基于多分形的资产组合风险度量建模与实证研究

唐振鹏, 陈尾虹, 卢　婷

(1. 福州大学经济与管理学院, 福建 福州 350116;

2. 福建省金融科技创新重点实验室, 福建 福州 350116)

摘要: 考虑资产收益率的多分形特征及资产组合收益率间的复杂相依结构, 运用 Markov switching multifractal(MSM)模型对资产收益建模并结合 Copula 函数刻画相依结构, 构建了资产组合市场风险度量的 Copula-MSM 模型. 以风险价值(VaR)和期望损失(ES)作为市场风险度量工具, 选取上证指数和恒生指数构成的资产组合进行实证分析, 并比较 Copula-MSM, Copula-GARCH 和 Copula-FIGARCH 模型对 VaR 和 ES 风险测度的估计精度差异. 实证结果表明, 与 Copula-GARCH 和 Copula-FIGARCH 模型相比 Copula-MSM 能更准确的估计 VaR 和 ES 值, 提高风险度量精度.

关键词: 多分形; 风险度量; 马尔可夫转换多分形模型; Copula 函数; 风险价值; 期望损失

中图分类号: F832.5　　**文献标识码**: A　　**文章编号**: 1000−5781(2019)05−0644−12

doi: 10.13383/j.cnki.jse.2019.05.007

Modeling and empirical research on portfolio risk measurement based on multi-fractal

Tang Zhenpeng, Chen Weihong, Lu Ting

(1. School of Economics and Management, Fuzhou University, Fuzhou 350116, China;

2. The Province Key Laboratory for Financial Innovation of Science and Technology, Fuzhou 350116, China)

Abstract: Considering the multifractal feature of returns on assets and complex structure of dependency between the returns on a portfolio, this article, adopting Markov switching multifractal (MSM) model to describe the distribution of one asset and using Copula function to construct the dependency structure, builds a Copula-MSM model to measure the risk of portfolios. VaR and ES are used to measure portfolio risks, and the portfolio constituted with the Shanghai Composite Index and the Hengsheng Composite Index combining backtesting is used to compare empirically the accuracy of VaR and ES estimated according to the three models: Copula-MSM, Copula-GARCH and Copula-FIGARCH. The result shows that the Copula-MSM model gains the most accurate VaR and ES compared with the Copula-GARCH and Copula-FIGARCH models, revealing that this new model can improve the accuracy of risk measurement.

Key words: multifractal; risk measurement; Markov switching multifractal model; Copula function; VaR; ES

1 引　言

在全球金融危机余温尚存, 国际金融市场联动增强, 国内金融改革逐步推进的背景下, 投资者面临着巨

收稿日期: 2016−09−30; 修订日期: 2017−02−03.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71973028, 71573042); 福建省社会科学规划重点资助项目(2013A017); 福建省社会科学规划青年博士论文资助项目(FJ2016C200).

大的市场风险敞口, 如何有效管理金融风险俨然成为当前的重大课题. 在实践中, 投资者往往青睐于以资产组合的形式来配置财富, 因此, 有效度量资产组合风险既是投资者关注的焦点, 也是金融风险管理的热点.

资产组合风险度量的关键是对资产收益分布的拟合. 早期研究主要集中在运用多元 GARCH 模型对资产收益建模以刻画组合收益的联合分布[1,2]. 然而该方法存在两个主要问题: 1) 忽略了资产边缘分布的复杂波动行为; 2) 无法刻画资产收益间存在的复杂相依结构. 资产收益存在尖峰厚尾、波动集聚、长记忆和多分形等特征, 传统的 GARCH 和 FIGARCH 模型虽然可以捕捉到资产收益的大部分特征, 但对多分形特征的刻画却是无能为力. 考虑到多分形在刻画复杂对象非均匀和各向异性现象的特性, Mandelbro[3] 首次将多分形引入金融领域, 并指出多分形理论在描述金融市场多分形特征上的优越性. 近年来, 学者基于分形的思想修正多分形波动率测度方法. Wei 等[4]将多分形分析运用到金融市场的波动率测度和预测领域, 提出了一种基于多分形的波动率测度 MFV (multifractal volatility), 王鹏等[5]探讨并验证了 MFV 模型较传统的 GARCH 模型能更有效地刻画金融资产价格在样本内的典型波动特征. 考虑到中国股市具有显著的长记忆性、杠杆效应和波动异质性的特征, 唐勇等[6]基于文献[4]分别建立了 ARFIMA-L-lnMFVt 和 HAR-L-lnMFVt 模型, 研究结果表明考虑杠杆效应的多重分形波动建模能更有效地刻画金融市场波动复杂性, 并且发现 HAR-L-lnMFVt 模型预测效果优于 ARFIMA-L-lnMFVt 模型. 鉴于此, 唐勇等[7]进一步考虑股市的波动跳跃性, 将 HAR-L-lnMFVt 模型拓展为含跳跃因素的 HAR-L-lnMFVt-CJ 模型.

而目前国外运用多分形对资产波动率建模主要有三类: 第一类是由 Mandelbrot 等[8]提出的多分形资产收益模型(multifractal model of asset returns, MMAR), 但 MMAR 不具有平稳性使其在对金融数据的建模中受到了很大的限制. 第二类为 Muzy 等[9]提出的多分形随机游走模型(multifractal random walk model, MRW), 该模型通过建立倍增级联范式来解释资产收益的多分形标度特性以及资产收益波动的长记忆性, 但由于 MRW 理论基础晦涩难懂且操作复杂, 难以在实践中推广运用. 第三类是 Calvet 等[10]提出的马尔科夫转换多分形模型(Markov switching multifractal model, MSM), 该模型充分吸收了 MMAR 模型的优势, 在保留层级结构的同时引入马尔科夫链结构保证模型的平稳性. MSM 模型能够刻画金融资产的时变波动、波动集聚、尖峰肥尾、长记忆以及多分形等特征, 且具有平稳性和统计性质优良的特性, 因此成为多分形波动模型的典型代表且得到广泛运用[11−13]. Calvet 等[14]提出离散时间的 MSM 模型, 实证结果表明, 无论是在样本内数据拟合效果还是在样本外波动率预测精度上, MSM 模型的表现都优于 GARCH 类模型. Idier[15]运用 MSM 模型研究股票市场联动, 在 MSM 模型的框架下解释了股票市场波动之间的长期和短期相依结构, 并构建了一个新的指标来测度市场联动. Chuang 等[16]则将 MSM 模型运用于期权的波动率预测中, 并验证了 MSM 模型在股票期权和股指期权波动率预测上的优越性.

为满足资产组合收益建模需要, MSM 模型被推广到二元和多元形式. Calvet 等[17]提出利用二元分布描述不同资产之间的波动关联的二元 MSM 模型——CFT 模型, Liu 等[18]通过共享波动元素子集构建二元 MSM 模型——LL 模型, 并将其推广到多元情形. 但是, CFT 模型中多元正态分布的扰动项相依结构没有考虑非线性、非对称性等复杂相依; LL 模型共享波动子集的做法忽略了金融资产两两之间波动相依结构的差异性, 因而不论是 CFT 模型还是 LL 模型均不能准确刻画资产组合间的复杂相依结构, 其对组合风险的度量存在偏差. 而面对资产收益间存在的复杂相依结构刻画问题, Copula 函数为此提供了有效的解决方案. 由于 Copula 函数不限定边缘分布的形式, 通过对不同边缘分布及 Copula 函数的选择可构造灵活多样的联合分布以刻画组合资产收益的非线性、非对称等特点, 故 Copula 函数在资产组合风险度量中得到了广泛的应用[19−21].

