链协调契约模型. 系统工程学报, 2017, 32(1): 89–102.
Liu Y Z, Fan Z P. Supply chain coordination contract model considering loss aversion and quality level. Journal of Systems Engineering, 2017, 32(1): 89–102. (in Chinese)

[24] Katok E, Wu D Y. Contracting in supply chains: A laboratory investigation. Management Science, 2009, 55(12): 1953–1968.

[25] Zhang Y, Donohue K, Cui T H. Contract preferences and performance for the loss-averse supplier: Buyback vs. revenue sharing. Management Science, 2015, 62(6): 1734–1754.

[26] 赵婉鹛, 叶春明. 考察供应商具有双重行为偏好特征的供应链契约与协调. 工业工程与管理, 2018, 23(1): 23–29.
Zhao W M, Ye C M. Study on the contracts and coordination of supply chain with the supplier's dual behavior preference. Industrial Engineering and Management, 2018, 23(1): 23–29. (in Chinese)

[27] 顾波军, 张　祥. 风险中性供应商与损失规避零售商基于收益共享契约的供应链协调. 系统管理学报, 2016, 25(1): 67–74.
Gu B J, Zhang X. Channel coordination for the supply chain with a risk-neutral manufacturer and a loss-averse retailer based on revenue-sharing contract. Journal of Systems & Management, 2016, 25(1): 67–74.(in Chinese)

作者简介:

马　超(1988—), 男, 四川绵竹人, 博士, 讲师, 研究方向: 供应链管理, Email: mmma1123@163.com;

何　娟(1975—),女, 四川巴中人, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向: 供应链金融, Email:hejunlin93@163.com;

雷　倩(1990—), 女, 陕西铜川人, 博士生, 研究方向: 供应链管理, Email: leiqian0219@gmail.com.

附　录

定理 1 的证明　由于 $\lambda > \dfrac{w-c^{\rm s}-c_{\rm k}}{w-c^{\rm s}+v^{\rm s}}$, $\dfrac{{\rm d}G_{\rm a}^{\rm s}}{{\rm d}K^2} = -\left(\lambda\vartheta(w-c^{\rm s}+v^{\rm s}+g)-(\vartheta-1)(w-c^{\rm s}-c_{\rm k})\right)f(K) < 0$, 因而 $G_{\rm a}^{\rm s}$ 关于 K 是凹的, 从而风险分散契约下存在最优的产能投资, 且满足 $\dfrac{{\rm d}G_{\rm a}^{\rm s}}{{\rm d}K} = 0$, 式(8)成立.

考察损失分担比例和损失规避程度对 $K_{\rm a}^*$ 的影响, 有

$$\frac{\partial K_{\rm a}^*}{\partial\vartheta} = \frac{(w_{\rm a}-c^{\rm s}-c_{\rm k})\left(w_{\rm a}-c^{\rm s}-c_{\rm k}-\lambda(w_{\rm a}-c^{\rm s}+v^{\rm s})\right)}{f(K_{\rm a}^*)\left(\lambda\vartheta(w_{\rm a}-c^{\rm s}+v^{\rm s}+g)-(\vartheta-1)(w_{\rm a}-c^{\rm s}-c_{\rm k})\right)^2} < 0.$$

$$\frac{\partial K_{\rm a}^*}{\partial\lambda} = -\frac{\vartheta(w_{\rm a}-c^{\rm s}-c_{\rm k})(w_{\rm a}-c^{\rm s}+v^{\rm s}+\vartheta g)}{f(K_{\rm a}^*)\left(\lambda\vartheta(w_{\rm a}-c^{\rm s}+v^{\rm s}+g)-(\vartheta-1)(w_{\rm a}-c^{\rm s}-c_{\rm k})\right)^2} < 0.$$

证毕.

