

多工序串并联制造过程关键质量特性识别

王 宁, 张 帅*, 刘玉敏, 杨剑锋

(郑州大学商学院, 河南 郑州 450001)

摘要: 为解决多工序制造过程关键质量特性识别中存在的多重相关性以及数据高维度、小样本等问题, 采用偏最小二乘回归改进 Ada-LASSO 方法并融合状态空间思想和 Bootstrap 方法实现多工序过程关键质量特性识别, 给出了基于 IAda-LASSO 的关键质量特性识别步骤, 通过仿真实验和应用实例说明了 IAda-LASSO 方法与 LASSO 和 Ada-LASSO 方法在质量特性间不同相关度下识别的有效性. 研究表明, IAda-LASSO 方法对多工序过程有良好的关键质量特性识别能力, 特别当质量特性间有较强相关性时显著优于其它两种方法.

关键词: 多工序制造过程; 关键质量特性; 状态空间模型; 自助法; 改进的自适应套索模型

中图分类号: F273 文献标识码: A 文章编号: 1000-5781(2019)06-0855-12

doi: 10.13383/j.cnki.jse.2019.06.012

Identification the key quality characteristics in multistage series-parallel manufacturing process

Wang Ning, Zhang Shuai*, Liu Yumin, Yang Jianfeng

(School of Business, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: To solve the problems of multiple correlations, high data dimensions, small samples existing in the key quality characteristics identification of multistage manufacturing process, the Ada-LASSO method is improved by Partial least squares regression, and integrates the state space idea and Bootstrap method are integrated to identify the key quality characteristics in multistage process. The steps of key quality characteristics identification based on the IAda-LASSO are given, the effectiveness of the IAda-LASSO, LASSO and Ada-LASSO in different correlation degree of quality characteristics is demonstrated by simulation and application example. The research shows that the IAda-LASSO method has a good ability to identify key quality characteristics in multistage processes, especially when there is a strong correlation between quality characteristics, which is significantly better than the other two methods.

Key words: multistage manufacturing process; key quality characteristics; state space model; bootstrap; IAda-LASSO

1 引 言

随着现代制造技术的发展和产品复杂程度的提高, 依托先进制造技术和信息技术的进步, 多工序制造过程在复杂产品制造活动中已非常普遍. 在实际生产过程中, 依据关键的少数和非关键的多数原则, 部分质量

收稿日期: 2018-07-30; 修订日期: 2019-04-08.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71672182; 71711540309; U1504703; U1604262; U1904211); 河南省教育厅人文社科重点资助项目(2016-ZD-054).

*通信作者

特性对最终产品质量有显著影响,同时由于成本和技术等原因,质量控制人员无法对全部质量特性进行监控.因此,有效识别影响最终产品质量的关键质量特性是多工序制造过程质量监控与改进的关键工作.

对于制造过程关键质量特性识别研究主要从两方面进行,一是基于产品设计和工艺信息,从质量管理角度识别关键质量特性,如何益海和唐晓青^[1]结合产品设计信息,给出了基于质量屋的产品关键质量特性提取方法;张根保等^[2]依据复杂机电产品特点,提出了关键质量特性的提取模型和制造过程关键质量特性优化模型等.另一方面,随着制造过程复杂程度提高,全面掌握产品物理信息日趋困难,更多学者通过产品制造数据在线收集,利用统计回归、机器学习等数据驱动方法建立产品最终质量与质量特性间关系模型,进而识别对最终产品有显著影响的关键质量特性.如Jin等^[3]利用收集数据建立产品质量与波动源的线性回归模型识别关键质量特性,Loose等^[4]通过建立基于产品质量的线性和非线性波动传递模型识别关键产品质量特性.汪四水等^[5]采用交叉谱分析法识别出关键因子.王宁等^[6]采用偏最小二乘法消除质量特性间相关性进而识别多级制造过程关键质量特性识别.Tsung等人^[7]通过构建波动传递模型,通过波动传递分析识别关键质量特性;Ding等^[8]应用模式识别方法进行多工序过程质量波动传递分析,识别对生产中质量波动有显著影响的关键质量特性.但依托过程质量检测技术的进步,更多质量特性纳入到关键质量特性分析与监控中,质量数据具有高维度特点.Pierre等^[9]指出,随着制造过程质量数据维度增加,传统统计分析方法对于关键质量特性识别将失去效果.

近年来,部分学者将关键质量特性识别抽象为通常用于处理高维数据的变量选择问题,通过统计方法从繁多的变量中选出对响应变量有很大影响的解释变量进而识别关键质量特性.Oduntan^[10]采用禁忌搜索算法研究复杂数据的特征提取进而识别关键质量特性;闫伟等^[11]分别采用IG,Relief F^[12]和EM^[13]以及CEM-IG^[14]等特征选择方法识别复杂产品关键质量特性;谢荣琦^[15]融合Relief F和属性聚类方法,并将其用于复杂产品关键质量特性识别;李岸达^[16]通过构建Filter和Wrapper混合模型识别复杂产品关键质量特性.王化强等^[17]将套索(least absolute shrinkage and selection operator, LASSO)算法用于复杂产品关键质量特性识别.上述成果在处理高维数据关键质量特性识别中各具特色,但在解决多工序过程关键质量特性识别中,面对两个关键问题时均存在不同程度失效^[18,19].一是多工序过程因其组成结构和制造工艺等方面的复杂性,各工序质量特性及工序间质量特性存在多重相关性;二是过程中各工序都存在大量质量特性,数据维度高,类型复杂,在技术、成本、环境以及资源等因素约束下往往难以取得足够样本对过程建模并识别关键质量特性.此外,现有研究多以串联结构为研究对象,对并联结构下多工序过程关键质量特性识别研究较少,而具有串并联混合结构的多工序过程是实际生产制造中更为常见的形式.

因此,本文依据上述多工序过程特点,提出了基于改进的自适应LASSO(improved adaptive LASSO, IAda-LASSO)方法的多工序串并联制造过程关键质量特性识别方法.首先构建多工序串并联过程关键质量特性识别模型;随后针对过程质量特性高维度,小样本特点,采用Bootstrap算法重构样本,扩大样本容量;其次引入偏最小二乘方法(partial least squares, PLS)改进自适应LASSO(Ada-LASSO),即采用PLS对多工序过程进行回归,用能够消除质量特性间复杂相关性的偏最小二乘回归系数 β_{pls} 替代Ada-LASSO中常用的最小二乘回归系数 β_{ols} ,降低Ada-LASSO方法的模型预测偏差,达到维规约目的;然后运用IAda-LASSO方法构建模型并识别关键质量特性,进而通过仿真比较不同强度相关性下IAda-LASSO和Ada-LASSO方法识别关键质量特性的有效性;最后,本文通过实例具体说明IAda-LASSO方法应用于多工序过程关键质量特性识别的详细过程.研究表明,IAda-LASSO方法能够较好地处理多工序制造过程中具有较强相关性及样本量不足等问题并实现关键质量特性识别,且较强相关性下性能优于LASSO及Ada-LASSO方法.

