

耐用品垄断企业产品质保服务和延保服务研究

谭德庆¹, 王艳^{1,2*}, 张翔²

(1. 西南交通大学经济管理学院, 四川 成都 610031;

2. 四川建筑职业技术学院经济管理系, 四川 德阳 618000)

摘要: 基于质保服务和延保服务均影响耐用品的市场需求, 分析了耐用品垄断企业的利润最大化问题, 构建了同时考虑产品质保服务和延保服务的动态定价模型, 给出了产品价格的最优控制策略和延保服务的最优定价策略, 讨论了延保服务价格对产品最优定价和销售量的影响机理, 并在产品价格和延保服务价格均是最优策略的条件下, 分析质保期和延保期之间的关联关系. 研究表明, 延保价格在不同范围内对产品最优定价和销售量的影响不同; 产品的故障率、延保期和维修成本对最优延保价格的影响特征不同; 在耐用品和延保服务最优定价情况下, 质保期和延保期之间具有不同的特征关系.

关键词: 耐用品; 质保服务; 延保服务; 最优值原理

中图分类号: F272.3

文献标识码: A

文章编号: 1000-5781(2019)04-0459-10

doi: 10.13383/j.cnki.jse.2019.04.003

Research on product warranty service and extended warranty service for durable goods monopoly enterprise

Tan Deqing¹, Wang Yan^{1,2*}, Zhang Xiang²

(1. School of Economics and Management, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China;

2. Department of Economic and Management, Sichuan College of Architectural Technology, Deyang 618000, China)

Abstract: Based on warranty service and extended warranty service affecting the demand of durable goods, a dynamic pricing model aimed at solving the profit maximization problem of durable goods monopoly enterprise is developed, enabling the optimal controlling strategy of product price and the optimal pricing strategy of extended warranty service to be depicted. And discussing the mechanism of extended warranty service price influencing on the optimal pricing and product sales, the relationship between warranty period and extended warranty period is analyzed under the condition of the optimal product price and optimal extended warranty service. The results show that the optimal product price and sales is differently affected by the extended price when it changes in different ranges; Product fault rate, extended warranty period and maintenance cost differently influence the optimal extended warranty price; And in the different circumstance, the relationship is not the same between the warranty period and extended warranty period. Finally, numerical examples are used to verify the reasonability of the results.

Key words: durable goods; warranty service; extended warranty service; maximum principle

收稿日期: 2016-04-22; 修订日期: 2016-10-13.

基金项目: 国家社会科学基金资助项目(15CJY033).

*通信作者

1 引言

质保服务越来越受到企业的重视,尤其是使用周期长且价值高的耐用品.消费者在购买耐用品时,不仅关注产品本身的质量,更关心产品使用过程中企业提供的售后服务情况.产品质保期是消费者衡量产品质量和售后服务状况的重要指标.消费者购买产品时无法直接观测到产品的质量水平,可以借助质保服务的期限来判断产品的质量.如消费者普遍认为大众品牌的汽车发动机质量水平较高,数据显示大众汽车发动机的质保期为6万公里或者两年,而福特牌汽车的发动机质保期为3万公里或使用两年时间.然而企业提供的质保期越长,其未来产生的维修费用也会越高.另外像汽车和家电这样的耐用品,产品质保期相对于其生命周期而言是“很短”的,超过质保期后产品不可避免地将要面临维修保养问题,这对消费者来说是一笔不小的费用.

针对上述情况,耐用品企业开始推出延保服务.所谓延保服务就是消费者需要支付一定的费用购买超出质保期后一段时间内的质保服务,实质是有偿延长质保期.对于消费者而言,购买延保服务可以节约质保期内不确定的、高昂的产品维修费用;而对于企业来说,收取延保服务费用可以增加已售产品的利润.延保服务拥有广阔的市场,目前国内外很多耐用品企业已推出延保服务,如苹果、联想、海尔等企业向消费者提供延长质保期的服务,其中联想Lenovo系列的电脑质保期是2年,消费者支付299元可以享受延长1年的原厂质保服务;而价格相当的ThinkPad某系列电脑质保期是1年,消费者若要获得延长1年的质保服务需要支付499元(数据来自京东商城).通过比较发现,耐用品企业有关产品价格、质保期、延保服务价格以及延保期等因素的决策存在相互影响.

学者们从不同角度研究了产品价格、质保服务和延保服务问题,主要文献可分为以下两个方面:一是产品定价和质保期问题研究;二是延保服务问题研究.关于产品定价和质保期问题最经典的研究应是Glickman等^[1]假设产品需求随质保期和价格呈指数变化,讨论了产品价格和质保期的联合决策问题.Manna^[2]在Glickman研究基础上,建立了制造商利润最大化的数学模型,研究不同质保策略下的产品价格和质保期决策问题.Lin等^[3]假设产品需求与价格、质保期和累计销量有关,构建了产品需求的动态微分方程,分析了产品寿命分别为指数分布、正态分布和韦伯分布等情况下产品动态定价和质保期联合决策问题,但并没有考虑产品故障率对产品更换量的影响.Wu等^[4]假设产品发生故障是随机的且服从正态分布,讨论了免费更换质保策略下产品的最优价格和质保期决策问题.Zhou等^[5]在产品寿命周期固定情形下,分别讨论了固定质保期和可变质保期情况下的产品最优动态定价问题,分析过程中仍然没有考虑产品的故障率.近些年随着服务市场的兴起,学者们开始关注质保期和售后服务质量问题.如王轩等^[6,7]研究了在静态市场中重复购买情形下的产品质保期和产品价格的联合决策问题,又在此基础上,构建了考虑维修服务质量情况下产品价格和产品质保期的联合决策模型,讨论了厂商在静态市场和动态市场下的最优策略问题,本文借鉴了其对产品故障率的定义.Josa等^[8]利用实证研究方法分析了美国汽车行业产品质量和服务竞争问题,指出服务属性(质保期和售后服务质量)影响产品的市场需求,验证了服务属性和产品质量的替代或者补充作用;不考虑企业在质保期期间支付的维修成本,得出对于质量较低的产品,质保期和售后服务质量对产品需求的影响更加明显.何平等^[9]将质保期引入到两制造商销售同类产品的竞争问题中,考虑不同情形下厂商的利润变化和质保期决策.综上所述,学者们主要研究不同条件下产品价格和质保期的联合决策、质保期以及售后服务质量等问题,但对于企业提供延保服务情况下,产品价格与延保服务价格的决策、质保期与延保期相互影响等问题的研究尚未见到.

