基于链与链竞争及共同广告情景下的渠道结构

王素娟[1], 贾淇宁[2]
(1. 山西大学经济与管理学院, 山西 太原 030006;
2. 西安交通大学管理学院, 陕西 西安 710049)

摘要: 研究拥有不同初始基本市场需求量的生产商如何选择其销售渠道问题, 建立了链与链竞争模型, 分析了不同渠道结构的最优决策, 进而得到市场均衡渠道结构. 结果表明纯集中渠道及混合渠道都可能成为均衡. 如果两制造商的初始基本市场需求量相差不大时, 纯集中渠道是均衡; 如果两制造商的初始基本市场需求量相差大且产品替代性高时, 混合渠道结构是均衡. 当制造商拥有绝对高的初始基本需求量时, 选择集中渠道是该制造商的占优策略, 集中渠道中制造商独自的广告投资将超过分散渠道中制造商和零售商共同的广告投资.

关键词: 供应链竞争; 集中渠道; 分散渠道; 替代; 广告
中图分类号: F224.3; F273.1 **文献标识码**: A **文章编号**: 1000−5781(2019)02−0214−12
doi: 10.13383/j.cnki.jse.2019.02.006

Channel structure based on chain and chain competition and cooperative advertising scenario

Wang Sujuan[1], **Jia Qining**[2]
(1. School of Economics and Management, Shanxi University, Taiyuan 030006, China;
2. School of Management, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Considering the cooperative advertising, the study explores the channel structures between two asymmetric manufacturers who face different initial demands, depending on advertising and retail price, and establishes a model of two competing supply chains. The optimal decision of every channel structure and the equilibrium are acquired by game theory. The result shows that pure integrated channels and mixed channels may be the equilibrium. Specifically, if the manufacturers' respective base demands are comparable, both manufacturers would integrate their own channel; if product substitutability is high, and one of the manufacturers has a significantly larger base market than the other, then the latter would decentralize his channel. In every possible equilibrium, the manufacturer with a higher initial base demand has a dominant strategy if choosing integrated channel, and his advertising level in the integrated channel is higher than the total advertising level in the decentralized channel.

Key words: chain to chain competition; integrated channel; decentralized channel; substitutability; advertising

1 引 言

渠道选择是任何制造商都面临的重要决策之一. 许多制造商前向一体化整合零售商的业务, 形成集中渠道. 集中渠道消除了双重边际化的不利影响, 提高了促销及服务效率, 并直接控制其零售价格, 能更有效地

收稿日期:2017−11−29; 修订日期: 2018−12−20.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71871016); 教育部人文社会科学研究资助项目(16YJC630116).

响应需求的变化, 进而提高企业竞争力. 而有一些制造商仍选择大零售商作为主要销售渠道, 有效地利用零售商的专业化, 有更多的合作机会. 如, 制造商投放全国性广告, 零售商投放地域性广告, 创造更多的需求. 以中国家电制造行业为例, 因不满国美擅自降低空调售价, 2004 年格力宣布退出国美, 开始自建线下营销渠道. 自 2005 年以来, 许多家电制造商(如 TCL, 长虹, 海尔和美的) 也纷纷自建销售渠道. 格力现有超过 10 万家自营店, 创造了格力总收入的 90％之多. 不过, 格力在自建渠道的建树并不意味着所有的家电制造商都适合自建销售渠道. TCL 的“幸福树”在苦撑两年之后, 以被收编的方式尴尬收场, 长虹冀望“乐家易”改革多年的渠道之困, 而今却发展缓慢, 仍选择大零售商苏宁、国美和京东等作为主要销售渠道, 充分发挥零售终端遍布各大中小城市的优势, 针对地域进行广告投资, 对消费者进行更好的促销, 从而实现双方共同获利. 这些企业实践启发本文研究如下问题: 基本市场需求量如何影响制造商渠道选择? 零售商对制造商互补广告作用如何影响制造商渠道的选择? 制造商的渠道策略又如何影响价格及广告决策?