2 多工序制造过程关键质量特性识别模型

为有效解决多工序过程中各工序质量特性对最终产品质量影响的积累和传递问题,进而识别关键质量特性,本文采用状态空间模型构建多工序过程关键质量特性识别模型^[20-25],图1是反映状态空间思想的多

工序串并联混合制造过程说明图。

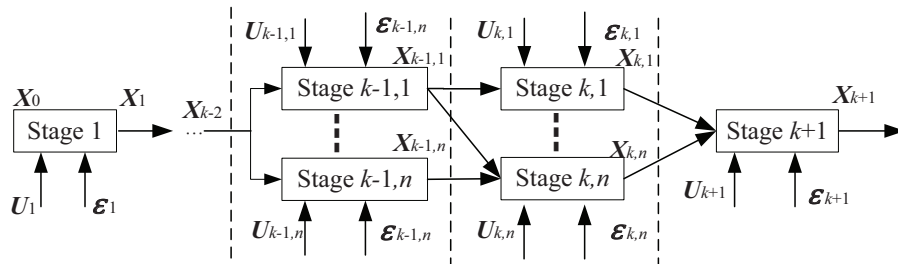


图 1 多工序串并联混合制造过程

Fig. 1 Multistage serial-parallel hybrid manufacturing process

如图 1 所示, 在实际生产中, 多工序制造过程可分为串联结构和包含多工位的并联结构, 两种结构在构建关键质量特性识别模型中不尽相同, 因此本文分别建立串联结构和并联结构下的多工序制造过程质量关系模型, 提出多工序混联制造过程关键质量特性识别模型。

2.1 串联结构下多工序制造过程质量关系模型

多工序串联制造过程是指在制造过程中多个工序依次串联衔接, 状态空间模型也最早应用于多工序串联结构的建模分析中^[20], 如图 2 所示。

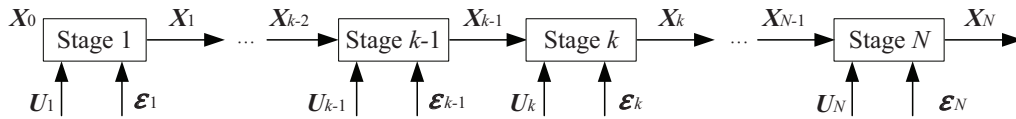


图 2 多工序串联制造过程

Fig. 2 Multistage serial manufacturing process

相邻两工序质量特性关系模型可表示为

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{A}_{k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{B}_k \mathbf{U}_k + \boldsymbol{\varepsilon}_k, \tag{1}$$

其中 $\mathbf{X}_k = (x_{1,k}, x_{2,k}, \dots, x_{j,k})^T$ 表示 k 工序质量特性向量, $x_{j,k}$ 表示 k 工序中第 j 个质量特性; $\mathbf{A}_{k-1} \mathbf{X}_{k-1}$

表示从 $k-1$ 工序传递过来的对 k 工序产品质量的影响, $\mathbf{A}_{k-1} = \begin{pmatrix} a_{11,k-1} & a_{12,k-1} & \cdots & a_{1j,k-1} \\ a_{21,k-1} & a_{22,k-1} & \cdots & a_{2j,k-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{j1,k-1} & a_{j2,k-1} & \cdots & a_{jj,k-1} \end{pmatrix}$ 为 $j \times j$ 阶

传递系数矩阵, $a_{jj,k-1}$ 表示 $k-1$ 工序第 j 个产品质量特性对 k 工序第 j 个产品质量特性的影响传递系数; $\mathbf{B}_k \mathbf{U}_k$ 为 k 工序过程失效对本工序产品质量特性的影响, $\mathbf{U}_k = (u_{1,k}, u_{2,k}, \dots, u_{l,k})^T$ 为 k 工序过程质量特

性向量, $u_{l,k}$ 表示 k 工序第 l 个过程质量特性, $\mathbf{B}_k = \begin{pmatrix} \beta_{11,k} & \beta_{12,k} & \cdots & \beta_{1l,k} \\ \beta_{21,k} & \beta_{22,k} & \cdots & \beta_{2l,k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{j1,k} & \beta_{j2,k} & \cdots & \beta_{jl,k} \end{pmatrix}$ 为 $j \times l$ 阶传递系数矩阵, $\beta_{jl,k}$ 表

示 k 工序第 l 个过程质量特性对 k 工序第 j 个产品质量特性影响系数; $\boldsymbol{\varepsilon}_k$ 表示系统误差, 与 \mathbf{U}_k 相互独立。

2.2 并联结构下多工序制造过程质量关系模型

实际工作中, 为满足生产率提高和生产线平衡的需要, 某一工序内往往设置多个工位, 构成并联结构, 如图 3 所示。

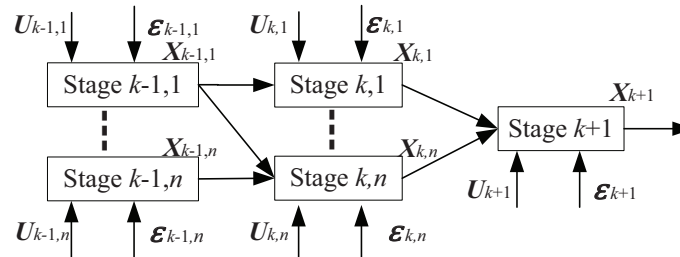


图3 多工序并联制造过程

Fig. 3 Multistage parallel manufacturing process

图3中 $\mathbf{U}_{k,n} = (u_{1,k,n}, u_{2,k,n}, \dots, u_{j,k,n})^T$ 表示导致 k 工序过程失效的本工序第 n 个工位产品质量特性向量, $\mathbf{X}_{k,n} = (x_{1,k,n}, x_{2,k,n}, \dots, x_{j,k,n})^T$ 表示第 k 工序第 n 个工位质量特性向量. 并联结构主要包含并行、分散和收敛三种模式. 下面对这三种模式分别进行建模分析.

1) 并行情况

并行情况可视为并行的多个串联过程, 各并行过程互不影响, 其质量关系模型可用串联结构下质量关系模型表示.

2) 分散情况

分散情况下, 如图3中, $k-1$ 工序第1工位质量特性 $\mathbf{X}_{k-1,1}$ 作为 k 工序两个工位 $\mathbf{X}_{k,1}$ 和 $\mathbf{X}_{k,n}$ 的输入. 因此, 可以设 $\hat{\mathbf{X}}_{k-1,1}$ 和 $\hat{\mathbf{X}}_{k-1,n}$ 为两个虚拟向量以辅助表示 $k-1$ 工序第一工位质量特性向量 $\mathbf{X}_{k-1,1}$, 可得

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \mathbf{X}_{k,1} \\ \mathbf{X}_{k,n} \end{pmatrix} &= \mathbf{A}_{k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{B}_k \mathbf{U}_k + \boldsymbol{\varepsilon}_k \\ &= \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{k-1,1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{k-1,n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{X}}_{k-1,1} \\ \hat{\mathbf{X}}_{k-1,n} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{B}_{k,1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_{k,n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{k,1} \\ \mathbf{U}_{k,n} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{k,1} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{k,n} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $\hat{\mathbf{X}}_{k-1,1}$ 和 $\hat{\mathbf{X}}_{k-1,n}$ 分别表示 $\mathbf{X}_{k,1}$ 和 $\mathbf{X}_{k,n}$ 输入的虚拟质量特性向量, 并且 $\hat{\mathbf{X}}_{k-1,1}$ 和 $\hat{\mathbf{X}}_{k-1,n}$ 服从相同的统计分布, 其和为 $\mathbf{X}_{k-1,1}$, 即 $k-1$ 工序第一工位质量特性会同时影响 k 工序两个工位的质量特性.