目前有关延保服务的研究主要集中在对延保服务策略及延保服务提供模式的讨论.Bouguerra等^[10]基于产品故障率,建立不同维修策略下的延保决策模型,分析产品的延保问题.Jack等^[11]建立了消费者可以选择延保起止时间的模型,进一步分析厂商的最优定价策略.Li等^[12]研究了制造商和零售商分别提供延保服务的情况下,产品的最优延保时间和延保费用问题.Jiang等^[13]着重研究了零售商提供延保服务对制造商免

费保修服务的影响。Cohen等^[14]通过构建产品生命周期模型,分析竞争环境下产品和延保服务定价决策,但没有考虑质保期对延保期的影响问题。马建华等^[15]考虑存在延保服务情况下,分析产品价格和延保服务对供应链的纵向渠道结构选择的影响。聂佳佳等^[16]从产品质量影响延保成本的角度,主要研究产品质量变化时制造商延保服务的决策如何变化。严帅等^[17]在价格和质保期共同影响产品需求的情况下,讨论了制造商和零售商基于收益共享契约和质保成本共担契约,分别提供质保服务的供应链协调问题。易余胤等^[18]基于网络外部性影响产品需求和延保服务需求的情形下,研究网络外部性对产品定价、延保服务定价和延保服务质量决策的影响。这些文献都为本文有关质保服务和延保服务的探索提供了很好的参考。综上,已有文献均在不同条件下研究了延保服务及其提供模式问题,而未见将产品的质保服务与延保服务综合考虑的研究成果。

产品延保服务的实质是产品质保服务在时间上的延续。目前,很多制造企业在销售产品时不仅提供必需的质保服务,还提供由消费者付费的延保服务。此时,企业关于产品价格和有偿延保服务的价格、产品质保期和延保期的决策,不仅影响产品需求,还影响企业利润。本文以耐用品垄断企业为研究对象,假设耐用品发生故障服从指数分布情况下,通过构建动态需求模型,利用最优控制原理分析产品价格和延保服务价格决策、分析质保期与延保期的关系以及相关因素对其影响等问题。研究发现,若延保价格低于最优延保价格,耐用品销售量与延保价格呈正比例变化,耐用品价格与延保价格呈反比例变化,反之,则相反;最优延保价格受产品故障率、质保期和维修成本的影响变化趋势不同,并且满足不同条件下,质保期和延保期显示不同特征关系。所做研究可以为耐用品制造企业实施有偿延保服务的营销策略提供理论参考。

2 耐用品需求模型和最优价格策略

企业推出的有偿延保服务影响着产品的价格和市场需求,进而影响利润。延保服务的价格和延保期的设置也将影响企业有关产品质保期的设定。实际中,故障率是决定产品使用过程中发生故障可能性的关键因素。在质保期和延保期固定情况下,故障率越低表明产品质量水平越高,产品发生故障的可能性越低,企业在质保期和延保期内需要更换或者维修故障产品的比例越低,需要承担的维修费用也就越少,变相增加利润;反之,企业维修费用增加,利润减少。由于消费者购买产品时无法获知产品故障率等信息,耐用品企业往往将质保服务和延保服务作为营销手段传递产品的质量信息。如海尔的售后服务一直是家电行业内的领导者,由此也赢得了消费者对海尔产品质量的认可。海尔空调提供6年期限全国联保的质保服务,而TCL品牌空调的质保期是3年。还有一汽大众在2015年推出覆盖高尔夫、迈腾、速腾和CC车型系列的延保服务。这表明质保服务和延保服务作为营销手段影响着产品的销售量和价格进而影响企业利润。

耐用品的市场需求主要受产品价格和已售出产品数量的影响,本文建立动态的产品需求模型,研究耐用品企业的动态定价问题。借鉴Xie^[19]和Teng^[20]构建耐用品动态需求模型的方法,若产品潜在的总需求为 a , t 时刻之前已经销售出的产品数量即累计销量为 $x(t)$ 、产品价格为 $p(t)$, t 时刻产品的需求函数为 $D(t)$ 且 $\dot{x}(t) = D(t) = a - x(t) - bp(t)$,其中 $b > 0$ 为产品价格对市场需求的系数。耐用品企业利润主要由三部分组成包括销售产品所得、支付质保期和延保期内的维修费用、消费者支付的延保服务费用所得。产品故障率越高、质保期和延保期越长、单位产品维修成本越高,耐用品企业在质保期和延保期需支付的维修费用越高,延保服务的价格也越高,此时消费者购买延保服务的意愿将下降。针对以上情况,在企业利润最大化的前提下,本文利用最优控制原理对耐用品企业产品定价和延保服务定价进行动态分析。

假设1 耐用品的质保期为 t_w ,即 t 时刻购买产品的消费者,在 $[t, t + t_w]$ 内免费享受企业提供的质保服务。

假设2 耐用品垄断企业还向消费者提供有偿延保服务。消费者在购买产品时只需支付固定费用即可享受产品质保期过后一定时间内的质保服务,设消费者支付费用 p_l 可购买的延保服务的期限为 t_l 。