本文所研究的问题主要和两个方向有关. 一些学者研究了供应链价格竞争环境下, 制造商的渠道结构. 最具有代表性的, 如 McGuire 等[1]指出纯分散渠道结构(DD)会成为制造商的均衡策略, 后被众多学者进行了扩展. Moorthy[2]研究互补制造商的渠道选择均衡. Coughlan[3]将 McGuire 等[1]的需求函数扩展到了一般需求. Trivedi[4]放松了McGuire 等[1] 的假设, 考虑了制造商可共用零售商时的渠道选择均衡. Wu 等[5]和 Cao 等[6]分析不确定性需求下制造商的渠道均衡. Liu 等[7]用 Hotelling 模型研究了制造商将产品外包时的渠道选择. Yang 等[8]研究了替代性不对称制造商的渠道均衡, 而 Bian 等[9]研究目标不对称制造商的渠道均衡. Gupta 等[10]首次分析了企业成本研发对竞争性对称制造商渠道选择的影响. Gupta[11]在文献[10]的基础上进行了扩展研究, 考虑研发溢出对渠道选择的影响. 李晓静等[12]研究了再制造产品的销售渠道. 本文所研究的问题与现有文献主要区别在以下二方面: 一是, 以往文献考虑了不同需求[3,6,11], 不同产品[2,12]对制造商渠道选择的影响. 文献[10,11]考虑了制造商的研发行为对制造商渠道选择的影响. 本文关注零售商的互补广告行为对竞争性制造商渠道模式选择的影响, 已有文献均未考虑广告, 也未考虑零售商行为. 另外, 文献[8]和文献[9]分别考虑了产品替代性及目标的不对称对渠道选择的影响, 本文考虑制造商初始基本需求量的不对称性对制造商渠道选择的影响.

与本文相关的第二个方向是供应链环境下的广告及合作广告问题. 大部分文献基于一个制造商和一个零售商组成的单供应链研究其广告问题[13−17]. 文献[18–22]也从不同角度研究了单供应链环境下广告及合作广告的相关问题. 另一部分文献研究竞争环境下的广告问题. Bergen 等[23]基于 Hotelling 模型探讨一个制造商和两个零售商组成供应链的广告问题, 发现合作广告可以实现供应链的协调. He 等[14] 研究了制造商广告的支持对零售商竞争的影响. Liu 等[24]在竞争供应链的环境下, 考察制造商和零售商何方提供广告为最优均衡策略. 牛水叶等[25]在再制造供应链竞争的环境下, 考察广告策略与投保策略对供应链成员决策的影响. 张子辰等[26]考虑了网络和实体零售双渠道供应链下的广告效应. 张旭梅等[27]及陈国鹏等[28]研究了供应链中双渠道的合作广告问题. 以上文献重点均是供应链环境下的广告决策, 而本文除关注供应链结构对广告投入的影响, 更关注广告对制造商渠道选择的影响.

鉴于实践中的商业现象和相关研究进展, 本文基于两个制造商与两个零售商组成的市场建立了两条供应链的竞争模型, 制造商拥有不同的初始基本市场需求量且生产替代性产品, 需要决策各自产品是自己销售(集中渠道) 还是通过零售商销售(分散渠道). 集中渠道时, 制造商独自进行广告投资; 分散渠道时, 制造商和零售商共同做广告. 依据两个制造商的渠道选择, 存在四种情景: 两个制造商均选择集中渠道(情景 II), 两个制造商均选择分散渠道(情景 DD), 一个制造商选择集中渠道, 另一个制造商选择分散渠道(情景 DI 和 ID). 在求得各种情景均衡策略的基础上, 进一步分析渠道结构的均衡选择. 本文考虑制造商初始基本需求量的不对称以及零售商的共同广告行为时, DD 不再是一个 Nash 均衡, 纯渠道结构 II 以及混合渠道结构 ID和 DI 可能成为 Nash 均衡. 这有别于文献[1,5,10,11]所表明的关于价格竞争的渠道选择纯分散渠道是一个可能的精炼 Nash 均衡. 其次, 当纯集中渠道达到均衡, 两个制造商选择相同的集中渠道策略时, 具有

较高初始基本需求量的制造商受益更多. 反之, 当混合渠道结构是均衡, 产品替代程度高时, 不管初始基本需求量如何, 制造商都应该选择集中渠道; 当产品替代程度一般时, 初始基本需求量高的制造商不管选择何种渠道都会获得更高利润. 最后, 可通过研究结果来解释中国家电制造商渠道选择的商业实践. 本文的结论与中国家电市场渠道结构现状相一致, 占有市场份额 70% 三大实力相当的家电制造商格力、海尔、美的大力自建渠道直接面对消费者, 提升促销效率. 另一些实力相对薄弱的制造商仍选择国美、苏宁等大零售商销售产品, 充分利用零售商的功能互补.