定理 2 的证明　1) 风险分散契约若能实现供应链协调, 则$K_{\rm a}^* = K_{\rm I}^*$, 从而

$$F^{-1}\left(\frac{w_{\rm a}-c^{\rm s}-c_{\rm k}+\lambda\vartheta g}{\lambda\vartheta(w_{\rm a}-c^{\rm s}+v^{\rm s}+g)-(\vartheta-1)(w_{\rm a}-c^{\rm s}-c_{\rm k})}\right) = F^{-1}\left(\frac{p-c^{\rm s}-c_{\rm k}+g+v^{\rm m}}{p-c^{\rm s}+v^{\rm s}+g+v^{\rm m}}\right),$$

即

$$\lambda^* = \frac{(w_{\rm a}-c^{\rm s}-c_{\rm k})\left(\vartheta(p-c^{\rm s}-c_{\rm k}+g+v^{\rm m})+c_{\rm k}+v^{\rm s}\right)}{\vartheta\left((w_{\rm a}-c^{\rm s}-c_{\rm k})g+(w_{\rm a}-c^{\rm s}+v^{\rm s})(p-c^{\rm s}+v^{\rm m}-c_{\rm k})\right)}.$$

显然, $\lambda^* \in \left(\dfrac{w-c^{\rm s}-c_{\rm k}}{w-c^{\rm s}+v^{\rm s}}, 1\right]$, 即该契约的确能协调供应链.

2) 风险分散契约若具有 Pareto 改进, 则该契约被交易双方采用, 即

$$G_{\rm a}^{\rm s}(w_{\rm a}, K_{\rm I}^*, \lambda^*) \geqslant G_{\rm D}^{\rm s}(w_{\rm D}, K_{\rm D}^*), \quad \pi_{\rm a}^{\rm m}(w_{\rm a}, K_{\rm I}^*, \lambda^*) \geqslant \pi_{\rm D}^{\rm m}(w_{\rm D}, K_{\rm D}^*).$$

即

$$G_{\rm a}^{\rm s}(w_{\rm a}, K_{\rm I}^*, \lambda^*) = R(K_{\rm I}^*, T) - \vartheta L(\lambda^*, K_{\rm I}^*) = G_{\rm D}^{\rm s}(w_{\rm a}, K_{\rm I}^*) - T + \vartheta(1-\lambda^*)L(w_{\rm a}, K_{\rm I}^*) \geqslant G_{\rm D}^{\rm s}(w_{\rm D}, K_{\rm D}^*),$$

$$\begin{aligned}\pi_{\rm a}^{\rm m}(w_{\rm a}, K_{\rm I}^*, \lambda^*) &= (p-w_{\rm a})S(K_{\rm I}^*) - v^{\rm m}{\rm E}[(x-K_{\rm I}^*)^+] - (1-\lambda^*)L(w_{\rm a}, K_{\rm I}^*) + T \\ &= \pi_{\rm D}^{\rm m}(w_{\rm a}, K_{\rm I}^*) + T + (1-\lambda^*)L(w_{\rm a}, K_{\rm I}^*) \geqslant \pi_{\rm D}^{\rm m}(w_{\rm D}, K_{\rm D}^*).\end{aligned}$$

从而有 $T \in [T_{\min}, T_{\max}]$, 其中

$$T_{\max} = G_{\rm D}^{\rm s}(w_{\rm a}, K_{\rm I}^*) - G_{\rm D}^{\rm s}(w_{\rm D}, K_{\rm D}^*) + \vartheta(1-\lambda^*)L(w_{\rm a}, K_{\rm I}^*),$$

$$T_{\min}=\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{D}},K_{\mathrm{D}}^{*})-\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{a}},K_{\mathrm{I}}^{*})+(1-\lambda^{*})L(w_{\mathrm{a}},K_{\mathrm{I}}^{*}).$$

证毕.

定理 4 的证明 若期权契约可以激励供应商产能投资水平上升至系统最优的情况, 即$K_{\mathrm{O}}^{*}=K_{\mathrm{I}}^{*}$, 从而

$$\frac{w_{\mathrm{O}}-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}}+\vartheta g+\theta_2 w_{\mathrm{option}}}{w_{\mathrm{O}}-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}}+\vartheta(c_{\mathrm{k}}+v^{\mathrm{s}}+g)}=\frac{p-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}}+g+v^{\mathrm{m}}}{p-c^{\mathrm{s}}+v^{\mathrm{s}}+g+v^{\mathrm{m}}}.$$

