

基于失望理论的零售商订货与广告联合决策

曹兵兵, 樊治平, 尤天慧, 张胡伟

(东北大学工商管理学院, 辽宁 沈阳 110167)

摘要: 针对考虑失望规避与欣喜寻求行为的零售商订货与广告联合决策问题, 给出了一种基于优化模型的决策分析方法. 在该方法中, 采用一种线性效用函数刻画了失望规避与欣喜寻求行为效用, 并依据失望理论, 构建了考虑失望规避与欣喜寻求行为的零售商订货与广告联合决策效用模型. 进一步地, 通过模型求解确定了零售商的最优订货量与最优广告努力水平, 并分析了零售商预期收益参数、失望规避参数和欣喜寻求参数对最优决策结果的影响. 研究表明, 零售商的预期收益、失望规避程度和欣喜寻求程度均会不同程度地影响其最优订货量与最优广告努力水平, 且针对具有不同心理预期收益的零售商, 失望规避程度和欣喜寻求程度对其最优订货量与最优广告努力水平的影响是不同的. 因此, 在实际的订货与广告联合决策中, 具有失望规避与欣喜寻求行为特征的零售商需要同时考虑心理预期收益、失望规避程度和欣喜寻求程度对其最优订货量与广告努力水平的影响.

关键词: 订货与广告联合决策; 失望理论; 预期收益; 失望规避; 欣喜寻求

中图分类号: C934; F272

文献标识码: A

文章编号: 1000-5781(2019)04-0469-14

doi: 10.13383/j.cnki.jse.2019.04.004

Joint ordering and advertising decision based on the disappointment theory

Cao Bingbing, Fan Zhiping, You Tianhui, Zhang Huwei

(School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110167, China)

Abstract: In this paper, a decision analysis method based on the optimization model is proposed to solve the joint ordering and advertising decision problem considering disappointment aversion and elation seeking of retailers. A linear disappointment-elation utility function is used to capture disappointment aversion and elation seeking of retailers. According to the disappointment theory, a joint ordering and advertising decision model considering disappointment aversion and elation seeking is constructed, and the optimal order quantity and advertising effort of retailers are obtained by solving the model. The effects of expected profit parameter, disappointment aversion parameter and elation seeking parameter on the optimal decision result are analyzed. The results show that expected profit, disappointment aversion degree and elation seeking degree of retailers will affect the optimal order quantity and advertising effort to different degrees, and that for retailers with different expected profits, the impacts of the disappointment aversion and elation seeking on the optimal order quantity and advertising effort are different. Hence, if retailers exhibit disappointment aversion and elation seeking, they need to consider the impacts of expected profit, disappointment aversion and elation seeking simultaneously on their optimal policy.

Key words: joint ordering and advertising decision; disappointment theory; profit expectation; disappointment aversion; elation seeking

1 引言

现实中, 订货与广告联合决策问题广泛存在于零售行业中, 是一类零售商经常遇到且无法回避的决策问题. 有效的订货与广告联合策略不仅能够增加零售商企业的总体利润, 还会在一定程度上提升企业的竞争优势与市场份额. 例如, 在针对时尚产品的订货与广告决策中, 零售商会权衡市场风险与收益, 并考虑影响最优策略有效性的诸多因素, 如市场不确定性和心理行为等因素, 制定最优策略. 订货与广告联合决策问题是传统报童问题的扩展问题, 其是指在市场需求受广告努力水平和外生市场价格等因素影响的情形下, 如何确定订货量和广告努力水平来实现零售商利润最大化的决策问题. 自该问题被提出以来, 受到许多学者的关注, 并取得了一些研究成果^[1-7]. 已有研究成果主要侧重于考虑不确定需求^[1]、风险态度^[2]、针对易逝品或变质品等特征型产品^[3,4]、考虑不同类型广告和经营策略^[5,6]以及供应链环境下的博弈^[7]等情形, 其对考虑广告因素的报童问题研究做出了贡献, 并从不同角度丰富了针对订货与广告联合决策问题的研究内容.

需要指出的是, 上述的研究成果是基于决策者是完全理性人的假设取得的, 然而近年来一些学者发现零售商会受到其自身行为因素的影响, 其实际决策结果通常会偏离完全理性假设下的决策结果^[8-10], 即零售商在其实际决策中往往不会表现出完全理性行为, 而是表现出有限理性行为. 为描述零售商的实际决策过程, 一些学者将零售商的心理行为引入订货与广告联合决策分析中, 开展了一些研究^[9-16].

本文要解决的问题是考虑零售商失望规避与欣喜寻求行为的订货与广告联合决策问题. 该问题是指在零售商表现出失望规避与欣喜寻求行为的情形下, 零售商如何确定最优订货量与广告努力水平以实现其效用最大化的决策问题. 目前, 针对考虑行为因素的零售商订货与广告联合决策问题, 可以看到一些研究成果, 这些研究成果主要侧重考虑零售商的有限理性^[9]、损失规避^[10-12]、过度自信^[13-15]和参照依赖^[16]等行为因素. 其中, Su^[9]研究了报童模型中的有限理性行为, 认为决策者并非完美的优化者(perfect optimizer), 而是容易出现错误和偏见的, 并指出考虑决策噪音与优化误区时得到的决策结果更符合实际; 周永务等^[10]认为零售商往往会表现出损失规避行为, 其依据前景理论构建了订货与广告联合决策模型, 并指出零售商的损失规避行为会影响其最优决策结果; Wang和Webster^[11]研究了竞争环境下多零售商-单供应商的报童模型, 其指出需求偷窃行为会增加零售商总体库存量, 而损失规避行为则会降低零售商总体库存量; 刘咏梅等^[12]依据前景理论构建了考虑行为因素的报童订货模型, 并通过对比分析说明了该模型在描述决策者实际决策行为方面更具优越性; Ren和Croson^[13]分析了零售商的过度自信行为, 并将该行为引入到零售商订货决策分析中, 发现表现出过度自信行为的零售商会做出次优决策; 浦徐进和诸葛瑞杰^[14]认为在二级供应链中决策者的过度自信和公平关切行为能够影响其决策结果, 并指出过度自信和公平关切行为会促使供应商提高其销售努力程度; 肖迪等^[15]分析了随机需求二级供应链中过度自信行为对零售商、供应商以及供应链的库存和利润的影响, 并指出过度自信决策者的决策结果往往会偏离完全理性决策者的决策结果. Ho等^[16]构建了考虑决策者参照依赖的多点库存报童模型, 指出高利润边际条件下的实际库存量与偏见程度高于低利润边际条件下的实际库存量与偏见程度. 上述研究从不同的行为视角构建了报童决策模型, 对于描述具有特定行为特征的决策者的实际决策过程, 具有重要的理论价值.

虽然可以看到关于考虑零售商行为因素的订货与广告联合决策问题研究的一些相关成果, 但这些成果很少关注失望规避与欣喜寻求行为. 在现实的订货与广告联合决策过程中, 零售商往往会表现出由感知损失引起的失望规避行为与由感知收益引起的欣喜寻求行为^[17-19], 由于失望规避与欣喜寻求行为不同于已有的零售商订货与广告决策问题研究所提及的其他行为, 所以已有的模型与方法并不适用于解决考虑失望规避与欣喜寻求行为的零售商决策问题. 此外, 虽然已经看到考虑失望规避与欣喜寻求行为的策略型消费者生产能力与价格决策问题的研究^[19], 但其也不适于解决订货与广告联合决策问题.