假设3 耐用品使用过程中发生故障是随机的,且服从于参数为 λ 的指数分布,即故障时间的累积分布为 $F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$,其中 λ 为耐用品的故障率、 t 为使用时间。对于 t 时刻出售的耐用品而言,产品在

质保期 t_w 时间内即在 $[t, t + t_w]$ 内使用时可能维修的比例为 $\theta_1 = \int_t^{t+t_w} \lambda e^{-\lambda(\tau-t)} d\tau$, 产品在延保期 t_l 内即在 $[t + t_w, t + t_w + t_l]$ 内使用时可能维修的比例为 $\theta_2 = \int_{t+t_w}^{t+t_w+t_l} \lambda e^{-\lambda(\tau-t)} d\tau$, 其中 λ 为产品故障率、 τ 为使用时间; 使用时间超过延保期可能维修的比例为 $\theta_3 = 1 - \theta_1 - \theta_2$.

假设4 延保服务的需求不会超过产品市场销售量. 假设在 t 时刻购买耐用品的消费者中有 l 比例的消费者选择支付 p_l 购买延保服务. 由于购买延保服务的消费者比例 l 与延保服务价格 p_l 有关, 参考Li等^[12]对延保服务需求的定义, 不妨设购买延保服务的消费者比例与延保服务价格的关系为 $l = 1 - rp_l$, 其中 r 为延保服务价格对购买比例的影响系数.

假设5 产品每次维修发生的人工、材料等平均成本是常数, 即企业支付的平均单位维修成本为 c .

不失一般性, 在不影响结论的情况下, 假设耐用品垄断企业的固定生产成本和变动成本均为零. 在产品价格为 $p(t)$ 、维修成本为 c 及折扣因子为 ρ 时, 耐用品垄断企业在决策期间内的优化问题为

$$\text{Max } \pi = \int_0^T e^{-\rho t} (a - x(t) - bp(t)) [p(t) - c\theta_1 + (p_l - c)l\theta_2 + p_l l\theta_3] dt, \quad (1)$$

$$\text{s.t. } \begin{cases} \dot{x}(t) = a - x(t) - bp(t), \\ x(0) = x_1 \geq 0, \end{cases} \quad (2)$$

其中 T 为耐用品垄断企业的决策期, x_1 为 $t = 0$ 时的销售量即初始值.

耐用品垄断企业利润最大化的哈密顿函数为

$$H = (a - x(t) - bp(t)) [p(t) - c\theta_1 + (p_l - c)l\theta_2 + p_l l\theta_3] + u(a - x(t) - bp(t)), \quad (3)$$

其中 u 为协状态变量.

根据最大值原理有

$$\begin{cases} \dot{x} = a - x - bp, \\ \dot{u} = \rho u - \frac{\partial H}{\partial x} = (\rho + 1)u + p(t) + (p_l - c)l\theta_2 + p_l l\theta_3 - c\theta_1. \end{cases} \quad (4)$$

耐用品垄断企业若要实现利润最大化, 耐用品最优价格 p^* 和延保服务最优价格 p_l^* 应使 H 达到最大, 即应当满足最优化一阶必要条件

$$\frac{\partial H}{\partial p} = a - 2bp(t) - x(t) - b[(p_l - c)l\theta_2 + p_l l\theta_3 - c\theta_1] - bu = 0,$$

$$\frac{\partial H}{\partial p_l} = (a - bp(t) - x(t))[(1 - 2rp_l + rc)\theta_2 + (1 - 2rp_l)\theta_3] = 0.$$

求解以上方程组, 可求得最优价格、最优延保价格、最优销售量和最优状态轨线分别为

$$p^*(t) = \frac{[bw + (1 - A)e^{-At}(a - x_1 - bw)]}{b}, \quad (5)$$

$$p_l^* = \frac{1 - \theta_1 + rc\theta_2}{2r(1 - \theta_1)}, \quad (6)$$

$$D(t) = Ae^{-At}(a - x_1 - bw), \quad (7)$$

$$x(t) = (a - bw) - e^{-At}(a - x_1 - bw), \quad (8)$$

其中 $\theta_1 = 1 - e^{-\lambda t_w}$, $\theta_2 = e^{-\lambda t_w}(1 - e^{-\lambda t_l})$, $\theta_3 = e^{-\lambda(t_w+t_l)}$, $A = (\sqrt{\rho^2 + 2\rho} - \rho)/2$ 且 $\rho > 0$, $w = \theta_1 c - (1 - rp_1)(p_l - \theta_1 p_l - \theta_2 c)$.

另外, 由于消费者购买延保服务的比例为 $l = 1 - rp_l$, 耐用品企业在以 p_l^* 的价格提供延保服务时, 须满足 $rc(1 - e^{-\lambda t_l}) < 1$ 才会有消费者购买延保服务即 $l > 0$, 否则消费者不会购买延保服务. 因此, 下面有关最

延保价格的讨论均是在 $rc(1 - e^{-\lambda t_l}) < 1$ 的条件下展开.