3) 收敛情况

收敛情况下, 如图3中, $k+1$ 工序有来自 k 工序两个工位输入, 同样设 $\hat{\mathbf{X}}_{k+1,1}$ 和 $\hat{\mathbf{X}}_{k+1,n}$ 为两个虚拟变量以辅助表示 $k+1$ 工序质量特性向量, 可得

$$\mathbf{X}_{k+1} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{X}}_{k+1,1} \\ \hat{\mathbf{X}}_{k+1,n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{k,1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{k,n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{X}_{k,1} \\ \mathbf{X}_{k,n} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{B}_{k+1,1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_{k+1,n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{k+1,1} \\ \mathbf{U}_{k+1,n} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{k+1,1} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{k+1,n} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

其中 $\mathbf{X}_{k,1}$ 和 $\mathbf{X}_{k,n}$ 表示 k 工序两工位质量特性向量, $\hat{\mathbf{X}}_{k+1,1}$ 和 $\hat{\mathbf{X}}_{k+1,n}$ 分别表示基于 $\mathbf{X}_{k,1}$ 和 $\mathbf{X}_{k,n}$ 传递过来的质量特性向量. 并且 $\hat{\mathbf{X}}_{k+1,1}$ 和 $\hat{\mathbf{X}}_{k+1,n}$ 服从相同的统计分布, 其和为 \mathbf{X}_{k+1} , 即 k 工序两工位质量特性会共同影响 $k+1$ 工序质量特性.

2.3 多工序混联制造过程关键质量特性识别模型

设 \mathbf{Y} 为过程最终产品质量, 根据式(1), 式(2)和式(3)并通过递推迭代^[27]可得多工序质量特性关系模型

$$\mathbf{Y} = \sum_{i=1}^k \mathbf{T}_{k,i} \mathbf{B}_i \mathbf{U}_i + \mathbf{T}_{k,0} \mathbf{X}_0 + \sum_{i=1}^k \mathbf{T}_{k,i} \boldsymbol{\varepsilon}_i, \quad (4)$$

其中 $\mathbf{T}_{k,i}$ 是状态转移矩阵, 当 $k > i$ 时 $\mathbf{T}_{k,i} = \mathbf{A}_{k-1} \mathbf{A}_{k-2} \dots \mathbf{A}_i$, 当 $k = i$ 时, $\mathbf{T}_{k,i} = \mathbf{I}$. 本文暂不考虑系统随机误差 $\boldsymbol{\varepsilon}_i$, 并且由于 \mathbf{X}_0 表示过程初始输入, 不失一般性, 设 $\mathbf{X}_0 = \mathbf{0}$ ^[6]. 式(4)简化为

$$\mathbf{Y} = \sum_{i=1}^k \mathbf{T}_{k,i} \mathbf{B}_i \mathbf{U}_i. \quad (5)$$

为便于论述,用 \mathbf{X}_i^* 代替 \mathbf{U}_i 表示导致过程失效的本工序质量特性,则式(5)可化为

$$\mathbf{Y} = \sum_{i=1}^k \mathbf{T}_{k,i} \mathbf{B}_i \mathbf{X}_i^* \quad (6)$$

式(6)即为串并联混合制造过程关键质量特性识别模型. 本文关键质量特性识别即采用 IAda-LASSO 方法对式(6)模型进行拟合和变量筛选,识别出对最终产品有显著影响的关键质量特性.

3 基于 IAda-LASSO 的关键质量特性识别方法

3.1 基于 Bootstrap 的样本重构

多工序制造过程中,各工序都包含众多质量特性,由于质量特性类型复杂,并且在技术、资源等约束下,常难以采集到足够样本实现对过程的有效建模分析. 本文拟通过 Bootstrap 方法对样本进行重构实现数据扩展. Bootstrap 方法由 Efron 于 1979 年提出,其基本思想是假定有 n 个相互独立同分布的质量特性样本 $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n$, 对这 n 个样本点均匀地随机重复抽取 m 次,则得到 m 个与原样本独立同分布的自助样本. 在样本分布是正态分布及存在严重的离群点或样本容量不够大时, Bootstrap 方法相对优势明显且实用. 因此,本文通过 Bootstrap 方法重构样本,将所得自助样本与原样本集成,扩大样本量,然后对集成后样本使用 IAda-LASSO 方法训练模型并识别关键质量特性.

3.2 改进 Adaptive LASSO 方法

3.2.1 LASSO 方法

套索模型(least absolute shrinkage and selection operator, LASSO)方法最早由 Tibshirani 提出并得到广泛应用, LASSO 能够处理高维数据的变量选择问题,并且能够在高维空间获取稀疏线性模型,其思想原理是在最小二乘方法基础上添加 L_1 惩罚项,即在满足回归系数绝对值之和小于一个常数的情况下,使得残差平方和达到最小,从而把某些回归系数压缩到 0,增强模型的解释力^[17].

假定有数据 $(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i), i = 1, 2, \dots, N$, 其中自变量 $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})^T$, 对应的因变量为 y_i , 且变量之间相互独立,对 x_{ij} 做标准化处理. 令回归系数向量为 $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)^T$, 则 LASSO 估计为

$$\begin{cases} \hat{\boldsymbol{\beta}} = \arg \min_{\boldsymbol{\beta}} \left(\sum_{i=1}^N (y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ij})^2 \right) \\ \text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^p |\beta_j| \leq t, \end{cases} \quad (7)$$

其中 $t \geq 0$ 是调整参数.

对于所有的 t , 满足 $\hat{\beta}_0 = \bar{y}$. 假定 \bar{y} , 则剔除 β_0 , 不失一般性. 式(7)等价于

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \arg \min_{\boldsymbol{\beta}} \left(\sum_{i=1}^N (y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ij})^2 + \lambda \sum_{j=1}^p |\beta_j| \right), \quad (8)$$

其中 λ 是惩罚参数且满足 $\lambda \geq 0$.