进而有

$$w_{\mathrm{option}}^{*}=\frac{1}{\theta_2}\left(\vartheta(c_{\mathrm{k}}+v^{\mathrm{s}})F(K_{\mathrm{I}}^{*})-(w_{\mathrm{O}}-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}}+\vartheta g)(1-F(K_{\mathrm{I}}^{*}))\right).$$

注意到 $w_{\mathrm{option}}>0$, 因而期权契约协调供应链时, $\vartheta>\dfrac{w_{\mathrm{O}}-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}}}{p-c^{\mathrm{s}}+v^{\mathrm{m}}}$. 此时, 若该类契约被接受, 则

$$G_{\mathrm{O}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{O}},K_{\mathrm{I}}^{*},w_{\mathrm{option}}^{*})\geqslant G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{D}},K_{\mathrm{D}}^{*}),\quad \pi_{\mathrm{O}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{O}},K_{\mathrm{I}}^{*},w_{\mathrm{option}}^{*})\geqslant \pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{D}},K_{\mathrm{D}}^{*}).$$

即

$$G_{\mathrm{O}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{O}},K_{\mathrm{I}}^{*},w_{\mathrm{option}}^{*})=R(w_{\mathrm{option}}^{*},K_{\mathrm{I}}^{*})-\vartheta L(K_{\mathrm{I}}^{*})=G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{O}},K_{\mathrm{I}}^{*})+w_{\mathrm{option}}^{*}(\theta_1K_{\mathrm{option}}+\theta_2K)\geqslant G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{D}},K_{\mathrm{D}}^{*}),$$

$$\begin{aligned}\pi_{\mathrm{O}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{O}},K_{\mathrm{I}}^{*},w_{\mathrm{option}}^{*})&=(p-w_{\mathrm{O}})S(K_{\mathrm{I}}^{*})-v^{\mathrm{m}}\mathrm{E}[(x-K_{\mathrm{I}}^{*})^{+}]-w_{\mathrm{option}}^{*}(\theta_1K_{\mathrm{option}}+\theta_2K_{\mathrm{I}}^{*}),\\&=\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{O}},K_{\mathrm{I}}^{*})-w_{\mathrm{option}}^{*}(\theta_1K_{\mathrm{option}}+\theta_2K_{\mathrm{I}}^{*})\geqslant\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{D}},K_{\mathrm{D}}^{*}).\end{aligned}$$

从而 $K_{\mathrm{option}}\in[K_{\mathrm{option,min}},K_{\mathrm{option,max}}]$, 其中$K_{\mathrm{option,max}}=\dfrac{\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{O}},K_{\mathrm{I}}^{*})-\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{O}},K_{\mathrm{D}}^{*})}{\theta_1w_{\mathrm{option}}^{*}}-\dfrac{\theta_2}{\theta_1}K_{\mathrm{I}}^{*}$, $K_{\mathrm{option,min}}=\dfrac{G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{D}},K_{\mathrm{D}}^{*})-G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{O}},K_{\mathrm{I}}^{*})}{\theta_1w_{\mathrm{option}}^{*}}-\dfrac{\theta_2}{\theta_1}K_{\mathrm{I}}^{*}$. 证毕.

定理 5 的证明 若补偿契约能协调供应链, 即 $K_{\mathrm{B}}^{*}=K_{\mathrm{I}}^{*}$, 从而

$$\rho^{*}=c_{\mathrm{k}}+v^{\mathrm{s}}-\frac{(w_{\mathrm{B}}-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}})(1-F(K_{\mathrm{I}}^{*}))}{\vartheta F(K_{\mathrm{I}}^{*})}.$$

若在供应链协调时, 交易双方愿意采用该类契约, $G_{\mathrm{B}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{B}},K_{\mathrm{I}}^{*},\rho^{*})\geqslant G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{D}},K_{\mathrm{D}}^{*})$, $\pi_{\mathrm{B}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{B}},K_{\mathrm{I}}^{*},\rho^{*})\geqslant\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{D}},K_{\mathrm{D}}^{*})$.