3 延保价格对耐用品最优定价和销售量的影响分析

通过分析耐用品最优价格 $p^*(t)$ 和最优延保服务价格 p_l^* , 发现延保服务的最优价格不受耐用品销售价格的影响, 但是延保价格会影响耐用品的最优价格. 从这个结果和现实角度来看, 延保价格主要取决于企业所提供延保服务的质量、产品的维修成本及耐用品在延保期期间发生故障的次数, 而耐用品的价格主要受市场需求、生产成本以及维修成本的影响. 若耐用品的质量不高, 在质保期和延保期内发生故障的次数较多, 厂商的维修费用也会增加. 此时厂商就可以通过降低耐用品价格, 同时向消费者提供有偿延保服务, 来提高耐用品的市场需求量, 进而获得更多利润. 若耐用品的质量较高, 耐用品的价格也就比较高, 市场需求量较少, 厂商可以通过提供较好的质保服务和延保服务, 提高耐用品的市场影响力, 从而增加耐用品的需求量. 根据式(7)和式(5)来讨论延保服务价格如何影响耐用品在 t 时刻的销售量 $D(t)$ 和最优价格 $p^*(t)$. t 时刻下耐用品的销售量 $D(t)$ 和最优价格 $p^*(t)$ 关于延保服务价格 p_l 的一阶导数分别为

$$\frac{\partial D(t)}{\partial p_l} = \frac{\partial D(t)}{\partial w} \frac{\partial w}{\partial p_l} = -Abe^{-At} \frac{\partial w}{\partial p_l}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial p^*(t)}{\partial p_l} = \frac{\partial p^*(t)}{\partial w} \frac{\partial w}{\partial p_l} = (1 - (1 - A)e^{-At}) \frac{\partial w}{\partial p_l}. \quad (10)$$

由于 $w = \theta_1 c - (1 - rp_1)(p_l - \theta_1 p_l - \theta_2 c)$, 所以

$$\frac{\partial w}{\partial p_l} = -(1 - \theta_1)(1 - 2rp_l) - \theta_2 rc. \quad (11)$$

通过分析式(11), 当 $p_1 = \frac{1 - \theta_1 + rc\theta_2}{2r(1 - \theta_1)}$, 即 $p_l = p_l^*$ 时, $\frac{\partial w}{\partial p_l} = 0$; 当 $p_l^* \leq p_l \leq 1/r$ 时, $\frac{\partial w}{\partial p_l} \geq 0$; 当 $0 < p_l < p_l^*$ 时, $\frac{\partial w}{\partial p_l} < 0$.

根据前面假设可知 $A > 0$, 因此若 $0 < p_l < p_l^*$, $\frac{\partial D(t)}{\partial p_l} > 0$; $p_l^* \leq p_l \leq 1/r$ 时, $\frac{\partial D(t)}{\partial p_l} \leq 0$. 由于 $0 < A = (\sqrt{\rho^2 + 2\rho} - \rho)/2 \leq 1$, 所以 $1 - (1 - A)e^{-At} \geq 0$. 因此, 若 $0 < p_l < p_l^*$, $\frac{\partial p^*(t)}{\partial p_l} < 0$; 若 $p_l^* \leq p_l \leq 1/r$ 时, $\frac{\partial p^*(t)}{\partial p_l} \geq 0$.

综上讨论可知, 延保服务价格对耐用品销售量和最优定价的影响与最优延保定价有关. 当耐用品企业的延保定价低于最优延保价格时, 延保定价越高, 耐用品最优定价越低, 耐用品的销售量也会增加; 当耐用品企业延保定价高于最优价格时, 延保定价越高, 耐用品最优定价越高, 而耐用品的销售量将会减少. 因此, 耐用品企业可以实施耐用品和延保服务的联合定价策略, 以获得最优利润, 并有如下结论.

结论1 延保定价影响着耐用品最优定价, 但耐用品最优定价不影响延保定价; 当延保定价低于最优延保价格时, 耐用品销售量随着延保定价的提高而增加, 而耐用品最优定价会随着延保定价的提高而降低; 当延保定价高于最优延保价格时, 耐用品销售量随着延保定价的提高而减少, 而耐用品最优定价会随着延保定价的提高而提高.

4 延保价格和延保期分析

耐用品企业以最优价格 p_l^* 向消费者提供期限为 t_l 的延保服务, 将 $\theta_1 = 1 - e^{-\lambda t_w}$, $\theta_2 = e^{-\lambda t_w}(1 - e^{-\lambda t_l})$

代入 p_l^* ,可以得到

$$p_l^* = \frac{1 + rc(1 - e^{-\lambda t_l})}{2r}. \quad (12)$$

从式(12)中可以发现, 延保服务价格与耐用品的质保期 t_w 长短无关, 但与延保期 t_l 、单位维修成本 c 和耐用品的故障率 λ 有关. 对此, 下面分析延保期、单位维修成本和耐用品故障率对最优延保服务价格的影响. 求式(12)关于 t_l 、 c 和 λ 的一阶导数和二阶导数

$$\frac{\partial p_l^*}{\partial c} = \frac{1}{2}(1 - e^{-\lambda t_l}), \quad (13)$$

$$\frac{\partial p_l^*}{\partial t_l} = \frac{c}{2}\lambda e^{-\lambda t_l}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 p_l^*}{\partial t_l^2} = -\frac{c\lambda^2}{2}e^{-\lambda t_l}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial p_l^*}{\partial \lambda} = \frac{c}{2}t_l e^{-\lambda t_l}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial^2 p_l^*}{\partial \lambda^2} = -\frac{ct_l^2}{2}e^{-\lambda t_l}. \quad (17)$$

根据前面的假设易知 $\frac{\partial p_l^*}{\partial c} > 0$, $\frac{\partial p_l^*}{\partial t_l} > 0$, $\frac{\partial p_l^*}{\partial \lambda} > 0$, 即最优延保价格随着单位维修成本、延保期和耐用品故障率的增加而提高; 但 $\frac{\partial^2 p_l^*}{\partial t_l^2} < 0$, $\frac{\partial^2 p_l^*}{\partial \lambda^2} < 0$, 这表明延保价格的增加速度随着延保期和故障率增加而不断降低. 因此有下列结论.

