

以极小化峰谷差为目标的智能电网实时定价

陶 莉^{1,2}, 高 岩^{1*}, 朱红波^{1,2}

(1. 上海理工大学管理学院, 上海 200093;

2. 淮阴工学院数理学院, 江苏 淮安 223001)

摘要: 利用在线电量波动数据对有多类用户的智能电网的实时定价问题进行研究. 首先依据用户用电习惯将用户分类, 对同一时段不同种类用户采用不同价格引导其消费, 其次针对实时定价削峰填谷的目的, 以极小化峰谷差为目标建立实时定价优化模型, 并给出一种依赖在线电量波动的同步扰动随机逼近算法. 讨论了模型的性质, 给出了算法收敛性的证明. 数值仿真结果表明新方法不但能够削峰填谷, 避免下载同步化情形的出现, 而且有助于提高用户和供电商的双方利益. 与已有方法相比, 每次迭代过程中仅需观测价格扰动产生的最大和最小用电总量而不需要掌握每个用户的隐私信息, 操作简单, 容易实现, 不但适用于单供应商多用户情形, 也适用于多供应商多用户情形.

关键词: 智能电网; 实时定价; 峰谷差; 分类用户; 随机逼近; 同步扰动

中图分类号: TM743; O224 文献标识码: A 文章编号: 1000-5781(2020)03-0315-10

doi: 10.13383/j.cnki.jse.2020.03.003

Real-time pricing strategy for smart grid based on the minimization of the peak-valley difference

Tao Li^{1,2}, Gao Yan^{1*}, Zhu Hongbo^{1,2}

(1. School of Management, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;

2. Faculty of Mathematics and Physics, Huaiyin Institute of Technology, Huai'an 223003, China)

Abstract: This paper studies the real-time pricing (RTP) problem for the smart grids with different kinds of users through online power fluctuation data. First, it classifies users into different kinds according to their power usage patterns and uses different prices to guide users' consumption in the same period. Second, aimed at peak-cutting and valley-filling, a RTP scheme is formulated as an optimization problem whose goal is to minimize the peak-valley difference, and then, a synchronous perturbation random approximation method (SPAS) is proposed to solve the proposed optimization problem. The properties of the model are discussed and the convergence of the algorithm is proved. Simulation results verify the proposed method helps to cut the peak and fill the valley, avoid load synchronization and improve the benefits of both users and power suppliers. Compared with the existing methods, the new method is simple and easy to be implemented, because it only needs online data about the maximum and minimum of power produced by the random perturbation to achieve the optimal solution with an iterative formula of price, instead of knowing each user's privacies. It is not only suitable for the case with single supplier and multiple users, but also fits for the case with multiple suppliers and multiple users.

Key words: smart grid; real-time pricing; peak-valley difference; classification of users; stochastic approximation; simultaneous perturbation

收稿日期: 2017-11-07; 修订日期: 2019-05-16.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11171221).

*通信作者.

1 引言

随着社会进步,消费者对电的需求日益增长,供需之间的矛盾日益突出.保持电力系统的可靠性和高效性受到越来越多的关注.在节能减排的社会背景下,一种融合先进计算机通信技术、传感器技术和控制技术来提升整个电力传输系统总体功能的电网—智能电网应运而生.智能电网利用现代通信技术、实时、安全和灵活的信息流,为用户提供可靠、经济的电力服务,具有快速诊断、消除故障的自愈功能^[1,2].

实时定价是智能电网需求侧管理的重要研究内容,它利用价格引导用户消费,在用电高峰期提高价格,使用户用电减少,低谷期降低价格,鼓励用户用电,从而达到削峰填谷,实现资源优化配置的目的.随着通信技术的普及和完善、智能电表的广泛使用,实时定价已越来越成为研究的热点^[3-6].

Samadi 等^[7]首次建立了实时电价的社会福利最大化模型,该模型是实时电价的一个基本模型,模型兼顾了用户效益最大化和供应商成本最小化.以后有许多学者对此模型进行了改进和发展.Wang 等^[8]和朱洪波等^[9]在文献[7]的基础上进行扩展,考虑电量波动风险项,建立以社会福利最大化,同时风险波动最小化为目标函数的实时价格优化模型.文献[10-14]将家用电器分类,并考虑舒适度、用户等待时间等因素,从用户利益出发,以用户成本最小化为目标函数,给出了最佳用电策略.这种用电策略能够充分发挥市场的效用,在满足用户基本需求、成本最小化的同时,降低峰值比,实现削峰填谷.Qian 等^[15]将社会成本最小化和社会福利最大化有效结合,按实时价格的形成过程建立了一个两阶段的优化模型,这样求出的价格既最大限度满足用户的需要,又能使供应商的成本最小化.Samadi 等^[16]以达到峰均比最小化为目的,提出一种基于有限差分的同时摄动随机逼近的 RTP 需求响应算法,模拟结果显示得出的优化方案一定程度上起到削峰填谷的作用.另外一些文献用博弈、动态随机过程的方法研究实时定价问题^[17,18].

上述研究推动了智能电网实时定价的发展,但也存在一些工作有待进一步完成:1)有些模型有削峰的作用,对填谷没有考虑,可能导致谷底用电依然低下,不能很好地满足用户用电需求,也不利于减少因供电设备频繁开关引起的成本损耗等.2)实时价格调控时,容易出现下载同步化情形,也就是在实时价格调控下,高峰期用电量减少,但由于低谷期电价低,用户用电量增加,从而形成新的高峰期.尽管采用文献[19]的定价方式可以规避下载同步化的风险,但这种价格机制在实现时存在较大的困难.3)上述方法求实时电价时,需要大量数据交换,有的涉及到大量用户隐私,实现难度较高.另外,上述模型每个时段对所有用户都只用一个价格引导消费,而实际上因为用户用电习惯有差异,对价格的响应程度不同,对不同种类用户如商业用户、工业用户、居民用户运用同一价格调控不能起到很好的价格导向作用等等.