即

$$\begin{aligned}G_{\mathrm{B}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{B}},K_{\mathrm{I}}^{*},\rho^{*})&=(w-c^{\mathrm{s}}-c_{\mathrm{k}})S(K_{\mathrm{I}}^{*})-\vartheta\mathrm{E}[(c_{\mathrm{k}}+v^{\mathrm{s}}-\rho^{*})(K_{\mathrm{I}}^{*}-x)^{+}+g(x-K_{\mathrm{I}}^{*})^{+}]\\&=G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{B}},K_{\mathrm{I}}^{*})+\vartheta\rho^{*}\mathrm{E}[(K_{\mathrm{I}}^{*}-x)^{+}]\geqslant G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{D}},K_{\mathrm{D}}^{*}).\\\pi_{\mathrm{B}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{B}},K_{\mathrm{I}}^{*},\rho^{*})&=(p-w_{\mathrm{B}})S(K_{\mathrm{I}}^{*})-v^{\mathrm{m}}\mathrm{E}[(x-K_{\mathrm{I}}^{*})^{+}]-\rho^{*}\mathrm{E}[(K_{\mathrm{I}}^{*}-x)^{+}]\\&=\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{B}},K_{\mathrm{I}}^{*})-\rho^{*}\mathrm{E}[(K_{\mathrm{I}}^{*}-x)^{+}]\geqslant\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{D}},K_{\mathrm{D}}^{*}).\end{aligned}$$

于是, $\rho_{\min}=\dfrac{G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{D}},K_{\mathrm{D}}^{*})-G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{B}},K_{\mathrm{I}}^{*})}{\vartheta\mathrm{E}[(K_{\mathrm{I}}^{*}-x)^{+}]}\leqslant\rho^{*}\leqslant\dfrac{\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{B}},K_{\mathrm{I}}^{*})-\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{D}},K_{\mathrm{D}}^{*})}{\mathrm{E}[(K_{\mathrm{I}}^{*}-x)^{+}]}=\rho_{\max}$. 证毕.

定理 6 的证明 首先, 比较风险分散契约和期权契约. 若期权契约能实现 Pareto 改进, 令

$$\begin{aligned}T_{01}&=G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{a}},K_{\mathrm{I}}^{*})-G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{O}},K_{\mathrm{I}}^{*})+\vartheta(1-\lambda^{*})L(w_{\mathrm{a}},K_{\mathrm{I}}^{*})-w_{\mathrm{option}}(\theta_1K_{\mathrm{option}}+\theta_2K_{\mathrm{I}}^{*}),\\T_{02}&=\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{O}},K_{\mathrm{I}}^{*})-\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{a}},K_{\mathrm{I}}^{*})+(1-\lambda^{*})L(w_{\mathrm{a}},K_{\mathrm{I}}^{*})-w_{\mathrm{option}}(\theta_1K_{\mathrm{option}}+\theta_2K_{\mathrm{I}}^{*}).\end{aligned}$$

从而当 $w_{\mathrm{a}}=w_{\mathrm{O}}$ 时,

$$\begin{aligned}T_{01}-T_{02}=&\,G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{a}},K_{\mathrm{I}}^{*})-G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{a}},K_{\mathrm{I}}^{*})+\vartheta(1-\lambda^{*})L(w_{\mathrm{a}},K_{\mathrm{I}}^{*})-w_{\mathrm{option}}(\theta_1K_{\mathrm{option}}+\theta_2K_{\mathrm{I}}^{*})-\\&\{\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{a}},K_{\mathrm{I}}^{*})-\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{a}},K_{\mathrm{I}}^{*})+(1-\lambda^{*})L(w_{\mathrm{a}},K_{\mathrm{I}}^{*})-w_{\mathrm{option}}(\theta_1K_{\mathrm{option}}+\theta_2K_{\mathrm{I}}^{*})\}\\=&\,(\vartheta-1)(1-\lambda^{*})L(w_{\mathrm{a}},K_{\mathrm{I}}^{*})\geqslant0.\\T_{\max}-T_{01}=&\,G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{a}},K_{\mathrm{I}}^{*})-G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{D}},K_{\mathrm{D}}^{*})+\vartheta(1-\lambda^{*})L(w_{\mathrm{a}},K_{\mathrm{I}}^{*})-\\&\{G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{a}},K_{\mathrm{I}}^{*})-G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{a}},K_{\mathrm{I}}^{*})+\vartheta(1-\lambda^{*})L(w_{\mathrm{a}},K_{\mathrm{I}}^{*})-w_{\mathrm{option}}(\theta_1K_{\mathrm{option}}+\theta_2K_{\mathrm{I}}^{*}).\\T_{02}-T_{\min}=&\,\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{a}},K_{\mathrm{I}}^{*})-\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{a}},K_{\mathrm{I}}^{*})+(1-\lambda^{*})L(w_{\mathrm{a}},K_{\mathrm{I}}^{*})-w_{\mathrm{option}}(\theta_1K_{\mathrm{option}}+\theta_2K_{\mathrm{I}}^{*})-\\&\{\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{D}},K_{\mathrm{D}}^{*})-\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{a}},K_{\mathrm{I}}^{*})+(1-\lambda^{*})L(w_{\mathrm{a}},K_{\mathrm{I}}^{*})\}\\=&\,\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{a}},K_{\mathrm{I}}^{*})-\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{D}},K_{\mathrm{D}}^{*})-w_{\mathrm{option}}(\theta_1K_{\mathrm{option}}+\theta_2K_{\mathrm{I}}^{*})\\\geqslant&\,\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{a}},K_{\mathrm{I}}^{*})-\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{D}},K_{\mathrm{D}}^{*})-w_{\mathrm{option}}(\theta_1K_{\mathrm{option,max}}+\theta_2K_{\mathrm{I}}^{*})=0.\end{aligned}$$