因此, 将 MSM 模型结合 Copula 函数构建 Copula-MSM 模型, 使 MSM 模型不再仅局限于对单资产的波动建模, 推广了其在资产组合风险度量领域中的应用. 现有研究中将 Copula 函数用于资产组合风险管理的文献主要有 Huang 等[22]构建的 Copula-GARCH 模型、黄友珀等[23]提出的藤 Copula–已实现 GARCH 模型, 将多分形用于资产组合风险管理的文献主要有王鹏等[24,25]构建的多分形波动率测度的 lnMFV-ARMA 动力学模型, 而尚未有将 Copula 函数与多分形结合应用于资产组合的风险度量中. 因此, 本文提出将多分形理论引入 Copula 函数中, 构建资产组合风险度量的 Copula-MSM 模型. 为检验

模型的可靠性与实用性, 运用目前广泛使用的风险测度工具 VaR 和 ES, 并提出基于 Copula-MSM 模型的 VaR 和 ES 的计算方法. 同时, 考虑到 MSM 模型能够运用极大似然法得到良好的估计结果并能进行有效的多步预测, 这一特征与 GARCH 类模型相似, 而在资产长记忆特征的刻画上, 又与 FIGARCH 模型相似, 因此, 选择 GARCH 和 FIGARCH 模型作为参照模型, 并结合 VaR 和 ES 的回测检验比较 Copula-MSM 模型与 Copula-GARCH、Copula-FIGARCH 模型的风险度量精度. 研究结果表明 MSM 模型所得的波动率预测值与真实波动率之间的偏差更小, 精度更高. 同时, Copula-MSM 较之 Copula-GARCH、Copula-FIGARCH 模型对 VaR 和 ES 均有更优的估计效果.

2 资产组合风险度量的 Copula-MSM 模型

2.1 MSM 模型

假设瞬时波动率 M_t 由 $\bar{k}$ 个波动乘子(volatility component)组成, $\boldsymbol{M}_t=(M_{1t},M_{2t},\dots,M_{\bar{k}t})$, $\boldsymbol{M}_t\in R_+^{\bar{k}}$, $\bar{k}$ 定义了模型的波动元素数量且决定模型的选择问题, M_t 的波动乘子 M_{kt}为独立同分布的随机变量, 分布函数为 M, 且满足 $M\geqslant 0$ 及 $\mathrm{E}[M]=1$. M_{kt} 对应的转换概率 γ_k, 不同且独立. 假设 $t-1$ 时刻的波动率 M_{t-1} 已知, 则在 t 时刻, M_t 的波动乘子 M_{kt} 以概率 γ_k 转换, 并从 M 分布中取值; M_{kt} 以概率 $1-\gamma_k$ 保持 $t-1$ 时刻的取值 $M_{k,t-1}$ 不变.

收益率和波动率的表达式分别为

$$r_t-\mathrm{E}[r_t]=\sigma_t e_t, \tag{1}$$

$$\sigma_t^2=\sigma^2\prod_{k=1}^{\bar{k}}M_{kt}, \tag{2}$$

其中 σ 表示无条件标准差, e_t 为收益率残差, 假定 e_t 服从标准正态分布, 即 $e_t\sim N(0,1)$, 则在 M_t 条件下, $r_t-\mathrm{E}[r_t]\sim N(0,\sigma_t^2)$.

式(2)中, M_t 的各个波动乘子通过转换概率 γ_k 相互影响, 对于转换概率 γ_k, 有

$$\gamma_k=1-(1-\gamma_1)^{b^{k-1}}, \tag{3}$$

其中 $\gamma_1\in(0,1)$, $b\in(1,\infty)$, 式(3)决定了各个波动乘子的周期.

文献[10]假设 M 为二项分布, 且 M_{kt} 以相同概率分别取 m_0 和 m_1, 由 M 的限制条件得

$$m_1=2-m_0, \tag{4}$$

其中 $1\leqslant m_0\leqslant 2$, m_0值反映了序列的不同波动状态. m_0 越大, MSM 模型可以刻画的异常值越多, 序列的长记忆和多分形特征越明显. 当 $m_0=1$ 时, 波动率为常数, 则序列不具有长记忆和多分形特征.

因此, M 为二项分布时, MSM 模型的参数向量为

$$\boldsymbol{\psi}=(m_0,\sigma,b,\gamma_{\bar{k}})\in R_+^4, \tag{5}$$

其中 m_0 为波动乘子的分布参数, σ 为无条件波动率, b 和 $\gamma_{\bar{k}}$ 为波动乘子的转换概率参数.

2.2 Copula-MSM 模型

MSM 模型考虑资产收益率的多分形特征以更好的拟合收益的分布, Copula 函数能捕捉资产收益间非线性、非对称的相依结构, 因此结合 Copula 函数与 MSM 模型用于资产组合风险度量. 构建 Copula-MSM 模型分为两个步骤: 1)确定各资产收益的边缘分布模型; 2)选择相应的 Copula 函数. 模型形式为

$$\varepsilon_{it}=\sigma_{it}e_{it},\ e_{it}\overset{\text{i.i.d.}}{\sim}N(0,1), \tag{6}$$

$$\sigma_{it}^2=\sigma_i^2\prod_{k=1}^{\bar{k}}M_{i,kt}=\sigma_i^2(M_{i,1t}M_{i,2t},\dots M_{i,\bar{k}t}), \tag{7}$$

$$(e_{1t},e_{2t},\dots,e_{Nt})\sim C_e(N(e_{1t}),N(e_{2t}),\dots,N(e_{Nt})), \tag{8}$$

其中 $i=1,2,\dots,N$, 表示组合中的资产数量, $t=1,2,\dots,T$. σ_{it}^2 表示资产 i 在第 t 天的波动率, $M_{i,kt}$ 表示资产 i 在第 t 天的第 k 个波动乘子, $N(e_{1t}),N(e_{2t}),\dots,N(e_{Nt})$ 分别表示为 $e_{1t},e_{2t},\dots,e_{Nt}$ 的概率分布函数, $C_e(\cdot)$为连接 $e_{1t},e_{2t},\dots,e_{Nt}$ 的 Copula 函数. 根据 Copula 函数的单调递增性可知, 对随机变量作严格单调增变换, 相应的 Copula 函数不变. 因此, 连接收益率 r_{it} 的 Copula 函数等于残差项 e_{it} 的 Copula 函数, 即

$$(r_{1t},r_{2t},\dots,r_{Nt}|I_{t-1})\sim C_e(F_1(r_{1t}|I_{t-1}),F_2(r_{2t}|I_{t-1}),\dots,F_N(r_{Nt}|I_{t-1})), \tag{9}$$

其中 $F_1(r_{1t}|I_{t-1}),F_2(r_{2t}|I_{t-1}),\dots,F_N(r_{Nt}|I_{t-1})$分别为 $r_{1t},r_{2t},\dots,r_{Nt}$ 的条件边缘分布函数, 并且在 I_{t-1} 的条件下连接 $e_{1t},e_{2t},\dots,e_{Nt}$ 和 $r_{1t},r_{2t},\dots,r_{Nt}$ 的 Copula 函数都为 $C_e(\cdot)$.