基于此, 本文借鉴已有相关研究成果的研究思路, 着重研究考虑零售商失望规避与欣喜寻求行为的订货与广告联合决策问题的解决方案. 首先, 针对零售商表现出的失望规避与欣喜寻求行为特征, 采用一种线性

效用函数来刻画零售商的行为效用; 然后, 依据失望理论构建考虑失望规避与欣喜寻求行为的订货与广告联合决策模型, 并通过模型求解来确定零售商的最优策略; 最后, 通过数值实验分析零售商的行为参数对其最优策略的影响。

2 基于失望理论的零售商订货与广告联合决策模型

2.1 问题描述与符号说明

考虑单周期单一产品的订货与广告联合决策问题, 零售商只有一次订货机会, 且在销售季开始前订货, 供应商具有充足的供货能力, 并依据零售商的订单按时供货, 产品的零售价格由市场决定, 且零售价格大于零售商的单位采购成本, 单位采购成本大于其单位剩余产品的残值。市场需求往往与零售价格和零售商广告努力水平相关, 且呈现出一定的随机波动性。此外, 在传统的报童问题基础上, 本文考虑零售商的失望规避与欣喜寻求行为, 即: 考虑零售商针对其实际收益可能高于其预期收益的情形表现出的欣喜寻求行为和对其实际收益可能低于其预期收益的情形表现出的失望规避行为。

本文需要解决的问题是, 如何将零售商的失望规避与欣喜寻求行为引入到传统的订货与广告联合决策分析中, 构建基于失望理论的零售商订货与广告联合决策效用模型, 然后, 以期望效用最大为目标, 确定零售商的最优订货量与最优广告努力水平, 并进一步分析期望收益、失望规避与欣喜寻求行为如何影响零售商最优决策结果。

为了能够清晰地描述基于失望理论的零售商订货与广告联合决策问题, 下面给出上述问题所涉及数学符号的定义和说明:

决策变量: Q 为零售商的订货量, $Q > 0$; A 为零售商的广告努力水平, $A \in [\underline{A}, \bar{A}]$, 其中, $\underline{A}$ 和 $\bar{A}$ 分别表示零售商广告努力水平的下限和上限, 其一般与零售商自身经济状况和广告效率相关, $\underline{A} \geq 0$ 。

参变量: p 为产品零售价格(外生变量); c 为单位产品采购成本; s 为单位产品缺货成本; v 为单位滞销产品残值; ε 为需求因子, $\varepsilon \in [M, N]$, 其中, M 和 N 分别表示需求因子的下限和上限, 其被用于描述市场需求的随机波动性; μ 为需求因子 ε 的均值。

函数: $f(\cdot)$ 为需求因子 ε 的概率密度函数; $F(\cdot)$ 为需求因子 ε 的累积分布函数; $\pi(\cdot)$ 为零售商的利润函数; $PU(\cdot)$ 为零售商的失望—欣喜效用函数; $U(\cdot)$ 为零售商的总效用函数。

2.2 利润函数

现实中, 市场需求往往受到市场价格和零售商广告努力水平的影响, 且呈现出一定的随机波动性, 因此, 考虑市场需求函数为

$$D(\varepsilon, A) = a - bp + kA + \varepsilon, \quad (1)$$

其中 a 表示市场初始规模, $a > 0$; b 为价格弹性系数, 表示单位产品价格变化对市场的需求的影响, $b > 0$; k 为广告效率参数, 表示单位广告努力水平的变化对市场的需求的影响。

零售商投入广告努力水平 A 需要付出一定的成本, 依据文献[20–23], 考虑广告投入成本为 $A^2/2$ 。在此基础上, 依据传统的报童模型, 可确定零售商的利润函数, 即

$$\pi = \begin{cases} (p - c)D(\varepsilon, A) - (c - v)[Q - D(\varepsilon, A)] - A^2/2, & D(\varepsilon, A) < Q, \\ (p - c)Q - s[D(\varepsilon, A) - Q] - A^2/2, & D(\varepsilon, A) \geq Q. \end{cases} \quad (2)$$

依据公式(1), 零售商的利润函数可转化为

$$\pi = \begin{cases} (p - c)(a - bp + kA + \varepsilon) - (c - v)(Q - a + bp - kA - \varepsilon) - A^2/2, & D(\varepsilon, A) < Q, \\ (p - c)Q - s(a - bp + kA + \varepsilon - Q) - A^2/2, & D(\varepsilon, A) \geq Q. \end{cases} \quad (3)$$

2.3 失望—欣喜效用函数

在实际决策过程中,零售商通常会因其实际收益与其预期收益之间的差异表现出失望或欣喜,并规避由失望导致的负效用,寻求由欣喜产生的正效用,这种规避负效用和寻求正效用的行为往往会影响零售商的决策结果.因此,在决策过程中需要考虑由零售商失望规避与欣喜寻求行为引起的失望—欣喜效用.

为描述决策者的感知效用, Bell与Loomes等提出了一个决策者感知效用描述模型^[17,18],即

总效用=经济回报+心理感知效用,

其中“经济回报”是指零售商的利润,而“心理感知效用”是指零售商的失望规避与欣喜寻求效用,即失望—欣喜效用.

为了清晰地说明零售商的失望—欣喜效用,下面给出公式化描述.考虑决策者的实际收益为 π ,心理预期收益为 π_0 ,则零售商的失望—欣喜效用可被描述为

$$PU(\pi, \pi_0) = \begin{cases} e(\pi - \pi_0), & \pi > \pi_0, \\ 0, & \pi = \pi_0, \\ d(\pi - \pi_0), & \pi < \pi_0, \end{cases} \quad (4)$$

其中 e 为零售商的欣喜寻求参数,表示零售商对欣喜的寻求程度^[17,18], $e \geq 0$; d 为零售商的失望规避参数,表示零售商对失望的规避程度^[17,18], $d \geq 0$.

若 $d = e$,则决策者针对单位损失(即实际收益低于预期收益时二者间的差异)或单位收益(即实际收益高于预期收益时二者间的差异)感知的失望与欣喜程度相同;若 $d > e$,则决策者针对单位损失感知的失望高于其针对单位收益感知的欣喜,即决策者更关注损失导致的失望;若 $d < e$,则决策者针对单位损失感知的失望低于其针对单位收益感知的欣喜,即决策者更关注收益产生的欣喜.这里需要指出的是,零售商感知的失望和欣喜与其针对心理预期收益所感知的收益和损失是直接相关的,且零售商往往更多地关注可能产生损失的部分^[11,12],在此基础上,文献[19]通过分析指出零售商的失望规避参数往往会大于其欣喜寻求参数,即 $d > e$.因此,本文考虑 $d > e$.

由于不同零售商针对收益的预期可能存在差异,且同一零售商在不同决策阶段针对收益的预期也可能不同.因此,考虑零售商的预期收益为 $\pi_0 \in [0, \pi^{\max}]$,其中, $\pi^{\max}$ 为零售商在订货与广告联合决策中的最大收益, $\pi^{\max} = (p - c)D$.为了便于处理,令 $\pi_0 = \alpha \pi^{\max}$, α 为反应零售商对利润的追逐程度、理性程度以及自信程度等内在特征的预期收益参数, $\alpha \in [0, 1]$.需要指出的是,当 $\alpha = 1$ 时,零售商的预期收益为理论上收益的最大值,此时,零售商不会感知到欣喜.