削峰填谷是实时定价的一个重要目标^[3,7,15,16,20,21].所谓削峰填谷,就是电力公司利用激励措施或变化的电价使得用户在舒适度和电费之间进行权衡,调整能源使用模式,在不降低用户一天的总能耗的情况下将高峰时段的部分电力需求转移到非高峰时段.削峰填谷可以更有效地利用现有电网电量,既能减少高峰时段或系统突发事件期间的电力需求、降低发电机的运行费用,使得电力系统更加可靠的运行,同时也为电力公司和所有用户带来共同的经济利益^[3,22].而电量的波动可以用峰谷差来刻画,峰谷差越小,系统越能稳定运行.如果寻求到一种价格策略使得峰谷差最小,那么这种策略必然会起到削峰填谷的作用.同时峰谷差最小化可以避免下载同步化现象的出现.在这种指导思想下,本文从削峰填谷的角度出发,提出一种新的价格策略——以峰谷差极小化为目标的实时定价策略,考虑到不同种类用户对同一价格的响应程度不同,为更好地发挥价格调控作用,依据用户用电习惯将用户分类,对同一时段不同种类用户采用不同价格引导其消费.

在模型求解方面,考虑到实际情形中,用户数量大,用户信息化不完全,无法得到优化模型目标函数的具体解析表达式,一般的最优化方法无法使用,引用同步扰动随机逼近方法(SPAS)并对其改进,构造出峰谷差最小化优化模型的 SPAS 算法.SPAS 算法不需要知道目标函数的结构,仅根据每次价格扰动时产生的最大用电总量和最小用电总量在线数据就可得到目标函数的近似梯度,并由此设计出价格的迭代函数,不断迭

代,求得模型的最优数值解.本文还证明了由 SPAS 算法得到的近似梯度是原梯度的一个渐近无偏估计.新方法操作简单,不但适用于单供应商多用户情形,也适用于多供应商多用户情形.文章最后用仿真实验进一步验证模型的合理性和算法的有效性.

2 系统结构的描述和假设

2.1 系统结构

考虑由一个供应商和若干不同种类的用户组成的智能电网.用户分为三类:居民用户,商业用户和工业用户.每一个用户都配有智能电表.智能电表不但记录用户用电量,还能使用户通过局域网与供应商进行双向信息交流——向供应商提供用户信息,并能根据供电商提供的价格信息进行电量调整控制.

2.2 效用和福利

根据微观经济学,每个电力用户的用电满意度可以用效用函数 $U(x, \omega)$ 来刻画^[7],其中 x 表示用户的用电量, ω 是字母参数,代表用户的偏好程度,不同用户偏好程度不一样,同一用户不同时段偏好程度也不一样.效用函数满足以下性质:

1) 非递减性,即 $\frac{dU(x)}{dx} \geq 0$, 并且 $U(0) = 0$.

2) 边际效用递减,即 $\frac{d^2U(x)}{dx^2} \leq 0$.

由于多项式函数在理论上可以逼近任一函数,故用以下二次效用函数来刻画用户行为^[7],即

$$U(x, \omega) = \begin{cases} \omega x - \alpha x^2/2, & 0 \leq x \leq \omega/\alpha \\ \omega^2/(2\alpha), & x \geq \omega/\alpha, \end{cases} \quad (1)$$

其中 $\omega > 0, \alpha > 0$ 为字母参数.

除特殊声明,本文采用的效用函数均为二次函数.用效用函数减去成本就得到用户的福利函数^[7].

$$W(x, \omega) = U(x, \omega) - px, \quad (2)$$

其中 p, x 分别表示电价,用户用电量.

在价格给定的情况下,用户总是尽量谋求自身福利最大化,由一阶最优性条件可得 $\frac{\partial W(x, \omega)}{\partial x} = 0$, 从而 $\frac{\partial U(x, \omega)}{\partial x} = p$. 在价格 p 给定情况下,用户就会给出一个最优电量 x^* ,使其自身福利最大化.

2.3 成本和利润

用 $C_t(L_t)$ 表示供电商 t 时段生产 L_t 电量的生产成本.根据电力发电的物理特征,经常会用如下单调增且凸的二次函数表示成本函数^[7]

$$C_t(L_t) = a_t L_t^2 + b_t L_t, \quad (3)$$

其中 $a_t > 0, b_t \geq 0$.

假设 t 时段价格为 p_t , 则第 t 时段供电商的利润函数为^[7]

$$p_t L_t - C_t(L_t). \quad (4)$$

3 以极小化峰谷差为目标的优化模型

Samadi^[16]以最大电量最小化建立优化模型并给出一种实时定价策略.将整个运行时间划分为 T 时段,

$\mathcal{T} = \{1, 2, 3, \dots, T\}$ 表示所有时段的集合.

令 $\lambda_t(L_t)$ 表示 t 时段的价格, $\lambda_t(L_t) = \begin{cases} m_t, & 0 \leq L_t \leq b_t \\ n_t, & L_t \geq b_t, \end{cases}$ 其中 m_t, n_t 是价格的不同取值, b_t 是已知电量参数, L_t 表示 t 时段用户用电总量. $\lambda_t(L_t)$ 为分段函数, 简记为 $\mathbf{A}_t = (m_t, n_t, b_t)$.

