

基于后悔理论的考虑属性期望的随机多属性决策方法

王泽林, 王应明

(福州大学经济与管理学院, 福建 福州 350116)

摘要: 针对具有三种不同类型属性值,且属性期望以区间值和区间概率共同表达的随机多属性决策问题,提出一种考虑决策者后悔行为的决策分析方法. 首先,分别计算不同属性下各方案带来的期望效用. 然后,基于后悔理论,分别计算各属性下因未选择理想方案而带来的期望后悔值,并根据属性期望,得出各属性下因未达到或达到属性期望而产生的期望后悔欣喜值. 进一步地,计算每个方案的期望综合感知效用值对方案进行排序和择优. 最后以一个设备开发方案的选择为例,通过与其它方法的对比以及参数分析验证了所提方法的优越性.

关键词: 随机多属性决策; 属性期望; 后悔理论; 期望感知效用; 方案排序

中图分类号: C934 文献标识码: A 文章编号: 1000-5781(2020)01-0048-12

doi: 10.13383/j.cnki.jse.2020.01.005

Stochastic multi-attribute decision making considering attribute aspirations based on regret theory

Wang Zelin, Wang Yingming

(School of Economics and Management, Fuzhou University, Fuzhou 350116, China)

Abstract: A decision method is proposed, considering the psychological behavior of decision makers, for stochastic multi-attribute decision making problems with three different kinds of attributes whose aspirations are expressed in interval values and interval probability. Firstly, the expected utility value of each alternative of different types is calculated. Secondly, according to regret theory, the expected regret value of each attribute relative to the ideal alternative is computed. Thirdly, the expected regret (rejoice) value of each attribute value is derived for not achieving (being better better than) the provided attribute aspirations. Fourthly, alternatives are ranked and chosen according to their expected comprehensive perceived utility. Finally, the alternative selection of an equipment development project is used as an example to show the advantage of the proposed method, through both comparisons with other methods and parameter analysis.

Key words: stochastic multi-attribute decision making; attribute aspirations; regret theory; expected perceive utility; alternatives ranking

1 引 言

多属性决策是指为了达到一定的目标,在两个或者两个以上的具有多个属性的可行方案中选择一个最优方案的分析判断过程^[1]. 在现实的决策过程中,由于客观事物发展的不确定性和人类思维的模糊性,决策者对于事物属性的判断不能以精确数的形式表现出来,而更多是采用随机数的形式. 因此,随机多属性决策问题逐渐成为了研究的热点^[2-4]. 同时,在实际的决策情形下,决策者往往是有限理性的,通常会受到心理

收稿日期: 2017-09-16; 修订日期: 2018-06-26.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71371053; 61773123).

行为的影响^[5,6],如决策者会将自己选择的方案所产生的结果与备选方案可产生的结果进行比较,表现出后悔或欣喜的心理感知^[6].因此,在随机多属性决策的过程中,如何考虑决策者的后悔规避行为,进而选择最为满意的方案是一个值得研究的课题.

目前,考虑到决策者心理行为的随机多属性决策已有一些研究成果,依据不同的心理行为,可以将现有的文献研究分为两类.一类是考虑前景理论的随机多属性决策方法^[7-10],通过计算各方案的前景值来对方案进行排序和择优.姜广田^[7]研究了不同时期下决策者对各类型的属性存在动态期望这一心理特征对于决策的影响,提出了一种基于累积前景理论的随机多属性决策方法.Yu等^[8]针对混合型随机多属性决策,提出一种基于前景理论且属性权重未知的决策方法.Hu等^[9]考虑到决策者的主观风险偏好,针对动态随机多属性决策问题,提出一种基于前景理论的联合分析方法.Léandre^[10]等将前景理论与SMAA (stochastic multi-attribute accept analysis)方法^[2]相结合,利用前景理论下的线性分段函数,获得不同偏好的排名可接受度.然而前景理论需要决策者给出参照信息,涉及到的参数较多.Bell^[11]和Loomes和Sugden^[12]提出的后悔理论作为心理行为学的又一代表理论同样引起了广泛的关注.后悔理论能很好的解释违背期望效用理论^[5]的现象,同时涉及的计算过程比前景理论简单.因此,另一类研究是考虑后悔理论的随机多属性决策方法^[13-15],通过计算各方案的后悔欣喜值对方案进行排序和择优.梁霞等^[13]针对属性具有二元期望的随机多属性决策问题,提出一种考虑决策者后悔规避的新方法,将方案满足属性期望的概率与所给出的概率相比较而获得后悔欣喜值.Zhou等^[14]针对灰色随机多属性决策问题,提出一种基于TOPSIS并考虑后悔理论的决策方法.Peng等^[15]针对属性值以区间模糊软集形式表达的随机多属性决策问题,考虑到决策者的后悔规避心理和前景偏好,提出一种同时考虑主观信息和客观信息的新方法.

已有的研究成果从不同的视角对随机多属性决策方法进行了研究,同时为其在实际中的运用提供了较好的思路支撑.但在学术研究领域,针对考虑决策者后悔规避行为的随机多属性决策方法仍然存在不足,主要表现为以下三点:第一,对方案进行排序的依据不够充分,例如,仅考虑选择方案的后悔欣喜值而没有考虑方案自身带来的效用值^[13,26].第二,方案的后悔欣喜值来源不够充分,例如,仅与理想方案对比获得方案的后悔或欣喜感知值而忽视了决策者对结果的事先预期^[14,16],在这种情况下,当某方案优于理想点但没有达到事先预期时,会导致该方案带来的欣喜值被放大,或者当某方案达到事先预期但劣于理想点时,会导致该方案带来的后悔值被放大.第三,对于考虑属性实现预期,即属性期望的研究,其属性期望形式较为单一.大部分文献中属性期望仅以目标价值的形式给出^[16],然而决策者在给出属性目标价值的同时,对于属性达到预期的概率也有一个心理预估^[17],表现为对目标价值的补充说明,例如,经济收益(单位:千万元)在 $[1.2, 1.6]$ 的概率为 $[0.5, 0.7]$.类似这种区间值和区间概率相结合的形式更为符合决策者对于事物不确定性的表达.目前对于带有此类形式的属性期望的决策研究还较少.鉴于此,本文针对带有属性期望,且期望值以区间值和区间概率共同表达的随机多属性决策问题,提出一种基于后悔理论的有关三种不同属性类型的决策方法.通过计算因未选择理想方案而产生的期望后悔值和因未达到或达到属性期望而产生的期望后悔欣喜值,进而得到每个方案的期望综合感知效用值,并根据期望综合感知效用值的大小对方案进行排序和择优.