3.2.2 基于 PLS 的 Ada-LASSO 改进

LASSO 依据惩罚参数 λ 决定惩罚项的压缩程度,实现变量选择和系数估值,并通过提高偏差来降低方差,提高模型的预测精度. 但 LASSO 也存在不足, Zou^[18]证明式(8)的 LASSO 估计不具备 Oracle 性质,因为它对模型中各系数 β 采用相同的 L_1 惩罚项. 基于此, Zou^[18] 提出 Ada-LASSO 方法,对预测变量采取不同的惩罚权重系数,该方法的变量系数估计值如下

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\text{Ada-LASSO}} = \arg \min_{\boldsymbol{\beta}} \left(\sum_{i=1}^N (y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ij})^2 + \lambda \sum_{j=1}^p \omega_j |\beta_j| \right), \quad (9)$$

其中 $\omega_j = |\beta_{ols}|^{-\gamma}$, $\gamma > 0$ 为权重系数, β_{ols} 是对自变量与因变量使用最小二乘方法得到的回归系数.

基本思想是如果通过最小二乘回归使自变量得到较大系数值, 则认为该自变量对因变量有较强解释能力, 其在实际中对因变量影响相对较大, 反映在自适应调整权重系数 ω_j 上, 较大回归系数使该变量的惩罚较小, 因此能够提高该自变量在变量选择中被选入模型的概率, 使结果更与实际相符. 但在多工序制造过程关键质量特性识别中, 由于各工序质量特性及工序间质量特性存在多重相关性, 并且常无法采集到远大于质量特性数量的样本量, 此时采用最小二乘回归方法会扩大模型误差, 而且回归系数的估计值也不稳定, 破坏模型的稳健性^[27]. 因此本文采用 PLS 对多工序过程关键质量特性识别模型中的自变量和因变量进行建模, 用 β_{pls} 代替 β_{ols} . 由于 PLS 能够在样本数量较少情况下消除变量间多重相关性, 其回归系数 β_{pls} 比 β_{ols} 更能反映过程真实情况, 进而通过自适应调整权重系数 $\omega_j = |\beta_{pls}|^{-\gamma}$ 确保关键质量特性识别的准确性和可靠性.

3.2.3 多工序过程关键质量特性识别步骤

步骤 1 明确多工序制造过程最终产品质量特性, 分析各工序关系及工序内质量特性, 通过状态空间模型构建多工序制造过程关键质量特性识别模型;

步骤 2 依据关键质量特性识别模型, 在制造过程中采集质量特性数据, 形成原始质量特性数据集 data ;

步骤 3 利用 Bootstrap 方法对原始质量特性样本数据进行 n 次均匀地随机重复有放回抽样, 增加样本容量, 形成新的质量特性样本数据集 data_B ;

步骤 4 使用数据集 data_B 对多工序关键质量特性识别模型进行 PLS 估计, 得到偏最小二乘估计系数 β_{pls} ;

步骤 5 通过偏最小二乘估计系数 β_{pls} 求得 Ada-LASSO 中惩罚因子 $\omega_{j-pls} = |\beta_{pls}|^{-\gamma}$;

步骤 6 将 $\omega_{j-pls} = |\beta_{pls}|^{-\gamma}$ 代入 Ada-LASSO 的目标函数中替换原始的 w_j , 并对制造过程进行拟合;

步骤 7 利用交叉验证, 选择出来最优的回归模型, 通过模型的回归系数, 识别其中非 0 系数的质量特性即是此多工序制造过程关键质量特性.

4 仿真实验

为验证本文 IAda-LASSO 方法与 LASSO 及 Ada-LASSO 方法在关键质量特性识别中的有效性. 基于多工序关键质量特性识别模型仿真生成实验数据集, 其中 X 为多工序过程关键质量特性识别模型中各工序质量特性, 即模型解释变量, Y 为最终产品质量, 即响应变量. Y 的生成函数为

$$Y = \sum_{i=1}^p a_i x_i + \sum_{k,j=1}^p a_{kj} x_k x_j + \varepsilon, \quad (10)$$

其中 $\sum_{i=1}^p a_i x_i$ 表示真实质量特性变量的和, $\sum_{k,j=1}^p a_{kj} x_k x_j$ 表示由真实质量特性变量生成的交互项以及二次项的和, Y 表示 $p + p^2$ 个质量特性变量相加, $\varepsilon \sim N(0, 1)$.

为便于论述, 设共有 6 个真实质量特性变量 (x_1, x_2, \dots, x_6) , 则有 6 个二次项虚拟变量 $(x_1^2, x_2^2, \dots, x_6^2)$ 和 15 个交互项虚拟变量 $(x_1 x_2, x_1 x_3, \dots, x_5 x_6)$. 设定真实质量特性变量系数均为 20, 与质量特性变量 x_1 相关的交互项系数为 10, 变量 x_1 的二次项系数为 5, 其余所有变量系数均为 1, 系数大于 1 的变量为关键质量特性变量, 因此, 设置了 12 个关键质量特性和 20 个非关键质量特性. 仿真实验目的即验证本文 IAda-LASSO 方法能否准确识别所有关键质量特性变量, 即能否识别出系数大于 1 的变量, 并将其余变量系数压缩为 0. 由于算法在识别关键质量特性时, 可能将关键质量特性识别为非关键质量特性, 即关键质量特性变量的系数被压缩为 0, 也可能将非关键质量特性识别为关键质量特性, 即非关键质量特性变量的系数未被压缩为 0, 因此, 采用正确识别率和错误识别率这两个指标来衡量算法的性能. 同时为检验上述

三种方法在质量特性间不同相关强度下的适用性, 另设定 $\text{corr}(x_i, x_j) = \rho, i, j = 1, 2, 3, \dots, 6, i \neq j$, 选取不同强度相关性 $\rho = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ 进行仿真实验. 根据上述设定, 生成原始样本数据 100 组, 每组数据包含 27 个变量. 利用本文所提出的 IAda-LASSO 方法并对比 LASSO 和 Ada-LASSO 方法, 其回归结果如表 1~表 4 所示.

表 1 质量特性相关性 $\rho = 0.2$ 下的回归系数比较

Table 1 Regression coefficient comparison under the quality characteristic correlation coefficient $\rho = 0.2$

Name	Actual coef	LASSO	Ada-LASSO	IAda-LASSO
α_1	20	18.463 7	21.997 1	16.524 0
α_2	20	19.264 7	22.381 1	23.046 1
α_3	20	19.640 6	23.744 2	21.857 7
α_4	20	20.954 2	24.424 8	25.430 6
α_5	20	20.318 1	21.534 0	23.020 1
α_6	20	5.495 0	6.348 2	21.236 9
α_{12}	10	6.443 9	6.641 9	5.988 3
α_{13}	10	5.031 8	5.089 7	6.546 0
α_{14}	10	3.969 2	4.055 1	4.703 4
α_{15}	10	5.582 2	7.227 5	4.753 1
α_{16}	10	1.667 9	1.235 1	6.480 6
a_{23}	1	1.452 7	0.546 9	0.631 8
a_{24}	1	0.678 2	0.000 0	0.000 0
a_{25}	1	1.475 7	0.467 2	0.221 5
a_{26}	1	0.885 8	0.049 4	0.825 6
a_{34}	1	1.349 6	1.464 5	0.755 1
a_{35}	1	0.525 8	0.000 0	0.000 0
a_{36}	1	1.012 6	0.000 0	1.463 2
a_{45}	1	1.285 6	1.015 0	0.000 0
a_{46}	1	0.954 4	0.000 0	0.004 1
a_{56}	1	8.646 0	9.023 0	0.721 7
α_1^2	5	0.416 3	0.000 0	9.631 0
α_2^2	1	0.257 4	0.000 0	0.000 0
α_3^2	1	0.272 5	0.000 0	0.000 0
α_4^2	1	0.585 3	0.232 2	0.000 0
α_5^2	1	0.000 0	0.000 0	0.817 5
α_6^2	1	18.980 3	16.016 0	0.000 0

