

柔性产能下按订单生产型供应链的协调研究

常 珊, 胡 斌*, 汪婷婷, 丁 龙

(华中科技大学管理学院, 湖北 武汉 430079)

摘要: 针对制造商的柔性产能投资问题, 构建了由制造商和零售商组成的双层供应链模型. 通过比较分析, 发现分散系统下企业的决策偏离集中系统下的最优决策. 针对该问题, 设计了“残值补贴+缺货惩罚”契约对该结构进行协调. 结果表明, 两企业都获得了更高的期望收益, 供应链期望收益实现了 Pareto 改进, 且可以通过调节契约参数实现两企业间期望收益的任意分配. 另外, 仅当订货量超过一定阈值时, 制造商才会投资柔性产能, 且柔性产能投资成本系数和生产成本系数分别会对该阈值施加正向和反向影响.

关键词: 产能柔性; 物联网; 按订单生产; 供应链协调; 契约

中图分类号: C94; F274

文献标识码: A

文章编号: 1000-5781(2020)05-0610-13

doi: 10.13383/j.cnki.jse.2020.05.004

Coordination of make-to-order supply chain with volume flexibility

Chang Shan, Hu Bin*, Wang Tingting, Ding Long

(School of Management, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430079, China)

Abstract: Considering a manufacturer's investment in flexible capacity, a two-stage supply chain model consisting of one manufacturer and one retailer is established. Through comparison and analysis, it is found that the optimal decisions of the firms in the decentralized system are deviated from those in the centralized system. Aiming at this problem, a contract with combination of residual subsidy and shortage penalty is designed to coordinate the structure. The results show that both firms can achieve higher expected profits, the supply chain can realize Pareto improvement, and the expected profit of the supply chain can be arbitrarily allocated between the two firms by adjusting the contract parameters appropriately. In addition, only when the order quantity exceeds a certain threshold, will the manufacturer invest in flexible capacity, with the cost coefficients of investment and production of flexible capacity exerting positive and negative effects on the threshold, respectively.

Key words: volume flexibility; internet of things(IoTs); make to order(MTO); supply chain coordination; contract

1 引言

由于投入大、周期长, 且商业环境复杂多变, 产能投资对企业的重要性日益突出. 产能投资往往发生在需求出现前, 从而不可避免地导致供需不匹配. 制造柔性能够让企业调整实际产出量, 从而降低上述供需之间不匹配导致的严重后果^[1]. 因此利用柔性技术更有利于企业在不确定性环境下的运作. 例如, 产能柔性可

收稿日期: 2018-05-09; 修订日期: 2019-01-03.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71531009).

*通信作者

以让企业根据需求增加或降低生产量^[2], 交付柔性可以让企业在交付数量和交付时间上作出调整(积压需求)^[3]. 产品柔性或加工柔性可以让企业在单台设备上生产多种产品^[4]或一种产品可以在多台设备上进行生产^[1,5]. 运作决策柔性可以让企业根据企业内外部变化及时作出调整, 例如生产计划的调整; 库存柔性可以让企业利用库存应对需求高峰或生产瓶颈^[6]. 两阶段生产或订购方式, 可以提高制造商的生产柔性^[7,8]. Sethi 等^[2]一共归纳出了 11 种柔性. 这些柔性可以通过优化和调整人力资源结构, 采用信息技术和协调上下游关系等方式获得^[9]. 在企业实践方面, 多样化的柔性技术, 让企业能有不同的选择. 例如割草机制造工厂 LawnWorks 为应对季节性波动和不确定性的影响, 采用产能柔性和产品柔性^[10]. Chrysler 因早期投入非柔性的专用技术, 在面对超预期需求时无法实现产量与需求之间的协调, 从而损失近 20 亿美元, 之后用柔性生产线大规模重组其工厂的产能^[11]. Ford 不仅利用产品柔性技术对产能进行改造, 还投资新的产品柔性产能; BMW 也通过劳动力柔性实现产量柔性^[1]. 在遭受经济周期和需求不确定性的困扰下, 机械设备制造商三一重工在长沙投资新建了具有柔性生产线的“18 号厂房”, 不仅降低了人力成本, 增强了应对风险的能力, 还提高了盈利能力. 因此, 投资柔性产能不仅是很多企业应对不确定性的选择, 甚至还是提高竞争力的手段^[12].

“工业 4.0”的来临, 以及《中国制造 2025》战略的出台, 将制造业的转型升级推向了前所未有的高度, 而投资柔性产能是制造企业转型升级中的重要一环. IoTs 的应用能够提高生产过程的快速响应能力, 提高生产管理效率和水平, 是制造型企业转型升级的有效工具^[13], 有利于实现工业制造的智能化、信息化和柔性化. Merschmann 等^[14]通过实证研究发现, 在不确定的环境中, 提高企业所在供应链的柔性与企业绩效正相关. IT 是实现供应链有效管理的重要工具, 而 IoTs 作为一种新兴的 IT 技术, 能将供应链管理带到一个新的水平, 利用更高水平的可视性、敏捷性和适应性处理供应链管理中所面临的挑战^[15].

因此, 本文从制造企业的角度, 分析其利用 IoTs 获得柔性产能时与下游零售商之间的决策协调问题. 关于柔性产能的投资决策问题, 在经济学和运作管理领域存在一些代表性研究. Stigler^[16]最先使用平均成本曲线的陡峭度作为产能柔性的度量指标. Vives^[17]在两企业的博弈中研究企业通过设置平均成本曲线的陡峭度从而选择柔性水平的问题. Anupindi 等^[18]在竞争性结构下分析了不同的需求震荡形式(相加性和相乘性)对下侧柔性产能的投资的影响. Hagspiel 等^[19]基于实物期权理论分析了下侧柔性产能与非柔性两种情境下单个企业的产能投资和生产决策. De Giovanni 等^[20]对 Hagspiel 等^[19]的研究进行了扩展, 不仅考虑产量调整需要成本, 而且同时考虑上侧和下侧的产能柔性. Goyal 等^[1]和 Fabrizio 等^[10]则对产能柔性和产品柔性进行了比较研究. Lu 等^[21]以产能扩张投资的方式研究了类似柔性的问题, 但其关注的是不同生产机制(MTO/MTS)下的产能扩张投资.

在非柔性产能投资情境下相关学者作了大量研究. 对于制造商而言, 产能投资太高, 虽然可以更好的应对不确定的市场需求波动, 但是也可能导致较低的产能利用率; 产能投资太低, 虽然可以节省固定成本, 保证较高的利用率, 但是也可能会由于产能不足, 而导致销售机会的流失^[11]. 在不具备约束的条件下, 下游企业可能会为了获得足够的供给而向上游传递过于乐观的需求信息, 而制造商意识到下游企业会有这样的动机, 从而会谨慎投资产能. 因此, 即使下游企业传递出真实的高需求信息, 其订货量也可能受制于制造商的有限产能, 从而使双方都受损. 对于这类问题, 相关学者使用期权^[22]、分段线性价格契约^[23]、线性和非线性补偿契约^[24]、费用可抵扣的产能预定契约^[25,26]、双向惩罚机制^[27]、双向补偿契约^[28]、产能投资分担契约^[29]、补偿契约和改进的收益共享契约^[30]等方式进行了研究.