本文针对随机多属性决策,主要探讨以下三个关键问题:1)考虑到决策者的后悔规避心理,如何准确且有区分性的量化决策者选择某种方案时的综合感知效用.2)对于三种不同类型的随机变量,即离散型、连续型、非离散非连续型,如何针对性的求解方案所带来的期望综合感知效用值.3)属性期望以区间值和区间概率共同表达的情形下,如何同时兼顾到属性期望对于心理感知的影响,得出期望综合后悔欣喜值.对于以上问题,得出以下研究结论:1)借助后悔理论的基本思想,针对不同类型的随机属性构造相应的期望效用函数、后悔函数和后悔欣喜函数,可以很好的解决综合效用感知的量化问题.2)考虑到属性期望,决策者的后悔欣喜感知能够更为准确的衡量,对于同为满足属性期望的情况,能因其满足程度的不同表现出期望后悔欣喜值量上的差异.3)设置两种不同来源的后悔心理比重系数,发现当决策者更为重视与属性期望的比较时,能够获得更高的期望综合感知效用值.与现有的文献对比,本文方法的优越性体现在:其一,在考虑到与

理想方案对比所产生的期望后悔值的同时也考虑到与属性期望对比所带来的期望后悔欣喜值,且研究了这二者的比重对于方案选择的影响.其二,本文方法能够全面的考虑到不同类型的属性形式,针对不同的属性形式给出相对应的期望综合感知效用值的求解步骤.其三,同为考虑属性期望的方法,本文能够有效区分出不同属性取值在满足属性期望时,带来的不同程度上心理感知的差异.

2 问题描述

考虑带有属性期望的随机多属性决策问题.记 m 个备选方案的集合为 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$,其中 A_i 表示第 i 个方案.记方案的评估属性集合为 $C = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$,其中 C_j 表示第 j 个属性.记属性的权重向量为 $\mathbf{W} = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$,其中 w_j 表示属性 C_j 的重要性程度,满足 $0 \leq w_j \leq 1$ 且 $\sum_{j=1}^n w_j = 1$. $\mathbf{X} = [x_{ij}]_{m \times n}$ 表示初始决策矩阵,如表1所示,其中 x_{ij} 表示方案 A_i 关于属性 C_j 的属性值.

表1 决策矩阵 $\mathbf{X}$
Table 1 Decision matrix $\mathbf{X}$

	C_1	C_2	$\cdots$	C_n
A_1	x_{11}	x_{12}	$\cdots$	x_{1n}
A_2	x_{21}	x_{22}	$\cdots$	x_{2n}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
A_m	x_{m1}	x_{m2}	$\cdots$	x_{mn}

考虑离散型 S_1 、连续型 S_2 、非离散非连续型 S_3 这三种类型的属性值, x 表示属性值 x_{ij} 取值所对应的随机变量,具体描述如下.

若 $x \in S_1$,记 x_{ij} 可能的取值个数为 k_{ij} , x_{ij} 可能取到的第 l 个值为 x_{ij}^l , p_{ij}^l 为其对应的概率,此时, x 以分布律的形式呈现,即 $\Pr(x = x_{ij}^l) = p_{ij}^l$, $l = 1, 2, \dots, k_{ij}$,满足 $0 \leq p_{ij}^l \leq 1$ 且 $\sum_{l=1}^{k_{ij}} p_{ij}^l = 1$.特殊地,当 $k_{ij} = 1$ 时, $\Pr(x = x_{ij}^1) = 1$,此时属性值为确定的实数.

若 $x \in S_2$,记 x_{ij} 的分布区间为 $[a_{ij}, b_{ij}]$,此时, x 以概率密度函数的形式呈现,设其概率密度函数为 $f(\cdot)$,其中常见的分布为均匀分布和正态分布^[18].

若 $x \in S_3$,则 x 为在不同区间内服从不同分布的随机变量,记 x 服从的不同分布的个数为 k'_{ij} , x 所服从的第 l' 个分布的区间为 $[a'_{ij}, b'_{ij}]$, p'_{ij} 为在此区间内的概率,此时, $\Pr(x \in [a'_{ij}, b'_{ij}]) = p'_{ij}$, $l' = 1, 2, \dots, k'_{ij}$,满足 $0 \leq p'_{ij} \leq 1$ 且 $\sum_{l'=1}^{k'_{ij}} p'_{ij} = 1$.特殊地,当 $k'_{ij} = 1$ 时, x 为连续型随机变量或离散型随机变量.

考虑属性期望的类型为区间值和区间概率相结合的形式,在通常的期望值以区间值表达的基础上,再加以区间概率的形式补充说明现实生活中决策信息的模糊性和不确定性,且同一属性的期望值和属性值分别为同一信息形式.记 $[\underline{e}_j, \bar{e}_j]$ 表示决策者针对属性 C_j 给出的期望区间, $\underline{e}_j$ 和 $\bar{e}_j$ 分别表示属性期望的下界和上界.为方便表示,将 $[\underline{e}_j, \bar{e}_j]$ 记为 e_j ,因而属性的期望向量可记为 $\mathbf{E} = (e_1, e_2, \dots, e_n)^T$.记属性值满足属性期望 e_j 的概率最好控制在 $[\underline{p}_j, \bar{p}_j]$ 范围内,满足 $0 \leq \underline{p}_j < \bar{p}_j \leq 1$.

基于以上符号说明,本文要解决的问题是,考虑到决策者心理行为中的后悔规避,根据初始决策矩阵 $\mathbf{X} = [x_{ij}]_{m \times n}$ 和属性期望向量 $\mathbf{E}$ 以及属性的权重向量 $\mathbf{W}$,给出一个有效的决策分析方法对方案进行排序和择优.

3 决策方法

在现实的决策过程中,决策者往往会产生一种比较心理.若比较结果良好则会欣喜,若比较结果不理

想则会后悔, 而现有的文献往往只考虑了与理想方案的比较而忽视了属性期望对于最终后悔欣喜值的影响^[19,20]. 本文将同时考虑这两种因素, 即决策者不仅会与理想方案相比较还会与属性期望相比较, 并研究这种双重后悔心理及其比重对于方案选择的影响. 为解决此问题, 下面阐述本文提出的考虑属性期望的基于后悔理论的随机多属性决策方法.

3.1 属性值及属性期望的规范化

将初始决策矩阵 $\mathbf{X} = [x_{ij}]_{m \times n}$ 规范化为矩阵 $\tilde{\mathbf{X}} = [\tilde{x}_{ij}]_{m \times n}$. 记 x 规范化后的随机变量为 $\tilde{x}$, 期望向量 $\mathbf{E} = (e_1, e_2, \dots, e_n)^T$ 规范化后的向量为 $\tilde{\mathbf{E}} = (\tilde{e}_1, \tilde{e}_2, \dots, \tilde{e}_n)^T$. 记效益型属性集合为 M , 成本型属性集合为 N , 具体的规范化公式分别表示如下^[19]:

若 $x \in S_1$, 则 x_{ij} 对应的第 l 个可能的取值为

$$\tilde{x}_{ij}^l = \begin{cases} \frac{x_{ij}^l - \underline{q}_j}{\bar{q}_j - \underline{q}_j}, & l = 1, 2, \dots, k_{ij}, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n, x \in M \\ \frac{\bar{q}_j - x_{ij}^l}{\bar{q}_j - \underline{q}_j}, & l = 1, 2, \dots, k_{ij}, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n, x \in N, \end{cases} \quad (1)$$

其中 $\underline{q}_j = \min\{x_{ij}^l | i = 1, 2, \dots, m, l = 1, 2, \dots, k_{ij}\}$, $\bar{q}_j = \max\{x_{ij}^l | i = 1, 2, \dots, m, l = 1, 2, \dots, k_{ij}\}$. $\tilde{x}_{ij}$ 表示 x_{ij} 规范化后的结果, $\tilde{x}_{ij}^l$ 表示 x_{ij} 第 l 个可能的取值规范化后的结果.