2 渠道结构类型及决策模型

考虑两个竞争性制造商 m_1 和 m_2, 分别生产一种产品(记作 $i, i=1,2$) 在市场上销售. 生产成本和供应链运作成本被假定为零[7], 产品的零售价格为 $p_i, i=1,2$. 产品 i 的需求函数[1]为

$$q_i=(\alpha_i-\theta\alpha_{3-i}-p_i+\theta p_{3-i})/(1-\theta^2),\ \ i=1,2, \tag{1}$$

其中 θ 表示两个产品之间替代程度, $0\leqslant\theta\leqslant 1$; $\alpha_i=A_i+e_{\mathrm{m}_i}+e_{\mathrm{r}_i}$, 其中 A_i 是制造商 m_i 的初始基本需求量; e_{m_i} 是制造商 m_i 的广告水平, e_{r_i} 是当制造商选择分散渠道时, 零售商 i 的广告水平; 若制造商选择集中渠道, 则 $e_{\mathrm{r}_i}=0$.

制造商和零售商的广告成本分别为 $C_{\mathrm{m}_i}(e_{\mathrm{m}_i})=k_{\mathrm{m}_i}e_{\mathrm{m}_i}^2$ 和 $C_{\mathrm{r}_i}(e_{\mathrm{r}_i})=k_{\mathrm{r}_i}e_{\mathrm{r}_i}^2$, 假设 $k_{\mathrm{m}_i}=k_{\mathrm{r}_i}=1$.

$\varOmega\equiv A_1/A_2$, 定义为初始基本需求量比率. 如果 $\varOmega>1$, 则制造商 m_1 的初始基本需求要大于制造商 m_2. 该参数在本文结论中起到了非常重要的作用.

本文用四阶段博弈模型表述系统成员的决策顺序, 首先任何制造商都要面临的一个重大决策是其分销渠道的设计. 用 D 表示制造商选择分散渠道, 即通过零售商 $\mathrm{r}_i, i=1,2$ 销售产品, 且限定每个零售商只卖一个厂商的产品[10,11]; I 表示制造商选择集中渠道, 即制造商自己直接销售产品. 这样即存在四种渠道结构: DD, II, DI 和 ID. DD, II, 称之为纯渠道结构; DI 和 ID, 称之为混合渠道结构. 此时两个制造商面临如表 1 所示的渠道博弈.

表 1 渠道博弈

Table 1 The strategic channel game

	m_2(I)	m_2(D)
m_1(I)	$(\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{II}^*},\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{II}^*})$	$(\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{ID}^*},\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{ID}^*})$
m_1(D)	$(\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{DI}^*},\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{DI}^*})$	$(\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{DD}^*},\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{DD}^*})$

在两个制造商确定渠道后, 第二阶段, 制造商独自或制造商和零售商共同进行广告决策. 许多生产商和零售商具有长期的合作关系, 当生产商研发出一款新产品, 但还未上市时, 很可能会为了保证产品上市后的需求量, 在上市前为产品做广告. 比如早在 iPhone X 发布会上, 苏宁就联合新浪微博, 对 iPhone X 进行大量宣传. 第三阶段, 制造商制定批发价格. 第四阶段, 制造商或零售商制定零售价格. 下面详细给出四种渠道结构 DD, II, DI和 ID下, 制造商及零售商的决策和顺序.

渠道结构 II 第一阶段, 两个制造商同时独立决定各自的广告水平 $e_{\mathrm{m}_i}, i=1,2$, 有如下模型

$$\begin{cases}\underset{e_{\mathrm{m}_1}}{\mathrm{Max}}\,\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{II}}=p_1q_1-e_{\mathrm{m}_1}^2\\ \underset{e_{\mathrm{m}_2}}{\mathrm{Max}}\,\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{II}}=p_2q_2-e_{\mathrm{m}_2}^2.\end{cases} \tag{2}$$

[1]该需求函数来源于一个典型的消费者效用函数 $U\equiv\sum\limits_{i=1}^{2}(\alpha_iq_i-q_i^2/2)-\theta q_1q_2-\sum\limits_{i=1}^{2}p_iq_i$, 该效用函数被广泛用于经济、营销等相关文献中, 最大化该效用函数就得到本文的需求函数.