令 $\mathbf{A} = (A_1, A_2, \dots, A_T)$ 表示所有阶段价格形成的价格向量. $L_t(\mathbf{A})$ 表示 t 时段所有用户的用电总量, $Q(\mathbf{A}) = \max_{t \in \mathcal{T}} L_t(\mathbf{A})$ 表示所有时段中的最大电量. 以最大电量最小化建立的优化模型

$$\begin{cases} \text{Min}_{\mathbf{A}} Q(\mathbf{A}) \\ \text{s.t.} \\ m_t^{\min} \leq m_t \leq m_t^{\max}, \quad \forall t \in \mathcal{T} \\ n_t^{\min} \leq n_t \leq n_t^{\max}, \quad \forall t \in \mathcal{T} \\ b_t^{\min} \leq b_t \leq b_t^{\max}, \quad \forall t \in \mathcal{T}, \end{cases} \quad (5)$$

其中 $m_t^{\max}, m_t^{\min}, n_t^{\max}, n_t^{\min}, b_t^{\max}, b_t^{\min}$ 分别为 m_t, n_t, b_t 的上、下边界.

使得式(5)最优的价格向量就是实时电价. 该策略以最大电量最小化建立优化模型, 能够降低峰值用电, 但最大电量最小化模型只关注降低峰值用电, 而没有关注用电转移, 可能导致谷底用电依然低下, 影响系统运行效率.

最大电量最小化模型只能削峰, 不能填谷, 不利于满足用户用电需求, 也不利于减少电力系统运行损耗. 考虑到实时电价的主要目的是削峰填谷, 使消费者错峰用电, 实现系统稳定、高效运行. 而系统稳定性可以用供电量的波动程度来刻画, 波动程度越小, 系统越稳定. 为此, 将模型(5)适当改进, 以极小化峰谷差为目标建立优化模型寻求实时电价. 不仅如此, 为更好发挥价格调控作用, 根据用户用电行为, 将其分类, 在同一时段对不同种类用户采用不同价格调控其用电行为. 将整个运行时间划分为 T 时段, $\mathcal{T} = \{1, 2, 3, \dots, T\}$ 表示所有时段的集合. 根据用户用电行为特点, 将用户分为三类: 居民用户(D)、工业用户(G)和商业用户(S). 令 $\mathbf{A}_t = (A_{tD}, A_{tG}, A_{tS})$ 表示 t 时段的价格向量, $\mathbf{A} = (A_1, A_2, \dots, A_T)$ 表示整个运行时段的价格向量. 用户各阶段电量是价格向量 \mathbf{A} 的函数, 在某个时段提高价格, 消费者用电量减少, 降低价格, 消费者用电量增多. 以峰谷差最小化建立的优化模型

$$\begin{cases} \text{Min}_{\mathbf{A}} (Q_1(\mathbf{A}) - Q_2(\mathbf{A})) \\ \text{s.t.} \\ l_{tD} \leq A_{tD} \leq m_{tD}, \quad \forall t \in \mathcal{T} \\ l_{tG} \leq A_{tG} \leq m_{tG}, \quad \forall t \in \mathcal{T} \\ l_{tS} \leq A_{tS} \leq m_{tS}, \quad \forall t \in \mathcal{T}, \end{cases} \quad (6)$$

其中 $Q_1(\mathbf{A}) = \max_{t \in \mathcal{T}} \{L_1(\mathbf{A}), L_2(\mathbf{A}), \dots, L_T(\mathbf{A})\}$, $Q_2(\mathbf{A}) = \min_{t \in \mathcal{T}} \{L_1(\mathbf{A}), L_2(\mathbf{A}), \dots, L_T(\mathbf{A})\}$.

模型(6)中, $\mathbf{A}_t = (A_{tD}, A_{tG}, A_{tS})$ 是自变量, l_{tD}, l_{tG}, l_{tS} 分别表示居民用户、工业用户和商业用户 t 时段的最小价格限制, m_{tD}, m_{tG}, m_{tS} 分别表示居民用户、工业用户和商业用户 t 时段的最大价格限制, 它们是字母常数, 是已知量, 依据供电商的成本和用户的平均最大承受能力设定. $L_t(\mathbf{A}) = \sum_{u \in \{D, G, S\}} L_{tu}(\mathbf{A})$, $L_{tu}(\mathbf{A})$ 表示 u 类用户 t 时刻的用电总量, $L_t(\mathbf{A})$ 表示三类用户 t 时刻的用电总量. $Q_1(\mathbf{A})$ 是极大值函数, $Q_2(\mathbf{A})$ 是极小值函数, 它们是非光滑的. 目标函数是峰谷差, 用它作为目标函数可以刻画系统的波动程度, 它越小, 系统越稳定. 如果找到使得目标函数最小的价格向量, 实时定价策略就形成了. 以极小化峰谷差为目标的优化模型不但可以削峰填谷, 还可以避免下载同步化情况的出现, 有利于系统稳定、高效运行.

定理 1 问题(6)是凸规划.