另外, 供应链中的契约设计也是与本文相关的文献. 供应链中用于实现渠道协调的契约种类有很多, 例如收益共享契约、回购契约、数量折扣契约、数量柔性契约^[31]、期权契约、补偿契约等. 何波等^[32]从数量柔性采购的视角研究了供应风险的管理. 代建生^[33,34]从风险态度的角度研究了供应链的协调. 补贴和惩罚契约被广泛应用于供应链协调. 徐最等^[24]的研究中, 当上游企业满足了下游企业所有需求时, 对上游企业进行补偿, 类似一种奖励^[30]. Gan 等^[35]在上游企业直接向消费者交货的双层供应链中, 由于下游企业没有库

存,可能导致缺货风险,为此作者引入惩罚因子,构建了承诺-惩罚契约,一旦上游企业无法满足下游企业的订货需求则需支付惩罚成本,该契约能够让下游企业真实共享需求信息.在质量具有不确定性的供应链中, Lee 等^[36]设计了基于质量问题的补偿契约,一旦下游零售商出售给消费者的产品有质量问题,上游制造商将对其进行补偿.洪定军等^[37]在灰色市场中利用补贴策略实现了制造商和分销商之间的利益协调.沈建男等^[38]则从资金约束的角度研究了供应链的协调.

柔性产能投资决策问题得到了众多学者的重视,出现了大量的文献.综合来看:(1)在供应链协调的文献中,产能投资是在生产前一次性完成或进行产能扩张,而未考虑产能柔性的问题;(2)在产能柔性的文献中,考虑的是个体决策优化或竞争博弈问题,而未从供应链的角度考虑协调;(3)补贴或惩罚契约可以协调供应链,但是单一的补贴或惩罚可能导致供应链中的一方成员获益而另一方受损.因此,本文在由两个企业组成的双层供应链中,考虑上游制造商利用 IoTs 进行柔性产能投资时与下游零售商订货决策的协调问题.制造商为降低投资柔性产能的风险,其在决策前会要求下游零售商共享其订货量信息,从而作出柔性产能投资决策.作为对零售商的回报,制造商会满足零售商所有的订货要求,即可认为该结构是 MTO 供应链结构,其与 Lu 等^[21]所研究的 MTO 类似.为避免单方面的补贴或惩罚导致供应链中的一方成员获益而另一方受损,本文采用残值补贴和缺货惩罚相结合的契约,实现供应链的协调.即从产能柔性投资的角度出发,分析该结构下制造商的柔性产能投资与零售商的订货决策的协调机制.

2 柔性产能下的双层供应链模型

2.1 模型描述

在由一个风险中立的制造商和一个风险中立的零售商组成的供应链中,本文考虑上游制造商利用物联网进行柔性产能投资和下游零售商进行订货量决策的问题.市场需求为 D ,其在 $[0, +\infty)$ 上的密度函数、分布函数及均值分别为 $f(\cdot)$, $F(\cdot)$ 和 μ .零售商距离销售市场更近,掌握着制造商难以知道的市场需求信息,但不知道制造商投资物联网技术的成本信息.由于 IoTs 的投入和建设以及产品生产都具有较长的提前期,因此制造商的产能构建和产品生产发生在市场需求确定之前.为了更好地应对需求的不确定性,制造商以单位成本 δ 投资物联网技术获得柔性产能 K .投资柔性产能一方面可以降低制造商产能投资量,另一方面不影响履行下游零售商的订单.给定零售商的订货量 Q ,按照数量 Q 进行生产,则标准单位生产成本为 c ,额外的柔性生产成本 $b(K - Q)^2/2$.由柔性生产成本结构易知制造商的产能投资决策 $K \leq Q$,以节约投资量,即考虑的是上侧柔性(upside flexibility)^[1].零售商则会以外生的批发价 w 采购,并以零售价 p 出售给最终的消费者市场.在销售季节需求出现时,如果 $D > Q$,则零售商会产生单位缺货成本 g_R ;如果 $D < Q$,则零售商需要按单位残值 v 处理未销售的产品.为保证合理性,假设 $p > w > c > v$,且 $p - w > v$,前者表示销售行为是可获利的,后者表示零售商销售的动机比处理残值的动机强.另外假设 $\delta \leq w - c$,其主要表明投资柔性产能的单位成本不应该大于单位产品的利润,否则制造商是无利可图的.

假设零售价格和批发价格都是外生的,即制造商和零售商在既定的价格政策下,进行柔性产能投资和订货量决策.由于双重边际效应,在分散决策下整个系统的绩效是次优的,本文所要研究的问题是,制造商为了更好地应对需求的不确定性进行柔性产能投资,零售商的决策是否与其保持一致?如果决策是一致的,是否让双方都有所获益?如果不能,需要使用什么样的机制实现该系统的协调?

事件顺序如下:

- 1) 零售商以批发价 w 向制造商订购产品 Q ;
- 2) 制造商根据零售商的订货量 Q 以单位成本 δ 投资柔性产能 K ;
- 3) 制造商利用柔性产能,以数量 Q 进行生产;
- 4) 销售季节到来,需求 D 出现,零售商以价格 p 出售 $\min\{D, Q\}$ 的产品,根据 D 与 Q 的大小,发生缺货

或处理残值, 制造商依据契约进行补贴或惩罚.

2.2 模型分析

为分析分散系统(DS)下的系统绩效, 首先计算集中系统(CS)下的系统绩效, 以此作为分析的参考.

2.2.1 集中系统

在集中决策下, 假设存在一个中央决策者, 其通过投资物联网获得柔性产能, 并进行产量决策, 实现整个系统的利润最大化(下角标 F 表示具有柔性). 该决策者的问题可以描述为

$$\begin{aligned} \max_{K \geq 0, Q \geq 0} E[\Pi_F^{CS}(K, Q)] = & E[p \min\{Q, D\} - cQ - b(K - Q)^2/2 + \\ & v \max\{Q - D, 0\} - g_R \max\{D - Q, 0\} - \delta K]. \end{aligned} \quad (1)$$

其中等式右边中括号中第一项表示系统的销售收入, 第二项表示标准生产成本, 第三项表示柔性生产成本, 第四项表示残值, 第五项表示缺货成本, 最后一项表示柔性产能投资成本.

通过运算, 可将系统期望收益表示为

$$E[\Pi_F^{CS}(K, Q)] = (p - c + g_R)Q - g_R\mu - b(K - Q)^2/2 - \delta K - (p - v + g_R) \int_0^Q F(x)dx. \quad (2)$$

有如下结论.

引理 1 $E[\Pi_F^{CS}(K, Q)]$ 是关于 K 和 Q 的凹函数, 最优产量策略和柔性产能投资策略分别为

$$Q_{CS}^* = F^{-1}\left(\frac{p - c + g_R - \delta}{p - v + g_R}\right), \quad (3)$$

$$K_{CS}^* = Q_{CS}^* - \frac{\delta}{b}, \quad (4)$$

且有约束条件 $F^{-1}\left(\frac{p - c + g_R - \delta}{p - v + g_R}\right) > \frac{\delta}{b}$.

证明见附录. 上述引理1表明集中决策者会综合考虑相关参数, 从而确定一个对整个系统而言最优的生产数量. 从最优生产量的形式中可以看出, 利用物联网获得柔性产能的单位成本越高, 则最优生产量会越低, 当低到某一个程度(例如 δ/b)时, 上游制造商会放弃利用物联网获取柔性产能. 因此, 对于柔性产能技术, 仅当其投资成本在合适范围内时, 才会被投资企业所采用(对于柔性产能单位成本的边界约束具体参见下文推论 1). 这也反映了技术发展及成本降低对企业采纳新技术的吸引力.

此时, 根据式(2)可知集中决策下系统最优期望收益为

$$E[\Pi_F^{CS}(K_{CS}^*, Q_{CS}^*)] = (p - c + g_R - \delta)Q_{CS}^* - g_R\mu - (p - v + g_R) \int_0^{Q_{CS}^*} F(x)dx + \frac{\delta^2}{2b}.$$

2.2.2 分散系统

在分散决策下, 制造商和零售商之间只存在价格契约, 零售商根据其所掌握的需求信息以及既定的批发价格向上游制造商发送订货量. 因此, 零售商的决策问题是

$$\max_{Q \geq 0} E[\Pi_{R,F}^{DS}(Q)] = E[p \min\{Q, D\} - wQ - g_R \max\{D - Q, 0\} + v \max\{Q - D, 0\}], \quad (5)$$

其中等式右边中括号中第一项表示零售商的销售收入, 第二项表示采购成本, 第三项表示缺货成本, 第四项表示过量库存的残值处理.