表 2 质量特性相关性 $\rho = 0.4$ 下的回归系数比较

Table 2 Regression coefficient comparison under the quality characteristic correlation coefficient $\rho = 0.4$

Name	Actual coef	LASSO	Ada-LASSO	IAda-LASSO
α_1	20	17.386 8	18.272 9	14.658 1
α_2	20	16.328 4	22.240 0	22.490 7
α_3	20	16.529 2	24.533 9	27.500 9
α_4	20	17.561 7	26.964 5	27.845 0
α_5	20	18.674 0	22.876 0	25.413 5
α_6	20	6.897 7	8.779 5	22.024 5
α_{12}	10	5.359 6	5.905 6	7.876 3
α_{13}	10	5.222 3	5.336 5	4.730 6
α_{14}	10	3.859 5	3.400 8	4.579 2
α_{15}	10	4.933 3	6.491 1	5.940 2
α_{16}	10	3.647 6	2.752 9	7.865 7
a_{23}	1	0.320 6	0.000 0	0.000 0
a_{24}	1	1.760 5	0.000 0	0.000 0
a_{25}	1	0.000 0	0.000 0	0.000 0
a_{26}	1	0.506 0	0.000 0	0.000 0
a_{34}	1	1.229 3	0.000 0	0.000 0
a_{35}	1	0.699 7	0.000 0	0.000 0
a_{36}	1	1.866 0	0.000 0	0.000 0
a_{45}	1	3.925 7	1.113 1	0.000 0
a_{46}	1	3.174 9	0.813 2	0.000 0
a_{56}	1	9.318 7	9.864 1	0.000 0
α_1^2	5	0.000 0	0.000 0	9.854 7
α_2^2	1	0.654 5	0.000 0	0.000 0
α_3^2	1	0.000 0	0.000 0	0.000 0
α_4^2	1	0.000 0	0.000 0	0.000 0
α_5^2	1	0.000 0	0.000 0	0.000 0
α_6^2	1	19.094 3	15.449 5	0.000 0

表 3 质量特性相关性 $\rho = 0.6$ 下的回归系数比较

Table 3 Regression coefficient comparison under the quality characteristic correlation coefficient $\rho = 0.6$

Name	Actual coef	LASSO	Ada-LASSO	IAda-LASSO
α_1	20	20.412 6	26.914 5	9.924 3
α_2	20	17.956 0	22.331 8	25.840 1
α_3	20	18.489 1	21.095 3	22.183 9
α_4	20	16.780 6	18.396 3	23.185 5
α_5	20	19.462 7	22.629 7	22.359 0
α_6	20	4.762 9	4.875 8	24.049 7
α_{12}	10	4.405 4	4.745 9	6.870 6
α_{13}	10	8.131 2	10.611 8	8.542 5
α_{14}	10	7.445 5	9.829 0	8.945 7
α_{15}	10	6.406 8	7.832 9	8.225 9
α_{16}	10	0.000 0	0.000 0	7.437 8
a_{23}	1	1.438 6	0.000 0	0.000 0
a_{24}	1	0.000 0	0.000 0	0.000 0

表 4 质量特性相关性 $\rho = 0.8$ 下的回归系数比较

Table 4 Regression coefficient comparison under the quality characteristic correlation coefficient $\rho = 0.8$

Name	Actual coef	LASSO	Ada-LASSO	IAda-LASSO
α_1	20	14.822 5	9.125 7	9.217 3
α_2	20	15.308 4	7.003 5	36.105 0
α_3	20	22.260 7	28.123 8	27.980 0
α_4	20	21.733 0	26.050 3	16.470 4
α_5	20	18.480 1	26.872 4	14.471 3
α_6	20	8.407 5	15.393 9	26.558 6
α_{12}	10	12.982 3	19.388 2	1.043 9
α_{13}	10	8.153 9	4.911 8	6.496 4
α_{14}	10	8.983 7	7.978 1	12.721 0
α_{15}	10	6.400 2	3.612 1	13.656 2
α_{16}	10	0.000 0	0.000 0	3.531 0
a_{23}	1	0.000 0	0.000 0	0.000 0
a_{24}	1	0.091 4	0.000 0	0.000 0

表3(续)
Table 3 (Continue)

Name	Actual coef	LASSO	Ada-LASSO	IAda-LASSO
a_{25}	1	3.525 3	0.999 9	0.000 0
a_{26}	1	2.847 7	1.050 2	0.000 0
a_{34}	1	3.537 3	1.631 3	0.000 0
a_{35}	1	0.000 0	0.000 0	0.000 0
a_{36}	1	0.000 0	0.000 0	0.000 0
a_{45}	1	0.005 2	0.000 0	0.000 0
a_{46}	1	1.393 9	0.000 0	0.000 0
a_{56}	1	6.605 7	6.602 5	0.000 0
a_1^2	5	0.000 0	0.000 0	6.431 4
a_2^2	1	0.000 0	0.000 0	0.000 0
a_3^2	1	0.000 0	0.000 0	0.000 0
a_4^2	1	0.000 0	0.000 0	0.000 0
a_5^2	1	0.000 0	0.000 0	0.000 0
a_6^2	1	19.187 9	11.065 5	0.000 0

表4(续)
Table 4(continue)

Name	Actual coef	LASSO	Ada-LASSO	IAda-LASSO
a_{25}	1	5.394 3	1.118 7	0.000 0
a_{26}	1	0.000 0	0.000 0	0.000 0
a_{34}	1	0.000 0	0.000 0	0.000 0
a_{35}	1	0.000 0	0.000 0	0.000 0
a_{36}	1	0.000 0	0.000 0	0.000 0
a_{45}	1	0.000 0	0.000 0	0.000 0
a_{46}	1	0.000 0	0.000 0	0.000 0
a_{56}	1	0.000 0	0.000 0	0.000 0
a_1^2	5	0.000 0	0.000 0	8.314 1
a_2^2	1	0.000 0	0.000 0	0.000 0
a_3^2	1	0.000 0	0.000 0	0.000 0
a_4^2	1	0.000 0	0.000 0	0.000 0
a_5^2	1	0.000 0	0.000 0	0.000 0
a_6^2	1	19.695 8	15.247 2	0.000 0

注: 在表1~表4中, 黑体变量为关键质量特性。

由此可见, IAda-LASSO 方法在质量特性不同相关度下均能够比其它两种方法准确有效识别关键质量特性. 仅当质量特性间存在弱相关性时($\rho = 0.2$), IAda-LASSO 方法虽能够准确识别出所有关键变量, 但还有其他非关键变量也被错误选择出来. 其原因为, 当质量特性间存在弱相关性, 采用 PLS 方法去除相关性进行回归, 会过度处理数据造成信息丢失, 导致回归系数偏差进而影响自适应调整权重系数, 从而无法准确识别关键质量特性, 降低改进方法的有效性. 随着质量特性间相关性的增加($\rho = 0.4, 0.6, 0.8$), 本文所提方法能够准确有效地识别出所有关键变量, 而另外两种方法并不能够准确识别出所有关键变量, 这也从另一个侧面说明本文采用 PLS 处理变量间的相关性, 进而利用 PLS 系数对 Ada-LASSO 进行约束的改进方法在具有较强相关性的多工序过程质量特性识别中更加准确有效.