由此可见, $C_e(\cdot)$不仅可以描述随机序列 $e_{1t},e_{2t},\dots,e_{Nt}$ 的相关结构, 还可以刻画在已知信息集 I_{t-1} 下随机序列 $r_{1t},r_{2t},\dots,r_{Nt}$ 的条件相关关系. 因此, 运用 Copula 模型研究金融资产收益率序列的相关性等同于对收益率残差序列相关性的研究, 在不影响最终结果的基础上, 进一步简化模型的构造.

2.3 Copula-MSM 模型的参数估计

对 Copula 模型进行参数估计一般采用极大似然估计, 考虑到同时估计的参数过多不利于寻求最优解, 而 Copula 函数具有适用多阶段估计法的特点, 因此, 采用两阶段极大似然估计方法对 Copula - MSM 模型参数进行估计. 具体估计可分解为两步.

步骤 1 分别估计N个资产的 MSM 模型参数,

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_k=\arg\max_{\boldsymbol{\theta}_i\in R^m}\ln L(r_{kt},x_{kt};\boldsymbol{\theta}_n),\ \ k=1,2,\dots,N, \tag{10}$$

其中 $t=1,2,\dots,T$; $\boldsymbol{\theta}_n$ 为 MSM 模型的 1×4 维参数向量(MSM 模型有 4 个参数), $n=1,2,\dots,N$.

步骤 2 估计 Copula 函数的参数,

将第一步 N 个资产边缘分布的参数估计值 $\hat{\theta}_i$, $i=1,2,\dots,N$ 作为已知数带入 Copula 函数中, 进而估计出 Copula 函数的参数 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_c$($m_c$ 个参数, $1\times m_c$维向量)

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_c=\arg\max_{\boldsymbol{\theta}_c\in R^{m_c}}\sum_{t=1}^{T}c(F_1(x_{1t};\hat{\theta}_1),F_2(x_{2t};\hat{\theta}_2),\dots,F_N(x_{Nt};\hat{\theta}_N);\boldsymbol{\theta}_c), \tag{11}$$

即可得出 Copula - MSM 模型的参数估计值$(\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2,\dots,\hat{\theta}_N;\hat{\boldsymbol{\theta}}_C)$.

2.4 基于 Copula-MSM 模型的 VaR 和 ES 计算

根据 Copula-MSM 模型可得资产组合各资产收益率的联合分布并估计出资产组合的 VaR 和 ES. 回测检验是用来检测实际损失与预期损失是否一致的统计方法, 为比较分位数预测效果, VaR 模型的回测检验选择 Kupiec[26]提出的经典 Kupiec 检验, ES预测准确性则利用 $D(\alpha)$值评估[27], 即

$$D(\alpha)=(|D_1(\alpha)|+|D_2(\alpha)|)/2, \tag{12}$$

$$D_1(\alpha)=\frac{1}{x(\alpha)}\sum_{t\in u(\alpha)}\gamma_t(\alpha), \tag{13}$$

$$D_2(\alpha)=\frac{1}{y(\alpha)}\sum_{t\in \lambda(\alpha)}\gamma_t(\alpha), \tag{14}$$

其中 $\gamma_t(\alpha)$为 $r_t-\mathrm{E}[S_{\mathrm{t}}'(\alpha)]$, $x(\alpha)$为观测期间的实际损失值超过 VaR 的天数, $u(\alpha)$是损失值超过 VaR 值的事件集合. $y(\alpha)$为 $\gamma(\alpha)$小于其分位点的天数, $\lambda(\alpha)$为 $\gamma(\alpha)$小于其分位点的事件集合.

由于 $D_1(\alpha)$衡量的是损失值超过 VaR 的事件中损失值与 ES 值之差的平均值, 故 $D_1(\alpha)$依赖于 VaR 估计值的准确性. $D_2(\alpha)$包括所有事件, 引入 $D_2(\alpha)$之后, $D(\alpha)$在对 ES 的估计效果进行评价时更加合理和准确. $D(\alpha)$的值越小, 则模型对 ES 的估计越精确.

由于向前多期的收益联合密度函数往往不存在闭式解, 故直接获得 VaR 的解析式较为困难, 为确保方法的一般性, 文中结合 Copula 函数的蒙特卡洛模拟法对 VaR 和 ES 进行估计, 具体步骤如下:

步骤 1 对 Copula-MSM 模型进行参数估计并检验. 首先, 用 MSM 模型分别对 N 个资产建模, 估计参数获取残差序列并对其进行概率积分, 采用 K-S 检验方法检验新序列是否符合$(0,1)$均匀分布, 由此评价选定的模型是否能够较好的拟合变量的边缘分布; 其次, 对 Copula 函数进行参数估计, 将 N 个经概率积分转换后的新序列作为输入, 估计 Copula 函数的参数.

步骤 2 对资产组合收益进行模拟. 首先生成服从所估计出来的 Copula 函数的 N 个随机数 $u_1, u_2, \ldots, u_N$; 其次, 将这 N 个随机数根据步骤1估计出来的标准化残差分布进行逆变换获得相应的标准残差值; 最后, 预测下一期的条件波动, 求得每个资产的边缘模拟收益, 并根据相关权重加总获得一个资产组合收益模拟情景.

步骤 3 对步骤 2 重复 k 次, 获得资产组合未来收益的 k 种可能值.

步骤 4 通过模拟出来的 k 种资产组合未来收益情形求出对应的经验分布函数, 基于经验分布函数, 再求得资产组合在各种置信水平 $1-\alpha$ 下的 VaR 和 ES 值.

3 实证研究

3.1 数据基本分析

选取上证指数(SSEC)和恒生指数(HSI)的日收盘价作为样本数据. 样本区间为 2005–12–30～2016–04–19, 剔除交易日不匹配的数据后得到 2 434 组有效数据, 数据来源于同花顺. 设 $p_{i,t}$ 为指数 i ($i=1$ 表示上证指数, $i=2$ 表示恒生指数)的日收盘价, 定义日对数收益率为 $r_{it}=\ln p_{it}-\ln p_{i,t-1}$, 则收益率数据的样本区间为 2006–01–04～2016–04–19, 共有 2 433 组有效数据. 将收益率序列分为两组, 其中前 1 933 个交易日为模型估计期, 样本区间为 2006–01–04～2014–03–14, 后 500 个交易日为模型预测期, 样本区间为 2014–03–17～2016–04–19. 文中程序通过 MATLAB R2014a 和 MATLAB R3.2.5 实现.