第二阶段, 两个制造商同时独立决定各自产品的零售价 $p_i, i=1,2$, 有如下模型

$$\begin{cases} \underset{p_1}{\text{Max}}\, \pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{II}} = p_1 q_1 - e_{\mathrm{m}_1}^2 \\ \underset{p_2}{\text{Max}}\, \pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{II}} = p_2 q_2 - e_{\mathrm{m}_2}^2. \end{cases} \tag{3}$$

渠道结构 DD　第一阶段, 制造商和零售商同时决定各自的广告水平 $e_{\mathrm{m}_i}, i=1,2$ 与 $e_{\mathrm{r}_i}, i=1,2$, 即有下列模型

$$\begin{cases} \underset{e_{\mathrm{m}_1}}{\text{Max}}\, \pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{DD}} = w_1 q_1 - e_{\mathrm{m}_1}^2 \\ \underset{e_{\mathrm{m}_2}}{\text{Max}}\, \pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{DD}} = w_2 q_2 - e_{\mathrm{m}_2}^2 \\ \underset{e_{\mathrm{r}_1}}{\text{Max}}\, \pi_{\mathrm{r}_1}^{\mathrm{DD}} = (p_1 - w_1) q_1 - e_{\mathrm{r}_1}^2 \\ \underset{e_{\mathrm{r}_2}}{\text{Max}}\, \pi_{\mathrm{r}_2}^{\mathrm{DD}} = (p_2 - w_2) q_2 - e_{\mathrm{r}_2}^2. \end{cases} \tag{4}$$

第二阶段, 两个制造商同时独立决定各自产品的批发价格 $w_i, i=1,2$, 有下列模型

$$\begin{cases} \underset{w_1}{\text{Max}}\, \pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{DD}} = w_1 q_1 - e_{\mathrm{m}_1}^2 \\ \underset{w_2}{\text{Max}}\, \pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{DD}} = w_2 q_2 - e_{\mathrm{m}_2}^2. \end{cases} \tag{5}$$

第三阶段, 两个制造商各自的零售商在观察到制造商的批发价格后同时确定产品的零售价 p_1 和 p_2 有下列模型

$$\begin{cases} \underset{p_1}{\text{Max}}\, \pi_{\mathrm{r}_1}^{\mathrm{DD}} = (p_1 - w_1) q_1 - e_{\mathrm{r}_1}^2 \\ \underset{p_2}{\text{Max}}\, \pi_{\mathrm{r}_2}^{\mathrm{DD}} = (p_2 - w_2) q_2 - e_{\mathrm{r}_2}^2. \end{cases} \tag{6}$$

渠道结构 ID　第一阶段, 制造商和零售商同时决定各自的广告水平 $e_{\mathrm{m}_i}, i=1,2$ 与 e_{r_2}, 有下列模型

$$\begin{cases} \underset{e_{\mathrm{m}_1}}{\text{Max}}\, \pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{ID}} = p_1 q_1 - e_{\mathrm{m}_1}^2 \\ \underset{e_{\mathrm{m}_2}}{\text{Max}}\, \pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{ID}} = w_2 q_2 - e_{\mathrm{m}_2}^2 \\ \underset{e_{\mathrm{r}_2}}{\text{Max}}\, \pi_{\mathrm{r}_2}^{\mathrm{ID}} = (p_2 - w_2) q_2 - e_{\mathrm{r}_2}^2. \end{cases} \tag{7}$$

第二阶段, 制造商 m_2 确定自己的批发价 w_2, 有下列模型

$$\underset{w_2}{\text{Max}}\, \pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{ID}} = w_2 q_2 - e_{\mathrm{m}_2}^2. \tag{8}$$

第三阶段, 零售商 r_2 在观察到制造商 m_2 的批发价后, 与制造商 m_1 同时确定产品的零售价 p_1和 p_2, 有下列模型

$$\begin{cases} \underset{p_1}{\text{Max}}\, \pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{ID}} = p_1 q_1 - e_{\mathrm{m}_1}^2 \\ \underset{p_2}{\text{Max}}\, \pi_{\mathrm{r}_2}^{\mathrm{ID}} = (p_2 - w_2) q_2 - e_{\mathrm{r}_2}^2. \end{cases} \tag{9}$$

渠道结构 DI　与渠道结构 ID类似.