证明 在问题(6)中, $\mathbf{A} = (A_1, A_2, \dots, A_T)$, $\mathbf{A}_t = (A_{tD}, A_{tG}, A_{tS})$, A_{tD} , A_{tG} 和 A_{tS} 分别是 t 时段居民用户、工业用户和商业用户的电价, $U(x_{ut}, \omega_{ut})$ 表示用户 u 在 t 时段的效用函数, 定义如式(1). 先求用户 u 在 t 时段的最优用电量 x_{ut} . 由个人福利最大化一阶最优性条件, 得 $x_{ut} = (\omega_{ut} - A_{ut})/\alpha_{ut}$, $u \in \{D, G, S\}$, 从而 t 时段的用电总量为

$$L_t(\mathbf{A}) = \sum_{u \in \{D, G, S\}} x_{ut} = \sum_{u \in \{D, G, S\}} (\omega_{ut} - A_{ut})/\alpha_{ut}, \quad t \in \mathcal{T}. \quad (7)$$

由式(7)可知, $L_t(\mathbf{A})$ 是线性函数, 故 $\pm L_t(\mathbf{A}), t \in \mathcal{T}$ 是凸函数. 因为凸函数的极大值函数还是凸函数, 所以 $\max_{t \in \mathcal{T}} L_t(\mathbf{A}), -\max_{t \in \mathcal{T}} L_t(\mathbf{A})$ 是凸函数. 又 $\max_{t \in \mathcal{T}} L_t(\mathbf{A}) - \min_{t \in \mathcal{T}} L_t(\mathbf{A}) = \max_{t \in \mathcal{T}} L_t(\mathbf{A}) + \max_{t \in \mathcal{T}} (-L_t(\mathbf{A}))$, 而凸函数的和还是凸函数, 所以问题(6)的目标函数 $Q_1(\mathbf{A}) - Q_2(\mathbf{A})$ 为凸函数. 故问题(6)相当于求凸函数的最小值, 又问题(6)的可行域是凸集, 故问题(6)是凸规划. 证毕.

问题(6)是凸规划, 任一局部最优解为全局最优解, 且稳定点与最优值点等价.

4 模型求解

若效用函数已知, 给出价格, 用户根据福利最大化就可以给出一个最优电量, 这样可找出问题(6)中目标函数的具体解析表达式. 此时目标函数是非光滑的, 可以用一些求解非光滑问题的方法求解, 例如光滑化方法^[23,24]. 但由于目标函数涉及到求多个阶段电量极大值、极小值, 而每个阶段的电量又由每个用户的用电总量构成, 这种光滑化的方法仅适合小规模问题, 要求用户数量较少、用户效用函数已知, 而且其收敛速度受光滑化近似程度的影响.

在实际情形中, 用户数量较大, 没有实现所有用户信息化, 因此无法得到目标函数的解析式, 问题(6)不能转化为光滑凸优化问题求解. 考虑到现实情形中, 目标函数的值(即每次价格扰动产生的最大用电总量和最小用电总量)是可观测的, 利用同步扰动随机逼近思想, 根据目标函数值的波动情况找出目标函数的近似梯度, 从而设计出价格迭代公式, 找出最优价格策略(简称 SPAS).

SPAS 思想由 Spall^[25] 提出, 若优化模型是 $\min_{\mathbf{A}} Q(\mathbf{A})$, \mathbf{A} 表示一个 $p \times 1$ 的向量. 在 $Q(\mathbf{A})$ 结构未知的情况下, 先利用同步扰动随机逼近构造 $Q(\mathbf{A})$ 的近似梯度, 再用近似梯度代替 $Q(\mathbf{A})$ 的梯度, 代入梯度下降公式, 不断迭代得到模型的最优解. 具体如下:

1) 先构造 $Q(\mathbf{A})$ 在 \mathbf{A}^i 的近似梯度, 令

$$\tilde{\mathbf{g}}^i(\mathbf{A}^i) = \begin{pmatrix} (Q(\mathbf{A}^i + c^i \Delta^i) - Q(\mathbf{A}^i - c^i \Delta^i))/(2c^i \Delta_1^i) \\ (Q(\mathbf{A}^i + c^i \Delta^i) - Q(\mathbf{A}^i - c^i \Delta^i))/(2c^i \Delta_2^i) \\ \vdots \\ (Q(\mathbf{A}^i + c^i \Delta^i) - Q(\mathbf{A}^i - c^i \Delta^i))/(2c^i \Delta_p^i) \end{pmatrix}, \quad (8)$$

其中 $c^i > 0$ 表示扰动的幅度, 随着迭代次数的增加而递减且收敛于 0, $\Delta^i = (\Delta_1^i, \Delta_1^i, \dots, \Delta_p^i)$, $\Delta_j^i \in \{-1, 1\}$ 是一个期望为 0, 概率为 0.5 的伯努利概型, 当 $j \neq k$ 时, Δ_j^i, Δ_k^i 相互独立.

2) 运用近似梯度构造梯度下降迭代公式, 令

$$\mathbf{A}^{i+1} = \mathbf{A}^i - \sigma^i \tilde{\mathbf{g}}^i(\mathbf{A}^i), \quad (9)$$

其中 σ^i, c^i 大于 0, 随着 i 的增加而减少, 但收敛于 0, 且 $\sum_{i=1}^{+\infty} \sigma^i = +\infty, \sum_{i=1}^{+\infty} (\sigma^i/c^i)^2 < +\infty$.

自变量按照式(9)不断迭代, 可求得 $\min_{\mathbf{A}} Q(\mathbf{A})$ 的最优解. 取

$$\sigma^i = \frac{\sigma}{(i+1+A)^{\alpha_1}}, \quad c^i = \frac{c}{(i+1)^r}, \quad (10)$$

其中 $A \geq 0, \sigma, \alpha_1, r, c$ 均为正数. 若满足 $\sum_{i=1}^{+\infty} \sigma^i = +\infty, \sum_{i=1}^{+\infty} \left(\frac{\sigma^i}{c^i}\right)^2 < +\infty$, 算法收敛^[25]. 利用 SPAS 算法设计梯度下降迭代公式, 每次迭代时只需测量两个目标函数值, 这使得信息交换的复杂度大大降低, 提高了运算的速度.