若 $x \in S_2$, 则 x_{ij} 所属的区间上下界分别为

$$\tilde{b}_{ij} = \begin{cases} \frac{b_{ij} - \underline{q}_j}{\bar{q}_j - \underline{q}_j}, & i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n, x \in M \\ \frac{\bar{q}_j - a_{ij}}{\bar{q}_j - \underline{q}_j}, & i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n, x \in N, \end{cases} \quad (2)$$

$$\tilde{a}_{ij} = \begin{cases} \frac{a_{ij} - \underline{q}_j}{\bar{q}_j - \underline{q}_j}, & i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n, x \in M \\ \frac{\underline{q}_j - b_{ij}}{\bar{q}_j - \underline{q}_j}, & i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n, x \in N, \end{cases} \quad (3)$$

其中 $\underline{q}_j = \min\{a_{ij} | i = 1, 2, \dots, m\}$, $\bar{q}_j = \max\{b_{ij} | i = 1, 2, \dots, m\}$. 此时, $\tilde{x} \in S_2$, 且 $\tilde{x}$ 在 $[\tilde{a}_{ij}, \tilde{b}_{ij}]$ 内服从与 x 同样的分布.

若 $x \in S_3$, 则依据其不同概率下服从的不同分布相应的选择式(1)~式(3)进行规范化.

对于属性 C_j 的期望区间 $[e_j, \bar{e}_j]$, 其规范化后的上下界分别为

$$\tilde{\bar{e}}_j = \begin{cases} \frac{\bar{e}_j - \underline{q}_j}{\bar{q}_j - \underline{q}_j}, & j = 1, 2, \dots, n, x \in M \\ \frac{\bar{q}_j - \underline{e}_j}{\bar{q}_j - \underline{q}_j}, & j = 1, 2, \dots, n, x \in N, \end{cases} \quad (4)$$

$$\tilde{\underline{e}}_j = \begin{cases} \frac{\underline{e}_j - \underline{q}_j}{\bar{q}_j - \underline{q}_j}, & j = 1, 2, \dots, n, x \in M \\ \frac{\underline{q}_j - \bar{e}_j}{\bar{q}_j - \underline{q}_j}, & j = 1, 2, \dots, n, x \in N, \end{cases} \quad (5)$$

其中 $\underline{q}_j = \min\{a_{ij} | i = 1, 2, \dots, m\}$, $\bar{q}_j = \max\{b_{ij} | i = 1, 2, \dots, m\}$. 此时, 规范化后的属性期望区间为 $[\tilde{\underline{e}}_j, \tilde{\bar{e}}_j]$.

3.2 方案的期望效用

计算方案自身所带来的期望效用值,即决策者能从方案 A_i 关于属性 C_j 上获得的期望效用值 v_{ij} . 由于在现实的决策中,决策者通常是风险规避的,所以效用函数为单调递增的凹函数^[11,12]. 在本文中,采用幂函数作为效用函数^[21],即

$$v(x) = x^\alpha, \quad (6)$$

其中 α 为决策者的风险规避系数, $0 < \alpha < 1$, $v(x)$ 满足 $v'(x) > 0$, $v''(x) < 0$.

当变量 x 一定时, α 越大,风险规避程度越小. 图1表示了不同 α 取值下的效用函数.

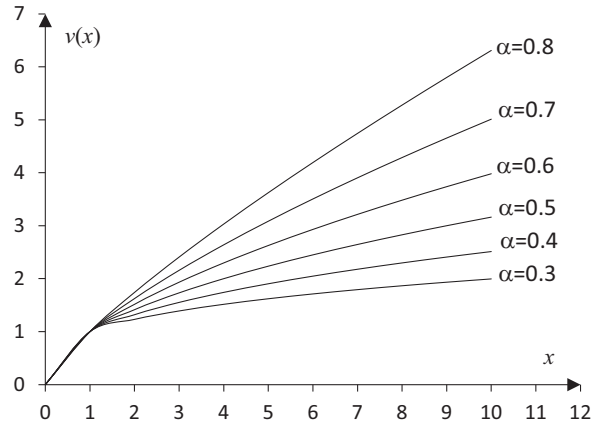


图1 效益型属性的效用函数 $v(x)$

Fig. 1 Utility function $v(x)$ of benefit attributes

若 $x \in S_1$,则 x_{ij} 带来的期望效用值为

$$Ev_{ij} = \sum_{l=1}^{k_{ij}} p_{ij}^l (\tilde{x}_{ij}^l)^\alpha, \quad i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n. \quad (7)$$

若 $x \in S_2$,则 x_{ij} 带来的期望效用值为

$$Ev_{ij} = \int_{\tilde{a}_{ij}}^{\tilde{b}_{ij}} v(\tilde{x}) f_{ij}(\tilde{x}) d\tilde{x}, \quad i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n. \quad (8)$$

正态分布和均匀分布是实际生活中运用最为广泛的分布^[18],因而本文主要考虑当 $x \in S_2$ 时, x 服从正态分布和均匀分布这两种情形.

1) 当 x 服从正态分布 $N(\mu_{ij}, \sigma_{ij}^2)$ 时,依据正态分布的 3σ 原则, x 有99.7%的概率分布在区间 $[\mu_{ij} - 3\sigma_{ij}, \mu_{ij} + 3\sigma_{ij}]$ 内. 同理, $\tilde{x}$ 有99.7%的概率分布在区间 $[\tilde{\mu}_{ij} - 3\tilde{\sigma}_{ij}, \tilde{\mu}_{ij} + 3\tilde{\sigma}_{ij}]$ 内. 令 $\tilde{a}_{ij} = \tilde{\mu}_{ij} - 3\tilde{\sigma}_{ij}$, $\tilde{b}_{ij} = \tilde{\mu}_{ij} + 3\tilde{\sigma}_{ij}$,则 $\tilde{\mu}_{ij} = (\tilde{a}_{ij} + \tilde{b}_{ij})/2$, $\tilde{\sigma}_{ij} = (\tilde{b}_{ij} - \tilde{a}_{ij})/6$. 此时, $\tilde{x}$ 的概率密度函数为

$$f_{ij}(\tilde{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\tilde{\sigma}_{ij}} \exp\left(-(\tilde{x} - \tilde{\mu}_{ij})^2 / 2\tilde{\sigma}_{ij}^2\right), \quad i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n. \quad (9)$$

2) 当 x 服从均匀分布时, $\tilde{x}$ 的概率密度函数为

$$f_{ij}(\tilde{x}) = \begin{cases} \frac{1}{\tilde{b}_{ij} - \tilde{a}_{ij}}, & \tilde{a}_{ij} \leq \tilde{x} \leq \tilde{b}_{ij}, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad (10)$$

若 $x \in S_3$,则 x_{ij} 带来的期望效用值为

$$Ev_{ij} = \sum_{l=1}^{k_{ij}} p_{ij}^l \int_{\tilde{a}_{ij}^l}^{\tilde{b}_{ij}^l} v(\tilde{x}) f_{ij}(\tilde{x}) d\tilde{x}, \quad i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n, \quad (11)$$

其中 $f_{ij}(\tilde{x})$ 依据对应的分布选择式(9)或式(10)计算.