2.4 零售商效用函数

由于总效用=经济回报+心理感知效用,依据式(4)可知,零售商的总效用为

$$U(\pi, \pi_0) = \pi + PU(\pi, \pi_0) = \begin{cases} \pi + e(\pi - \pi_0), & \pi > \pi_0, \\ \pi, & \pi = \pi_0, \\ \pi + d(\pi - \pi_0), & \pi < \pi_0. \end{cases} \quad (5)$$

进一步地,零售商总效用可被表示为

$$U(\pi, \pi_0) = \pi + PU(\pi, \pi_0) = \pi + e(\pi - \pi_0)^+ + d(\pi - \pi_0)^-, \quad (6)$$

其中 $(x)^+ = \max(x, 0)$, $(x)^- = \min(x, 0)$, $(\pi - \pi_0)^+$ 和 $(\pi - \pi_0)^-$ 分别表示实际收益 π 大于和小于参考收益 π_0 时 π 和 π_0 之间的差异.

考虑到 $(\pi - \pi_0) = (\pi - \pi_0)^+ + (\pi - \pi_0)^- + 0$,式(6)可转化为

$$U(\pi, \pi_0) = \pi + e(\pi - \pi_0) + (d - e)(\pi - \pi_0)^-, \quad (7)$$

式(7)为所构建的基于失望理论的零售商订货与广告联合决策模型.

3 基于失望理论的零售商订货与广告联合决策模型求解

为了便于分析, 记订货因子 $z = Q - a + bp$, 则 $D(\varepsilon, A) < Q$ 可转化为 $\varepsilon < z - kA$, $D(\varepsilon, A) \geq Q$ 可转化为 $\varepsilon \geq z - kA$. 据此, 式(3)可转化为

$$\pi = \begin{cases} (p-c)(a-bp+\varepsilon+kA) - (c-v)(z-kA-\varepsilon) - A^2/2, & \varepsilon < z-kA, \\ (p-c)(a-bp+z) - s(kA+\varepsilon-z) - A^2/2, & \varepsilon \geq z-kA. \end{cases} \quad (8)$$

由式(8)可知, 当 $\varepsilon < z - kA$ 时, 若 $\varepsilon < z_1$, 则 $\pi < \pi_0$; 当 $\varepsilon \geq z - kA$ 时, 若 $\varepsilon > z_2$, 则 $\pi < \pi_0$. 其中, z_1 表示在 $\varepsilon < z - kA$ 情形下, 当 $\pi < \pi_0$ 时, 需求因子 ε 不能超出的上边界变量; z_2 表示在 $\varepsilon \geq z - kA$ 情形下, 当 $\pi < \pi_0$ 时, 需求因子 ε 不能低于的下边界变量. z_1 和 z_2 可被表示为

$$z_1 = \frac{A^2/2 - (1-\alpha)(p-c)(a-bp+kA) + (c-v)(z-kA)}{(1-\alpha)(p-c) + c-v}, \quad (9)$$

$$z_2 = \frac{(1-\alpha)(p-c)(a-bp) + (p+s-c)z - [s+\alpha(p-c)]kA - A^2/2}{s+\alpha(p-c)}. \quad (10)$$

需要说明的是, 若市场需求因子 ε 小于 z_1 , 即 $\varepsilon \in [M, z_1]$, 零售商会感知剩余损失; 若市场需求因子 ε 大于 z_2 , 即 $\varepsilon \in [z_2, N]$, 零售商会感知缺货损失. 如果 $z_1 \leq z_2$, 零售商只能感知到缺货损失或者剩余损失, 即二者不会被同时感知; 如果 $z_2 < z_1$, 当市场需求因子 $\varepsilon \in [z_2, z_1]$ 时, 零售商会同时感知到缺货损失和剩余损失. 由于现实中产品缺货与产品剩余两种情形不能同时出现, 所以同时感知到剩余损失和缺货损失是违背现实的, 因此, 本文只考虑 $z_1 \leq z_2$ 情形. 需要指出的是, $z_1 \leq z_2$ 时, 广告努力水平需要满足条件 $\underline{A} < A \leq \tilde{A}$, 其中 $\tilde{A} = \sqrt{2(1-\alpha)(p-c)(a-bp+z)}$.

基于上述分析, $(\pi - \pi_0)^-$ 可转化为

$$(\pi - \pi_0)^- = \begin{cases} (\pi - \pi_0)_{\varepsilon < z_1}, & \varepsilon < z - kA \\ (\pi - \pi_0)_{\varepsilon > z_2}, & \varepsilon \geq z - kA \end{cases},$$

进一步地, 由于 $z_1 \leq z_2$, 所以 $\varepsilon < z_1$ 和 $\varepsilon > z_2$ 不能同时出现, 因此

$$(\pi - \pi_0)^- = \begin{cases} (\pi - \pi_0)_{\varepsilon < z_1}, & \varepsilon < z - kA \\ (\pi - \pi_0)_{\varepsilon > z_2}, & \varepsilon \geq z - kA \end{cases}$$

可被进一步标记为 $(\pi - \pi_0)_{\varepsilon < z_1} + (\pi - \pi_0)_{\varepsilon > z_2}$, 其中 $(\pi - \pi_0)_{\varepsilon < z_1}$ 和 $(\pi - \pi_0)_{\varepsilon > z_2}$ 分别表示在 $\varepsilon < z_1$ 和 $\varepsilon > z_2$ 两种情形下的实际收益 π 与参考收益 π_0 之间的差异.

依据上述分析可知, $(\pi - \pi_0)^-$ 可被进一步表示为 $(\pi - \pi_0)_{\varepsilon < z_1} + (\pi - \pi_0)_{\varepsilon > z_2}$, 因此, 零售商的总效用函数可转化为

$$U(\pi, \pi_0) = \pi + e(\pi - \pi_0) + (d-e)[(\pi - \pi_0)_{\varepsilon < z_1} + (\pi - \pi_0)_{\varepsilon > z_2}]. \quad (11)$$

依据式(11), 可知零售商期望效用函数为

$$EU = (1+e)E\pi - eE\pi_0 + (d-e)E(\pi - \pi_0)_{\varepsilon < z_1} + (d-e)E(\pi - \pi_0)_{\varepsilon > z_2}, \quad (12)$$

其中零售商期望利润函数 $E\pi$ 为

$$\begin{aligned} E\pi = & (p-c)(a-bp) - A^2/2 + \\ & \int_M^{z-kA} [(p-v)(x+kA) - (c-v)z] f(x)dx + \\ & \int_{z-kA}^N [(p+s-c)z - s(x+kA)] f(x)dx. \end{aligned} \quad (13)$$

$E(\pi - \pi_0)_{\varepsilon < z_1}$ 和 $E(\pi - \pi_0)_{\varepsilon > z_2}$ 分别表示 $\pi - \pi_0$ 针对 $\varepsilon < z_1$ 和 $\varepsilon > z_2$ 两种情形的数学期望, 其可被表示为

$$E(\pi - \pi_0)_{\varepsilon < z_1} = \int_M^{z_1} [(1 - \alpha)(p - c)(a - bp + x + kA) - (c - v)(z - kA - x) - A^2/2] f(x) dx, \quad (14)$$

$$E(\pi - \pi_0)_{\varepsilon > z_2} = \int_{z_2}^N \{(1 - \alpha)(p - c)(a - bp) + (p + s - c)z - [s + \alpha(p - c)](kA + x) - A^2/2\} f(x) dx. \quad (15)$$

由上述分析可确定下列结论.