定理 2 若 $\Delta^i = (\Delta_1^i, \Delta_2^i, \dots, \Delta_p^i), \Delta_j^i \in \{-1, 1\}$ 是服从期望为 0, 概率为 0.5 的伯努利分布的随机变量, 且当 $j \neq k$ 时, Δ_j^i, Δ_k^i 相互独立, 则 $\tilde{g}^i(\Lambda^i)$ 是 $\nabla Q(\Lambda^i)$ 的渐近无偏估计.

证明 将 $\Lambda^i, \Delta^i, \Delta_k^i$ 简记为 $\Lambda, \Delta, \Delta_k$. 欲证结论, 只需证明 $\lim_{\delta \rightarrow 0} E \left[\frac{Q(\Lambda + \delta \Delta) - Q(\Lambda - \delta \Delta)}{2\delta \Delta_j} \right] = \nabla_j Q(\Lambda)$. 首先, 因为 $E[\Delta_k] = 1 \times \frac{1}{2} + (-1) \times \frac{1}{2} = 0, E\left[\frac{1}{\Delta_j}\right] = 1 \times \frac{1}{2} + (-1) \times \frac{1}{2} = 0, \Delta_k, \Delta_j$ 相互独立, 所以 $E\left[\frac{\Delta_k}{\Delta_j}\right]_{k \neq j} = E[\Delta_k] E\left[\frac{1}{\Delta_j}\right] = 0$. 所以

$$E \left[\sum_{k=1, k \neq j}^n \frac{\Delta_k \nabla_k Q(\Lambda)}{\Delta_j} \right] = \sum_{k=1, k \neq j}^n \nabla_k Q(\Lambda) E \left[\frac{\Delta_k}{\Delta_j} \right] = 0.$$

又因为 $Q(\Lambda + \delta \Delta) = Q(\Lambda) + \delta \Delta^T \nabla Q(\Lambda) + o(\delta), Q(\Lambda - \delta \Delta) = Q(\Lambda) - \delta \Delta^T \nabla Q(\Lambda) + o(\delta)$,

$$\text{可得 } \frac{Q(\Lambda + \delta \Delta) - Q(\Lambda - \delta \Delta)}{2\delta \Delta_j} = \frac{2\delta \Delta_j \nabla_j Q(\Lambda)}{2\delta \Delta_j} + \frac{\sum_{k=1, k \neq j}^n \Delta_k \nabla_k Q(\Lambda)}{\Delta_j} + o(\delta).$$

$$\text{所以 } \lim_{\delta \rightarrow 0} E \left[\frac{Q(\Lambda + \delta \Delta) - Q(\Lambda - \delta \Delta)}{2\delta \Delta_j} \right] = \nabla_j Q(\Lambda).$$

证毕.

定理 2 说明按照上述方法构造出的近似梯度是原梯度的渐近无偏估计.

下面给出问题(6)的 SPAS 算法. 目标函数的近似梯度公式为

$$\begin{aligned} \tilde{g}^i(\Lambda^i) &= \begin{pmatrix} \frac{Q_1(\Lambda^i + c^i \Delta^i) - Q_2(\Lambda^i + c^i \Delta^i) - Q_1(\Lambda^i - c^i \Delta^i) + Q_2(\Lambda^i - c^i \Delta^i)}{2c^i \Delta_1^i} \\ \frac{Q_1(\Lambda^i + c^i \Delta^i) - Q_2(\Lambda^i + c^i \Delta^i) - Q_1(\Lambda^i - c^i \Delta^i) + Q_2(\Lambda^i - c^i \Delta^i)}{2c^i \Delta_2^i} \\ \vdots \\ \frac{Q_1(\Lambda^i + c^i \Delta^i) - Q_2(\Lambda^i + c^i \Delta^i) - Q_1(\Lambda^i - c^i \Delta^i) + Q_2(\Lambda^i - c^i \Delta^i)}{2c^i \Delta_p^i} \end{pmatrix} \\ &= \frac{Q_1(\Lambda^i + c^i \Delta^i) - Q_2(\Lambda^i + c^i \Delta^i) - Q_1(\Lambda^i - c^i \Delta^i) + Q_2(\Lambda^i - c^i \Delta^i)}{2c^i} \\ &\quad \left(\frac{1}{\Delta_1^i}, \frac{1}{\Delta_2^i}, \dots, \frac{1}{\Delta_p^i} \right)^T. \end{aligned} \quad (11)$$

问题(6)的迭代公式为

$$\Lambda^{i+1} = (\Lambda^i - \sigma^i \tilde{g}^i(\Lambda^i))^+, \quad (12)$$

其中 $c^i, \Delta^i, \Delta_j^i, \sigma^i$ 同式(10), $p = 3T, T$ 为总运行时段.

价格按照式(12)迭代, 可以得到问题(6)的最优数值解. 考虑到模型中 $\Delta^i = (\Delta_1^i, \Delta_1^i, \dots, \Delta_p^i), \Delta_j^i \in \{-1, 1\}$ 是一个期望为 0, 概率为 0.5 的伯努利模型, 近似梯度可进一步简化为

$$\tilde{g}^i(\Lambda^i) = \frac{Q_1(\Lambda^i + c^i \Delta^i) - Q_2(\Lambda^i + c^i \Delta^i) - Q_1(\Lambda^i - c^i \Delta^i) + Q_2(\Lambda^i - c^i \Delta^i)}{2c^i} (\Delta_1^i, \Delta_2^i, \dots, \Delta_p^i)^T. \quad (13)$$

由上面的讨论可知, 新模型 SPAS 算法获得的近似梯度是原梯度的渐近无偏估计, 按照价格迭代公

式(12)得到的价格是收敛的, 其收敛值就是问题(P)的最优解, 也是要求的实时电价.