3.3 针对理想方案的期望后悔值

计算对于属性 C_j 选择方案 A_i 而未选择理想方案 A^* 的期望后悔值. 由于决策者对于后悔和欣喜都是风险规避的, 因此后悔欣喜函数 $R(\Delta v)$ 是一个单调递增的凹函数^[11,22], 满足 $R'(\Delta v) > 0$, $R''(\Delta v) < 0$, $R(\Delta v)$ 可表示如下

$$R(\Delta v) = 1 - \exp(-\delta \Delta v), \quad (12)$$

其中 δ 为决策者的后悔规避系数, 且 $\delta > 0$, δ 越大表示决策者的后悔规避程度越大.

若 $x \in S_1$, 则属性值 x_{ij} 带来的期望后悔值为

$$ER_{ij} = \sum_{l^*=1}^{k_{*j}} \sum_{l=1}^{k_{ij}} p_{ij}^l p_{*j}^{l^*} \left(1 - \exp(-\delta(v(\tilde{x}_{ij}^l) - v(\tilde{x}_{*j}^{l^*}))) \right), \quad (13)$$

其中 $\tilde{x}_{*j}^{l^*}$ 为属性 C_j 下理想方案 A^* 的属性值的第 l^* 个可能取值, $p_{*j}^{l^*}$ 为其对应的概率.

理想方案为随机变量 $\tilde{x}$ 对应的期望值最大的方案, 随机变量 $\tilde{x}$ 的期望值为

$$E_{ij}(\tilde{x}_{ij}) = \sum_{l=1}^{k_{ij}} p_{ij}^l \tilde{x}_{ij}^l, \quad \tilde{x} \in S_1. \quad (14)$$

若 $x \in S_2$, 则属性值 x_{ij} 带来的期望后悔值为

$$ER_{ij} = \int_{\tilde{a}_{ij}}^{\tilde{b}_{ij}} \int_{\tilde{a}_{*j}}^{\tilde{b}_{*j}} \left(1 - \exp(-\delta(v(\tilde{y}) - v(\tilde{x}))) \right) f_{*j}(\tilde{x}) f_{ij}(\tilde{y}) d\tilde{x} d\tilde{y}, \quad \tilde{x} \in S_2, \quad (15)$$

其中 $[\tilde{a}_{*j}, \tilde{b}_{*j}]$ 表示属性 C_j 下理想方案 A^* 对应的属性值 x_{*j} 服从某种分布的所属区间.

若 x 服从正态分布, 则 $f_{*j}(\tilde{x})$ 和 $f_{ij}(\tilde{y})$ 的表达参照式(9), 若 x 服从均匀分布, 则 $f_{*j}(\tilde{x})$ 和 $f_{ij}(\tilde{y})$ 的表达参照式(10). 此时, 理想方案为随机变量 $\tilde{x}$ 对应的期望值最大的方案.

1) 若 $\tilde{x}$ 服从均匀分布, 则期望值为

$$E_{ij}(\tilde{x}) = \frac{\tilde{a}_{ij} + \tilde{b}_{ij}}{2}, \quad \tilde{x} \in S_2. \quad (16)$$

2) 若 $\tilde{x}$ 服从正态分布, 则期望值为

$$E_{ij}(\tilde{x}) = \tilde{\mu}_{ij}, \quad \tilde{x} \in S_2. \quad (17)$$

若 $x \in S_3$, 则属性值 x_{ij} 带来的期望后悔值为

$$ER_{ij} = \sum_{l'^*=1}^{k'_{ij}} \sum_{l'=1}^{k'_{ij}} p_{ij}^{l'} p_{*j}^{l'^*} \int_{\tilde{a}_{ij}^{l'}}^{\tilde{b}_{ij}^{l'}} \int_{\tilde{a}_{*j}^{l'^*}}^{\tilde{b}_{*j}^{l'^*}} \left(1 - \exp(-\delta(v(\tilde{y}) - v(\tilde{x}))) \right) f_{*j}^{l'^*}(\tilde{x}) f_{ij}^{l'}(\tilde{y}) d\tilde{x} d\tilde{y}, \quad \tilde{x} \in S_3, \quad (18)$$

其中 $[\tilde{a}_{ij}^{l'}, \tilde{b}_{ij}^{l'}]$ 表示属性 C_j 下方案 A_i 所对应的属性值服从某种分布的所属区间, 且这种情况发生的概率为 $p_{ij}^{l'}$. $[\tilde{a}_{*j}^{l'^*}, \tilde{b}_{*j}^{l'^*}]$ 表示属性 C_j 下理想方案 A^* 所对应的随机变量服从某种分布的所属区间, 且这种情况发生的概率为 $p_{*j}^{l'^*}$. 这里, 理想方案为随机变量 $\tilde{x}$ 对应的期望值最大的方案, 其期望值为

$$E_{ij}(\tilde{x}) = \sum_{l'=1}^{k'_{ij}} p_{ij}^{l'} E_{ij}^{l'}(\tilde{x}), \quad \tilde{x} \in S_3, \quad (19)$$

其中 $E_{ij}^{l'}(\tilde{x})$ 表示随机变量 $\tilde{x}$ 分布在区间 $[\tilde{a}_{ij}^{l'}, \tilde{b}_{ij}^{l'}]$ 内的期望, 若随机变量服从均匀分布, 则参照式(16), 若随机变量服从正态分布, 则参照式(17).

3.4 针对属性期望的后悔欣喜值

计算属性 C_j 下选择方案 A_i 而未达到或达到属性期望所产生的期望后悔欣喜值. 属性期望以目标区间加区间概率共同表示, 即属性值满足区间 $[\underline{e}_j, \bar{e}_j]$ 的区间概率为 $[\underline{p}_j, \bar{p}_j]$. 为便于计算, 将期望概率看作是在给定

区间 $[p_j, \bar{p}_j]$ 内服从均匀分布的随机数.

若 $x \in S_1$, 则属性 C_j 下选择方案 A_i 而未达到或达到属性期望所产生的期望后悔欣喜值为

$$ER_{ij}^* = \sum_{l=1}^{k_{ij}} p_{ij}^l \int_{p_j}^{\bar{p}_j} \int_{\bar{e}_j}^{\tilde{e}_j} \left(1 - \exp(-\delta(v(\tilde{x}_{ij}^l) - v(y)))\right) f_j(y) p dy dp, \quad \tilde{x} \in S_1, \quad (20)$$

其中 $f_j(y)$ 为 C_j 的属性期望所对应的随机变量在区间 $[\underline{e}_j, \bar{e}_j]$ 内服从某种分布的概率密度函数, 其表达参照式(9)和式(10).

若 $x \in S_2$, 则属性 C_j 下选择方案 A_i 而未达到或达到属性期望所产生的期望后悔欣喜值为

$$ER_{ij}^* = \int_{p_j}^{\bar{p}_j} \int_{\bar{e}_j}^{\tilde{e}_j} \int_{\tilde{a}_{ij}}^{\tilde{b}_{ij}} \left(1 - \exp(-\delta(v(\tilde{x}) - v(y)))\right) f_{ij}(\tilde{x}) f_j(y) p d\tilde{x} dy dp, \quad \tilde{x} \in S_2, \quad (21)$$

其中 $f_{ij}(\tilde{x})$ 为属性 C_j 下方案 A_i 所对应的随机变量 $\tilde{x}$ 在区间 $[\tilde{a}_{ij}^l, \tilde{b}_{ij}^l]$ 内服从某种分布的概率密度函数, $f_j(y)$ 含义同式(20).