通过运算, 可将分散决策下零售商的期望利润表示为

$$E[\Pi_{R,F}^{DS}(Q)] = (p - w + g_R)Q - g_R\mu - (p - v + g_R) \int_0^Q F(x)dx. \quad (6)$$

有如下结论.

引理 2 $E[\Pi_{R,F}^{DS}(Q)]$ 是 Q 的凹函数, 分散系统中零售商的最优订货量策略为

$$Q_{DS,R}^* = F^{-1}\left(\frac{p-w+g_R}{p-v+g_R}\right). \quad (7)$$

证明见附录. 上述引理 2 中式(7)所表示的最优订货量策略形式, 与经典报童模型中下游零售商的最优订货量是一致的, 具体可查阅文献[39, 40]. 此时, 根据式(6) 零售商的最优期望利润为

$$E[\Pi_{R,F}^{DS}(Q_{DS,R}^*)] = (p-w+g_R)Q_{DS,R}^* - (p-v+g_R) \int_0^{Q_{DS,R}^*} F(x)dx - g_R\mu.$$

对于制造商而言, 如果零售商的订货量为 $Q_{DS,R}^*$, 则其会依此确定自己的柔性产能的投资量, 其面临的决策问题为

$$\max_{K \geq 0} E[\Pi_{M,F}^{DS}(K)] = E[(w-c)Q_{DS,R}^* - b(K-Q_{DS,R}^*)^2/2 - \delta K]. \quad (8)$$

有如下结论.

引理 3 $E[\Pi_{M,F}^{DS}(K)]$ 是 K 的凹函数, 分散系统中制造商柔性产能投资量的最优策略为

$$K_{DS}^* = Q_{DS,R}^* - \frac{\delta}{b}, \quad (9)$$

且有约束条件 $F^{-1}\left(\frac{p-w+g_R}{p-v+g_R}\right) > \frac{\delta}{b}$.

证明见附录. 上述引理 3 表明, 分散系统中上游制造商会根据下游零售商的订货量来确定其最优柔性产能量, 且其产能量始终比下游零售商的订货量少 δ/b . 这主要是制造商在柔性生产成本和柔性产能投资成本之间的平衡所得到的结果. 由于在分散决策下, 零售商的决策会偏离系统最优的数量决策, 因此制造商只能在给定零售商决策的情况下, 做出对自己最优的柔性产能投资决策. 此时制造商的期望收益可以表示为 $E[\Pi_{M,F}^{DS}(K_{DS}^*)] = (w-c-\delta)Q_{DS,R}^* + \delta^2/(2b)$.

由式(4)和式(9)可知有条件 $Q_{CS}^* \geq \delta/b$ 和 $Q_{DS,R}^* \geq \delta/b$. 令 $\delta_{\max}^{CS}$ 和 $\delta_{\max}^{DS}$ 分别表示集中系统和分散系统下满足上述约束的柔性产能投资的单位产能成本的最大值, 则有如下结论.

推论 1 1) 分散系统中零售商的订货量决策和制造商的柔性产能投资决策要低于集中系统中的数量决策和柔性产能投资决策, 即 $Q_{DS,R}^* \leq Q_{CS}^*$, $K_{DS}^* \leq K_{CS}^*$; 2) 分散系统中柔性产能投资成本的可行范围变小, 即 $\delta_{\max}^{DS} < \delta_{\max}^{CS}$.

证明见附录. 上述推论符合前文中的直观判断, 即在分散结构下, 零售商的订货量要低于集中系统下的数量决策. 这也导致制造商的柔性产能决策低于集中系统下的决策, 即制造商的柔性产能优势未能完全体现. 对于这种非最优化的决策结果, 制造商有动机激励零售商多订货, 从而尽可能利用其柔性产能.

3 渠道协调

在分散系统下, 双重边际效应导致制造商和零售商的决策偏离了系统最优决策. 对比分析分散和集中系统中的柔性产能和数量决策, 发现两种情况下的决策在结构上具有相似性质. 首先, 在分散系统下零售商会根据自身相关参数(例如批发价, 残值和缺货成本等)进行数量决策, 在双重边际效应下由于参数差异性导致其决策偏离集中系统下生产量; 然后, 对于柔性产能决策, 集中和分散系统下的决策都与数量决策之间存在一个 δ/b 的差值. 因此, 当分散和集中系统下的数量决策保持一致时, 即可实现渠道的协调.

由推论 1 可知, 为实现系统最优决策, 制造商需要对零售商的订货决策进行激励. 对于渠道协调常用的机制, 例如收益共享或批发价折扣, 都可以实现供应链系统的数量协调. 在数量协调的前提下, 虽然可以实现整个系统期望收益的最大化, 但无法保证双方都能够获得更多期望收益, 最终无法实现协调. 例如当批发

价 w 偏低时, 制造商本身的利润偏低, 如果制造商采用收益共享或批发价折扣, 则该契约向零售商转移的利润要远大于数量增加为制造商带来的利润增量, 从而导致利润降低, 此时制造商是没有动机实施这类契约的. 换言之, 由于事先无法知道协调后双方的期望收益变化情况, 因此所设计的协调机制一方面要解决数量协调的问题, 另一方面要解决双方对额外利润的分配问题. 基于上述分析, 为了激励零售商多订货, 制造商可以对零售商的残值部分进行补贴, 同时, 对零售商的缺货部分进行惩罚, 从而平衡因补贴带来的损失, 即基于“残值补贴+缺货惩罚”的协调策略. 制造商制定如下契约: 对零售商的单位残值补贴 λ , 对零售商的单位缺货惩罚 β . 且存在约束 $v + \lambda < w$, 否则零售商会无节制地增加订货量.

因此, 协调后的分散系统(CDS)中零售商和制造商的决策问题分别可以表示为

$$\begin{aligned} \max_{Q \geq 0} E [\Pi_{R,\lambda\beta}^{\text{CDS}}(Q)] = & E [p \min\{Q, D\} - wQ - (g_R + \beta) \max\{D - Q, 0\} + \\ & (\lambda + v) \max\{Q - D, 0\}], \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \max_{K \geq 0} E [\Pi_{M,\lambda\beta}^{\text{CDS}}(K)] = & E [(w - c)Q + \beta \max\{D - Q, 0\} - \lambda \max\{Q - D, 0\} - \\ & (b(K - Q)^2/2 + \delta K)]. \end{aligned} \quad (11)$$

经过运算, 零售商和制造商的期望收益分别可表示为

$$E [\Pi_{R,\lambda\beta}^{\text{CDS}}(Q)] = (p - w + (g_R + \beta))Q - (g_R + \beta)\mu - (p - (\lambda + v) + (g_R + \beta)) \int_0^Q F(x)dx, \quad (12)$$

$$E [\Pi_{M,\lambda\beta}^{\text{CDS}}(K)] = (w - c - \beta)Q + \beta\mu + (\beta - \lambda) \int_0^Q F(x)dx - (b(K - Q)^2/2 + \delta K). \quad (13)$$

有如下结论.

引理 4 零售商的期望收益是关于其订货量 Q 的凹函数, 制造商的期望收益是关于其产能投资量 K 的凹函数, 可求得最优策略分别为

$$Q_{\text{CDS}}^* = F^{-1} \left(\frac{p - w + g_R + \beta}{p - (\lambda + v) + g_R + \beta} \right), \quad (14)$$

$$K_{\text{CDS}}^* = Q_{\text{CDS}}^* - \delta/b, \quad (15)$$

且有约束条件 $F^{-1} \left(\frac{p - w + g_R + \beta}{p - (\lambda + v) + g_R + \beta} \right) > \delta/b$.