引理 1 零售商期望效用函数 EU 既是关于广告努力水平 A 的凹函数, 又是关于订货因子 z 的凹函数.

证明详见附录.

定理 1 存在唯一联合最优解 (z^*, A^*) 使得零售商的期望效用最大, 且 (z^*, A^*) 同时满足

$$z = F^{-1} \left\{ \frac{p + s - c - \frac{d-e}{1+e} \left[(c-v) \int_M^{z_1} f(x) dx - (p+s-c) \int_{z_2}^N f(x) dx \right]}{p + s - v} \right\} + kA, \quad (16)$$

$$\text{其中 } A = \frac{(1+e)k[(p-v) \int_M^{z-kA} f(x) dx - s \int_{z-kA}^N f(x) dx] - e\alpha(p-c)k + (d-e)k \{ [(1-\alpha)(p-c) + c-v] \int_M^{z_1} f(x) dx - [s + \alpha(p-c)] \int_{z_2}^N f(x) dx \}}{1+e+(d-e) \left[\int_M^{z_1} f(x) dx + \int_{z_2}^N f(x) dx \right]}.$$

证明详见附录.

依据式(16)和 $Q^* = a - bp^* + z^*$, 可以求得一组订货量和广告努力水平. 若所求的广告努力水平满足 $\underline{A} < A \leq \bar{A}$, 则这组订货量和广告努力水平为零售商的最优订货量和最优广告努力水平.

4 参数对模型最优策略影响的数值分析

由于式(16)的复杂程度较高, 较难直接给出零售商预期收益参数、失望规避参数和欣喜寻求参数对其最优订货量与最优广告努力水平影响的显性的性质分析, 下面将通过数值实验的方式分析零售商行为参数对其最优决策结果的影响.

为了清晰地说明预期收益参数 α 对最优订货量 Q^* 与最优广告努力水平 A^* 的影响, 选取描述零售商预期收益很小 ($\alpha = 0.1$)、预期收益较小 ($\alpha = 0.4$)、预期收益较大 ($\alpha = 0.7$) 和预期收益最大 ($\alpha = 1$) 时的四组参数来反映零售商预期收益对其最优策略的影响. 同时, 为了说明失望规避参数 d 和欣喜寻求参数 e 对其最优订货量 Q^* 与最优广告努力水平 A^* 的影响, 这里考虑针对两种失望—欣喜情形进行分析, 即

情形1 分析零售商的失望规避程度对其最优决策的影响(即零售商的失望规避行为起主导作用, 假设欣喜寻求参数不变, $e = 1$);

情形2 分析零售商的欣喜寻求程度对其最优决策的影响(即零售商的欣喜寻求行为起主导作用, 假设失望规避参数不变, $d = 10$).

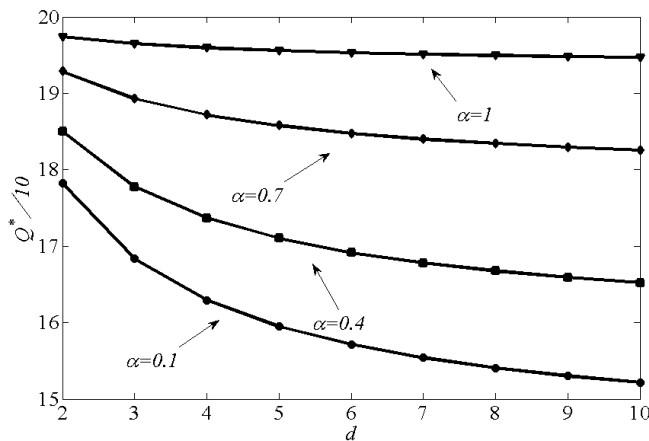
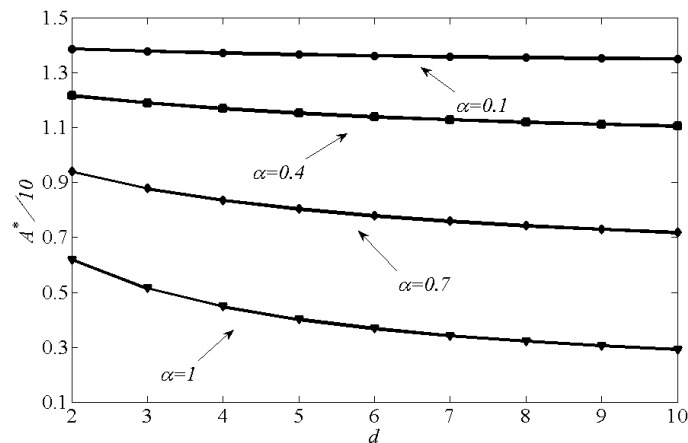
此外, 考虑 ε 服从 $[M, N]$ 上的均匀分布, 即 $f(x) = 1/(N - M)$, 选取其他参数值为 $a = 200$ 、 $b = 2.5$ 、 $v = 2$ 、 $s = 7$ 、 $c = 6$ 、 $M = 100$ 、 $N = 200$, 并以失望中性时的最优价格为市场价格, 即 $p = 52.86$. 下面依据选取的参数值, 分别针对四组预期收益参数和两种失望—欣喜情形给出具体的数值分析.

4.1 分析失望规避参数 d 对零售商最优策略的影响

依据公式(16), 可分别确定针对四种不同预期收益情形 ($\alpha = 0.1$ 、 $\alpha = 0.4$ 、 $\alpha = 0.7$ 和 $\alpha = 1$) 的最优订货量 Q^* 、最优广告努力水平 A^* 和利润 π , 如图1、图2和图3所示.

由图1可知, 当零售商失望规避行为起主导作用时, 零售商的预期收益越低(即参数 α 越小), 其最优订货

量 Q^* 越小; 针对四组不同的心理预期收益, 最优订货量 Q^* 整体上均随零售商失望规避参数 d 的增大而减小, 且参数 α 越小, 最优订货量 Q^* 随参数 d 的增大而下降的幅度越大. 具体地, 当 $\alpha = 0.1$ 时, 零售商的最优订货量 Q^* 最小, 且随参数 d 的增大而下降的幅度最大; 当 $\alpha = 1$ 时, 零售商的最优订货量 Q^* 最大, 且随参数 d 的增大而下降的幅度最小. 从图1可以看出: 零售商的参照依赖行为(表现为预期收益参数)和失望规避行为(表现为失望规避参数)会影响零售商的最优订货量. 其中, 参照依赖行为能够影响零售商订货决策的原因是, 零售商的预期收益越大, 其对获取高利润的期望程度越高, 进而放宽对潜在市场风险的容忍程度, 影响订货决策; 失望规避行为能够影响零售商订货决策的原因在于, 零售商的失望规避程度越高, 其对市场风险的容忍程度越低, 决策越保守.