若 $x \in S_3$, 则属性 C_j 下选择方案 A_i 而未达到或达到属性期望所产生的期望后悔欣喜值为

$$ER_{ij}^* = \sum_{l'=1}^{k'_{ij}} p_{ij}^{l'} \int_{p_j}^{\bar{p}_j} \int_{\bar{e}_j}^{\tilde{e}_j} \int_{\tilde{a}_{ij}^{l'}}^{\tilde{b}_{ij}^{l'}} \left(1 - \exp(-\delta(v(\tilde{x}) - v(y)))\right) f_{ij}^{l'}(\tilde{x}) f_j(y) p d\tilde{x} dy dp, \quad \tilde{x} \in S_3, \quad (22)$$

其中 $f_{ij}^{l'}(\tilde{x})$ 为属性 C_j 下方案 A_i 在区间 $[\tilde{a}_{ij}^{l'}, \tilde{b}_{ij}^{l'}]$ 内所对应的随机变量服从某种分布的概率密度函数, $f_j(y)$ 含义同式(20).

3.5 方案排序

首先, 计算属性值 x_{ij} 所带来的期望综合感知效用值为

$$Eu_{ij} = Ev_{ij} + \lambda ER_{ij} + (1 - \lambda) ER_{ij}^*, \quad (23)$$

其中 λ 表示后悔值来源于与理想方案的比较所占的比重. $\lambda \in [0, 1]$, λ 越接近于1表示与理想方案的比较更容易产生后悔或欣喜的心理, λ 越接近于0表示与属性期望的比较更容易产生后悔或欣喜的心理.

然后, 根据属性权重 W 得到选择方案 A_i 而获得的期望综合感知效用值为

$$EU_i = \sum_{j=1}^n w_j Eu_{ij}. \quad (24)$$

最终根据 EU_i 的大小得到所有方案的排序, 选择 EU_i 最大的方案作为最优方案. 为了更直观的说明方案的排序与择优过程, 图2表示了本文方法的决策流程.

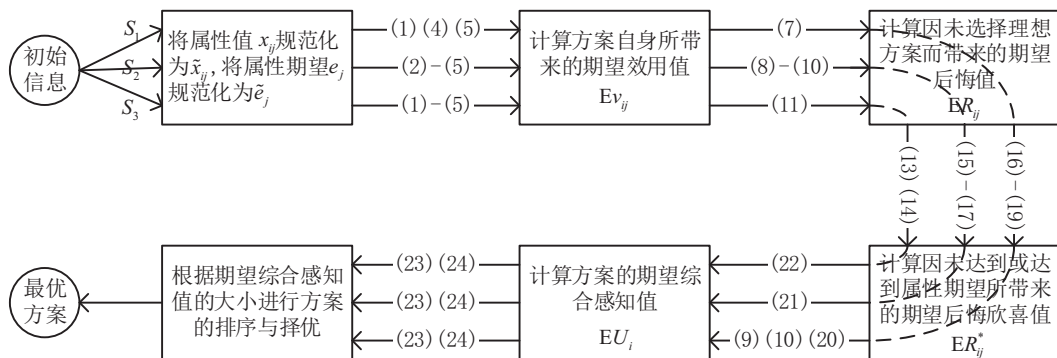


图2 决策流程图

Fig. 2 Decision flow diagram

当 $ER_{ij} = ER_{ij}^*$ 时, λ 的取值不影响期望综合感知效用值, 即决策者对于两种后悔心理来源的比重并不会影响最终方案的选择; 当 $ER_{ij} < ER_{ij}^*$ 时, λ 越大, EU_i 越大, 即决策者更为重视与属性期望的比较所带来

的后悔感知时, 能够获得更高的期望综合感知效用; 当 $ER_{ij} > ER_{ij}^*$ 时, λ 越大, EU_i 越大, 即决策者更为重视与理想方案的比较所带来的后悔感知时, 能够获得更高的期望综合感知效用值。

3.6 优越性分析

为了更好地说明本文方法的优越性, 从以下三个方面进行简单的阐述:

若不考虑属性期望^[19, 25], 则依照本文的方法, 最终依据 $Ev_{ij} + ER_{ij}$ 的值对方案进行择优和排序. 实质上为本文提出方法的一种特殊情况, 即当 $\lambda = 1$ 时, $Eu_{ij} = Ev_{ij} + ER_{ij}$. 这种情况下, 无法分析出决策者真实的后悔感知心理。

若不考虑方案本身所带来的期望效益^[26], 则依照本文的方法, 最终依据 ER_{ij} 的值对方案进行排序和择优. 这种情况下忽视了方案自身的优势, 仅根据决策者的后悔心理来进行择优, 导致决策依据不充分。

若考虑到属性期望^[13], 则对于同样满足于属性期望所给概率区间的情形, 决策者会因满足程度的不同, 表现出不同的后悔或欣喜感知, 例如, 决策者期望投资成本(百万元)在 $[4, 6.5]$ 的概率为 $[0.7, 1]$, 如果方案一所能达到的概率为 0.8, 方案二所能达到的概率为 0.9, 则依照本文的方法能够得到不同程度的欣喜感知, 且选择方案二为优势方案, 然而依照文献 [13] 的方法却无法区分. 类似地, 将文献 [13] 不能区分而本文方法能有效区分的所有情况归纳起来表示如下。