为了进一步比较所提方法的识别效果, 定义正确识别率和错误识别率(正确识别率=识别出的关键变量/设定的关键变量, 错误识别率=识别出的非关键变量/设定的非关键变量)来评价识别效果, 结果见表5.

表5 识别准确率比较

Table 5 Comparison of the identification accuracy

ρ	0.2	0.4	0.6	0.8	正确/错误识别率
总变量数/实际关键数	27/12	27/12	27/12	27/12	
LASSO	26/12	22/11	18/10	14/10	83.9%/34.1%
Ada-LASSO	19/11	15/11	15/10	12/10	83.3%/63.1%
IAda-LASSO	20/12	12/12	12/12	12/12	97.6%/91.4%

综上可知, 在多工序制造过程关键质量特性识别中, 本文所提 IAda-LASSO 方法相比于 LASSO, Ada-LASSO 方法具有较高的识别精度, 特别当变量间存在较强相关性时($\rho \geq 0.3$), 采用 PLS 去除变量间的相关性, 并利用 PLS 回归系数对 Ada-LASSO 中的惩罚项进行约束, 可以有效准确识别多工序过程关键质量特性, 识别精度可以达到 100%.

5 实例分析

现以 JSYD 公司铅酸蓄电池负极板生产过程为例说明本文方法的有效性. 具体工序流程如图 4 所示.

铅酸蓄电池生产过程中电极板重量一致性对最终产品质量有关键影响, 因此需严格管控电极板重量. 电极板核心生产过程由铸板和涂板两个连续工序组成, 铸板工序是将铅粉在一定温度下通过模具生成板栅, 涂板工序是在板栅上涂铅膏层后形成电极板.

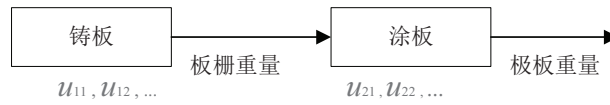


图 4 极板生产核心工序

Fig. 4 The core process of plate production

5.1 极板两工序制造关键质量特性识别模型

依据铅酸蓄电池国家标准及生产工艺要求, 板栅重量是铸板工序的重要质量指标, 极板重量是涂板工序重要质量指标, 因此本文选择极板重量作为两工序最终产品质量, 即因变量 Y , 板栅重量作为铸板工序产品质量特性 X_1 , X_0 表示铸板工序初始输入; 在铸板和涂板工序中, 依据工艺手册及历史经验选取铸板工序中的铅锅温度、铅勺温度、动模温度、定模温度、大片板栅重量、小片板栅重量和涂板工序中的铅粉重量、酸重量、纯水重量、出膏温度、视比重, 两个工序共 11 个过程质量特性作为自变量, 分别用 $u_{11}, u_{12}, u_{13}, u_{14}, u_{15}, u_{16}, u_{21}, u_{22}, u_{23}, u_{24}, u_{25}$ 表示, $U_1 = (u_{11}, u_{12}, u_{13}, u_{14}, u_{15}, u_{16})^T$ 表示导致铸板工序失效的铸板工序过程质量特性向量, $U_2 = (u_{21}, u_{22}, u_{23}, u_{24}, u_{25})^T$ 表示导致涂板工序失效的涂板工序过程质量特性向量, $A_1 = a_{11,1}$ 表示铸板工序产品质量特性板栅重量对最终产品质量特性极板重量的影响系数, $B_1 = (\beta_{11,1}, \beta_{12,1}, \beta_{13,1}, \beta_{14,21}, \beta_{15,1}, \beta_{16,1})$ 表示铸板工序过程质量特性对本工序产品质量特性的影响系数, $B_2 = (\beta_{11,2}, \beta_{12,2}, \beta_{13,2}, \beta_{14,2}, \beta_{15,2})$ 表示涂板工序过程质量特性对最终产品质量特性的影响系数. 由式(4)和式(5)可得两工序极板制造过程关键质量特性识别模型

$$Y = a_{11,1}B_1U_1 + B_2U_2 + \varepsilon.$$

5.2 基于 IAda-LASSO 的关键质量特性识别

通过生产过程进行数据采集, 共收集到 109 组数据, 剔除有缺失项的数据, 共获得有效样本 79 个. 其中, 样本数据的均值和方差如表 6 所示.

表 6 实际数据的均值和方差
Table 6 The mean and variance of the actual data

质量特性	均值	方差	单位	变量名
铅锅温度	517	2.08	°C	u_{11}
铅勺温度	522	1.8	°C	u_{12}
动模温度	171	1.66	°C	u_{13}
定模温度	183	1.96	°C	u_{14}
大片板栅重量	20.5	0.35	g	u_{15}
小片板栅重量	0.8	0.4	g	u_{16}
铅粉重量	975	2	Kg	u_{21}
酸重量	84	0.2	Kg	u_{22}
纯水重量	118	1	Kg	u_{23}
出膏温度	47	3.78	°C	u_{24}
视比重	4.455	0.002 9	g/cm ³	u_{25}
极板重量	352.64	15.14	g	Y

通过 Bootstrap 方法对上述采集到的原始样本数据进行重抽样扩大样本量. 进而利用 PLS 方法对两工序质量特性进行回归拟合, 得到系数估计向量 β_{pls} , 并通过 β_{pls} 求得 Ada-LASSO 中惩罚因子 $\omega_{j-pls} = |\beta_{j-pls}|^{-\gamma}$. 将 $\omega_{j-pls} = |\beta_{j-pls}|^{-\gamma}$ 代入 Ada-LASSO 的目标函数中替换原始的 ω_j , 并对制造过程进行拟合. 利用交叉验证, 选择出来最优的回归模型, 通过模型的回归系数识别此多工序制造过程关键质量特性. 最终回归结果以及与 LASSO 和 Ada-LASSO 方法对比结果如表 7 所示. 此实例为 JSYD 公司横向研究项目, 依据生产工艺、历史经验和现场 FMEA 分析结果, 铅勺温度、动模温度、定模温度和铅膏视比重是极板两工序制造过程中关键质量特性.