即, 当 $w_{\mathrm{a}}=w_{\mathrm{O}}$ 时, $T_{\max}\geqslant T_{01}\geqslant T_{02}\geqslant T_{\min}$.

此外, 当 $T > T_{01}$ 时,

$$G_{\mathrm{a}}^{\mathrm{s}} - G_{\mathrm{O}}^{\mathrm{s}} < G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{O}}, K_{\mathrm{I}}^*) + \vartheta(1-\lambda^*)L(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - w_{\mathrm{option}}(\theta_1 K_{\mathrm{option}} + \theta_2 K_{\mathrm{I}}^*) - T_{01} = 0.$$

当 $T \leqslant T_{01}$ 时,

$$G_{\mathrm{a}}^{\mathrm{s}} - G_{\mathrm{O}}^{\mathrm{s}} \geqslant G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{O}}, K_{\mathrm{I}}^*) + \vartheta(1-\lambda^*)L(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) -$$
$$w_{\mathrm{option}}(\theta_1 K_{\mathrm{option}} + \theta_2 K_{\mathrm{I}}^*) - T_{01} = 0.$$

当 $T \geqslant T_{02}$ 时,

$$\pi_{\mathrm{a}}^{\mathrm{m}} - \pi_{\mathrm{O}}^{\mathrm{m}} \leqslant \pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - (1-\lambda^*)L(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - \pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{O}}, K_{\mathrm{I}}^*) + w_{\mathrm{option}}(\theta_1 K_{\mathrm{option}} + \theta_2 K_{\mathrm{I}}^*) + T_{02} = 0.$$

当 $T < T_{02}$ 时,

$$\pi_{\mathrm{a}}^{\mathrm{m}} - \pi_{\mathrm{O}}^{\mathrm{m}} > \pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - (1-\lambda^*)L(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - \pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{O}}, K_{\mathrm{I}}^*) + w_{\mathrm{option}}(\theta_1 K_{\mathrm{option}} + \theta_2 K_{\mathrm{I}}^*) + T_{02} = 0.$$

于是, 在风险分散契约与期权契约间, $T \in [T_{02}, T_{01}]$时, 交易双方才会在同一个契约下均获得更高绩效. 也就是说, $T \in [T_{02}, T_{01}]$时, 交易双方更愿意采用风险分散契约.