SPAS 算法具体步骤如下:

步骤 1 给出价格迭代公式中的 $\sigma, \alpha_1, c, r, A, \mathbf{A}^0, i$ 以及 ϵ 的初值;

步骤 2 用式(10)更新 σ^i, c^i ;

步骤 3 $\Delta^i \leftarrow \text{randsrc}(3T, 1, [1, -1; 0, 5, 0.5])$;

步骤 4 观测 $Q_1(\mathbf{A}^i \pm c^i \Delta^i), Q_2(\mathbf{A}^i \pm c^i \Delta^i)$;

步骤 5 用式(13)计算近似梯度 $\tilde{g}^i(\mathbf{A}^i)$;

步骤 6 用式(12)计算 \mathbf{A}^{i+1} ;

步骤 7 若 $\|\mathbf{A}^{i+1} - \mathbf{A}^i\| < \epsilon$, 且 \mathbf{A}^{i+1} 在限制区间, 跳出循环(break), 否则执行步骤 8;

步骤 8 $i \leftarrow i + 1$, 返回步骤 2.

5 系统仿真

本节进行数值仿真实验, 验证模型的合理性和算法的有效性.

假设某区域有十个居民用户、五个商业用户, 两个工业用户. 每个用户都有必须运行电器、可控制运行电器, 这样可以保障价格对用户用量有调整空间. 价格迭代过程中不需要提供所有用户的具体用电信息, 只需观测每次价格扰动时产生的最大用电总量和最小用电总量. 将一天化为十二个时段, 三类用户在每时段的价格就形成了一个价格向量, 利用在线电量波动运用上述 SPAS 算法找出最优实时电价. 每个用户的用电方式用效用函数来刻画, 效用函数既与用户有关, 又与时段有关, 在给定电价情况下, 每个用户根据效用函数决定自己最优用电量. 电力用户效用函数用式(1)表示. 设十个居民用户效用参数 ω 是区间[3, 4] 上的随机数, $\alpha = 0.8$; 5 个商业用户 t 时段的效用参数 ω 是区间[5, 5 + 0.5 t]上的随机数, $\alpha = 0.9$; 两个工业用户的 t 时段的效用参数 ω 是区间[10, 10 + 0.2 t]上的随机数, $\alpha = 0.75$. $\sigma^i = \frac{\sigma}{(i+1+A)^{\alpha_1}}, c^i = \frac{c}{(i+1)r}$, $\sigma = 0.01, \alpha_1 = 0.9, A = 1, r = 0.1, c = 1, \epsilon = 0.001$. 供应商成本函数用式(3)表示, 其中 $a_t = 0.05, b_t = 0$. 电价下界为 0.5 元/kwh, 电价上界为 10 元/kwh. 通过仿真模拟, 得到以下结果.

图 1~图 3 展示了算法的收敛性效果. 图 1 表明, 运用本文中的 SPAS 算法, 不同类用户在任意时段的价格随着迭代次数的增加逐步收敛于一个固定的值, 由此可以确定该类用户该时段的实时电价. 图 2 和图 3 显示, 利用本文模型算法得到的价格与文献[16]中模型, 以及不分类但还采用本文中模型中同一用户同一时段得到的价格是有差异的, 收敛速度也有所不同.

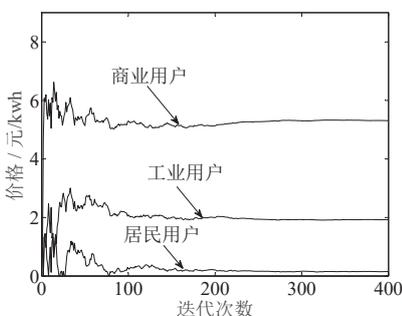


图 1 不同用户价格收敛图

Fig. 1 Convergence of prices of different users

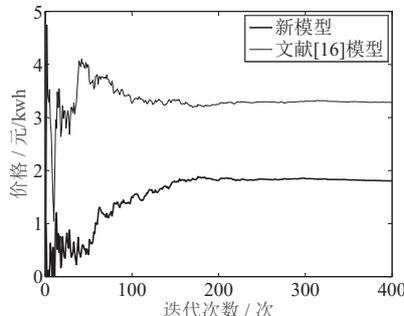


图 2 不同模型价格收敛对比图

Fig. 2 Convergence of prices in different models

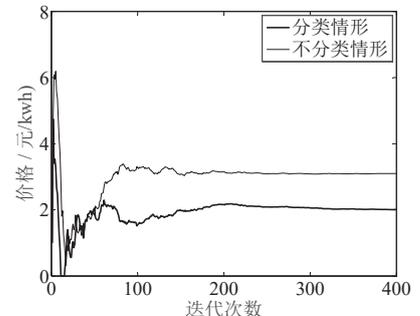


图 3 用户分类/不分类价格收敛对比图

Fig. 3 Convergence of prices in different classification of users

图 4 和图 5 通过各时段用电总量波动研究新价格策略削峰填谷的效果. 图 4 将新模型与文献[16]中的

最大电量最小化模型相比较。图4显示, 尽管文献[16]模型也对用户进行分类, 但利用该文献建立的实时定价模型对于削峰有明显的效果, 但是谷底用电并没有得到提升, 不利于电力系统稳定运行。而图5则说明将用户分类设定实时定价时各时段用户用电总量比较平稳, 而用户不分类设定实时定价时各时段用电总量起伏较大。因此新价格策略更有助于电量的调配, 削峰填谷效果更为显著。