证明见附录.

上述引理 4 中最优决策的形式与前述引理 1、引理 2 和引理 3 类似, 这主要是由于在本文所假定的决策框架下, 产能和订货量决策都具有相似的性质. 这种直观的性质为后文协调机制的实现提供了便利.

定理 1 下游零售商确定订货量 Q 之后, 上游制造商会将柔性产能投资量 K 设置在比订货量 Q 少 δ/b 的水平.

证明 式(4)、式(10)和式(15)可直接得出定理 1.

证毕.

定理 1 表明, 制造商通过投资物联网技术获得柔性产能之后, 会充分利用该产能柔性的优势以应对需求的不确定性. 同时, 其会在柔性产能投资成本与柔性生产成本之间进行权衡, 如果投资量过高, 虽然可以降低柔性生产成本, 但是是以增加投资成本为代价的; 如果投资量过低, 虽然可以节省投资成本, 但是会增加柔性生产成本. 因此, 制造商将柔性产能投资水平保持在比零售商的订货量水平低 δ/b 的位置, 从而在两种成本间得到一种折中, 即为文献[1]中所述产能柔性所带来的杠杆作用.

当 $Q_{\text{CDS}}^* \leq \delta/b$ 时, $K_{\text{CDS}}^* = 0$, 即意味着当零售商的订货量偏低时(例如, 低于 δ/b), 上游制造商会放弃柔性产能的投资. 由于本文主要考虑柔性产能投资下的供应链协调问题, 因此在后文中仅考虑 $Q_{\text{CDS}}^* > \delta/b$

的情况.

根据式(12)和式(13), 零售商和制造商的最优期望收益分别为

$$E[\Pi_{R,\lambda\beta}^{\text{CDS}}(Q_{\text{CDS}}^*)] = (p - w + g_R + \beta)Q_{\text{CDS}}^* - (g_R + \beta)\mu - (p - (\lambda + v) + (g_R + \beta)) \int_0^{Q_{\text{CDS}}^*} F(x)dx,$$

$$E[\Pi_{M,\lambda\beta}^{\text{CDS}}(K_{\text{CDS}}^*)] = (w - c - \beta - \delta)Q_{\text{CDS}}^* + \beta\mu + (\beta - \lambda) \int_0^{Q_{\text{CDS}}^*} F(x)dx + \frac{\delta^2}{2b}.$$

实现分散系统的协调, 即意味着零售商和制造商的期望收益之和等于集中决策下系统的期望收益, 且两个企业都要比协调之前好, 至少不会变差. 接下来将分两步实现渠道协调: 第一步是让分散结构下的决策与集中系统下的决策一致; 第二步是保证每个成员的收益至少不比协调前差.

3.1 分散结构下的决策协调

由上文分析可知, 式(3)表示集中系统下的产出量, 式(14)为分散系统协调后的订货量. 因此, 要实现决策协调, 则需两者相等, 即 $Q_{\text{CS}}^* = Q_{\text{CDS}}^*$. 由于 $F(x)$ 是关于 x 的单调增函数, 所以其反函数 $F^{-1}(x)$ 也是单调增函数, 则可有

$$\frac{p - w + g_R + \beta}{p - (\lambda + v) + g_R + \beta} = \frac{p - (c + \delta) + g_R}{p - v + g_R}.$$

关于实现分散系统下的数量决策协调, 有如下结论.

定理 2 当参数 λ 和 β 满足如下条件时, 分散渠道可以实现数量协调, 即

$$\beta = \frac{p + g_R - v}{c + \delta - v} (w - (c + \delta) - \lambda F(Q_{\text{CS}}^*)), \quad (16)$$

其中 $0 \leq \lambda \leq (w - (c + \delta))/F(Q_{\text{CS}}^*)$.

证明见附录.

式(16)表明要实现分散结构的协调, 残值补贴 λ 和缺货惩罚 β 之间应该呈反向变化的关系. 换言之, 如果残值补贴和缺货惩罚都太低, 则该激励的效果不明显, 难以实现数量上的协调; 如果残值补贴和缺货惩罚都太高, 则激励效果太强, 虽然可以实现数量上的增加, 但是可能会导致供应链中某一方利益受损, 最终仍难以实现协调.

3.2 零售商和制造商协调后的收益都不变差

上述定理2只能保证分散决策下整体收益等于集中决策下的整体收益, 但是还无法保证协调后个体收益优于协调前分散决策下各个体的期望收益. 因此, 在实现系统期望收益最大化的同时, 确保双方的期望收益都不会变差, 需同时满足 $E[\Pi_{R,\lambda\beta}^{\text{CDS}}] \geq E[\Pi_{R,F}^{\text{DS}}]$, $E[\Pi_{M,\lambda\beta}^{\text{CDS}}] \geq E[\Pi_{M,F}^{\text{DS}}]$. 为满足上述条件, 需要满足如下结论.

定理 3 协调后零售商和制造商的期望收益都不会变差时, 残值补贴 λ 应满足 $\lambda_R \leq \lambda \leq \lambda_M$, 其中

$$\lambda_R = \frac{(w - v) \int_0^{Q_{\text{CS}}^*} x f(x) dx - (c + \delta - v) \int_0^{Q_{\text{DS},R}^*} x f(x) dx - \mu(w - (c + \delta))}{\int_0^{Q_{\text{CS}}^*(x-\mu)} f(x) dx},$$

$$\lambda_M = \frac{(p - v + g_R) \left(\int_0^{Q_{\text{CS}}^*} x f(x) dx - \mu \right) + (c + \delta - v) Q_{\text{DS},R}^*}{(p - v + g_R) \left(\int_0^{Q_{\text{CS}}^*} (x - \mu) f(x) dx \right)}.$$

证明见附录. 上述定理3表明, 协调机制发挥作用需要满足一定的条件. 这些条件与随机需求变量本身的分布形式、市场参数(批发价、零售价、残值、缺货成本)以及物联网技术参数(柔性产能投资成本)有关, 它

们共同决定了协调机制中残值补贴 λ (缺货惩罚 β) 的边界. 残值补贴 λ (缺货惩罚 β) 对制造商和零售商期望利润的影响作用是不同的. 对于零售商而言, 在需求不确定的情况下, 虽然残值补贴可以激励其增加订购量, 但是订购量的增加会导致过量库存概率的增加. 一旦出现过量库存, 即使有上游制造商的残值补贴, 零售商仍然会出现损失, 因此其增加订购量的动机并不强烈. 在向零售商提供残值补贴的同时, 通过缺货惩罚的方式, 给予零售商足够的动机增加必要的订购量, 从而维持在系统最优订购量水平上. 残值补贴 λ 和缺货惩罚 β 之间的反向变化关系, 可以将渠道协调后的额外利润在制造商和零售商之间进行分配和转移. 随着 λ 的增加, 渠道额外利润逐渐从制造商向零售商转移. 但对于制造商而言, 过高的残值补贴会导致其期望利润变差, 因此其会将残值补贴设置在不超过 λ_M 的水平. 即残值补贴的选定并非越大(小)越好, 而应根据具体的需求分布形式、市场参数以及物联网技术参数等确定.

4 数值分析

接下来将通过数值实验以验证上述各种结论, 并通过敏感性分析各种参数对制造商和零售商的决策, 以及对他们期望收益的影响. 假设随机需求服从 $D \sim U(0, 150)$, 相关参数 $p = 80, w = 50, c = 20, v = 10, g_R = 10, b = 0.5, \delta = 10$.

图 1 和图 2 分别表示残值补贴参数 λ (缺货惩罚 β) 取不同值时, 协调前和协调后的制造商和零售商期望利润和残值补贴和额外收益所占比例的影响变化情况.