结论2 耐用品企业对延保服务的最优定价与耐用品的单位维修成本、延保期和产品故障率呈正比例变化且与延保期和故障率具有凹形增加的特征.

若耐用品企业以最优的延保服务价格提供延保服务, 产品的单位维修成本和故障率又将如何影响企业有关延保期的决策. 下面针对这两个因素对延保期的影响进行讨论. 根据式(12)可得

$$t_l = -\frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{1}{rc} + 1 - \frac{2}{c}p_l^*\right). \quad (18)$$

在以最优延保价格 p_l^* 提供延保服务时, 求式(18)关于维修成本 c 的一阶导数

$$\frac{\partial t_l}{\partial c} = \frac{1 - 2rp_l^*}{\lambda t(1 + rc - 2rp_l^*)}. \quad (19)$$

根据式(18)可知为了保证延保期 $t_l \geq 0$, 须有 $0 < (1 + rc - 2rp_l^*) \leq rc$, 即 $2rp_l^* > 1$ 成立, 所以 $\frac{\partial t_l}{\partial c} > 0$. 又因为, 企业在以最优延保价格 p_l^* 提供延保服务时, 维修成本须满足 $c < 1/(r(1 - e^{-\lambda t_l}))$ 消费者才愿意购买延保服务. 因此, 在 $c < 1/(r(1 - e^{-\lambda t_l}))$ 的条件下, 维修成本越高, 延保期越短.

同理, 求式(18)关于耐用品故障率 λ 的一阶导数

$$\frac{\partial t_l}{\partial \lambda} = \frac{1}{\lambda^2}(\ln(1 + rc - 2rp_l^*) - \ln(rc)). \quad (20)$$

根据前面的分析, 有 $0 < (1 + rc - 2rp_l^*) \leq rc$ 成立, 所以 $\frac{\partial t_l}{\partial \lambda} < 0$. 企业在以最优延保价格提供延保服务时, 产品的故障率越高, 耐用品企业所提供的延保期越短. 实际中, 若产品故障率较高, 企业在质保期和延保期内的维修费用将会增加, 企业缩短延保期以获取更多利润. 这表明耐用品企业可以根据产品的故障率来设置延保期的期限. 根据以上分析, 有如下结论.

结论3 在单位维修成本满足 $c < 1/(r(1 - e^{-\lambda t_l}))$ 和延保服务最优定价情况下, 延保期随着维修成本的增加而缩短, 延保期与产品故障率具有反比例变化的特征.

5 质保期和延保期关系分析

若耐用品企业在 t 时刻以最优价格 $p^*(t)$ 销售耐用品, 耐用品的质保期为 t_w , 并以最优的延保价格 p_l^* 提供期限为 t_l 的延保服务. 此时, 耐用品企业有关耐用品的质保期和延保期的决策具有一定的关联性. 在耐用品销售价格和延保价格最优的情况下, 根据式(5)可得质保期

$$t_w = -\frac{1}{\lambda} \ln \frac{bc - bp^*(t) + (a - bc - x_1)(1 - A)e^{-At}}{(1 - (1 - A)e^{-At})bB}, \quad (21)$$

其中 $B = (1 - rp_l^*)(p_l^* + c(1 - e^{-\lambda t_l})) + c$.

延保期 t_l 可用式(18)表示, 则质保期和延保期的关系可用两者之差表示

$$t_w - t_l = -\frac{1}{\lambda} \ln \frac{rc[bc - bp^*(t) + (a - bc - x_1)(1 - A)e^{-At}]}{(1 + rc - 2rp_l^*)(1 - (1 - A)e^{-At})bB}. \quad (22)$$

在式(22)中令 $E = \frac{[bc - bp^*(t) + (a - bc - x_1)(1 - A)e^{-At}]}{(1 + rc - 2rp_l^*)(1 - (1 - A)e^{-At})}$, 所以 $t_w - t_l = -\frac{1}{\lambda} \ln \frac{rcE}{bB}$. 又因 $\lambda > 0$, 若 $bB = rcE$, 质保期 t_w 和延保期 t_l 相等; 若 $bB < rcE$, 则质保期 t_w 比延保期 t_l 短; 若 $bB > rcE$, 则质保期 t_w 比延保期 t_l 长. 因此, 下面讨论质保期和延保期的关系即可转化为比较 bB 与 rcE 的大小. 令 $Y = bB - rcE$ 并将 B 的表达式代入可得

$$Y = bp_l^*(1 - rp_l^*) + bc(1 - e^{-\lambda t_l})(1 - rp_l^*) + bc - rcE. \quad (23)$$

在耐用品销售价格和延保服务价格均最优的情况下, 延保期 t_l 需要满足 $c < 1/(r(1 - e^{-\lambda t_l}))$ 的条件, 消费者才会购买, 否则消费者不会购买延保服务. 对式(23)整理可得: 若 $\frac{rcE - bc - bp_l^*(1 - rp_l^*)}{b(1 - rp_l^*)} < \frac{1}{rc}$, 在 $(1 - e^{-\lambda t_l}) < \frac{rcE - bc - bp_l^*(1 - rp_l^*)}{b(1 - rp_l^*)}$ 的条件下, $Y = bB - rcE < 0$, 即 $t_w < t_l$; 在 $\frac{rcE - bc - bp_l^*(1 - rp_l^*)}{b(1 - rp_l^*)} \leq (1 - e^{-\lambda t_l}) < \frac{1}{rc}$ 的条件下, $Y = bB - rcE \geq 0$, 即 $t_w \geq t_l$; 若 $(1 - e^{-\lambda t_l}) < \frac{1}{rc} < \frac{rcE - bc - bp_l^*(1 - rp_l^*)}{b(1 - rp_l^*)}$, $Y = bB - rcE < 0$, 即 $t_w < t_l$. 这表明耐用品销售价格与延保服务价格最优情况下, 耐用品的故障率 λ 、产品单位维修成本 c 及延保价格的影响系数 r 共同影响着产品的质保期与延保期之间的关系. 由此得到下列结论.