由表7可见, LASSO方法并不能够约简变量数, Ada-LASSO方法虽然约简了质量特性“铅粉重量”, 但其识别出来的关键变量分别为“出膏温度”、“动模温度”、“铅勺温度”、“铅锅温度”等, 这些质量特性并不完全是实际生产过程中的关键质量特性. 而本文 IAda-LASSO方法虽然只约简了三个非关键质量特性, 但其拟合出的回归系数较大的质量特性分别为“视比重”、“铅勺温度”、“动模温度”和“定模温度”, 这与实际生产过程十分吻合. 由此可见, 本文所提方法相比于另外两种方法, 准确识别出了铅酸蓄电池负极板两工序生产过程中关键质量特性, 为JSYD公司后续实施极板过程在线监控, 实现降低负极板产品次品率目标提供了重要分析依据和改进方向.

表7 实例的结果比较分析

Table 7 Comparative analysis results of the example

质量特性	LASSO	Ada-LASSO	IAda-LASSO
铅锅温度	3.205 3	3.214 9	-1.183 8
铅勺温度	3.647 0	3.662 3	3.141 9
动模温度	4.713 1	4.728 9	3.474 0
定模温度	0.705 8	0.391 0	4.595 6
大片板栅重量	1.650 6	1.646 6	0.000 0
小片板栅重量	-0.809 4	-0.819 8	0.787 8
铅粉重量	-0.138 6	0.000 0	-0.472 4
酸重量	-0.724 1	-0.711 6	0.000 0
纯水重量	-1.061 0	-1.068 6	0.000 0
出膏温度	172.778 7	166.079 7	-0.987 5
视比重	-1.369 6	-1.365 3	191.904 2

6 结束语

多工序制造过程关键质量特性识别是当前先进制造广泛存在且急需解决的问题, 其显著特点是多工序过程质量特性多且存在样本数小于变量数的“维度灾难”问题. 本文通过 Bootstrap 重构样本, 利用 PLS 方法改进 Ada-LASSO 以解决上述难题, 从仿真实验及实例可以看到, 本文改进方法能够准确有效地识别多工序制造过程关键质量特性, 为企业质量监控及改进优化提供依据. 但本文仍存在一些不足, 上述 IAda-LASSO 方法仅是变量选择方法中的一种, 未与其它变量选择方法进行有效性比较验证, 这些将在后续研究工作中不断完善深入.

参考文献:

- [1] 何益海, 唐晓青. 基于关键质量特性的产品保质设计. 航空学报, 2007, 11(6): 1468-1481.
He Y H, Tang X Q. Design for quality based on product key quality characteristics. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2007, 11(6): 1468-1481. (in Chinese)
- [2] 张根保, 纪富义, 任显林等. 复杂机电产品关键质量特性提取模型. 重庆大学学报, 2010, 32(2): 8-14.
Zhang G B, Ji F Y, Ren X L, et al. Key quality characteristics extraction model of complicated mechanical and electrical products. Journal of Chongqing University, 2010, 32(2): 8-14. (in Chinese)
- [3] Jin N, Zhou S. Data-driven variation source identification for manufacturing process using the eigenspace comparison method. Naval Research Logistics, 2006, 53(5): 383-396.
- [4] Loose J P, Zhou S, Ceglarek D. Variation source identification in manufacturing processes based on relational measurements of key product characteristics. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2008, 130(3): 361-374.
- [5] 汪四水. 基于交叉谱分析法的因子筛选. 数学的实践与认识, 2005, 35(11): 45-51.
Wang S S. Factor screening based on cross-spectral analysis. Mathematics in Practice and Theory, 2005, 35(11): 45-51. (in Chinese)
- [6] 王宁, 徐济超, 杨剑锋. 多级制造过程关键质量特性识别方法. 计算机集成制造系统, 2013, 19(4): 888-895.
Wang N, Xu J C, Yang J F. Identification of key quality characteristics in multistage manufacturing processes. Computer Integrated Manufacturing System, 2013, 19(4): 888-895. (in Chinese)

- [7] Xiang L M, Tsung F. Statistical monitoring of multistage processes based on engineering models. *IIE Transactions*, 2008, 40(10): 957–970.
- [8] Ding Y, Ceglarek D, Shi J J. Fault diagnosis of multistage manufacturing processes by using state space approach. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 2002, 124(2): 313–322.
- [9] Pierre E S, Tuv E. Non-redundant feature selection for yield analysis in semiconductor manufacturing *Advances in Data Mining. Applications and Theoretical Aspects-industrial Conference*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2011: 204–217.
- [10] Oduntan I O, Toulouse M, Baumgartner R, et al. A multilevel tabu search algorithm for the feature selection problem in biomedical data, *Computers and Mathematics with Applications*, 2008, 55(5): 1019–1033.
- [11] 闫 伟, 何 桢, 田文萌. 基于IG的复杂产品关键质量特性识别. *工业工程与管理*, 2012, 17(1): 70–74.
Yan W, He Z, Tian W M. Identification of key quality characteristics of unbalanced data based on IG. *Industrial Engineering and Management*, 2012, 17(1): 70–74. (in Chinese)
- [12] Yan W, He Z, Tian W M. The application of relief algorithm for identifying CTQ in complex products // *The 2nd IEEE international Conference on Emergency Management Sciences*. Beijing, 2011: 459–462.
- [13] 闫 伟, 何 桢, 田文萌. 基于EM的不平衡数据关键质量特性识别. *工业工程与管理*, 2012, 17(4): 38–42.
Yan W, He Z, Tian W M. Identification of key quality characteristics of unbalanced data based on EM. *Industrial Engineering and Management*, 2012, 17(4): 38–42. (in Chinese)
- [14] 闫 伟, 何 桢, 李岸达. 基于CEM-IG算法的复杂产品关键质量特性识别. *系统工程理论与实践*, 2014, 34(05): 1230–1236.
Yan W, He Z, Li A D. Identification the key quality characteristics of complex products based on CEM-IG algorithm. *System Engineering: Theory and Practice*, 2014, 34(5): 1230–1236. (in Chinese)
- [15] 谢荣琦, 何 桢, 何曙光. 基于Relieff和k-modes聚类的复杂产品关键质量特性识别. *工业工程与管理*, 2014, 19(1): 30–34.
Xie Q R, He Z, He S G. Identification the key quality characteristics of complex products based on Relieff and k-modes clustering. *Industrial Engineering and Management*, 2014, 19(1): 30–34. (in Chinese)
- [16] 李岸达, 何 桢, 何曙光. 基于 Filter 与 Wrapper 的复杂产品关键质量特性识别. *工业工程与管理*, 2014, 19(3): 53–59.
Li A D, He Z, He S G. Identification the key quality characteristics of complex products based on filter and wrapper. *Industrial Engineering and Management*, 2014, 19(3): 53–59. (in Chinese)
- [17] 王化强, 牛占文. 基于 LASSO 的复杂产品关键质量特性识别. *系统工程*, 2014, 32(6): 137–141.
Wang H Q, Niu Z W. Identification the key quality characteristics of complex products based on LASSO. *Systems Engineering*, 2014, 32(6): 137–141. (in Chinese)
- [18] Zou H. The Adaptive LASSO and its oracle properties. *Journal of Industrial and Management Optimization*, 2006, 101(476): 1418–1429.
- [19] 鲁 庆, 穆志纯. 基于 LASSO 方法的碳钢土壤腐蚀率预报研究. *科学技术与工程*, 2014, 35(12): 84–89.
Lu Q, Mu Z C. Prediction of soil corrosion rate of carbon steel based on LASSO. *Science, Technology and Engineering*, 2014, 35(12): 84–89. (in Chinese)
- [20] Shi J J, Zhou S Y. Quality control and improvement for multistage systems: A survey. *IIE Transactions*, 2009, 41(9): 744–753.
- [21] Zhou, S Y, Ding, Y, Chen Y, et al. Diagnosability study of multi-station manufacturing processes based on linear mixed model. *Technometrics*, 2003, 45(4): 312–325.
- [22] Ding, Y, Zhou, S Y and Chen Y. A comparison of process variation estimators for in-process dimensional measurements and control. *ASME Transactions, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 2005, 127(1): 69–79.
- [23] Jin N, Zhou S Y. Data-driven variation source identification of manufacturing processes based on eigenspace comparison. *Naval Research Logistics*, 2006, 53(5): 383–396.
- [24] Loose J, Zhou S Y, Ceglarek D. Variation source identification in manufacturing processes based on relation measurements of key product characteristics. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 2008, 130(3): 1–11.
- [25] 耿金花, 高齐圣, 张嗣瀛. 多因素、多指标产品系统的建模与优化. *系统工程学报*, 2008, 23(4): 449–454.
Geng J H, Gao Q S, Zhang X Y. Modeling and optimization of multi-factor and multi-index product system. *Journal of Systems Engineering*, 2008, 23(4): 449–454. (in Chinese)
- [26] Jin M, Li Y T, Tsung F. Chart allocation strategy for serial-parallel multistage manufacturing processes. *IIE Transactions*, 2010, 42(8): 577–588.
- [27] 王 宁, 徐济超, 杨剑锋. 基于PLSR的多级制造过程关键质量特性识别方法. *运筹与管理*, 2013, (5): 226–232.
Wang N, Xu J C, Yang J F. Identification the key quality characteristics of multistage manufacturing process based on PLSR. *Operations and Management*, 2013(5): 226–232. (in Chinese)