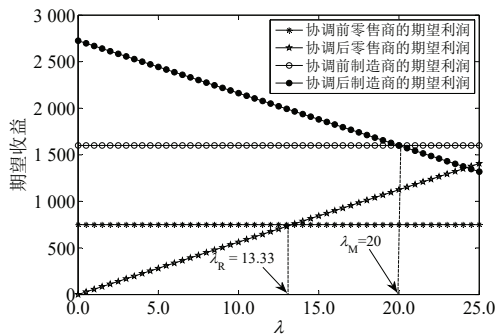


图 1 补贴参数的变化对制造商和零售商期望收益的影响

Fig. 1 The impact of λ on the expected profits of the manufacturer and retailer

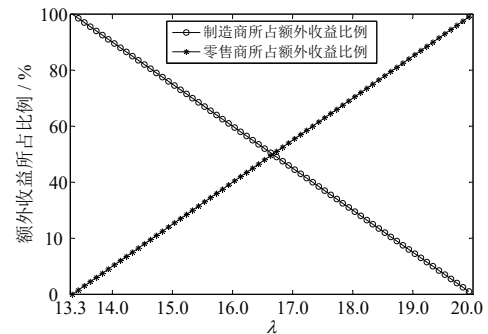


图 2 残值补贴的变化对制造商和零售商额外收益所占比例的影响

Fig. 2 The impact of λ on the ratio of extra profits of the manufacturer and retailer

由定理 2 可知, 残值补贴和缺货惩罚之间呈反向变化关系, 当 $\lambda = 0$ 时,

$$\beta = \frac{(p + g_R - v)(w - (c + \delta)) - \lambda(p + g_R - (c + \delta))}{c + \delta - v} = 80,$$

即此时制造商不对零售商的过量库存进行补贴, 而是对其缺货进行高额的惩罚. 为规避高额惩罚, 零售商会尽可能增加订货量, 从而实现集中系统中的数量决策, 但是潜在的高额惩罚对零售商非常不利, 从图 1 中可以看到, 协调后零售商的期望收益比协调前低, 换言之, 此时零售商并不会接受该协调措施. 当 $\lambda = (w - (c + \delta))/F(Q_{CS}^*) = 26.67$ 时, $\beta = 0$, 即此时制造商仅对零售商的过量库存进行补贴, 不对缺货进行惩罚. 在较高补贴的刺激下, 零售商会尽可能多的订货, 从而实现集中系统中的数量决策. 但是这种高额的补贴对制造商非常不利, 从图 1 中可以看到, 此时制造商的期望收益要低于协调前的期望收益. 根据定理 3 可知, 实现渠道协调的条件为 $\lambda_R = 13.33, \lambda_M = 20$, 即当 $\lambda_R \leq \lambda \leq \lambda_M$ 时, 可以实现供应链的协调, 换言之, 在上述区间内, 制造商和零售商都获得了比协调前更高的期望利润.

在图 1 中可知, $\lambda \in [13.33, 20]$ 内变化时, 两企业的期望收益是呈反方向变化的, 例如当 λ 变大时, 制造

商的期望收益递减,而零售商的期望收益递增.这说明协调后制造商和零售商的期望收益都比协调前高,且它们的期望收益之和等于集中决策下的系统期望收益,但是当 λ 取不同值时,它们所占有的额外收益的比例是不同的.如图2所示,当 $\lambda = 13.33$ 时,制造商占有100%的额外期望收益;当 $\lambda = 20$ 时,零售商占有100%的额外收益.当 $13.33 \leq \lambda \leq 20$ 时,制造商和零售商具体占有多少额外收益,由具体的 λ 值所确定,而 λ 值的确定则取决于它们之间的议价能力,由于篇幅限制,本文不作深入分析.

前文中的分析都是在假定 $\delta = 10$ 的情况下所做的分析,接下来分析 δ 的变化对契约参数 λ 和企业的决策及期望收益的影响.

图3中反映的是柔性产能投资成本 δ 的变化对协调机制中参数 λ 的影响.当 δ 越大(小)时, λ 的可行域越小(大),且可行域的上界和下界越小(大).例如当 $\delta = 0$ 时, λ 的可行域为 $[17.14, 30]$,即意味着 λ 在此区域内都可以实现供应链的协调.当 $\delta = 30$ 时,在较高的柔性产能投资成本下 $\lambda = 0$,即意味着此时有协调和无协调效果都是一样的.换言之,此时集中系统的期望收益等于未协调时分散系统下的总期望收益.当 $\delta = 10$ 时, λ 的上下界即为图1中的可行区域的边界.

图4展示的是企业决策在不同 δ 下的变化.在集中系统中,当 $\delta = 0$ 时,即意味着柔性产能投资是无成本的,集中决策者为降低柔性产能生产成本会将数量决策和柔性产能投资决策保持一致.随着 δ 的增大,数量决策会逐渐降低,为了实现与柔性生产成本之间权衡,柔性产能的投资会低于数量决策,且差距为 δ/b ,即随着 δ 的增大,数量决策与柔性产能投资决策之间的差距越来越大.在分散系统中,零售商仅基于自身考虑,因此 δ 的变化并不会影响其订货量决策.制造商的柔性产能投资决策与集中系统下的决策类似,随 δ 递减,并与订货量之间保持 δ/b 的差距.当 $\delta = 30$ 时,无需协调,分散与集中系统下的决策一致,这也意味着无法通过协调机制实现期望收益的增加,这与图3中 $\lambda = 0$ 中是一致的.

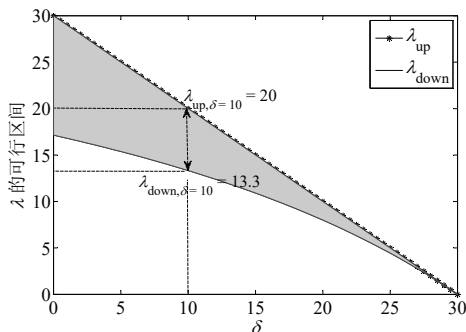


图3 δ 对补贴参数边界的影响

Fig. 3 The impact of δ on the boundary of λ

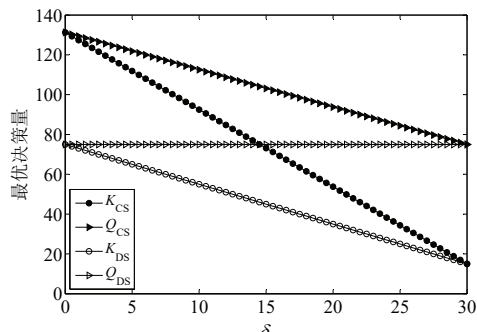


图4 δ 对集中和分散系统中企业决策的影响

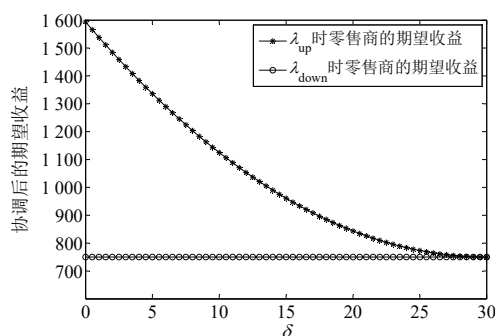
Fig. 4 The impact of δ on the decisions of the two firms

图5展示的是随 δ 的变化,两个企业的期望收益的变化.在分散系统中,对于零售商而言,其期望收益并不会随制造商的柔性产能投资成本的变化而变化.因此,当 λ 取下界时,零售商期望收益等于其在分散系统中的期望收益.随着 λ 的增大,其期望收益递增,然后这种递增的效果随着 δ 的增大而降低;当 λ 取上界时,其取得协调机制下的最大期望收益.对于制造商而言,当 λ 取下界时,制造商获得协调机制下的最大期望收益,随着 λ 的增大,其期望收益递减,然后这种递减的效果随着 δ 的增大而降低;当 λ 取上界时,其获得协调机制下的最低收益.换言之,随着 λ 的增大,期望收益从制造商向零售商转移,这与图1和图2中的结果是一致的.但是这种可转移的期望收益会随着 δ 的增加而递减,最后变为0.