图1 失望规避参数 d 对最优订货量 Q^* 的影响Fig. 1 The impacts of the disappointment aversion parameter d on the optimal order quantity Q^* 图2 失望规避参数 d 对最优广告努力水平 A^* 的影响Fig. 2 The impacts of the disappointment aversion parameter d on the optimal advertising effort level A^*

由图2可知, 当零售商失望规避行为起主导作用时, 零售商的预期收益越低(即参数 α 越小), 最优广告努力水平 A^* 越高; 针对四组不同的心理预期收益, 最优广告努力水平 A^* 整体上均随零售商失望规避参数 d 的增大而降低, 且参数 α 越小, 最优广告努力水平 A^* 随参数 d 的增大而下降的幅度越小. 具体地, 当 $\alpha = 0.1$ 时, 零售商的最优广告努力水平 A^* 最大, 随参数 d 的增大而下降的幅度最小; 当 $\alpha = 1$ 时, 零售商的最优广告努力水平 A^* 最小, 且随参数 d 的增大而下降的幅度最大. 从图2可以看出: 零售商的参照依赖行为和失望规避行为会影响零售商的最优广告努力水平. 其中, 参照依赖行为能够影响零售商广告努力水平决策的原因是, 零售商的预期收益越小, 其对获取高利润的期望程度越低, 进一步对投入较大的广告成本越不敏感. 因此, 零售商广告投入的可接受水平越高, 其投入的广告努力水平越高. 失望规避行为能够影响零售商广告努力水

平决策的原因是, 零售商的失望规避程度越高, 其对市场风险的容忍程度越低, 决策越保守, 因而零售商投入的广告努力水平越低.

由图1和图2可以看出, 当零售商失望规避行为起主导作用时, 零售商的最优订货量 Q^* 和最优广告努力水平 A^* 均会随其失望规避程度的增大而不同程度地减小, 最优订货量 Q^* 随预期收益参数 α 的增大而增大, 但最优广告努力水平 A^* 随预期收益参数 α 的增大而降低. 这反映出零售商的失望规避行为与其预期收益均会影响其最优决策结果, 针对具有不同失望规避程度和预期收益的零售商, 最优决策结果往往不同. 这是由于具有不同失望规避程度和预期收益的零售商对市场风险的容忍程度以及对高利润的期望程度是不同的, 即不同零售商的保守程度和对高利润的追求程度是不同的, 这就使得不同零售商决策的激进或保守程度不同, 进而使得最终决策结果之间存在差异. 例如, 具有高预期收益和低失望规避程度的零售商的最优策略会表现出激进决策的特征, 而具有低利润预期和高失望规避程度的零售商的最优策略则会表现出保守决策的特征, 显然, 二者的决策结果之间会存在明显差异.

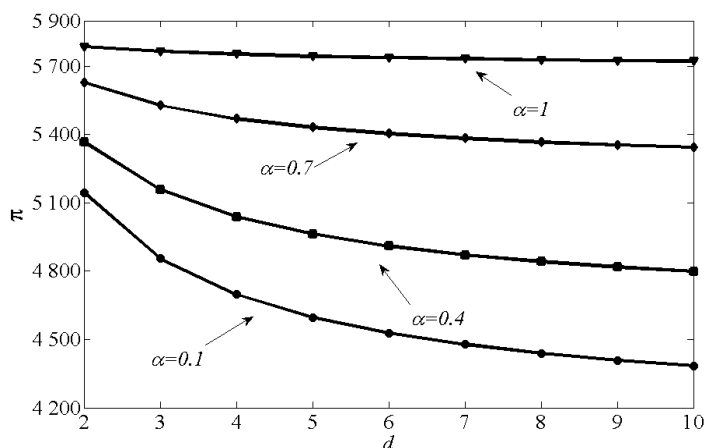


图3 失望规避参数 d 对利润 π 的影响

Fig. 3 The impacts of the disappointment aversion parameter d on the profit π

由图3可以看出, 当零售商失望规避行为起主导作用时, 零售商的预期收益越低(即参数 α 越小), 其利润 π 越小; 针对四组不同的心理预期收益, 利润 π 整体上均随零售商失望规避参数 d 的增大而减小, 且参数 α 越小, 利润 π 随参数 d 的增大而下降的幅度越大. 具体地, 当 $\alpha = 0.1$ 时, 零售商的利润 π 最小, 且随参数 d 的增大而下降的幅度最大; 当 $\alpha = 1$ 时, 零售商的利润 π 最大, 且随参数 d 的增大而下降的幅度最小. 由图1、图2和图3可以看出, 零售商的利润 π 与订货量 Q^* 的相关程度高于其与广告努力水平 A^* 的相关程度, 这种相关性与销售价格和广告效率参数有关. 图3表明: 零售商的参照依赖行为和失望规避行为会影响零售商的利润. 参照依赖行为能够影响零售商利润的原因是, 零售商的预期收益越小, 其对获取高利润的期望程度越低, 对潜在市场风险的容忍程度越低, 决策结果表现得越保守, 因而零售商的利润越低. 失望规避行为能够影响零售商利润的原因是, 零售商的失望规避程度越高, 其对市场风险的容忍程度越低, 决策越保守, 因而零售商的利润越低.

4.2 分析欣喜寻求参数 e 对零售商最优策略的影响

依据公式(16), 可分别确定针对四种不同预期收益情形的最优订货量 Q^* 、最优广告努力水平 A^* 和利润 π , 如图4、图5和图6所示.

由图4可知, 当零售商欣喜寻求行为起主导作用时, 零售商的预期收益越低(即参数 α 越小), 其最优订货量 Q^* 越小; 针对三组不同的心理预期收益($\alpha = 0.1$ 、 $\alpha = 0.4$ 和 $\alpha = 0.7$), 最优订货量 Q^* 整体上随其欣喜寻求参数 e 的增大而在不同程度上增大, 且参数 α 越小, 最优订货量 Q^* 随参数 e 的增大而上升的幅度越大. 具体地, 当 $\alpha = 0.1$ 时, 零售商的最优订货量 Q^* 最小, 且随参数 e 的增大而上升的幅度最大; 当 $\alpha = 1$ 时, 零售商的

最优订货量 Q^* 最大, 此时零售商不会感知到欣喜, 因此, 其最优订货量 Q^* 与参数 e 无关. 从图4可以看出: 零售商的欣喜寻求行为(表现为欣喜寻求参数 α)会影响零售商的最优订货量, 这是由于零售商的欣喜寻求程度越高, 其对单位收益的激励程度越高, 且对市场风险的容忍程度越高, 决策就会越激进, 因此, 其订货量越大.