作者简介:

王 宁(1983—), 男, 满族, 辽宁葫芦岛人, 博士, 副教授, 研究方向: 质量管理, 质量评价, Email: zz-wn@163.com;

张 帅(1988—), 男, 河南开封人, 博士研究生, 研究方向: 质量管理, Email: zhang1227zzu@163.com;

刘玉敏(1956—), 女, 河南濮阳人, 博士生导师, 教授, 研究方向: 质量智能诊断, Email: zzyuminliu@zzu.edu.cn;

杨剑锋(1970—), 男, 河南郑州人, 博士, 副教授, 研究方向: 质量管理, 运营管理, Email: yanginfo@126.com.

(上接第 819 页)

λ_2 分别对 r, ϕ 求一阶导数, 有

$$\frac{\partial \lambda_2}{\partial r} = (1 - \phi)(1 - \alpha_M) \frac{(p_M(r + \phi - r\phi) + q_M)^2}{z p_M(r\phi - r - \phi)^2} > 0, \tag{35}$$

$$\frac{\partial \lambda_2}{\partial \phi} = (1 - r)(1 - \alpha_M) \frac{(p_M(r + \phi - r\phi) + q_M)^2}{z p_M(r\phi - r - \phi)^2} > 0, \tag{36}$$

由经济含义易知 $z/p_M + (r\phi - r - \phi)q_M > 0$, 故 $\lambda_2 > 0$ 等价于 $q_M < \gamma_M + \frac{\alpha_M}{r + \phi - r\phi} \frac{z}{p_M} - \alpha_M \gamma_M$.

因此, 当 $z/p_M > (\bar{h} - \gamma_M + \alpha_M \gamma_M)(r + \phi - r\phi)/\alpha_M$ 时, 限购政策才有效. 此时代表性家庭的最优决策为

$$q_k^* = \gamma_k + \frac{1}{(1 - \alpha_M)p_k} \left(\alpha_k (I - p_M \bar{h}(r + \phi - r\phi)) - \sum_{k=1}^{M-1} p_k \gamma_k \right), k = 1, 2, \dots, M - 1, \tag{37}$$

$$q_M^* = \bar{h}, B^* = (1 - \phi)p_M \bar{h}. \tag{38}$$

$$\frac{\partial q_k^*}{\partial r} = \frac{-\alpha_k p_M \bar{h}(1 - \phi)}{(1 - \alpha_M)p_k}, \frac{\partial q_k^*}{\partial \phi} = \frac{-\alpha_k p_M \bar{h}(1 - r)}{(1 - \alpha_M)p_k}, \frac{\partial q_k^*}{\partial \bar{h}} = \frac{-\alpha_k p_M (r + \phi - r\phi)}{(1 - \alpha_M)p_k}$$

均为负数.

反之, 当 $\frac{z}{p_M} \leq (\bar{h} - \gamma_M + \alpha_M \gamma_M)(r + \phi - r\phi)/\alpha_M$ 时, 限购政策是无效的.

由式(34)有 $\frac{\alpha_M}{p_M^* - \gamma_M} - \frac{1 - \alpha_M}{z + (r\phi - r - \phi)p_M q_M} p_M (r + \phi - r\phi) = 0$, 结合式(37)和式(38)可以得到此时代表性家庭的最优决策为

$$q_k^* = \gamma_k + \frac{\alpha_k}{p_k} \left(I - p_M \gamma_M (r + \phi - r\phi) - \sum_{k=1}^{M-1} p_k \gamma_k \right), k = 1, 2, \dots, M - 1,$$

$$q_M^* = \gamma_M + \alpha_M \left(\frac{A}{p_k (r + \phi - r\phi)} - \gamma_M \right),$$

$$B^* = (1 - \phi)p_M (\gamma_M + \alpha_M \left(\frac{A}{p_M (r + \phi - r\phi)} - \gamma_M \right)),$$

综上所述, 可得

$$q_M^* = \begin{cases} \bar{h}, & \text{若 } p_M < \alpha_M A ((\bar{h} - \gamma_M + \alpha_M \gamma_M)(r + \phi - r\phi))^{-1} \\ \gamma_M + \alpha_M \left(\frac{A}{p_M (r + \phi - r\phi)} - \gamma_M \right), & \text{若 } p_M \geq \alpha_M A ((\bar{h} - \gamma_M + \alpha_M \gamma_M)(r + \phi - r\phi))^{-1}, \end{cases}$$

其中 $A = I - \sum_{k=1}^{M-1} p_k \gamma_k$.