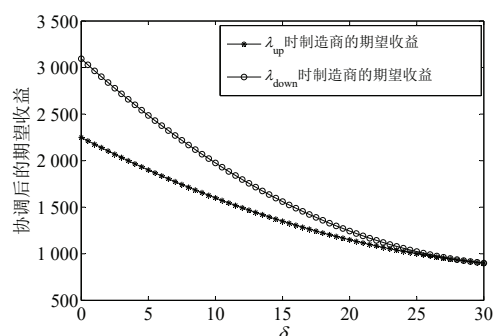
5 结束语

物联网等新兴信息技术的发展和应用,赋予了制造企业柔性制造的能力.由于双重边际效应的存在导

致这种能力的价值无法充分发挥出来. 基于该问题的性质, 本文从制造商的角度提出了“残值补贴+缺货惩罚”契约对该分散结构下的决策效率进行了改进. 在该契约下, 两个企业的期望收益都实现了 Pareto 改进, 从而充分利用了物联网在柔性产能中的价值. 当然, 柔性产能投资成本必然会随着物联网技术的规模化发展和成熟而逐渐降低, 制造商应用物联网技术获得产能柔性的动机也会逐渐加强. 从合作博弈的角度研究额外期望收益在制造商和零售商之间分配, 以及柔性产能投资成本与生产成本之间的内生关系, 都是值得继续探讨的问题.



(a) 零售商的期望收益变化

(a) The retailer's expected profit in different δ 

(b) 制造商的期望收益变化

(b) The manufacturer's expected profit in different δ 图5 δ 对两个企业期望收益的影响Fig. 5 The impact of δ on the expected profits of the two firms

参考文献:

- [1] Goyal M, Netessine S. Volume flexibility, product flexibility, or both: The role of demand correlation and product substitution. *Manufacturing & Service Operations Management*, 2011, 13(2): 180–193.
- [2] Sethi A K, Sethi S P. Flexibility in manufacturing: A survey. *International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, 1990, 2(4): 289–328.
- [3] Sabri E H, Beamon B M. A multi-objective approach to simultaneous strategic and operational planning in supply chain design. *Omega: The International Journal of Management Science*, 2000, 28(5): 581–598.
- [4] Janakiraman G, Nagarajan M, Veeraraghavan S. Simple policies for managing flexible capacity. *Manufacturing & Service Operations Management*, 2018, 20(2): 333–346.
- [5] Jordan W C, Graves S C. Principles on the benefits of manufacturing process flexibility. *Management Science*, 1995, 41(4): 577–594.
- [6] Schütz P, Tomasgard A. The impact of flexibility on operational supply chain planning. *International Journal of Production Economics*, 2011, 134(2): 300–311.
- [7] 尚文芳, 祁明, 陈琴. 需求预测信息更新条件下供应链的三阶段期权协调机制. *系统工程理论与实践*, 2013, 33(6): 1424–1433.
Shang W F, Qi M, Chen Q. Three-stage supply chain coordination mechanisms with options under demand forecast information updating. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2013, 33(6): 1424–1433. (in Chinese)
- [8] Donohue K L. Efficient supply contracts for fashion goods with forecast updating and two production modes. *Management Science*, 2000, 46(11): 1397–1411.
- [9] Jack E P, Raturi A. Sources of volume flexibility and their impact on performance. *Journal of Operations Management*, 2002, 20(5): 519–548.
- [10] Fabrizio S, Manus R, Cipriano F, et al. Mix flexibility and volume flexibility in a build-to-order environment: Synergies and trade-offs. *International Journal of Operations & Production Management*, 2007, 27(11): 1173–1191.
- [11] Eynan A, Dong L. Design of flexible multi-stage processes. *Production and Operations Management*, 2012, 21(1): 194–203.
- [12] Boonman H J, Hagspiel V, Kort P M. Dedicated vs product flexible production technology: Strategic capacity investment choice. *European Journal of Operational Research*, 2015, 244(1): 141–152.

- [13] 工业和信息化部电子科学技术情报研究所. 中国物联网发展报告(2014-2015). 北京: 电子工业出版社, 2015.
Institute of Electronic Science, Technology and Information of Ministry of Industry and Information Technology. Internet of Things Development Report of China(2014~2015). Beijing: Electronic Industry Press, 2015. (in Chinese)
- [14] Merschmann U, Thonemann U W. Supply chain flexibility, uncertainty and firm performance: An empirical analysis of German manufacturing firms. *International Journal of Production Economics*, 2011, 130 (1): 43–53.
- [15] Ben-Daya M, Hassini E, Bahrour Z. Internet of things and supply chain management: A literature review. *International Journal of Production Research*, 2019, 57(15/16): 4719–4742.
- [16] Stigler G. Production and distribution in the short run. *Journal of Political Economy*, 1939, 47(3): 305–327.
- [17] Vives X. Technological competition, uncertainty, and oligopoly. *Journal of Economic Theory*, 1989, 48(2): 386–415.
- [18] Anupindi R, Jiang L. Capacity investment under postponement strategies, market competition, and demand uncertainty. *Management Science*, 2008, 54(11): 1876–1890.
- [19] Hagspiel V, Huisman K J, Kort P M. Volume flexibility and capacity investment under demand uncertainty. *International Journal of Production Economics*, 2016, 178: 95–108.
- [20] De Giovanni D, Massabò I. Capacity investment under uncertainty: The effect of volume flexibility. *International Journal of Production Economics*, 2018, 198: 165–176.
- [21] Lu Q, Chen X. Capacity expansion investment of supplier under make-to-order and make-to-stock supply chains. *International Journal of Production Economics*, 2018, 198: 133–148.
- [22] Cachon G P, Lariviere M A. Contracting to assure supply: How to share demand forecasts in a supply chain. *Management Science*, 2001, 47(5): 629–646.
- [23] Tomlin B. Capacity investments in supply chains: Sharing the gain rather than sharing the pain. *Manufacturing & Service Operations Management*, 2003, 5(4): 317–333.
- [24] 徐 最, 朱道立, 朱文贵. 补偿契约模式下的供应链产能投资研究. *科技导报*, 2007, 25(7): 71–76.
Xu Z, Zhu D L, Zhu W G. Capacity investments in supply chain with rebate contracts. *Science & Technology Review*, 2007, 25(7): 71–76. (in Chinese)
- [25] Erkoc M, Wu S D. Managing high-tech capacity expansion via reservation contracts. *Production and Operations Management*, 2005, 14(2): 232–251.
- [26] Jin M, Wu S D. Capacity reservation contracts for high-tech industry. *European Journal of Operational Research*, 2007, 176(3): 1659–1677.
- [27] Mathur P P, Shah J. Supply chain contracts with capacity investment decision: Two-way penalties for coordination. *International Journal of Production Economics*, 2008, 114(1): 56–70.
- [28] 邵晓峰, 季建华. 基于补偿合约的供应链定价与能力设计的协调问题研究. *中国管理科学*, 2008, 16(4): 62–68.
Shao X F, Ji J H. Research on pricing and capacity planning coordination based on reimbursement contracts. *Chinese Journal of Management Science*, 2008, 16(4): 62–68. (in Chinese)
- [29] 孔 融, 董 明, 刘少轩. 考虑产能投资分担的供应链契约协调研究. *上海交通大学学报*, 2012, 46(12): 1994–1998.
Kong R, Dong M, Liu S X. Study on supply chain coordination with capacity investment sharing. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2012, 46(12): 1994–1998. (in Chinese)
- [30] 石 丹, 李勇建. 不同激励机制下供应商产能投资问题研究. *系统工程理论与实践*, 2015, 35(1): 86–94.
Shi D, Li Y J. Capacity investment decisions of supplier under different incentive mechanism. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2015, 35(1): 86–94. (in Chinese)
- [31] Cachon G P. Supply chain coordination with contracts. de Kok A G, Graves S C. *Handbooks in Operations Research and Management Science: Supply Chain Management*. North-Holland: Elsevier, 2003: 227–339.
- [32] 何 波, 张 霞. 管理供应风险: 基于数量柔性采购的视角. *系统工程学报*, 2017, 32(6): 855–864.
He B, Zhang X. Managing supply risks: A perspective from quantity flexibility procurement. *Journal of Systems Engineering*, 2017, 32(6): 855–864. (in Chinese)
- [33] 代建生. 销售努力下基于CVaR的供应链协调. *系统工程学报*, 2017, 32(2): 252–264.
Dai J S. Supply chain coordination with sales effort based on CVaR. *Journal of Systems Engineering*, 2017, 32(2): 252–264. (in Chinese)
- [34] 代建生. 风险规避供应链的最优两部定价契约. *系统工程学报*, 2016, 31(1): 66–77.
Dai J S. Optimal two-part pricing contract of a risk-averse supply chain. *Journal of Systems Engineering*, 2016, 31(1): 66–77. (in Chinese)