首先, 对上证指数和恒生指数收益率序列进行描述性统计, 表 1 显示上证指数和恒生指数的收益率序列偏度均为负值, 峰度均大于 3, 说明序列存在左偏、尖峰特征. ADF 检验表明两指数均在 1% 的显著水平拒绝存在单位根的原假设, 即序列是平稳的.

表 1 收益率序列的描述性统计
Table 1 Descriptive statistics of return series

	均值	标准差	偏度	峰度	ADF
上证指数	0.000 4	0.018 5	−0.551 3	6.386 8	−48.276 5 (0.000 1)
恒生指数	0.000 2	0.0166 1	−0.004 2	11.996 1	−50.631 0 (0.000 1)

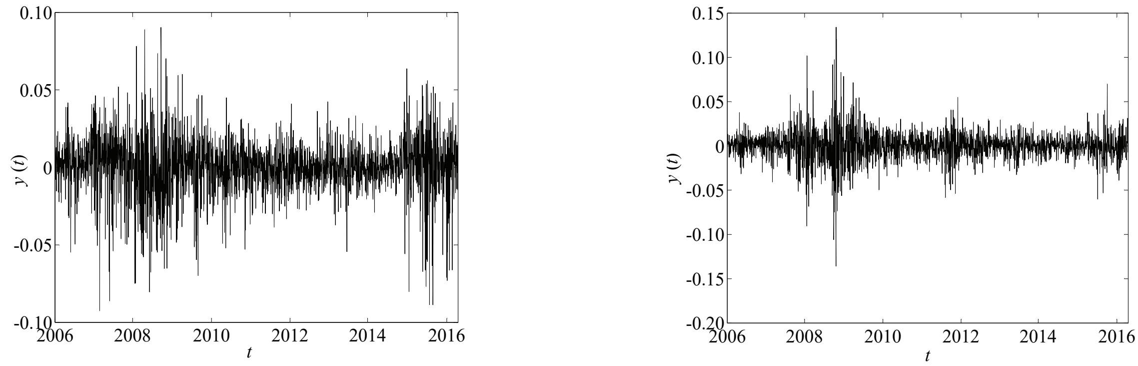
注: 表中 AD F统计量为 T 统计量, 括号内为 T 统计量对应的 p 值.

其次, 作出上证指数和恒生指数收益率时间序列图如图 1 所示, 上证指数和恒生指数序列的波动均呈现出波动集聚效应.

然后, 对序列进行 ARCH LM 检验, 表 2 给出了收益率滞后 1 阶、5 阶和 10 阶的 ARCH 效应检验 F 统计量值, 其对应 p-值表明序列在 1% 的显著水平下拒绝原假设, 说明上证指数和恒生指数序列均存在 ARCH 效应. 因此, 用 GARCH 模型对序列建模是合理的.

最后, 对指数序列是否存在长记忆和多分形特征进行实证检验. DFA(消除趋势波动分析)方法提供了一种测量非平稳时间序列长记忆性相关强度指数的方法, 消除了局部趋势, 并且易发现局部相关性. 因此, 运用 DFA 方法检验上证指数和恒生指数收益率序列的长记忆性特征. 图 2 为指数序列 $\mathrm{Ln}(F(s)) \sim \mathrm{Ln}(s)$函数关系图, 其斜率为标度指数 α, 从图中可以看出 α 值不等于 0.5. 进一步通过 MATLAB 程序运行可以得出上证指数的 α 值为 0.582 6, 恒生指数的 α 值为 0.541 1, 两个指数序列的 α 值均在区间$[0.5,1]$之间, 这说明

序列具有状态持久性, 存在长记忆特征. 因此, 采用具有长记忆特征的 FIGARCH 模型对指数序列建模是合适的.



(a) 上证指数收益率　　(b) 恒生指数收益率

(a) Shanghai index yield　　(b) Hang Seng index yield

图 1　收益率时间序列图

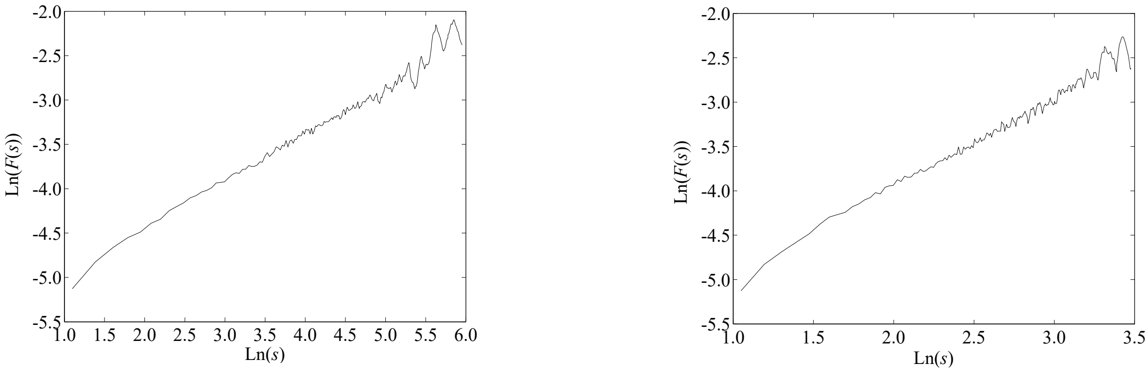
Fig. 1　Plot of return time series

表 2　收益率序列的 ARCH LM 检验

Table 2　Testing of ARCH LM for return series

	ARCH 统计量(1 阶)	ARCH统计量(5 阶)	ARCH统计量(10 阶)
上证指数	66.328 2 (0.000)	40.374 8 (0.000)	24.252 3 (0.000)
恒生指数	449.654 5 (0.000)	141.969 7 (0.000)	86.490 3 (0.000)

注: 表 中ARCH 统计量为 F 统计量, 括号内为 F 统计量的 p-值.



(a) 上证指数收益率序列长记忆性检验　　(b) 恒生指数收益率序列长记忆性检验

(a) Shanghai index yield series long memory test　　(b) Hang Seng index yield series long memory test

图 2　指数收益序列 $\mathrm{Ln}(F(s)) \sim \mathrm{Ln}(s)$ 函数关系图

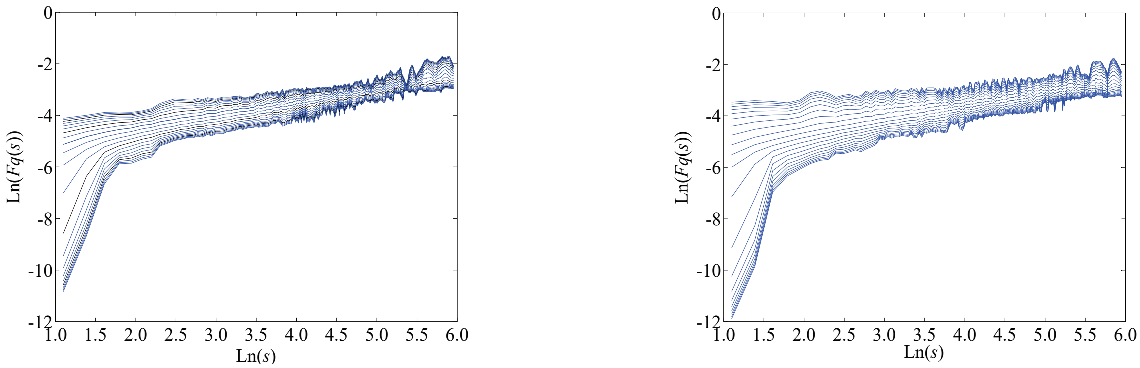
Fig. 2　Function relation plot of $\mathrm{Ln}(F(s)) \sim \mathrm{Ln}(s)$ for index return series

同时, 采用 Kantelhardt 等[28]提出的 MF-DFA 方法分别对上证指数和恒生指数收益率序列的多分形特征进行检验. 每一小区间的长度 s 的取值为 3 至 $N/5\,\mathrm{d}$(N 为实际序列的总长度)[1], 取 q 的值为区间$[-10, 10]$, 得出的上证指数和恒生指数收益序列的分析结果如图 3 所示.