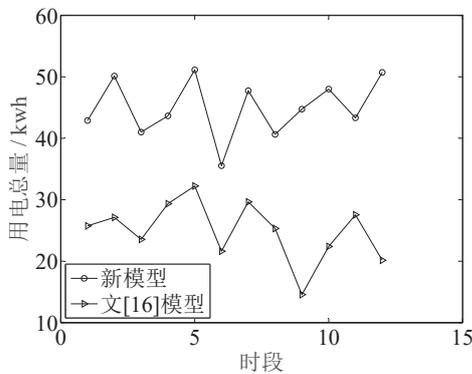


图4 不同模型各时段用电总量对比图

Fig. 4 Comparison of total electricity consumption in different models

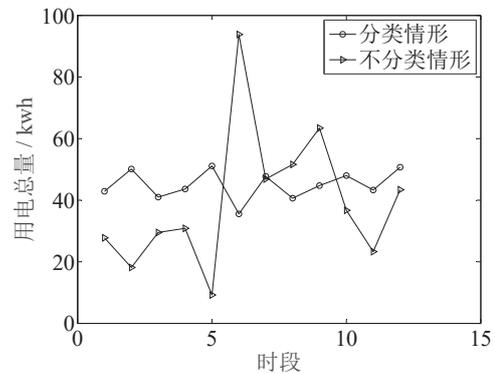


图5 分类/不分类各时段用电总量对比图

Fig. 5 Comparison of electricity consumption with/without classification

利用图6~图8, 将新模型与文献[16]中模型(对照1), 用户不分类模型(对照2)以及文献[7]中传统社会福利最大化模型(对照3)进行对比, 讨论了不同模型下用户总收益、供应商总效益以及社会总福利。

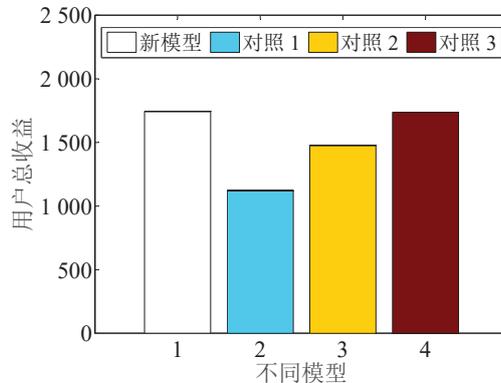


图6 不同模型下用户总收益对比图

Fig. 6 Comparison of total user revenue in different models

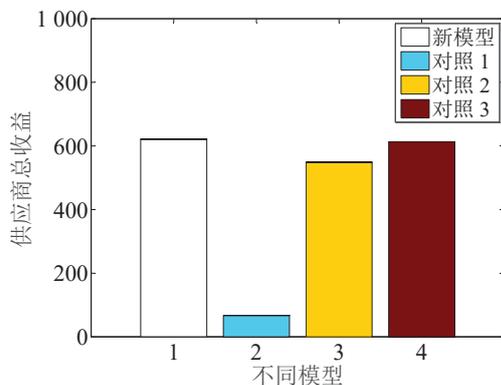


图7 不同模型下供应商总收益图

Fig. 7 Comparison of total provider revenue in different models

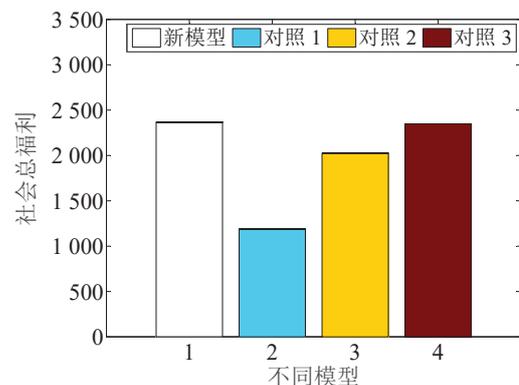


图8 不同模型下社会总福利

Fig. 8 Comparison of total social welfare in different models

研究发现新价格策略下用户总收益、供应商总效益以及社会总福利远高于文献[16]中模型(对照 1), 用户不分类模型(对照 2), 而与文献[7] 传统模型取得的用户总收益、供应商总效益, 社会总福利几乎接近. 因此采用本文中的模型和算法制定实时定价不但起到削峰填谷的作用, 还有助于提高用户和供电商双方利益, 使得社会福利最大化. 与传统算法相比, 需要观测的数据数量较少且容易获得, 因而容易实现, 新算法有一定的可行性.

6 结束语

实时定价是智能电网重要研究内容. 实时定价的常见方法有社会福利最大化方法、博弈的方法等等. 本文从削峰填谷的目的出发, 提出一种新的实时定价方法——以极小化峰谷差为目标的实时定价方法. 新方法以峰谷差最小化为优化目标, 但在求解时并不需要知道目标函数的具体结构, 仅根据每次价格扰动时产生的最大用电总量和最小用电总量在线数据可得到目标函数的近似梯度, 并由此设计出价格的迭代函数, 不断迭代, 使系统达到最优. 模拟结果显示, 用新方法得到的价格策略不但可以削峰填谷, 同时还有助于提高供电侧和用户侧双方利益. 在模型分析时把每一时段的价格分三类用户考虑, 提高了系统性能. 新方法不但适用于单供应商多用户情形, 也适用于多供应商多用户情形, 与实时定价的其他算法相比具有一定的优越性. 在未来的工作中将考虑如何改进此模型使其可以应用到更为复杂的情境, 例如考虑大规模可再生能源并网, 电网中有大量可存储设备, 等等.