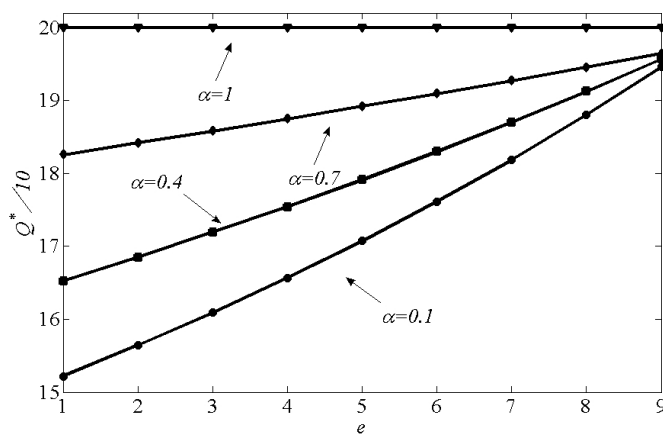


图4 欣喜寻求参数 e 对最优订货量 Q^* 的影响

Fig. 4 The impacts of the elation seeking parameter e on the optimal order quantity Q^*

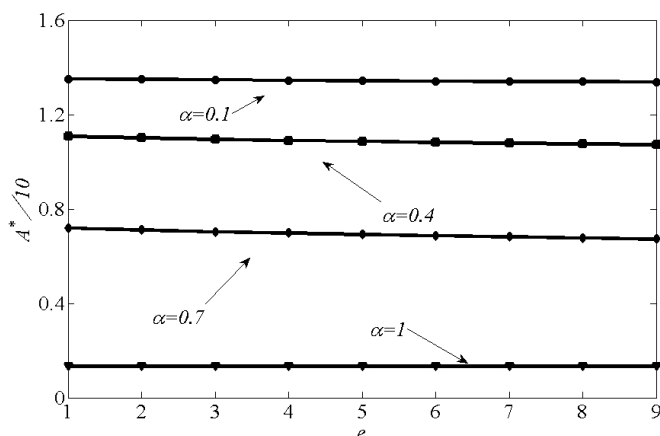
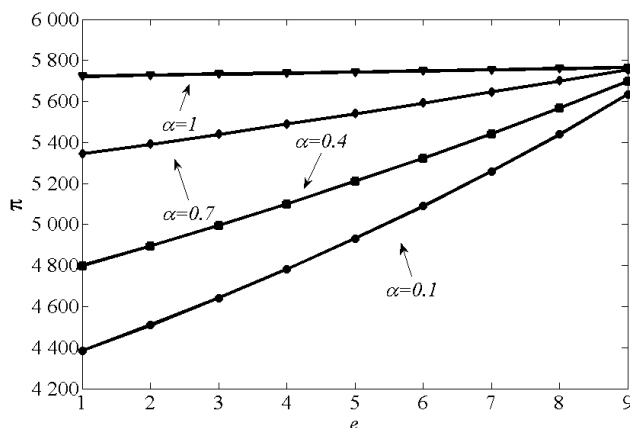


图5 欣喜寻求参数 e 对最优广告努力水平 A^* 的影响

Fig. 5 The impacts of the elation seeking parameter e on the optimal advertising effort level A^*

由图5可知, 当零售商欣喜寻求行为起主导作用时, 零售商的预期收益越低(即参数 α 越小), 最优广告努力水平 A^* 越高; 针对三组不同的心理预期收益($\alpha = 0.1$ 、 $\alpha = 0.4$ 和 $\alpha = 0.7$), 最优广告努力水平 A^* 整体上均随零售商欣喜寻求参数 e 的增大而降低, 针对参数 α 不同的取值, 最优广告努力水平 A^* 随参数 e 的变化幅度均较小. 特别地, 当 $\alpha = 1$ 时, 零售商的预期收益是理论上的最大收益, 因此, 零售商不会感知到欣喜, 此时的最优广告努力水平 A^* 与参数 e 无关. 从图5可以看出: 零售商的欣喜寻求行为会影响零售商的最优广告努力水平, 这是由于零售商的欣喜寻求程度越高, 其对高利润的寻求程度越高, 对投入较大的广告成本越敏感, 因此, 零售商投入的广告努力水平会越低.

由图4和图5可以看出, 当零售商欣喜寻求行为起主导作用时, 零售商的欣喜寻求程度和预期收益均会在不同程度上影响其最优订货量 Q^* 和最优广告努力水平 A^* , 且针对具有不同失望规避程度和预期收益的零售商, 最优决策结果往往不同. 这是由于具有不同欣喜寻求程度的零售商对市场风险的容忍程度、单位收益的激励程度以及对高利润的寻求程度是不同的, 这就使得不同零售商决策的激进或保守程度不同, 进而在最终决策结果上表现出差异. 例如, 具有低预期收益和低欣喜寻求程度的零售商的最优策略会表现出保守决策的特征, 而具有高利润预期和高欣喜寻求程度的零售商的最优策略则会表现出激进决策的特征.

图6 欣喜寻求参数 e 对利润 π 的影响Fig. 6 The impacts of the elation seeking parameter e on the profit π

由图6可以看出,当零售商欣喜寻求行为起主导作用时,零售商的预期收益越低(即参数 α 越小),其利润 π 越小;针对三组不同的心理预期收益($\alpha = 0.1$ 、 $\alpha = 0.4$ 和 $\alpha = 0.7$),利润 π 整体上随其欣喜寻求参数 e 的增大而增大,且参数 α 越小,利润 π 随参数 e 的增大而上升的幅度越大.具体地,当 $\alpha = 0.1$ 时,零售商的利润 π 最小,且随参数 e 的增大而上升的幅度最大;当 $\alpha = 1$ 时,零售商的利润 π 最大,此时零售商不会感知到欣喜,因此,其利润 π 与参数 e 无关.图6表明:零售商欣喜寻求行为会影响零售商的利润,这是由于零售商的欣喜寻求程度越高,其对单位收益的激励程度、高利润的寻求程度以及对市场风险的容忍程度均会越高,决策越激进,因此,零售商的利润会越高.

显然,上述分析结果与零售商在现实中规避失望且寻求欣喜的实际决策结果是相符的,因此,本文的研究成果可用于描述表现出失望规避与欣喜寻求行为特征零售商的决策过程以及用于解释和说明零售商实际决策结果产生的内在机理,并可用于指导过于保守或激进零售商修正其失望规避与欣喜寻求行为的表现程度,为表现出失望规避与欣喜寻求行为的零售商的决策提供指导和建议,具有实际应用的价值.

5 结束语

为解决考虑零售商失望规避与欣喜寻求行为的订货与广告联合决策问题,本文构建了一种订货与广告联合决策模型,通过模型求解确定了使零售商期望效用最大的订货量与广告努力水平,并进一步分析了模型参数对零售商最优决策结果的影响.研究表明,零售商的最优订货量与最优广告努力水平均会受到其预期收益、欣喜寻求和失望规避的影响,且欣喜寻求与失望规避对最优订货量的影响往往相反,对广告努力水平的影响程度也存在差异.因此,在实际的订货与广告联合决策过程中,考虑零售商的失望规避、欣喜寻求和参照依赖行为是必要的.

基于上述分析,可以得到以下重要管理启示:

在进行实际决策之前,零售商应尽量降低其失望规避程度,同时提升其欣喜寻求程度.具体地,零售商可以通过市场调研等手段,准确掌握市场需求信息,分析失望和欣喜产生的原因,采取有效的模拟实验训练方法调整降低零售商失望规避的程度,提升欣喜寻求的程度,并进一步通过权衡失望惩罚与欣喜收益来确定零售商的失望规避参数值和欣喜寻求参数值.此外,在实际的订货与广告联合决策中,具有参照依赖行为特征的零售商应正确对待市场需求的不确定性,加强市场信息的获取,进而提升其心理预期收益值,实现提升实际利润的目标.