[1]对于较大的时间间隔 $s > N/4$, 区间的数量 N_s 变得很小从而使得 $F_q(s)$在统计意义上得出的值并不可靠.

图 3 为指数收益序列的 $\mathrm{Ln}(F_q(s)) \sim \mathrm{Ln}(s)$函数关系图, 其斜率为 q 阶广义 hurst 指数 $h(q)$. 若 $h(q)$独立于 q 为一常数时, 序列为单分形, 若 $h(q)$表现为 q 的函数时, 序列为多分形. 从图可以看出 $h(q)$显著不为常数, 说明上证指数和恒生指数收益率序列存在明显的多分形特征.

综合以上检验结果可以发现, 上证指数和恒生指数收益序列存在尖峰厚尾、波动集聚、长记忆和多分形等典型特征.



(a) 上证指数收益率序列多分形检验 (b) 恒生指数收益率序列多分形检验

(a) Shanghai index yield series multifractal test (b) Hang Seng index yield series multifractal test

图 3 指数收益序列 $\mathrm{Ln}(F_q(s)) \sim \mathrm{Ln}(s)$函数关系图

Fig. 3 Function relation plot of $\mathrm{Ln}(F_q(s)) \sim \mathrm{Ln}(s)$ for index return series

因此, 运用具有刻画多分形特征的 MSM 模型对上证指数和恒生指数收益率序列进行建模更契合于复现收益率的典型特征.

3.2 波动率模型参数估计

基于收益率序列存在的上述系列典型特征以及 Hansen 等[29]的研究, 综合考虑模型的计算精度和复杂程度, 文中选择基准的 GARCH(1,1)和具有长记忆特征的 FIGARCH(1,1,1)作为研究对比模型. 其中 GARCH(p, q)模型的表达式为

$$r_t = \mathrm{E}\left[r_t \left| I_{t-1}\right.\right] + \varepsilon_t, \tag{15}$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t e_t, \quad e_t \overset{\text{i.i.d.}}{\sim} \mathrm{skst}(\nu, \xi), \tag{16}$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{p} \beta_i \sigma_{t-i}^2, \tag{17}$$

其中 $\mathrm{E}\left[r_t | I_{t-1}\right]$为收益波动的条件均值, σ_t^2 为收益 r_t 在 $t-1$ 时刻的条件方差, 残差项 e_t 为独立同分布, 且服从自由度为 ν, 非对称参数为 ξ 的偏 t-分布.

FIGARCH(p, d, q)模型的表达式为

$$r_t = \mathrm{E}\left[r_t | I_{t-1}\right] + \varepsilon_t, \tag{18}$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t e_t, \quad e_t \overset{\text{i.i.d.}}{\sim} \mathrm{skst}(\nu, \xi), \tag{19}$$

$$\phi(L)\left(1-L\right)^d \varepsilon_t^2 = \omega + \left(1 - \beta(L)\right) \rho_t, \tag{20}$$

其中 $\rho_t = \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2, 0 \leqslant d \leqslant 1, \phi(L)$和 $1-\beta(L)$的所有特征根都在单位圆外, $\phi(L)$和 $\beta(L)$分别是 p 阶和 q 阶滞后算子多项式, 具体的表达式为

$$\phi(L) = 1 - \phi_1 L, \tag{21}$$

$$\beta(L) = 1 - \beta_1 L. \tag{22}$$

由于偏 t 分布具有一般性, 在一定的条件下可以转化为正态分布和学生 t 分布, 因此, 假设标准化残差 e_t 服从偏 t 分布. 文中选取样本前 1 933 组数据分别对 MSM 模型、GARCH(1,1)和 FIGARCH(1,1,1) 进行参数估计, 结果如表 3 所示. 在 MSM 模型中, $\overline{k}$ 的取值决定了波动率的状态空间, 当 $\overline{k}=1$ 时, 模型的波动率仅有两个可能值, 随着 $\overline{k}$ 取值的增大, MSM 模型波动率的状态空间以 $2^{\overline{k}}$ 的速度增长, 文中 选取 1 至 10 进行估计, 并利用 Vuong 检验[30]选择最优的波动乘子数量[2]. 通过 Vuong 检验对不同 $\overline{k}$ 值下的对数似然值的差异进行显著性检验, 检验结果表明, 上证指数在 $\overline{k}$ 取值为 3 时模型表现最优, 恒生指数 $\overline{k}$ 取值为 7 时模型表现最优. 因此, 下面选定上证指数的 MSM(3)模型、恒生指数的 MSM(7)模型进行实证分析.

表 3 模型参数估计结果

Table 3 Parameter estimation for model

MSM	b	m_0	$\gamma_{\overline{k}}$	σ	$\overline{k}$		$\ln L$
上证指数	50.000 0** (0.927 8)	1.487 6*** (0.000 5)	0.936 7*** (0.002 8)	0.019 2*** (0.000 1)	3		5368.421 4
恒生指数	1.383 2* (0.008 0)	1.336 9*** (0.0004)	0.023 3*** (0.000 3)	0.019 6*** (0.0003)	7		5 628.788 2
GARCH	ω	α	β	v	ς		$\ln L$
上证指数	0.000 0*** (0.000 0)	0.069 7** (0.000 4)	0.922 7** (0.000 5)	4.598 2** (0.274 3)	−0.056 0** (0.000 5)		5 341.202 6
恒生指数	0.000 0*** (0.000 0)	0.097 5* (0.000 5)	0.885 6** (0.000 6)	7.070 6*** (1.334 7)	−0.041 2** (0.000 8)		5 591.649 7
FIGARCH	ω	ϕ	β	d	v	ς	$\ln L$
上证指数	0.000 0*** (0.000 0)	0.115 7* (0.055 2)	0.871 4* (0.021 9)	0.768 7** (0.135 7)	5.083 4** (0.361 5)	−0.104 9*** (0.000 1)	5 319.044 1
恒生指数	0.000 0*** (0.000 0)	0.069 0** (0.002 7)	0.652 7** (0.006 2)	0.583 7*** (0.0076)	7.788 3 (1.510 9)	−0.082 2** (0.000 1)	5 548.094 3

注: 括号内的值为标准差, *** 表示在 1% 下显著, ** 表示在 5% 下显著, *表示在 10% 下显著.