结论4 在耐用品销售价格与延保服务价格最优, 耐用品的故障率 λ , 单位维修成本 c 和延保价格的影响系数 r 满足不同条件, 耐用品企业所确定的产品质保期和延保期具有如下特征. 当满足 $\frac{rcE - bc - bp_l^*(1 - rp_l^*)}{b(1 - rp_l^*)} < \frac{1}{rc}$ 时, 若 $(1 - e^{-\lambda t_l}) < \frac{rcE - bc - bp_l^*(1 - rp_l^*)}{b(1 - rp_l^*)}$, 耐用品企业确定的质保期限比延保期限短; 若 $\frac{rcE - bc - bp_l^*(1 - rp_l^*)}{b(1 - rp_l^*)} < (1 - e^{-\lambda t_l}) < \frac{1}{rc}$, 耐用品企业所确定的质保期限应比延保期限长; 若 $(1 - e^{-\lambda t_l}) = \frac{rcE - bc - bp_l^*(1 - rp_l^*)}{b(1 - rp_l^*)}$, 耐用品企业所确定的质保期与延保期相等. 若满足 $(1 - e^{-\lambda t_l}) < \frac{1}{rc} < \frac{rcE - bc - bp_l^*(1 - rp_l^*)}{b(1 - rp_l^*)}$ 的条件, 耐用品企业确定的质保期比延保期短.

根据结论4, 实际中汽车或电脑等耐用品生产企业应综合考虑产品的故障率、单位维修成本和延保价格的影响系数, 设置合理的质保期和延保期以获取最优利润.

6 数值算例

本部分通过数值分析进一步验证以上所得结论, 如延保价格的变化对耐用品的最优定价和销售量的影

响;耐用品故障率 λ 、维修成本 c 和延保期 t_l 发生变化时,耐用品的最优延保价格如何变化;以及耐用品企业在以最优价格提供延保服务情况下,维修成本 c 和故障率 λ 对延保期的影响.质保期和延保期的关系可以根据前面的分析推导得出,本部分没有进行分析.在进行分析时,考察销售时点为 $t = 1$,令折现因子 $\rho = 1$,质保期 $t_w = 0.3$,产品价格的影响系数 $b = 0.6$,延保服务价格的影响系数 $r = 0.4$.同时,在考虑其他因素的影响时,非考察因素为固定值.当为非考察因素时 $\lambda = 0.2, t_l = 0.1, c = 0.5$.通过分析,考察因素对相应变量的影响关系如图1、图2和图3所示.

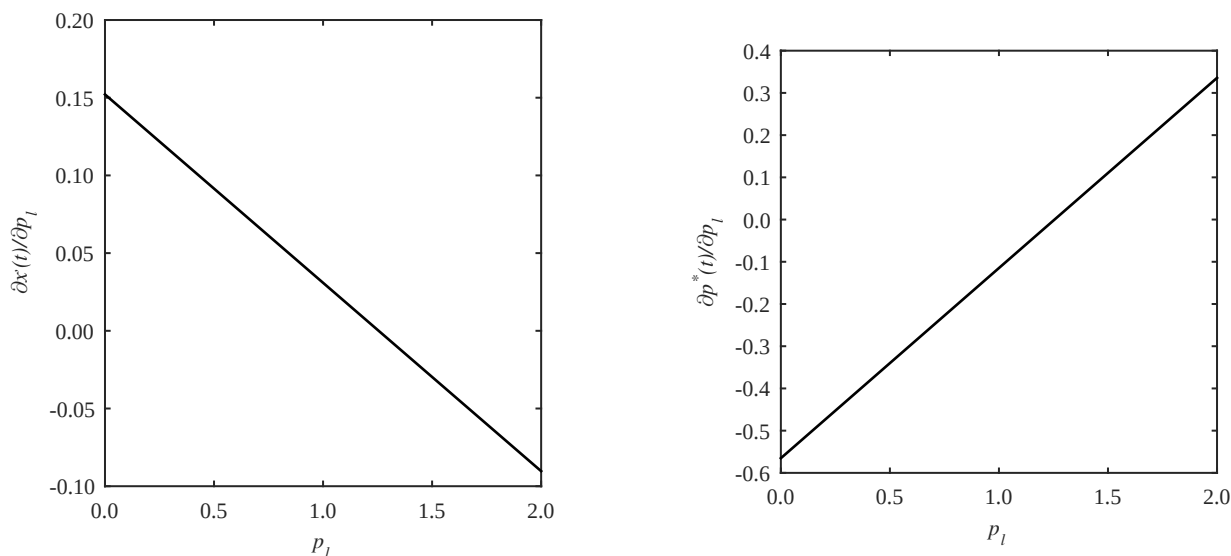


图1 延保价格对耐用品最优价格和销量的影响

Fig. 1 The effect of the extended service price on durable goods optimal price and sales

图1显示,随着延保价格的增加耐用品销售量先增加后减少,而耐用品最优价格随延保价格的变化是先减小后增加,且当延保价格取值为 $p_l^* = 1.225$,两条直线均穿透横轴.这表产品价格和延保价格决策是联动的.实际中,企业可以通过降低产品价格,提高延保服务价格,进而增加产品销量实现最优利润.