与完全理性假设下的研究成果相比,本文将零售商的行为因素引入到订货与广告联合决策分析中,提

供了能够反应零售商实际决策过程的决策结果, 是对完全理性假设下研究成果的拓展; 与已有考虑损失规避等心理行为因素的研究成果相比, 本文从一个新的行为视角构建了零售商订货与广告联合决策模型, 具有理论意义和实践价值. 针对下一步的研究工作, 将主要通过行为实验确定零售商的预期收益参数、失望规避参数和欣喜寻求参数的取值范围, 并尝试给出一种能够确定异质零售商行为参数值的分析方法.

参考文献:

- [1] 周永务, 杨善林. 最优均匀广告与订货策略的联合决策模型. 系统工程学报, 2004, 19(3): 264–269.
Zhou Y W, Yang S L. Joint decision making model for optimal uniform advertisement and order policy. Journal of Systems Engineering, 2004, 19(3): 264–269. (in Chinese)
- [2] 李绩才, 周永务, 钟远光. 基于CVaR准则的Newsboy型商品最优广告费用与订货策略. 系统工程理论与实践, 2012, 32(4): 776–783.
Li J C, Zhou Y W, Zhong Y G. Optimal advertisement cost and order policy for newsvendor-type-merchandise under the CVaR criterion. System Engineering: Theory & Practice, 2012, 32(4): 776–783. (in Chinese)
- [3] 卜祥智, 赵泉午, 黄 庆, 等. 易逝商品最优广告投入与订货策略的博弈分析. 系统工程理论与实践, 2004, 24(11): 100–105.
Bu X Z, Zhao Q W, Huang Q, et al. Game analysis of optimal advertising investment and order policy for perishable goods. System Engineering: Theory & Practice, 2004, 24(11): 100–105. (in Chinese)
- [4] 杨善林, 许广繁, 王晓佳, 等. 随机补货间隔且存货影响销售的变质品EOQ模型. 系统工程学报, 2016, 31(1): 101–110.
Yang S L, Xu G F, Wang X J, et al. EOQ model for deteriorating items with stochastic replenishment interval and stock-dependent selling rate. Journal of Systems Engineering, 2016, 31(1): 101–110. (in Chinese)
- [5] 杜先进, 曹云芳, 何 波, 等. 基于合作竞争策略的特许经营广告决策研究. 系统工程学报, 2015, 30(1): 55–65.
Du X J, Cao Y F, He B, et al. Advertising decisions research based on the cooperation and competition strategy in franchising. Journal of Systems Engineering, 2015, 30(1): 55–65. (in Chinese)
- [6] 曹细玉, 宁宣熙, 覃艳华. 易逝品供应链中的联合广告投入、订货策略与协调问题研究. 系统工程理论与实践, 2006, 26(3): 102–107.
Cao X Y, Ning X X, Tan Y H. Study on jointed advertising investment, order policy and coordination in perishable product's supply chain. System Engineering: Theory & Practice, 2006, 26(3): 102–107. (in Chinese)
- [7] 傅 强, 曾顺秋. 不确定需求下供应链合作广告与订货策略的博弈. 系统工程理论与实践, 2008, 28(3): 56–63.
Fu Q, Zeng S Q. Game analysis of cooperative advertising and ordering strategies in a supply chain under demand uncertainty. System Engineering: Theory & Practice, 2008, 28(3): 56–63. (in Chinese)
- [8] Schweitzer M E, Cachon G P. Decision bias in the newsvendor problem with a known demand distribution: Experimental evidence. Management Science, 2000, 46(3): 404–420.
- [9] Su X M. Bounded rationality in newsvendor models. Manufacturing & Service Operations Management, 2008, 10(4): 566–589.
- [10] 周永务, 肖 旦, 李绩才. 损失规避零售商订货量与广告费用的联合决策. 系统工程理论与实践, 2012, 32(8): 1727–1738.
Zhou Y W, Xiao D, Li J C. Joint decision-making of order quantities and advertising expenditure for loss-averse retailer. System Engineering: Theory & Practice, 2012, 32(8): 1727–1738. (in Chinese)
- [11] Wang C X. The loss-averse newsvendor game. International Journal of Production Economics, 2010, 124(2): 448–452.
- [12] 刘咏梅, 彭 民, 李 立. 基于前景理论的订货问题. 系统管理学报, 2010, 19(5): 481–490.
Liu Y M, Peng M, Li L. A study of order problem based on prospect theory. Journal of Systems & Management, 2010, 19(5): 481–490. (in Chinese)
- [13] Ren Y, Croson R. Overconfidence in newsvendor orders: An experimental study. Management Science, 2013, 59(11): 2502–2517.
- [14] 浦徐进, 诸葛瑞杰. 考虑供应商过度自信和公平关切的供应链双边努力行为研究. 计算机集成制造系统, 2014, 20(6): 1462–1470.
Pu X J, Zhuge R J. Bilateral efforts of supply chains considering supplier's overconfidence and fairness. Computer Integrated Manufacturing System, 2014, 20(6): 1462–1470. (in Chinese)

- [15] 肖迪, 袁敬霞, 鲁其辉. 决策者过度自信视角下考虑质量控制的供应链库存策略. 中国管理科学, 2014, 22(10): 59–65.
Xiao D, Yuan J X, Lu Q H. Supply chain inventory strategy considering quality control under decision-maker overconfidence perspective. Chinese Journal of Management Science, 2014, 22(10): 59–65. (in Chinese)
- [16] Ho T H, Lim N, Cui T H. Reference dependence in multi-location newsvendor models: A structural analysis. Management Science, 2010, 56(11): 1891–1910.
- [17] Bell D. Disappointment in decision making under uncertainty. Operations Research, 1985, 33(1): 1–27.
- [18] Loomes G, Sugden R. Disappointment and dynamic consistency in choice under uncertainty. Review of Economic Studies, 1986, 53(2): 271–282.
- [19] Liu Q, Shum S. Pricing and capacity rationing with customer disappointment aversion. Production and Operations Management, 2013, 22(5): 1269–1286.
- [20] Yang J, Xie J, Deng X, et al. Cooperative advertising in a distribution channel with fairness concerns. European Journal of Operational Research, 2013, 227(2): 401–407.
- [21] Chintagunta P K, Jain D. A dynamic model of channel member strategies for marketing expenditures. Marketing Science, 1992, 11(2): 168–188.
- [22] Desai P S. Advertising fee in business-format franchising. Management Science, 1997, 43(10): 1401–1419.
- [23] Sigue S P, Chintagunta P. Advertising strategies in a franchise system. European Journal of Operational Research, 2008, 198(2): 655–665.

作者简介:

曹兵兵 (1986—), 男, 黑龙江宾县人, 博士生, 研究方向: 行为运作管理, Email: bbcao_neu@163.com;

樊治平 (1961—), 男, 江苏镇江人, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向: 运作管理与决策分析, Email: zpfan@mail.neu.edu.cn;

尤天慧 (1967—), 女, 黑龙江宾县人, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向: 管理决策分析, Email: thyou@mail.neu.edu.cn;

张胡伟 (1989—), 男, 安徽宿州人, 硕士生, 研究方向: 行为运作管理, Email: zhanghuweiahut@163.com.