- [35] Gan X, Sethi S P, Zhou J. Commitment-penalty contracts in drop-shipping supply chains with asymmetric demand information. *European Journal of Operational Research*, 2010, 204(3): 449–462.
- [36] Lee C H, Rhee B D, Cheng T C E. Quality uncertainty and quality-compensation contract for supply chain coordination. *European Journal of Operational Research*, 2013, 228(3): 582–591.
- [37] 洪定军, 马永开, 倪得兵. 灰色市场环境下供应链协调的补偿策略研究. *系统工程学报*, 2018, 33(1): 103–115.
Hong D J, Ma Y K, Ni D B. Compensation strategy for supply chain coordination in gray markets. *Journal of Systems Engineering*, 2018, 33(1): 103–115. (in Chinese)
- [38] 沈建男, 骆建文, 李 超. 不同付款方式下资金约束供应链的定价策略. *系统工程学报*, 2017, 32(4): 513–521.
Shen J N, Luo J W, Li C. Pricing strategy of supply chains with capital constraints based on different payment terms. *Journal of Systems Engineering*, 2017, 32(4): 513–521. (in Chinese)
- [39] 郭 琼, 杨德礼, 迟国泰. 基于期权的供应链契约式协调模型. *系统工程*, 2005, 23(10): 1–6.
Guo Q, Yang D L, Chi G T. Supply chain coordination with option contract. *Systems Engineering*, 2005, 23(10): 1–6. (in Chinese)
- [40] Pasternack B A. Optimal pricing and return policies for perishable commodities. *Marketing Science*, 2008, 27(1): 133–140.

作者简介:

常 珊(1984—), 男, 湖北随州人, 博士生, 研究方向: 信息与供应链管理, Email: shan_chang@hust.edu.cn;

胡 斌(1966—), 男, 湖北武汉人, 博士生导师, 教授, 研究方向: 信息资源管理, 管理系统建模, Email: bin.hu@hust.edu.cn;

汪婷婷(1992—), 女, 安徽桐城人, 博士生, 研究方向: 供应链管理, Email: tt.wang@hust.edu.cn;

丁 龙(1991—), 男, 湖北孝感人, 博士生, 研究方向: 供应链管理, 信息系统管理, Email: long_ding@hust.edu.cn.

附录 引理、推论以及定理的证明

引理 1 的证明

令 $f(K, Q) = E[\Pi_F^{CS}(K, Q)] = (p - c + g_R)Q - g_R\mu - b(K - Q)^2/2 - \delta K - (p - v + g_R) \int_0^Q F(x)dx$, 由 $\frac{\partial f}{\partial K} = 0$ 以及 $\frac{\partial f}{\partial Q} = 0$ 可求得函数 $f(K, Q)$ 的唯一驻点 $M \left(F^{-1} \left(\frac{p - c + g_R - \delta}{p - v + g_R} \right) - \delta/b, F^{-1} \left(\frac{p - c + g_R - \delta}{p - v + g_R} \right) \right)$. 又因为 f 关于 (K, Q) 的 Hessian 矩阵为 $H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial K^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial K \partial Q} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial Q \partial K} & \frac{\partial^2 f}{\partial Q^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b & b \\ b & -(p - v + g_R)f(Q) - b \end{bmatrix}$, 其一阶和二阶顺序主子式分别为 $\Delta_1 = -b < 0$, $\Delta_2 = (p - v + g_R)f(Q)b > 0$, 则可知 H 为负定矩阵, 即 f 存在最大值, 且驻点 M 是 $f(K, Q)$ 的最大值点, 可有 $(K^*, Q^*) = \left(F^{-1} \left(\frac{p - c + g_R - \delta}{p - v + g_R} \right) - \delta/b, F^{-1} \left(\frac{p - c + g_R - \delta}{p - v + g_R} \right) \right) = \arg \max E[\Pi_F^{CS}(K, Q)] = (p - c + g_R)Q - g_R\mu - b(K - Q)^2/2 - \delta K - (p - v + g_R) \int_0^Q F(x)dx$. 又由约束条件可知 $K \geq 0, Q \geq 0$, 当 $K \leq 0$ 时, 即 $F^{-1} \left(\frac{p - c + g_R - \delta}{p - v + g_R} \right) \leq \delta/b$, 企业无法进行生产即产量为 0, 此时取 $(K^*, Q^*) = (0, 0)$. 因此,

当 $F^{-1} \left(\frac{p - c + g_R - \delta}{p - v + g_R} \right) > \delta/b$ 时, $K_{CS}^* = Q_{CS}^* - \delta/b$, $Q_{CS}^* = F^{-1} \left(\frac{p - c + g_R - \delta}{p - v + g_R} \right)$; 当 $F^{-1} \left(\frac{p - c + g_R - \delta}{p - v + g_R} \right) \leq \delta/b$ 时, $K_{CS}^* = 0$, $Q_{CS}^* = 0$.

由于本文仅考虑存在柔性产能情况下的决策协调问题, 因此仅考虑 $F^{-1} \left(\frac{p - c + g_R - \delta}{p - v + g_R} \right) > \delta/b$ 的情况. 证毕.

引理 2 的证明

分散系统下零售商期望收益关于 Q 的一阶导数可以表示为 $\frac{dE[\Pi_{R,F}^{DS}(Q)]}{dQ} = p - w + g_R - (p - v + g_R)F(Q)$. 关于 Q 的二阶导数为 $\frac{d^2E[\Pi_{R,F}^{DS}(Q)]}{dQ^2} = -(p - v + g_R)f(Q) < 0$. 即 $E[\Pi_{R,F}^{DS}(Q)]$ 是 Q 的凹函数, 令其一阶导数等于 0, 可有 $Q_{DS,R}^* = F^{-1} \left(\frac{p - w + g_R}{p - v + g_R} \right)$. 证毕.

引理 3 的证明

制造商期望利润关于 K 的一阶导数为 $\frac{dE[\Pi_{M,F}^{DS}(K)]}{dK} = -b(K - Q_{DS,R}^*) - \delta$, 二阶导数为 $\frac{d^2E[\Pi_{M,F}^{DS}(K)]}{dK^2} = -b < 0$, 令一阶导数为 0 可有 $K_{DS}^* = Q_{DS,R}^* - \delta/b$, 且有约束条件 $Q_{DS,R}^* > \delta/b$. 证毕.