为判断模型的波动率预测精度则需要比较市场的真实波动率与模型得出的预测值之间的差距. 借鉴文献[23]和 Brooks 等[31]的研究, 本文以平方收益率 r_t^2 为真实波动的代理变量并为波动率模型预测精度的比较基准, 同时以样本后 500 组收益率数据进行 1 d, 5 d, 10 d 和 20 d 样本外波动率预测. 由于 MSM 模型使用多步预测方法, 为保持模型的可比性, GARCH 和 FIGARCH 模型选用同一方法进行预测. 在此基础上, 选择平均误差平方(mean squared error, MSE)和平均绝对误差(Mean absolute error, MAE)作为预测精度的判断标准. 表 4 和表 5 分别给出了样本外 1 d, 5 d, 10 d 和 20 d 的模型波动率预测 MSE 和 MAE 值, MSE 和 MAE 的值越小, 说明模型对波动率的预测具有更好的精确度.

表 4 基于MSE的滚动预测结果

Table 4 Rolling forecast based on MSE

	1 d	5 d	10 d	20 d
上证指数				
MSM	6.118e-08	**3.712e-07**	**1.375e-04**	**6.659e-04**
GARCH	6.237e-08	4.018e-07	1.487e-04	6.748e-04
FIGARCH	**6.104e-08**	4.431e-07	1.528e-04	6.932e-04
恒生指数				
MSM	**2.164e-08**	**1.498e-07**	**1.044e-04**	**6.758e-04**
GARCH	2.642e-08	2.176e-07	1.078e-04	6.833e-04
FIGARCH	2.525e-08	3.042e-07	1.135e-04	6.956e-04

注: 粗体标志代表每列中最小的 MSE 值.

表 5 基于 MAE 的滚动预测结果

Table 5 Rolling forecast based on MAE

	1 d	5 d	10 d	20 d
上证指数				
MSM	1.483e-04	**3.773e-04**	**0.011**	**0.022**
GARCH	1.566e-04	4.106e-04	0.012	0.026
FIGARCH	**1.468e-04**	4.604e-04	0.014	0.054
恒生指数				
MSM	**1.154e-04**	**2.765e-04**	**0.010**	**0.021**
GARCH	1.236e-04	3.527e-04	0.011	0.027
FIGARCH	1.168e-04	3.649e-04	0.143	0.032

注: 粗体标志代表每列中最小的 MAE 值.

[2]为节省篇幅, 文中仅列出对数似然值最大的 k 取值下的参数估计结果.

从实证结果可以看出, 上证指数和恒生指数 MSM 模型所对应的 MSE 值和 MAE 值均小于 GARCH 模型, 且这一结果对于 4 组不同的样本外预测区间都成立. 这表明 MSM 模型相比 GARCH 模型对波动率的预测偏差更小, 精度更高. 而从 MSM 模型和 FIGARCH 模型的对比中可以看出, 在上证指数样本外 1 d 预测中, FIGARCH 模型的 MSE 和 MAE值更低, 即对于上证指数序列的样本外 1 d波动率预测, FIGARCH 模型具有更高的精度. 除此之外, 在其他组别波动率预测的比较上, 根据 MSM 模型得出的波动率预测值与真实波动率间具有更小的差异. 表明 MSM 模型相比 FIGARCH 模型在短期预测上虽然没有明显优势, 但在长期预测上的表现显著更优.

总体而言, 运用 MSM 模型得出的波动率预测值与真实波动率之间的差异更小, MSM 模型在波动率预测上总体表现更优. 而由于波动率预测的精确度在很大程度上决定着风险度量的有效性, 因此, 相比 GARCH 模型和 FIGARCH 模型, 运用 MSM 模型对资产波动率建模能够更好地拟合资产收益的边缘分布, 更适于资产组合风险度量.

3.3 Copula 函数参数估计

运用 Copula 函数度量资产组合风险前, 应对所选边缘分布的适用性进行评估. 文中选择 K-S(Kolmogorov-Smirnov)检验方法对边缘分布进行拟合检验. 首先, 依次估计出 MSM, GARCH 和 FI-GARCH 模型的参数并得出模型的标准化残差序列; 其次, 对残差序列进行概率积分转换生成新的序列, 进而检验新序列是否服从独立同分布的(0, 1)均匀分布. 表 6 中的 H 值为 0, 表明在选定的置信水平下接受样本分布与理论分布相同的原假设, K-S 统计量及对应的 p 值表明三个模型在 95% 的置信水平下都通过了 K-S 检验, 即变换后的序列服从(0, 1)均匀分布. 在对变换后的残差序列完成均匀分布检验后, 通过 BDS 检验判断序列的独立性, 可得序列不存在自相关, 即序列是独立的. K-S 检验和 BDS 检验表明, 根据 MSM、GARCH 和 FIGARCH 模型得到的条件边缘分布, 在对原序列做概率积分转换变换后, 序列均服从独立同分布的(0, 1)均匀分布, 因此, 这三个模型都可以较好地描述上证指数和恒生指数收益率序列的条件边缘分布.

表 6 边缘分布拟合K-S检验

Table 6 Testing of K-S for marginal distribution fitting

		H	K-S 统计量	p-值
MSM	上证指数	0	0.014 9	0.778 7
	恒生指数	0	0.0144	0.8151
GARCH	上证指数	0	0.024 1	0.207 2
	恒生指数	0	0.027 7	0.100 8
FIGARCH	上证指数	0	0.025 5	0.158 2
	恒生指数	0	0.023 3	0.240 6

将概率积分转换后的新序列作为 Copula 函数的输入值, 并使用R软件包 Vine Copula 估计参数[3]. 文中主要选择 5 类常用的二元 Copula 函数, 分别为正态 Copula, t-Copula, Gumbel Copula, Clayton Copula 以及 Frank Copula, 估计五种不同形式二元 Copula 函数的参数. 由表 7 的估计结果可以发现, 无论选择何种边缘分布, t-Copula 函数的对数似然函数值最大, 说明 t-Copula 函数能更好的刻画上证股市与恒生股市之间的相依结构.

在实际应用中同样可以发现 t-Copula 函数对资产组合尾部相依结构的变化较为敏感, 能够恰当的捕捉尾部极值以获取更优的样本拟合效果. 因此, 下面将运用 t-Copula 函数结合 MSM、GARCH 和 FIGARCH 模型进行风险度量.

3.4 模型风险度量精度比较

VaR 和 ES 是当前运用最为广泛的市场风险测度工具, 可用于检验模型的风险度量效果. 运用 Copula 函数结合 MSM、GARCH 和 FIGARCH 模型进行样本外预测得到预测的 VaR 和 ES 值, 为减少预测误差, 选择滚动窗口法进行, 即通过样本的不断滚动实现多次的向前一步预测. 选取上证指数和恒生指数构成的资

[3]具体包括 17 种 Copula 函数, 由于不改变 t-Copula 最优的结论, 为节省篇幅, 文中仅列出 5 种主要 Copula 函数的估计结果.