附录

引理1的证明 依据式(13)可知

$$\frac{\partial E\pi}{\partial z} = -(c-v) \int_M^{z-kA} f(x)dx + (p+s-c) \int_{z-kA}^N f(x)dx, \quad (A.1)$$

$$\frac{\partial^2 E\pi}{\partial z^2} = -(p+s-v)f(z-kA). \quad (A.2)$$

依据式(9)和式(14)可知

$$\frac{\partial E(\pi - \pi_0)_{\varepsilon < z_1}}{\partial z} = -(c-v) \int_M^{z_1} f(x)dx, \quad (A.3)$$

$$\frac{\partial^2 E(\pi - \pi_0)_{\varepsilon < z_1}}{\partial z^2} = -\frac{(c-v)^2}{(1-\alpha)(p-c) + c-v} f(z_1). \quad (A.4)$$

依据式(10)和式(15)可知

$$\frac{\partial E(\pi - \pi_0)_{\varepsilon > z_2}}{\partial z} = (p+s-c) \int_{z_2}^N f(x)dx, \quad (A.5)$$

$$\frac{\partial^2 E(\pi - \pi_0)_{\varepsilon > z_2}}{\partial z^2} = -\frac{(p+s-c)^2}{s+\alpha(p-c)} f(z_2). \quad (A.6)$$

此外, 还可知 $\frac{\partial E\pi_0}{\partial z} = 0$.

依据式(12)、式(A.1)~式(A.6)可知

$$\begin{aligned} \frac{\partial EU}{\partial z} = & (1+e)(p+s-c) \int_{z-kA}^N f(x)dx + (d-e)(p+s-c) \int_{z_2}^N f(x)dx - \\ & (1+e)(c-v) \int_M^{z-kA} f(x)dx - (d-e)(c-v) \int_M^{z_1} f(x)dx, \end{aligned} \quad (A.7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 EU}{\partial z^2} = & -(1+e)(p+s-v)f(z-kA) - \\ & (d-e) \frac{(p+s-c)^2}{s+\alpha(p-c)} f(z_2) - (d-e) \frac{(c-v)^2}{(1-\alpha)(p-c)+c-v} f(z_1). \end{aligned} \quad (A.8)$$

同理可知

$$\frac{\partial E\pi}{\partial A} = -A + (p-v)k \int_M^{z-kA} f(x)dx - sk \int_{z-kA}^N f(x)dx, \quad (A.9)$$

$$\frac{\partial^2 E\pi}{\partial A^2} = -1 - (p+s-v)k^2 f(z-kA), \quad (A.10)$$

$$\frac{\partial E(\pi - \pi_0)_{\varepsilon < z_1}}{\partial A} = \{[(1-\alpha)(p-c) + c-v]k - A\} \int_M^{z_1} f(x)dx, \quad (A.11)$$

$$\frac{\partial^2 E(\pi - \pi_0)_{\varepsilon < z_1}}{\partial A^2} = -\frac{\{[(1-\alpha)(p-c) + c-v]k - A\}^2}{(1-\alpha)(p-c) + c-v} f(z_1), \quad (A.12)$$

$$\frac{\partial E(\pi - \pi_0)_{\varepsilon > z_2}}{\partial A} = -\{[s + \alpha(p-c)]k + A\} \int_{z_2}^N f(x)dx, \quad (A.13)$$

$$\frac{\partial^2 E(\pi - \pi_0)_{\varepsilon > z_2}}{\partial A^2} = -\frac{\{[s + \alpha(p-c)]k + A\}^2}{s + \alpha(p-c)} f(z_2). \quad (A.14)$$

此外, 还可知 $\frac{\partial E\pi_0}{\partial A} = \alpha(p-c)k$ 和 $\frac{\partial^2 E\pi_0}{\partial A^2} = 0$.

依据式(12)、式(A.9)~式(A.14)可知

$$\begin{aligned} \frac{\partial EU}{\partial A} = & -e\alpha(p-c)k - (d-e) \{[s + \alpha(p-c)]k + A\} \int_{z_2}^N f(x)dx + \\ & (1+e) \left[(p-v)k \int_M^{z-kA} f(x)dx - sk \int_{z-kA}^N f(x)dx - A \right] + \\ & (d-e) \{[(1-\alpha)(p-c) + c-v]k - A\} \int_M^{z_1} f(x)dx, \end{aligned} \quad (A.15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 EU}{\partial A^2} = & -(1+e) \left\{ 1 + (p+s-v)k^2 f(z-kA) \right\} - \\ & (d-e) \frac{\{[(1-\alpha)(p-c) + c-v]k - A\}^2}{(1-\alpha)(p-c) + c-v} f(z_1) - \\ & (d-e) \frac{\{[s + \alpha(p-c)]k + A\}^2}{s + \alpha(p-c)} f(z_2). \end{aligned} \quad (A.16)$$

显然, 由式(A.8)和式(A.16)可知, $\frac{\partial^2 EU}{\partial A^2} \leq 0$ 和 $\frac{\partial^2 EU}{\partial z^2} \leq 0$, 据此可知, 零售商的期望效用函数既是关于广告努力水平的凹函数, 又是关于订货因子的凹函数. 证毕.

定理1的证明 求零售商效用函数EU针对变量 z 和 A 的混合偏导数, 即

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 EU}{\partial z \partial A} &= \frac{\partial^2 EU}{\partial A \partial z} = (1+e)(p+s-v)kf(z-kA) + \\ &\quad (d-e)\frac{(c-v)\{[(1-\alpha)(p-c)+c-v]k-A\}}{(1-\alpha)(p-c)+c-v}f(z_1) + \\ &\quad (d-e)\frac{(p+s-c)\{[(s+\alpha(p-c))k+A]\}}{s+\alpha(p-c)}f(z_2).\end{aligned}\quad (\text{A.17})$$

依据式(A.8)、式(A.16)和式(A.17), 可确定海塞矩阵为

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 EU}{\partial z^2} & \frac{\partial^2 EU}{\partial A \partial z} \\ \frac{\partial^2 EU}{\partial z \partial A} & \frac{\partial^2 EU}{\partial A^2} \end{bmatrix}.\quad (\text{A.18})$$

依据式(A.8), 可知 $\frac{\partial^2 EU}{\partial z^2} < 0$; 由于

$$\begin{aligned}\det(H) &= [A - (1-\alpha)(p-c)k]^2 \frac{(1+e)(d-e)(p+s-v)f(z_1)f(z-kA)}{(1-\alpha)(p-c)+c-v} + \\ &\quad [A - (1-\alpha)(p-c)k]^2 \frac{(1+e)(d-e)(p+s-v)f(z_2)f(z-kA)}{s+\alpha(p-c)} + \\ &\quad [A - (1-\alpha)(p-c)k]^2 \frac{(d-e)^2(p+s-v)^2 f(z_1)f(z_2)}{[(1-\alpha)(p-c)+c-v][s+\alpha(p-c)]}.\end{aligned}\quad (\text{A.19})$$

显然, $\det(H) > 0$. 由此可知, 海塞矩阵为负定, 则EU是针对变量 z 和 A 为联合凹函数, 即存在唯一联合最优解 (z^*, A^*) 使得零售商期望效用达到最大. 若分别令 $\frac{\partial EU}{\partial z} = 0$ 和 $\frac{\partial EU}{\partial A} = 0$, 可得式(16). 在此基础上, 依据 $Q^* = a - bp^* + z^*$, 可以求得一组订货量和广告努力水平. 若求得的广告努力水平满足 $\underline{A} < A \leq \tilde{A}$, 则这组订货量和广告努力水平为零售商的最优订货量和最优广告努力水平. 证毕.