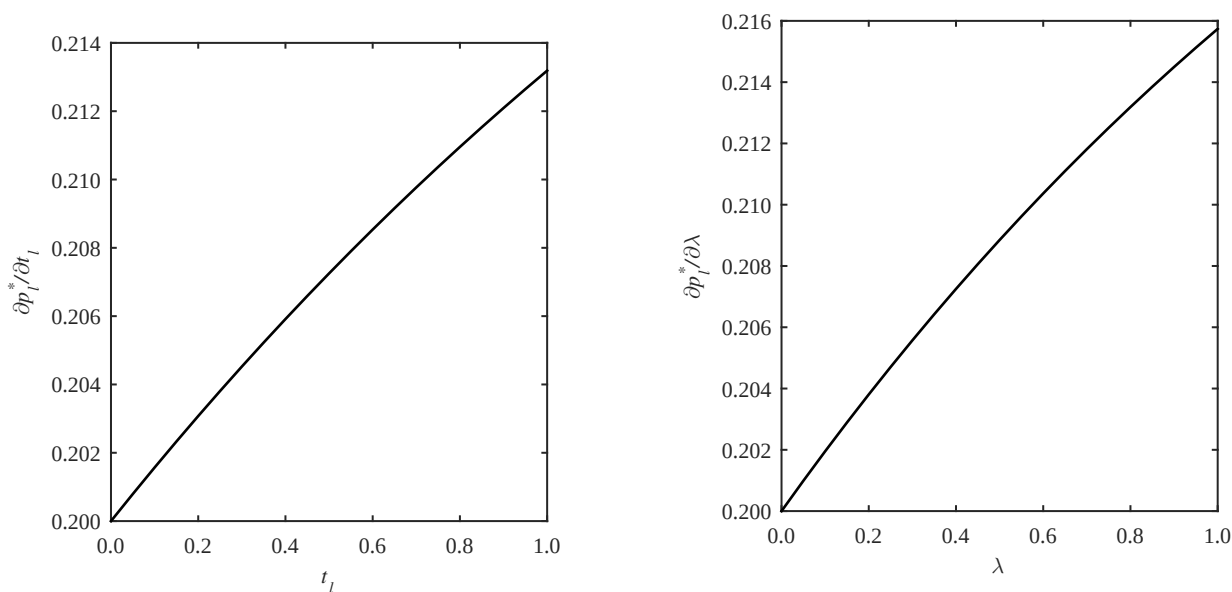


图2 延保期和产品故障率对最优延保价格的影响

Fig. 2 The effect of the extended warranty period and product fault rate on optimal the extended service price

图2的数据表明, 延保期越长, 故障率越高, 最优延保价格均越高并且是凹形增加的. 实际中, 若产品的故障率固定, 企业所提供的延保期越长, 在延保期间所发生的故障维修费用越高, 由此企业收取较高的延保价格来补偿其所支付的维修费用以获取更高的利润.

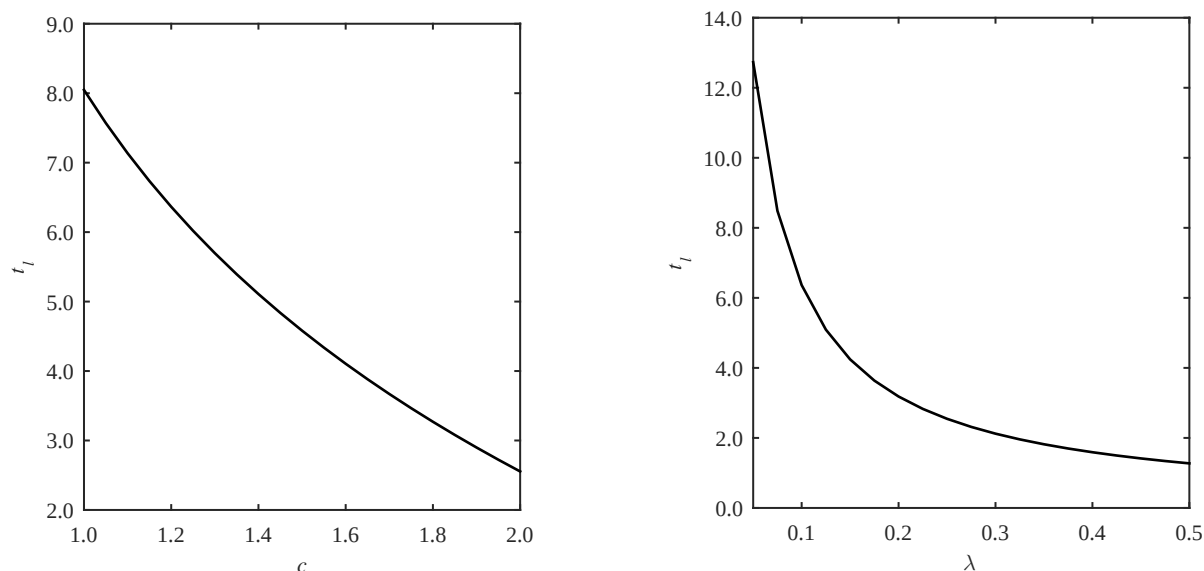


图3 维修成本和产品故障率对延保期的影响

Fig. 3 The effect of maintenance cost and product fault rate on the extended warranty period

由图3可知, 企业在以最优的延保价格提供延保服务情况下, 产品故障率越高, 维修成本越高, 延保期越短且延保期呈凸形减少的趋势. 产品的故障率越高, 所售出的产品在延保期间发生故障的比例越大, 企业支付的维修费用越高. 企业在以最优价格提供延保服务情况下, 以缩短延保期来减少延保期间应支付的维修费用, 进而增加利润.