推论 1 的证明

根据前文的假设, $p > w > c > v$, $p - w > v$, 以及 $\delta \leq w - c$, 易知 $\frac{p-w+g_R}{p-v+g_R} \leq \frac{p-(c+\delta)+g_R}{p-v+g_R}$, 由 $F(\cdot)$ 的单调性可知 $F^{-1}(\cdot)$ 在定义域内也是单调递增的, 即 $Q_{DS,R}^* = F^{-1}\left(\frac{p-w+g_R}{p-v+g_R}\right) \leq F^{-1}\left(\frac{p-(c+\delta)+g_R}{p-v+g_R}\right) = Q_{CS}^*$, 即分散系统中的订货量决策要低于集中系统中的数量决策。

集中系统下的约束条件为 $F^{-1}\left(\frac{p-c+g_R-\delta}{p-v+g_R}\right) \geq \frac{\delta}{b}$. 令 $s_{CS}(\delta) = F^{-1}\left(\frac{p-c+g_R-\delta}{p-v+g_R}\right) - \frac{\delta}{b}$, 则 $s_{CS}(\delta = 0) = F^{-1}\left(\frac{p-c+g_R}{p-v+g_R}\right) > 0$, 且 $s_{CS}(\delta)$ 随 δ 递减. 令 $s_{CS}(\delta = \delta_{max}^{CS}) = 0$, 则易知 $\delta \in (0, \delta_{max}^{CS}]$ 时, $s_{CS}(\delta) \geq 0$, 其中 δ_{max}^{CS} 满足 $F^{-1}\left(\frac{p-c+g_R-\delta_{max}^{CS}}{p-v+g_R}\right) - \frac{\delta_{max}^{CS}}{b} = 0$. 同理, 在分散系统下可有 $F^{-1}\left(\frac{p-w+g_R}{p-v+g_R}\right) - \frac{\delta_{max}^{DS}}{b} = 0$. 由 $c + \delta < w$ 可知, $\delta_{max}^{DS} \leq \delta_{max}^{CS}$, 即在分散系统中, δ 的取值范围变窄. 证毕.

引理4的证明

协调后的分散系统(CDS)中零售商的期望利润可以表示为 $E[\Pi_{R,\lambda\beta}^{CDS}(Q)] = (p - w + (g_R + \beta))Q - (g_R + \beta)\mu - (p - (\lambda + v) + (g_R + \beta)) \int_0^Q F(x)dx$, 其关于 Q 的一阶和二阶导数分别为 $\frac{dE[\Pi_{R,\lambda\beta}^{CDS}(Q)]}{dQ} = (p - w + (g_R + \beta)) - (p - (\lambda + v) + (g_R + \beta))F(Q)$, $\frac{d^2E[\Pi_{R,\lambda\beta}^{CDS}(Q)]}{dQ^2} = -(p - (\lambda + v) + (g_R + \beta))f(Q) < 0$. 制造商的期望利润可以表示为 $E[\Pi_{M,\lambda\beta}^{CDS}(K)] = (w - c - \beta)Q + \beta\mu + (\beta - \lambda) \int_0^K F(x)dx - (b(K - Q)^2/2 + \delta K)$, 其关于 K 的一阶和二阶导数分别为 $\frac{dE[\Pi_{M,\lambda\beta}^{CDS}(K)]}{dK} = -b(K - Q) - \delta$, $\frac{d^2E[\Pi_{M,\lambda\beta}^{CDS}(K)]}{dK^2} = -b < 0$. 即零售商的期望收益是关于其订货量 Q 的凹函数, 制造商的期望收益是关于其产能投资量 K 的凹函数, 可求得最优策略为

$$Q_{CDS}^* = F^{-1}\left(\frac{p-w+g_R+\beta}{p-(\lambda+v)+g_R+\beta}\right), \quad K_{CDS}^* = Q_{CDS}^* - \delta/b,$$

且有约束条件 $Q_{CDS}^* > \delta/b$.

证毕.

定理2的证明

数量要保持一致时, 需满足 $\frac{p-w+g_R+\beta}{p-(\lambda+v)+g_R+\beta} = \frac{p-(c+\delta)+g_R}{p-v+g_R}$, 可有 $\beta = \frac{1}{c+\delta-v}((p+g_R-v)(w-(c+\delta)) - \lambda(p+g_R-(c+\delta))) = \frac{p+g_R-v}{c+\delta-v}(w-(c+\delta) - \lambda F(Q_{CS}^*))$. 由前文假设可知, 为保证不会过度补贴, 存在约束 $\lambda \leq w - v$. 同时, 为保证 β 的非负性, 有约束 $\lambda \leq \frac{w-(c+\delta)}{F(Q_{CS}^*)}$. 且因 $w - v - \frac{(p+g_R-v)(w-(c+\delta))}{p+g_R-(c+\delta)} = \frac{(p+g_R-w)(c+\delta-v)}{p+g_R-(c+\delta)} > 0$, 因此可有 $0 \leq \lambda \leq \frac{w-(c+\delta)}{F(Q_{CS}^*)}$. 证毕.

定理3的证明

对于零售商而言, 协调后与协调前的期望利润差值为 $\Delta\Pi_R = E[\Pi_{R,\lambda\beta}^{CDS}(Q_{CS}^*)] - E[\Pi_{R,F}^{DS}(Q_{DS,R}^*)]$, 将 $\beta(\lambda)$ 代入上式, 并化简可有 $\Delta\Pi_R = \frac{p-v+g_R}{c+\delta-v}((w-v) \int_0^{Q_{CS}^*} xf(x)dx - (c+\delta-v) \int_0^{Q_{DS,R}^*} xf(x)dx - \mu(w-(c+\delta)) - \lambda \left(\int_0^{Q_{CS}^*} (x-\mu)f(x)dx \right))$. 若要 $\Delta\Pi_R \geq 0$, 则需

$$\lambda \left(\int_0^{Q_{CS}^*} (x-\mu)f(x)dx \right) \leq (w-v) \int_0^{Q_{CS}^*} xf(x)dx - (c+\delta-v) \int_0^{Q_{DS,R}^*} xf(x)dx - \mu(w-(c+\delta)).$$

令 $y(t) = \int_0^t (x-\mu)f(x)dx$, 则 $y'(t) = (t-\mu)f(t)$, 当 $t \in [0, \mu]$ 时, $y(t)$ 是关于 t 的减函数, 当 $t \in (\mu, +\infty)$ 时, $y(t)$ 是关于 t 的增函数. 又易知 $y(0) = 0$, $\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = 0$, 故在 $t \in (0, +\infty)$ 上, 可有 $y(t) = \int_0^t (x-\mu)f(x)dx < 0$, 即 $\int_0^{Q_{CS}^*} (x-\mu)f(x)dx < 0$. 因此, 由 $\Delta\Pi_R \geq 0$ 可有 $\lambda \geq \lambda_R = \frac{(w-v) \int_0^{Q_{CS}^*} xf(x)dx - (c+\delta-v) \int_0^{Q_{DS,R}^*} xf(x)dx - \mu(w-(c+\delta))}{\int_0^{Q_{CS}^*} (x-\mu)f(x)dx}$.

同理, 对于制造商而言, 由 $\Delta\Pi_M \geq 0$ 可以推导出

$$\lambda \leq \lambda_M = (w-c-\delta) \frac{(p-v+g_R) \left(\int_0^{Q_{CS}^*} xf(x)dx - \mu \right) + (c+\delta-v)Q_{DS,R}^*}{(p-v+g_R) \int_0^{Q_{CS}^*} (x-\mu)f(x)dx}. \quad \text{综上, 可以得到实现渠道协调的}$$

契约参数范围为 $\lambda_R \leq \lambda \leq \lambda_M$.

证毕.