- 1) 若 $x \in S_1$, 当 $\sum_{l=1}^{k_{ij}} \Pr(\tilde{x}_{ij}^l \in [\tilde{e}_j, \tilde{e}_j]) \in [\underline{p}_j, \bar{p}_j]$ 时, 本文方法依据式(20)得到相应的后悔欣喜值。
- 2) 若 $x \in S_2$, 当 $\tilde{a}_{ij} < \tilde{e}_j < \tilde{b}_{ij} < \tilde{e}_j$ 时, 如 x 服从正态分布, 则 $\frac{F(\tilde{b}_{ij}) - F(\tilde{e}_j)}{F(\tilde{b}_{ij}) - F(\tilde{a}_{ij})} \in [\underline{p}_j, \bar{p}_j]$ 时, 或者 x 服从均匀分布, 则 $\frac{\tilde{b}_{ij} - \tilde{e}_j}{\tilde{b}_{ij} - \tilde{a}_{ij}} \in [\underline{p}_j, \bar{p}_j]$ 时, 本文方法依据式(21)得到相应的后悔欣喜值. 类似地, 当 $\tilde{e}_j < \tilde{a}_{ij} < \tilde{e}_j < \tilde{b}_{ij}$ 时, 如 x 服从正态分布, 则 $\frac{F(\tilde{e}_j) - F(\tilde{a}_{ij})}{F(\tilde{b}_{ij}) - F(\tilde{a}_{ij})} \in [\underline{p}_j, \bar{p}_j]$ 时, 或者 x 服从均匀分布, 则 $\frac{\tilde{e}_j - \tilde{a}_{ij}}{\tilde{b}_{ij} - \tilde{a}_{ij}} \in [\underline{p}_j, \bar{p}_j]$ 时, 本文方法依据式(21)得到相应的后悔欣喜值. 其中 $F(\cdot)$ 表示随机变量 x 服从正态分布时的分布函数。
- 3) 若 $x \in S_3$, 当 $\left(\frac{\Pr(\tilde{e}_j < \tilde{x}_{ij} < \tilde{b}_{ij}^{t_1-1})}{\Pr(\tilde{a}_{ij}^{t_1-1} < \tilde{x}_{ij} < \tilde{b}_{ij}^{t_1-1})} + \sum_{l'=t_1}^{t_2} p_{ij}^{l'} + \frac{\Pr(\tilde{a}_{ij}^{t_2+1} < \tilde{x}_{ij} < \tilde{e}_j)}{\Pr(\tilde{b}_{ij}^{t_2+1} < \tilde{x}_{ij} < \tilde{a}_{ij}^{t_2+1})} \right) \in [\underline{p}_j, \bar{p}_j]$ 时, 本文方法依据式(22)得到相应的后悔欣喜值. 其中 $t_1, t_2 = 1, 2, \dots$, 属性期望下界 $\tilde{e}_j$ 落在第 $(t_1 - 1)$ 个区间内, 属性期望上界 $\tilde{e}_j$ 落在第 $(t_2 + 1)$ 个区间内。

4 算例分析

考虑一个设备开发方案的选择问题. 某公司拟开发一种新的设备, 现有五个备选方案 A_1, A_2, A_3, A_4 和 A_5 . 决策者选用四个属性对备选方案进行评估: 投资成本 C_1 (单位: 百万元); 经济收益: C_2 (单位: 千万元); 市场占有率 C_3 (单位: %); 环境污染 C_4 (单位: 分). 其中 C_1 和 C_4 为成本型属性, C_2 和 C_3 为效益型属性, 属性 C_4 采用 10 分制进行打分, 得分越高表示污染越严重. 属性值均以随机数的形式表示, 同时决策者以区间值加区间概率的形式给出属性的期望水平. 相关领域的专家给出属性权重为 $\mathbf{W} = (0.25, 0.3, 0.2, 0.25)^T$. 具体的决策信息如表 2 和表 3 所示。

表 2 决策矩阵
Table 2 Decision matrix

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	$U[4, 6]$	$(U[0.8, 1.0], 0.4), (U[1.0, 1.5], 0.35), (U[1.5, 1.8], 0.25)$	$(15, 0.5), (20, 0.3), (25, 0.2)$	$(4, 0.5), (5, 0.3), (7, 0.2)$
A_2	$U[5, 8]$	$(U[1.2, 1.5], 0.4), (U[1.5, 2.0], 0.6)$	$(10, 0.2), (15, 0.3), (18, 0.3), (22, 0.2)$	$(3, 0.25), (4, 0.5), (6, 0.25)$
A_3	$U[7, 9]$	$(U[1.0, 1.5], 0.2), (U[1.5, 1.8], 0.4), (U[1.8, 2.5], 0.4)$	$(10, 0.1), (15, 0.25), (20, 0.25), (25, 0.4)$	$(2, 0.35), (3, 0.45), (4, 0.2)$
A_4	$U[4, 7]$	$(U[0.9, 1.2], 0.3), (U[1.2, 1.4], 0.55), (U[1.4, 2.2], 0.15)$	$(15, 0.4), (18, 0.35), (22, 0.15)$	$(1, 0.2), (2, 0.4), (4, 0.4)$
A_5	$U[6, 8]$	$(U[1.2, 1.8], 0.7), (U[1.8, 2.4], 0.3)$	$(15, 0.35), (20, 0.25), (25, 0.15), (30, 0.25)$	$(2, 0.3), (3, 0.35), (5, 0.35)$

表3 属性期望
Table 3 Aspirations of attributes

属性	属性期望
C_1	投资成本(百万元)在[4, 6.5]的概率为[0.7, 1].
C_2	预期收益(千万元)在[1.2, 1.6]的概率为[0.5, 0.7], 并且越大越好.
C_3	市场占有率(%)在[15, 25]的概率至少为[0.8, 1].
C_4	环境污染(分)在[2, 5]的概率为[0.6, 0.8].

4.1 计算过程

为解决此设备开发方案的选择问题, 下面简要说明采用上文给出方法的计算过程.

首先, 依据式(1)~式(5)对初始信息进行归一化, 再依据式(6)~式(11), 计算属性 C_j 下方案 A_i 自身所带来的期望效用值 Ev_{ij} , 计算结果如表4所示. 其中式(6)~式(11)中的参数取值为 $\alpha = 0.88$ ^[21].

表4 期望效用值矩阵
Table 4 Expected utility value matrix

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	0.820 8	0.276 2	0.465 9	0.385 8
A_2	0.539 8	0.507 1	0.350 1	0.498 3
A_3	0.237 5	0.572 5	0.520 2	0.721 7
A_4	0.728 2	0.336 1	0.370 1	0.758 1
A_5	0.444 5	0.556 3	0.605 6	0.633 6

然后, 分别依据式(12)~式(19)和式(20)~式(22), 计算各属性下因未选择理想方案而产生的期望后悔值 ER_{ij} 和因未达到或达到属性期望而产生的期望后悔欣喜值 ER_{ij}^* , 计算结果如表5和表6所示. 其中式(12)~式(22)中的参数取值为 $\delta = 0.3$ ^[23].

表5 基于理想方案的期望后悔值矩阵
Table 5 Expected regret value matrix based on ideal alternative

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	0	-0.096 5	-0.048 2	-0.122 0
A_2	-0.089 9	-0.022 3	-0.085 7	-0.084 3
A_3	-0.192 7	0	-0.032 7	-0.013 1
A_4	-0.029 9	-0.029 2	-0.058 1	0
A_5	-0.120 7	-0.008 0	0	-0.041 4

表6 基于属性期望的期望后悔欣喜值矩阵
Table 6 Expected regret-rejoice value matrix based on attribute aspirations

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	0.003 2	-0.004 8	-0.004 5	-0.010 6
A_2	-0.019 2	0.003 7	-0.011 1	-0.005 6
A_3	-0.045 1	0.005 8	-0.001 8	0.004 0
A_4	-0.004 1	-0.002 5	-0.006 7	0.005 4
A_5	-0.026 9	0.005 4	0.002 7	0.000 2

假定决策者对于两种后悔来源的心理比重相同, 即 $\lambda = 0.5$. 根据式(23)和式(24), 计算考虑到两种后悔心理的期望综合后悔欣喜值, 计算结果如表7所示. 计算期望综合感知效用值, 计算结果如表8所示.