7 结束语

本文将延保服务引入到耐用品的质保问题中来, 将研究的视角从单纯地研究质保问题和延保服务问题扩展到了两者的综合研究. 针对耐用品垄断企业的质保与延保决策问题, 构建了以耐用品价格、延保服务价格为决策变量的最优控制模型. 研究结果显示耐用品的故障率、故障维修成本和延保期均影响延保服务价格, 耐用品的价格不会影响延保服务的价格, 但是延保服务的价格会影响耐用品的价格和销售量. 另一方面, 耐用品企业在以最优价格销售耐用品和提供延保服务时, 维修成本、故障率和延保服务价格影响系数满足不同的条件, 质保期和延保期的大小关系也不相同. 现实生活中, 很多企业都在提供质保服务的同时还在向消费者提供延保服务, 本文通过模型求解得到耐用品价格和延保服务价格最优控制策略. 这对企业的决策具有一定的指导作用, 具有应用价值和现实意义.

参考文献:

- [1] Glickman T S, Berger P D. Optimal price and protection period decisions for a product under warranty. *Management Science*, 1976, 22(12): 1381-1390.
- [2] Manna D K. Price-warranty length decision with glickman-berger model. *International Journal of Reliability and Safety*, 2008, 2(3): 221-233.
- [3] Lin P C, Shue L Y. Application of optimal control theory to product pricing and warranty with free replacement under the influence of basic lifetime distributions. *Computer & Industrial Engineering*, 2005, 48(1): 69-82.

- [4] Wu C C, Lin P C, Chou C Y. Determination of price and warranty length for a normal lifetime distributed product. *International Journal of Production Economics*, 2006, 102(1): 95–107.
- [5] Zhou Z F, Li Y J, Tang K. Dynamic pricing and warranty policies for products with fixed lifetime. *European Journal of Operational Research*, 2009, 196(3): 940–948.
- [6] 王 轩, 刘丽文. 静态市场下考虑重复购买的价格和质保期联合决策. *中国管理科学*, 2015, 23(4): 70–77.
Wang X, Liu L W. Optimal price and warranty length in the static demand market considering repurchasing process. *Chinese Journal of Management Science*, 2015, 23(4): 70–77. (in Chinese)
- [7] 王 轩, 刘丽文. 考虑维修服务质量的品质保联合决策. *中国管理科学*, 2016, 24(2): 47–55.
Wang X, Liu L W. Joint warranty decisions research considering warranty service quality. *Chinese Journal of Management Science*, 2016, 24(2): 47–55. (in Chinese)
- [8] Josa A G, Morris A C, Serguei N. Service competition and product quality in the U.S. automobile industry. *Management Science*, 2015, 14(10): 1–18.
- [9] 何 平, 曹开颖. 基于质保期限和批发价的两制造商竞争问题. *系统管理学报*, 2016, 25(1): 45–54.
He P, Cao K Y. Competition between two manufacturers on warranty period and wholesale price. *Journal of Systems & Management*, 2016, 25(1): 45–54. (in Chinese)
- [10] Bouguerra S, Chelbi A, Rezg N. A decision model for adopting an extended warranty under different maintenance policies. *International Journal of Production Economics*, 2012, 135(2): 840–849.
- [11] Jack N, Murthy D N. A flexible extended warranty and related optimal strategies. *Journal of the Operational Research Society*, 2007, 58(12): 1612–1620.
- [12] Li K, Mallik S, Chhajed D. Design of extended warranties in supply chain under additive demand. *Production and Operations Management*, 2012, 21(4): 730–746.
- [13] Jiang B, Zhang X B. How does a retailer's services plane affect a manufacturer's warranty. *Management Science*, 2011, 57(4): 727–740.
- [14] Cohen M, Whang S. Competing in product and service: A product life-cycle model. *Management Science*, 1997, 43(4): 535–545.
- [15] 马建华, 艾兴政, 唐小我. 基于延保服务的竞争供应链纵向渠道结构选择. *系统工程学报*, 2015, 30(4): 539–553.
Ma J H, Ai X Z, Tang X W. Vertical channel structure choices for competing supply chains with extended warranty services. *Journal of Systems Engineering*, 2015, 30(4): 539–553. (in Chinese)
- [16] 聂佳佳, 邓东方. 产品质量影响延保成本下的延保服务外包策略. *工业工程与管理*, 2014, 19(3): 26–32.
Nie J J, Deng D F. Manufacturer extended warranty services outsourcing strategy when product quality affect the cost of the extended warranty. *Industrial Engineering and Management*, 2014, 19(3): 26–32. (in Chinese)
- [17] 严 帅, 李四杰, 卞亦文. 基于质保服务的供应链契约协调机制. *系统工程学报*, 2013, 28(5): 677–685.
Yan S, Li S J, Bian Y W. Supply chain coordination contracts based on warranty service. *Journal of Systems Engineering*, 2013, 28(5): 677–685. (in Chinese)
- [18] 易余胤, 姚俊江. 网络外部性下考虑延保服务的供应链协调. *计算机集成制造系统*, 2014, 20(8): 1987–1999.
Yi Y Y, Yao J J. Supply chain coordination for extended warranty provided by strong retailer under network externality. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2014, 20(8): 1987–1999. (in Chinese)
- [19] Xie J H, Sirbu M. Price competition and compatibility in the presence of positive demand externalities. *Management Science*, 1995, 41(5): 909–926.
- [20] Teng J T, Thompson G L. Optimal strategies for general price-quality decision models of new products with learning production costs. *European Journal of Operational Research*, 1996, 93(3): 476–489.

作者简介:

谭德庆 (1966—), 男, 辽宁锦州人, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向: 博弈论及应用, Email: tdq1966@126.com;

王 艳 (1985—), 女, 河南周口人, 博士生, 讲师, 研究方向: 决策科学, 产业组织发展理论, Email: wyswjtu@126.com;

张 翔 (1973—), 男, 四川遂宁人, 博士, 副教授, 研究方向: 决策科学, 博弈论及应用, Email: 626530196@qq.com.