其次, 比较风险分散契约与补偿契约. 不妨令

$$T_1 = G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{B}}, K_{\mathrm{I}}^*) + \vartheta(1-\lambda^*)L(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - \rho^*\mathrm{E}[(K_{\mathrm{I}}^* - x)^+],$$
$$T_2 = \pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{B}}, K_{\mathrm{I}}^*) - \pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) + (1-\lambda^*)L(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - \rho^*\mathrm{E}[(K_{\mathrm{I}}^* - x)^+].$$

从而当 $w_{\mathrm{a}} = w_{\mathrm{B}}$ 时,

$$\begin{aligned}
T_1 - T_2 = {} & G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) + \vartheta(1-\lambda^*)L(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - \vartheta\rho^*\mathrm{E}[(K_{\mathrm{I}}^* - x)^+] - \\
& \{\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - \pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) + (1-\lambda^*)L(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - \vartheta\rho^*\mathrm{E}[(K_{\mathrm{I}}^* - x)^+]\} \\
= {} & (\vartheta - 1)(1-\lambda^*)L(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) \geqslant 0.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{\max} - T_1 = {} & G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{D}}, K_{\mathrm{D}}^*) + \vartheta(1-\lambda^*)L(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - \\
& \{G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) + \vartheta(1-\lambda^*)L(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - \vartheta\rho^*\mathrm{E}[(K_{\mathrm{I}}^* - x)^+ \\
= {} & G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{D}}, K_{\mathrm{D}}^*) + \vartheta\rho^*\mathrm{E}[(K_{\mathrm{I}}^* - x)^+ \\
\geqslant {} & G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{D}}, K_{\mathrm{D}}^*) + \vartheta\rho_{\min}\mathrm{E}[(K_{\mathrm{I}}^* - x)^+] = 0.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_2 - T_{\min} = {} & \pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - \pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) + (1-\lambda^*)L(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - \rho^*\mathrm{E}[(K_{\mathrm{I}}^* - x)^+] - \\
& \{\pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{D}}, K_{\mathrm{D}}^*) - \pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) + (1-\lambda^*)L(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*)\} \\
= {} & \pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - \pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{D}}, K_{\mathrm{D}}^*) - \rho^*\mathrm{E}[(K_{\mathrm{I}}^* - x)^+] \\
\geqslant {} & \pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - \pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{D}}, K_{\mathrm{D}}^*) - \rho_{\max}\mathrm{E}[(K_{\mathrm{I}}^* - x)^+] = 0,
\end{aligned}$$

即, 当 $w_{\mathrm{a}} = w_{\mathrm{B}}$ 时, $T_{\max} \geqslant T_1 \geqslant T_2 \geqslant T_{\min}$.

又注意到当 $T > T_1$ 时, $G_{\mathrm{a}}^{\mathrm{s}} - G_{\mathrm{B}}^{\mathrm{s}} < G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{B}}, K_{\mathrm{I}}^*) + \vartheta(1-\lambda^*)L(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*)\vartheta\rho^*\mathrm{E}[(K_{\mathrm{I}}^* - x)^+] - T_1 = 0$.

当 $T \leqslant T_1$ 时, $G_{\mathrm{a}}^{\mathrm{s}} - G_{\mathrm{B}}^{\mathrm{s}} \geqslant G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - G_{\mathrm{D}}^{\mathrm{s}}(w_{\mathrm{B}}, K_{\mathrm{I}}^*) + \vartheta(1-\lambda^*)L(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - \vartheta\rho^*\mathrm{E}[(K_{\mathrm{I}}^* - x)^+] - T_1 = 0$.

当 $T \geqslant T_2$ 时, $\pi_{\mathrm{a}}^{\mathrm{m}} - \pi_{\mathrm{B}}^{\mathrm{m}} \leqslant \pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - (1-\lambda^*)L(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - \pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{B}}, K_{\mathrm{I}}^*) + \vartheta\rho^*\mathrm{E}[(K_{\mathrm{I}}^* - x)^+] + T_2 = 0$.

当 $T < T_2$ 时, $\pi_{\mathrm{a}}^{\mathrm{m}} - \pi_{\mathrm{B}}^{\mathrm{m}} > \pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - (1-\lambda^*)L(w_{\mathrm{a}}, K_{\mathrm{I}}^*) - \pi_{\mathrm{D}}^{\mathrm{m}}(w_{\mathrm{B}}, K_{\mathrm{I}}^*) + \vartheta\rho^*\mathrm{E}[(K_{\mathrm{I}}^* - x)^+] + T_2 = 0$.

于是, 在风险分散契约与补偿契约间, $T \in [T_2, T_1]$时, 交易双方才会在同一个契约下均获得更高绩效. 即, $T \in [T_2, T_1]$时, 交易双方更愿意采用风险分散契约. 证毕.