表7 期望综合后悔欣喜值矩阵
Table 7 Expected comprehensive regret-rejoice value matrix

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	0.001 6	-0.050 7	-0.026 3	-0.066 3
A_2	-0.054 6	-0.009 3	-0.048 4	-0.044 9
A_3	-0.118 9	0.002 9	-0.017 3	-0.004 5
A_4	-0.017 0	-0.015 8	-0.032 4	0.002 7
A_5	-0.073 8	-0.001 3	0.001 4	-0.020 6

表8 期望综合感知效用值矩阵
Table 8 Expected comprehensive perceive utility value matrix

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	0.822 4	0.225 5	0.439 6	0.319 4
A_2	0.485 2	0.497 8	0.301 7	0.453 4
A_3	0.118 6	0.575 4	0.502 9	0.717 2
A_4	0.711 2	0.320 3	0.337 7	0.760 7
A_5	0.370 7	0.554 9	0.607 0	0.613 0

进一步地, 根据式(23)和式(24)以及表8和属性权重 $\mathbf{W}$, 计算选择方案 A_i 的期望综合感知效用值 EU_i 为

$$EU_1 = 0.441\ 0, \quad EU_2 = 0.444\ 3, \quad EU_3 = 0.482\ 2, \quad EU_4 = 0.531\ 6, \quad EU_5 = 0.533\ 8$$

最后, 依据 EU_i 的大小对方案进行排序, 得到的排序结果为 $A_5 \succ A_4 \succ A_3 \succ A_2 \succ A_1$. 因而, 决策者选择方案 A_5 进行设备开发.

4.2 方法比较及参数分析

不同的决策者因未选择理想方案和因未达到属性预期所产生的后悔程度是不一样的, 如表5和表6中, 针对属性 C_2 选择方案 A_2 时, 虽然因未选择理想方案 A_3 而产生了后悔心理, 但也会因达到了属性期望而产生欣喜的心理. 因此若不考虑属性期望, 则会放大后悔值, 但若仅考虑属性期望又会放大欣喜值. 为解决这个问题, 本文在计算期望综合感知效用值时, 同时考虑这两种后悔值, 设置参数 λ 表示与理想方案对比所产生的后悔值占总体后悔欣喜值的比重. 不同的 λ 值对期望综合感知效用值的影响如图3所示, 对方案排序结果的影响如表9所示.

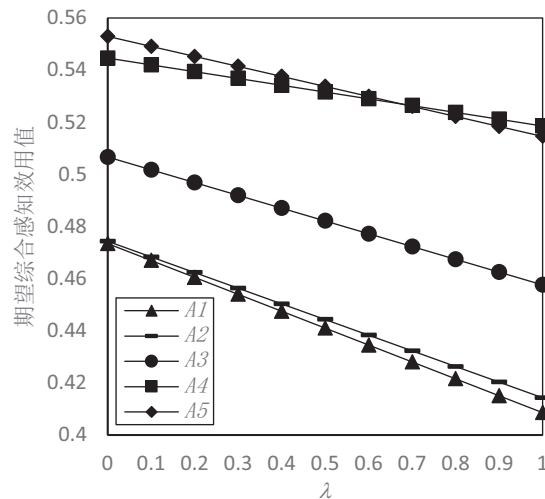


图3 不同 λ 取值下各方案的期望综合感知效用值

Fig. 3 Expected comprehensive perceive utility value of alternatives with different λ

表9 不同 λ 取值下的方案排序结果对比

Table 9 Comparison of alternatives' ranking with different λ

λ 取值	方案排序	λ 取值	方案排序
$\lambda = 0$	$A_5 \succ A_4 \succ A_3 \succ A_2 \succ A_1$	$\lambda = 0.6$	$A_5 \succ A_4 \succ A_3 \succ A_2 \succ A_1$
$\lambda = 0.1$	$A_5 \succ A_4 \succ A_3 \succ A_2 \succ A_1$	$\lambda = 0.7$	$A_4 \succ A_5 \succ A_3 \succ A_2 \succ A_1$
$\lambda = 0.2$	$A_5 \succ A_4 \succ A_3 \succ A_2 \succ A_1$	$\lambda = 0.8$	$A_4 \succ A_5 \succ A_3 \succ A_2 \succ A_1$
$\lambda = 0.3$	$A_5 \succ A_4 \succ A_3 \succ A_2 \succ A_1$	$\lambda = 0.9$	$A_4 \succ A_5 \succ A_3 \succ A_2 \succ A_1$
$\lambda = 0.4$	$A_5 \succ A_4 \succ A_3 \succ A_2 \succ A_1$	$\lambda = 1$	$A_4 \succ A_5 \succ A_3 \succ A_2 \succ A_1$
$\lambda = 0.5$	$A_5 \succ A_4 \succ A_3 \succ A_2 \succ A_1$		

从图3可以看出, 随着 λ 的增大, 期望综合感知效用值呈现出下降的趋势. 说明若决策者更为重视与属性期望的比较会带来更高的综合感知效用值, 即大多数决策者较为理性, 不盲目的与理想方案进行比较, 而是更为关注是否达到属性期望. 从表9可以看出, 随着 λ 的增大, 方案的排序结果会产生变化, 当 $\lambda \leq 0.6$ 时, 方案的排序为 $A_5 \succ A_4 \succ A_3 \succ A_2 \succ A_1$, 最优方案为 A_5 , 当 $\lambda \geq 0.6$ 时, 方案的排序为 $A_4 \succ A_5 \succ A_3 \succ A_2 \succ A_1$, 最优方案为 A_4 , 表明决策者对于两类后悔来源的心理比重会影响最终的方案选择. 同时, 由于方案自身带来的期望效用值是不变的, 因此随着 λ 的增大, 期望综合后悔欣喜值也是随之减小的, 即按照本文方法, 当 λ 较小时, 同样的属性值能带来较高的欣喜值和较小的后悔值. 因此, 在选择最优方案时, 不仅要考虑到理想方案带来的期望效用值, 更要考虑到属性期望带来的期望效用值, 以便有效的选择最佳方案.

依据文献[19,25]的方法, 即没有考虑属性期望, 则在本文方法中, 方案的排序为 $A_4 \succ A_5 \succ A_3 \succ A_2 \succ A_1$. 可以发现, 其结果与考虑到属性期望的排序结果 $A_5 \succ A_4$ 相反; 依据文献[26]的方法, 即没有考虑到方案自身带来的效益, 则在本文方法中, 方案的期望综合感知效用值仅为针对理想方案的期望后悔值, 此时的方案排序为 $A_4 \succ A_5 \succ A_3 \succ A_2 \succ A_1$, 仍与本文排序结果 $A_5 \succ A_4$ 相反; 依据文献[13]的方法, 得到方案的排序结果为: $A_1 \succ A_5 \succ A_3 \succ A_4 \succ A_2$, 与本文的排序结果不同.