产组合, 每一资产在组合中的权重各占 0.5. 巴塞尔协议建议风险度量模型的参数估计窗为 1 年至 2 年, 因此, 运用 t- Copula 函数结合三个模型对样本后 500 d 的 VaR 和 ES 值进行估计, 样本估计期为 1 933, 即滚动时间窗宽为 1 933. 运用蒙特卡洛模拟法, 模拟次数设定为 10 000 次, 可以得到三个模型对应的 500 个 VaR 和 ES 估计值. 根据 Basel II 协议, 所有金融机构都应该对风险价值的准确性作回测检验, 为验证模型的风险度量精度, 对 VaR 的回测方法选择 Kupiec 检验, ES 的回测检验选择 $D(\alpha)$ 统计量, 检验结果如表 8 和表 9 所示.

表 7 Copula 函数的参数估计结果

Table 7 Parameter estimation for copula function

		N-C	T-C	Gumbel C	Clayton C	Frank C
MSM	参数	0.507 9	0.560 6 19.101 3	1.563 6	0.612 7	4.399 4
	LnL	286.893 6	**570.224 4**	262.680 4	184.832 9	301.377 6
GARCH	参数	0.510 9	0.516 8 12.409 3	1.458 2	0.759 9	3.493 2
	LnL	292.477 6	**516.353 4**	260.865 3	243.233 9	268.299 5
FIGARCH	参数	0.502 5	0.505 3 12.357 5	1.437 8	0.725 7	3.407 1
	LnL	281.525 2	**500.398 8**	250.917 3	229.988 4	260.816 7

注: C 为 Copula 的简称, N-C 表示正态 Copula, T-C 表示 t-Copula, LnL 表示对数似然值. t-Copula 函数对应的两个参数分别是 ρ 和 v. 粗体标志代表每行中最大的对数似然函数值.

表 8 给出了 Kupiec 检验的 LR 统计量值以及对应的 p-值, 其中 LR 值越小表现越优, p-值则相反. $\alpha=0.01$, $\alpha=0.05$, $\alpha=0.1$ 分别表示 VaR 反应分布尾端的极值信息, 分布的一般风险特征和尾部极端的风险特征, 分布的一般风险信息. 从 LR 和 p-值来看, Copula-FIGARCH 模型在 1 % 的水平下拒绝了原假设, Copula-GARCH 和 Copula-MSM 模型在各个分位数水平下均通过了 Kupiec 检验, 而其中 Copula-MSM 模型的表现结果最优, 即根据 Copula-MSM 模型预测的 VaR 值更能真实反映市场的风险状况. 因此, 从 Kupiec 检验的结果可得, 基于 Copula-MSM 模型的 VaR 在预测表现上比 Copula-GARCH 和 Copula-FIGARCH 模型更优.

表 8 Kupiec LR检验结果

Table 8 Testing results of LR for Kupiec

	$\alpha=0.01$		$\alpha=0.05$		$\alpha=0.1$	
	LR	p-值	LR	p-值	LR	p-值
Copula-MSM	1.137 6	**0.283 6**	0.992 1	**0.319 2**	0.087 9	**0.766 9**
Copula-GARCH	1.538 3	0.214 9	1.646 9	0.199 4	0.572 9	0.449 1
Copula-FIGARCH	10.99 4 0	9.140 8e-04	1.413 0	0.234 6	0.364 3	0.546 1

表 9 给出了三个模型在 1 %, 5 %, 10 % 分位数水平下的 ES 回测检验结果.

表 9 ES 回测检验结果

Table 9 Backtesting results for ES

$\alpha=0.01$	$D_1(\alpha)$	$D_2(\alpha)$	$D(\alpha)$
Copula-MSM	−0.000 8	−0.001 6	**0.001 2**
Copula-GARCH	0.003 3	−2.066 9e-04	0.001 8
Copula-FIGARCH	−0.002 4	−0.009 9	0.006 2
$\alpha=0.05$	$D_1(\alpha)$	$D_2(\alpha)$	$D(\alpha)$
Copula-MSM	0.000 2	0.001 0	**0.000 6**
Copula-GARCH	−0.005 2	−0.002 0	0.003 6
Copula-FIGARCH	−0.005 5	0.008 6	0.007 0
$\alpha=0.1$	$D_1(\alpha)$	$D_2(\alpha)$	$D(\alpha)$
Copula-MSM	−4.288 5e-04	4.852 7e-04	**4.570 6e-04**
Copula-GARCH	−7.045 7e-04	−5.962 7e-04	6.504 2e-04
Copula-FIGARCH	−0.004 5	0.005 4	0.004 9

由 $D(\alpha)$统计量代表的含义可知, $D(\alpha)$的值越小表明模型对 ES 的估计越精确. 由表可得, 在三个不同分位数水平下根据 Copula-MSM 模型所得的 $D(\alpha)$值均小于 Copula-GARCH 和 Copula-FIGARCH 模型,

同时 Copula-GARCH 模型所得的 $D(\alpha)$值均小于 Copula-FIGARCH 模型, 研究结果表明 Copula-MSM 模型对 ES 的预测效果比另外两个模型更优, 更接近真实的风险值, 这也进一步验证了 Copula-MSM 模型在度量尾部风险方面的优势.

综上所述, 与估计 VaR 和 ES 值相对应的回测检验结果表明, 在 1%, 5% 和 10% 三个分位数水平下, Copula-MSM 模型的表现均优于 Copula-GARCH 和 Copula-FIGARCH 模型, 在 VaR 和 ES 估计上有更高的预测精度, 能更加真实地反映市场的风险状况.

4 结束语

Copula 函数以其在刻画相关性及构建灵活多变的联合分布方面的优越性被广泛应用于资产组合风险度量中. 而考虑到资产收益率存在的尖峰厚尾、波动集聚和多分形等特征, 运用 MSM 模型对资产收益边缘分布建模, 构建 Copula-MSM 模型以度量资产组合的风险. 文中首先通过 MSE 和 MAE 值比较 MSM 与 GARCH、FIGARCH 模型在样本外 1 d、5 d、10 d 和 20 d 的波动率预测精度, 其次以上证指数和恒生指数等权重构建资产组合, 并利用蒙特卡洛模拟法估计 Copula-MSM 模型的 VaR 和 ES 值, 通过回测检验评价模型风险度量精度. 研究结果表明 MSM 模型所得的波动率预测值与真实波动率之间的偏差更小, 精度更高, 同时, Copula-MSM 较之 Copula-GARCH、Copula-FIGARCH 模型对 VaR 和 ES 均有更优的估计效果. 基于多分形的 MSM 模型通过捕捉价格波动不同时间标度的信息来刻画资产收益的多分形特征, 从而更准确地捕捉市场真实波动, 预测资产波动率. 在组合风险管理中, 风险度量是核心环节, 而波动率是资产组合市场风险度量的核心因素, 对波动率的准确刻画关系到风险度量的精度. 因此, 在风险度量中考虑资产收益率的多分形特征, 建立基于多分形的资产组合风险模型能够提高资产组合的风险度量精度, 为市场参与者评估风险提供参考.