参考文献:

- [1] Gungor V C, Sahin D, Kocak T, et al. Smart grid technologies: Communication technologies and standards. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2011, 7(4): 529–539.
- [2] Fang X, Misra S, Xue G, et al. Smart grid: The new and improved power grid: A survey. *IEEE Communications Surveys Tutorials*, 2012, 14(4): 944–980.
- [3] Deng R, Yang Z, Chow M Y, et al. A survey on demand response in smart grids: Mathematical models and approaches. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2015, 11(3): 570–582.
- [4] Tao L, Gao Y. Real-time pricing for smart grid with multiple companies and multiple users using two-stage optimization. *Journal of Systems Science and Information*, 2018, 5: 435–446.
- [5] 陈波, 韩明坤, 吴华清. 考虑价格上限管制与参考价格的价控策略. *系统工程学报*, 2016, 31(3): 287–296.
Chen B, Han M K, Wu H Q. Pricing strategy under price cap regulation and reference price. *Journal of Systems Engineering*, 2016, 31(3): 287–296. (in Chinese)
- [6] 毕文杰, 孙颖慧, 田柳青. 参考价格符合峰终定律的多产品动态定价模型. *系统工程学报*, 2015, 30(4): 476–484.
Bi W J, Sun Y H, Tian L Q. Multi-product dynamic pricing model with reference price submitting to peak-end rule. *Journal of Systems Engineering*, 2015, 30(4): 476–484. (in Chinese)
- [7] Samadi P, Mohsenian-Rad A H, Schober R, et al. Optimal real-time pricing algorithm based on utility maximization for smart grid // *IEEE International Conference on Smart Grid Communications*. IEEE, 2010: 415–420.
- [8] Wang Y, Mao S, Nelms R M. Online algorithm for optimal real-time energy distribution in the smart grid. *IEEE Transactions on Emerging Topics in Computing*, 2013, 1(1): 10–21.
- [9] 朱红波, 高岩, 代业明. 考虑风险的智能电网实时电价定价策略. *系统仿真学报*, 2018, 30(4): 172–179.
Zhu H B, Gao Y, Dai Y M. Power pricing strategy of smart grid considering risk. *Journal of System Simulation*, 2018, 30(4): 172–179. (in Chinese)
- [10] Bera S, Gupta P, Misra S. D2S: Dynamic demand scheduling in smart grid using optimal portfolio selection strategy. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2015, 6(3): 1434–1442.
- [11] Tiptipakorn S, Lee W J. A residential consumer-centered load control strategy in real-time electricity pricing environment // *2007 39th North American Power Symposium*. IEEE, 2007: 505–510.

- [12] Du P, Lu N. Appliance commitment for household load scheduling. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2011, 2(2): 411–419.
- [13] Goudarzi H, Hatami S, Pedram M. Demand-side load scheduling incentivized by dynamic energy prices // *IEEE International Conference on Smart Grid Communications*. IEEE, 2011: 351–356.
- [14] Samadi P, Mohsenian-Rad H, Wong V W S, et al. Utilizing renewable energy resources by adopting DSM techniques and storage facilities// *IEEE International Conference on Communications*. IEEE, 2014: 4221–4226.
- [15] Qian L P, Zhang Y J A, Huang J, et al. Demand response management via real-time electricity price control in smart grids. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2013, 31(7): 1268–1280.
- [16] Samadi P, Mohsenian-Rad H, Wong V W S, et al. Real-time pricing for demand response based on stochastic approximation. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2014, 5(2): 789–798.
- [17] 代业明, 高 岩. 具有多类资源多类用户智能电网实时定价决策. *系统工程理论与实践*, 2015, 35(9): 2315–2323.
Dai Y M, Gao Y. Real-time pricing decision-making in smart grid with multi-type users and multi-type power sources. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2015, 35 (9): 2315–2323. (in Chinese)
- [18] Yu M, Hong S H. A real-time demand-response algorithm for smart grids: A Stackelberg game approach. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2016, 7(2): 879–888.
- [19] Mohsenian-Rad A H, Leon-Garcia A. Optimal residential load control with price prediction in real-time electricity pricing environments. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2010, 1(2): 120–133.
- [20] Deng R, Yang Z, Hou F, et al. Distributed real-time demand response in multiseller–multibuyer smart distribution grid. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2015, 30(5): 2364–2374.
- [21] Chai B, Chen J, Yang Z, et al. Demand response management with multiple utility companies: A two-level game approach. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2014, 5(2): 722–731.
- [22] Faria P, Vale Z. Demand response in electrical energy supply: An optimal real time pricing approach. *Energy*, 2011, 36(8): 5374–5384.
- [23] 高 岩. 非光滑优化. 北京: 科学出版社, 2018.
Gao Y. *Nonsmooth Optimization*. Beijing: Science Press, 2018. (in Chinese)
- [24] 王宏杰, 高 岩. 基于非光滑方程组的智能电网实时定价. *系统工程学报*, 2018, 33(3): 34–41.
Wang H J, Gao Y. Research on the real-time pricing of smart grid based on non-smooth equations. *Journal of Systems Engineering*, 2018, 33(3): 34–41. (in Chinese)
- [25] Spall J C. *Introduction to Stochastic Search and Optimization: Estimation, Simulation, and Control*. Hoboken: Wiley, 2003.

作者简介:

陶 莉(1973—), 女, 江苏淮安人, 博士, 讲师, 研究方向: 智能电网实时定价, 优化模型与算法, Email: taoliling@126.com;

高 岩(1962—), 男, 黑龙江五常人, 教授, 博士生导师, 研究方向: 智能电网实时定价, 非光滑优化, 混沌控制等, Email: gaoyan@usst.edu.cn;

朱红波(1981—), 女, 吉林延吉人, 博士, 讲师, 研究方向: 智能电网实时定价, 优化模型与算法, Email: zhb8151@hyit.edu.cn.