根据以上三种比较,发现与本文排序结果不同的主要原因为:第一,文献[19,25]没有考虑属性期望,掩盖了真实的决策者后悔欣喜感知心理。第二,文献[26]没有考虑方案自身带来的效益,导致方案选择的依据不够充分。第三,文献[13]虽然考虑到属性期望,但对于第三节中论述的部分情况无法准确度量决策者的后悔欣喜程度,且其将后悔欣喜函数中的自变量从效用的差值换成概率的差值与现有文献中对于后悔欣喜函数的定义相违背^[12,24]。鉴于此,本文的决策方法更优,且本文同时考虑了两种后悔欣喜来源,并设置比例系数 λ ,使得决策过程更为符合真实的决策心理。

5 结束语

本文针对带有属性期望,且属性期望以区间值和区间概率共同表达的随机多属性决策问题,提出一种考虑决策者后悔规避心理的决策分析方法。该方法同时考虑到两种后悔心理,即因未选择理想方案而产生的后悔感知和因未达到或达到属性期望而产生的后悔欣喜感知,且研究了这二者的比重对于最终方案排序的影响。文中针对三种不同形式的随机属性值,给出了相应的期望综合感知效用值的求解方法。与已有研究相比,本文更为全面的考虑了对方案进行排序与择优的理论依据和现实依据,同时,能够较好的区分出不同程度的满足属性期望时,决策者所感受到的期望综合后悔欣喜值之间的差异。该方法能够保持计算结果的客观性和准确性,且计算过程简单,具有较强的实用性和可行性,为进一步丰富考虑决策者心理行为的随机多属性决策问题提供了新的解决思路。在今后的研究中,可以考虑属性未知的情况下的随机多属性决策问题和群决策环境中的随机多属性决策问题。

参考文献:

- [1] 徐泽水. 不确定多属性决策方法及应用. 北京: 清华大学出版社, 2004.
Xu Z S. Uncertain Multiple Attribute Decision Making: Methods and Application. Beijing: Tsinghua Press, 2004. (in Chinese)
- [2] Lahdelma R, Hokkanen J, Salminen P. SMAA: Stochastic multi-objective acceptability analysis. *European Journal of Operational Research*, 1998, 106(1): 137–143.
- [3] Zaras K. Rough approximation of a preference relation by a multi-attribute stochastic dominance for determinist and stochastic evaluation problems. *European Journal of Operational Research*, 2001, 130(2): 305–314.
- [4] Mousavi S M, Jolai F, Tavakkoli-Moghaddam R. A fuzzy stochastic multi-attribute group decision-making approach for selection problems. *Group Decision and Negotiation*, 2013, 22(2): 207–233.
- [5] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk. *Econometrica*, 1979, 47(2): 263–291.
- [6] 张顺明, 叶 军. 后悔理论述评. *系统工程*, 2009, 27(2): 45–50.
Zhang S M, Ye J. Review of regret theory. *Systems Engineering*, 2009, 27(2): 45–50. (in Chinese)
- [7] 姜广田. 考虑决策者心理行为的混合型随机多属性决策方法. *中国管理科学*, 2014, 22(6): 78–84.
Jiang G T. Method for hybrid stochastic multiple attribute decision making considering decision maker's psychological behavior. *Chinese Journal of Management Science*, 2014, 22(6): 78–84. (in Chinese)
- [8] Yu H, Liu P, Jin F. Research on the stochastic hybrid multi-attribute decision making method based on prospect theory. *Scientia Iranica*, 2014, 21(3): 1105–1119.
- [9] Hu J H, Chen P, Yang L. Dynamic stochastic multi-criteria decision making method based on prospect theory and conjoint analysis. *Management Science and Engineering*, 2014, 8(3): 65–71.
- [10] Léandre R, Salminen P. Prospect theory and stochastic multi-criteria acceptability analysis. *Omega: The International Journal of Management Science*, 2009, 37(5): 961–971.
- [11] Bell D E. Regret in decision making under uncertainty. *Operations Research*, 1982, 30(5): 961–981.
- [12] Loomes G, Sugden R. Regret theory: An alternative theory of rational choice under uncertainty. *Economic Journal*, 1982, 92(368): 805–824.
- [13] 梁 霞, 姜艳萍. 考虑后悔行为的具有二元期望的随机多属性决策方法. *系统工程学报*, 2015, 30(6): 719–727.
Liang X, Jiang Y P. Method of stochastic multi-attribute decision making with 2-tuple aspirations considering regret behavior. *Journal of Systems Engineering*, 2015, 30(6): 719–727. (in Chinese)

- [14] Zhou H, Wang J Q, Zhang H Y. Grey stochastic multi-criteria decision-making based on regret theory and TOPSIS. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 2017, 8(2): 1–14.
- [15] Peng X, Yang Y. Algorithms for interval-valued fuzzy soft sets in stochastic multi-criteria decision making based on regret theory and prospect theory with combined weight. *Applied Soft Computing*, 2017, 54(3): 415–430.
- [16] Feng B, Lai F J. Multi-attribute group decision making with aspirations: A case study. *Omega: The International Journal of Management Science*, 2014, 44(4): 136–147.
- [17] Klubeck M. *Metrics: How to Improve Key Business Results*. New York: Apress, 2011.
- [18] 盛 骤, 谢式千, 潘承毅. 概率论与数理统计. 北京: 高等教育出版社, 2001.
Sheng Z, Xie S Q, Pan C Y. *Probability and Mathematical Statistics*. Beijing: Higher Education Press, 2001. (in Chinese)
- [19] 张 晓, 樊治平, 陈发动. 基于后悔理论的风险型多属性决策方法. *系统工程理论与实践*, 2013, 33(9): 2313–2320.
Zhang X, Fan Z P, Chen F D. Method for risky multiple attribute decision making based on regret theory. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2013, 33(9): 2313–2320. (in Chinese)
- [20] 郭三党, 刘思峰, 方志耕. 基于后悔理论的多目标灰靶决策方法. *控制与决策*, 2015, 30(9): 1635–1640.
Guo S D, Liu S F, Fang Z G. Multi-objective grey target decision model based on regret theory. *Control and Decision*, 2015(9): 1635–1640. (in Chinese)
- [21] Tversky A, Kahneman D. Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty. *Journal of Risk and Uncertainty*, 1992, 5(4): 297–323.
- [22] Chorus C G. Regret theory-based route choices and traffic equilibria. *Transportmetrica*, 2012, 8(4): 291–305.
- [23] Laciara C E, Weber E U. Correcting expected utility for comparisons between alternative outcomes: A unified parameterization of regret and disappointment. *Journal of Risk and Uncertainty*, 2008, 36(1): 1–17.
- [24] Quiggin J. Regret theory with general choice sets. *Journal of Risk and Uncertainty*, 1994, 8(2): 153–165.
- [25] 钱丽丽, 刘思峰, 方志耕, 等. 基于后悔理论的灰色随机多准则决策方法. *控制与决策*, 2017, 32(6): 1069–1074.
Qian L L, Liu S F, Fang Z G, et al. Method for grey-stochastic multi-criteria decision-making based on regret theory. *Control and Decision*, 2017, 32(6): 1069–1074. (in Chinese)
- [26] 刘小弟, 朱建军, 张世涛, 等. 基于后悔理论与群体满意度的犹豫模糊随机多属性决策方法. *中国管理科学*, 2017, 25(10): 171–178.
Liu X D, Zhu J J, Zhang S T, et al. Hesitant fuzzy stochastic multiple attribute decision making method based on regret theory and group satisfaction degree. *Chinese Journal of Management Science*, 2017, 25(10): 171–178. (in Chinese)

作者简介:

王泽林 (1992—), 女, 湖北荆门人, 博士生, 研究方向: 决策理论与方法, Email: wangzelinok@163.com;

王应明 (1964—), 男, 江苏海安人, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向: 决策理论与方法, Email: msymwang@hotmail.com.