参考文献:

[1] Engle R. Dynamic conditional correlation: A simple class of multivariate generalized autoregressive conditional heteroskedasticity models. Journal of Business & Economic Statistics, 2002, 20(3): 339–350.

[2] 樊　智, 张世英. 多元 GARCH 建模及其在中国股市分析中的应用. 管理科学学报, 2003, 6(2): 68–74.
Fan Z, Zhang S Y. Multivariate GARCH modeling and its application in volatility analysis of Chinese stock markets. Journal of Management Sciences in China, 2003, 6(2): 68–74. (in Chinese)

[3] Mandelbrot B B, Stewart I. Fractals and scaling in finance. Nature, 1998, 391(6669): 758–758.

[4] Wei Y, Wang P. Forecasting volatility of SSEC in Chinese stock market using multifractal analysis. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2008, 387(7): 1585–1592.

[5] 王　鹏, 姚晓波. 基于多分形波动率测度的股票市场条件收益率分布. 数理统计与管理, 2014, 33(5): 922–931.
Wang P, Yao X B. The distribution of return standardized by multifractal volatility. Journal of Applied Statistics and Management, 2014, 33(5): 922–931. (in Chinese)

[6] 唐　勇, 陈艳茹. 考虑杠杆效应的多重分形波动建模:基于中国股指的实证分析. 系统工程学报, 2015, 30(1): 94–103.
Tang Y, Chen Y R. Multifractal volatility modeling considering the leverage effect: An empirical analysis from China stock index. Journal of Systems Engineering, 2015, 30(1): 94–103. (in Chinese)

[7] 唐　勇, 黄志刚. 多分形视角下的金融市场波动建模研究. 系统科学与数学, 2015, 35(6): 667–684.
Tang Y, Huang Z G. Volatility modeling for financial market: Based on the views of multifractal. Journal of System Science and Mathematical Science, 2015, 35(6): 667–684. (in Chinese)

[8] Mandelbrot B, Fisher A, Calvet L. A Multifractal Model of Asset Rreturns. New Haven: Cowles Foundation for Research in Economics, Yale University, 1997.

[9] Muzy J F, Bacry E. Multifractal stationary random measures and multifractal random walks with log-infinitely divisible scaling laws. Physical Review E, 2002, 66(5): 1–16.

[10] Calvet L, Fisher A. Forecasting multifractal volatility . Journal of econometrics, 2001, 105(1): 27–58.

[11] Fotios M S. Multifractal analysis of stock exchange crashes. Physica A, 2013, 392(5): 1164–1171.

[12] Mali P, Mukhopadhyay A. Multifractal characterization of gold market: A multifractal detrended fluctuation analysis. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2014, 413(11): 361–372.

[13] Rashid H, Mohammad S M. Multifractal analysis of Asian markets during 2007–2008 financial crisis. Physica A, 2015, 419(11): 746–761.

[14] Calvet L, Fisher A. How to forecast long-run volatility: Regime switching and the estimation of multifractal processes. Journal of Financial Econometrics, 2004, 1(2): 49–83.

[15] Julien Idier. Long-term vs. short-term comovements in stock markets: The use of Markov switching multifractal models. The European Journal of Finance, 2011, 17(1): 27–48.

[16] Chuang W I, Huang T C, Lin B H. Predicting volatility using the Markov-switching multifractal model: Evidence from S&P index and equity options. North American Journal of Economics and Finance, 2013, 25(C): 168–187.

[17] Calvet L, Fisher A. Multifrequency news and stock returns. Journal of Financial Economics, 2007, 86(1): 178–212.

[18] Liu R, Lux T. Higher dimensional multifractal processes: A GMM approach. Journal of Business and Economic Statistics, 2007, 26: 194–210.

[19] 韦艳华, 张世英. 多元 copula-GARCH 模型及其在金融风险分析上的应用. 数理统计与管理, 2007, 26(3): 432–439.
Wei Y H, Zhang S Y. Multivariate copula-GARCH model and its applications in financial risk analysis. Journal of Applied Statistics and Management, 2007, 26(3): 432–439. (in Chinese)

[20] Patton A J. Modelling asymmetric exchange rate dependence. International Economic Review, 2006, 47(2): 527–556.

[21] 周孝华, 陈九生. 基于 Copula-ASV-EVT-CoVaR 模型的中小板与创业板风险溢出度量研究. 系统工程理论与实践, 2016, 36(3): 559–568.
Zhou X H, Chen J S. Study on the risk spillover effect between the small and medium-sized board market and the second board market in China based on Copula-ASV-EVT-CoVaR model. Systems Engineering: Theory & Practice, 2016, 36(3): 559–568. (in Chinese)

[22] Huang J J, Lee K J, Liang H, Lin W F. Estimating value at risk of portfolio by conditional copula-GARCH method. Insurance: Mathematics and Economics, 2009, 45(3): 315–324.

[23] 黄友珀, 唐振鹏, 唐　勇. 基于藤 copula–已实现GARCH 的组合收益分位数预测. 系统工程学报, 2016, 31(1): 45–54.
Huang Y P, Tang Z P, Tang Y. Portfolio quantile forecasts based on vine copula and realized GARCH. Journal of Systems Engineering, 2016, 31(1): 45–54. (in Chinese)

[24] 王　鹏, 魏　宇. 金融市场的多分形特征及与波动率测度的关系. 管理工程学报, 2009, 23(4): 166–169.
Wang P, Wei Y. Multifractal phenomenon and volatility measure. Journal of Industrial Engineering and Engineering Management, 2009, 23(4): 166–169. (in Chinese)

[25] 王　鹏, 魏　宇. 基于多分形波动率测度的 ES 风险度量. 系统管理学报, 2012, 21(2): 192–200.
Wang P, Wei Y. Excepted shortfall estimation based on multifractal volatility. Journal of Systems & Management, 2012, 21(2): 192–200. (in Chinese)

[26] Kupiec P H. Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. The Journal of Derivatives, 1995, 3(2): 73–84.

[27] Embrechts P, Kaufmann R, Patie P. Strategic long-term financial risks: Single risk factors. Computational Optimization and Applications, 2005, 32(1): 61–90.

[28] Kantelhardt J W, Zschiegner S A, Koscielny-Bunde E, et al. Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2002, 316(1): 87–114.

[29] Hansen P R, Lunde A. Consistent ranking of volatility models. Journal of Econometrics, 2006, 131(1): 97–121.

[30] Vuong Q H. Likelihood ratio tests for model selection and non-nested hypotheses. Econometrica: Journal of the Econometric Society, 1989, 57(2): 307–333.

[31] Brooks C, Persand C. Volatility forecasting for risk management. Journal of Forecasting, 2003, 22(1): 1–22.

作者简介:

唐振鹏(1966—), 男, 湖北钟祥人, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向: 金融风险度量及管理, Email: zhenpt@126.com;

陈尾虹(1990—), 女, 福建泉州人, 博士生, 研究方向: 金融风险度量及管理, Email: tingling69@163.com;

卢　婷(1988—), 女, 福建泉州人, 硕士, 研究方向: 金融风险度量, Email: 415250135@qq.com.