由逆向递推和最优化条件可得出不同渠道结构情景下的均衡决策, 需求及利润. (相关的推导过程详见附录 1)

为了保证所有渠道结构下决策的唯一性及非负性, 假设 $\theta \in (0, 0.866)$ 且 $\underline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta) \leqslant \Omega \leqslant \overline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)$, 其中

$$\underline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta) = \frac{\theta(4-\theta^2)}{(2-\theta^2)(3-\theta^2)},\ \ \overline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta) = \frac{(2-\theta^2)(3-\theta^2)}{\theta(4-\theta^2)}.$$

3 均衡运作决策及利润比较分析

为了更好的分析各种渠道模式背后的驱动因素, 在这一节中, 比较不同情景下的均衡广告水平、价格和制造商的利润. 本文感兴趣的第一个问题是, 与集中渠道中制造商独自广告投资相比, 分散渠道中制造商和零售商共同广告投资如何变化?

图 1 表示纯渠道结构中集中渠道与分散渠道间广告水平的比较

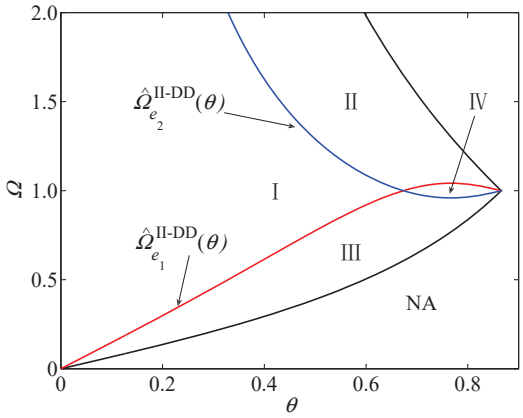

图 1 纯渠道结构中集中渠道与分散渠道间广告水平比较

Fig. 1 Comparison of advertising level between pure centralized channel and pure decentralized channel

命题 1 1) 纯渠道结构中, 初始基本需求高的制造商在集中渠道中的广告投入高于分散渠道中的广告投入总和; 初始基本需求量相差不大时, 广告投入与产品替代率有关, 具体为:

(i) 当 $\theta \in (0, 0.673)$ 且 $\underline{\Omega}^{\text{II}}(\theta) \leqslant \Omega \leqslant \hat{\Omega}_{e_1}^{\text{II-DD}}(\theta)$, 或 $\theta \in [0.673, 0.866)$且 $\underline{\Omega}^{\text{II}}(\theta) \leqslant \Omega \leqslant \hat{\Omega}_{e_2}^{\text{II-DD}}(\theta)$ 时(见图 1 中的区域 III), 有 $e_{\text{m}_1}^{\text{II}*} \leqslant e_{\text{m}_1}^{\text{DD}*} + e_{\text{r}_1}^{\text{DD}*}$, $e_{\text{m}_2}^{\text{II}*} > e_{\text{m}_2}^{\text{DD}*} + e_{\text{r}_2}^{\text{DD}*}$.

(ii) 当 $\theta \in (0, 0.673)$ 且 $\hat{\Omega}_{e_1}^{\text{II-DD}}(\theta) < \Omega < \hat{\Omega}_{e_2}^{\text{II-DD}}(\theta)$ (见图 1 中的区域 I), 有 $e_{\text{m}_i}^{\text{II}*} > e_{\text{m}_i}^{\text{DD}*} + e_{\text{r}_i}^{\text{DD}*}, i = 1, 2$.

(iii) 当 $\theta \in (0, 0.673)$ 且 $\hat{\Omega}_{e_2}^{\text{II-DD}}(\theta) \leqslant \Omega \leqslant \overline{\Omega}^{\text{II}}(\theta)$, 或$\theta \in [0.673, 0.866)$ 且 $\hat{\Omega}_{e_1}^{\text{II-DD}}(\theta) \leqslant \Omega \leqslant \overline{\Omega}^{\text{II}}(\theta)$ 时(见图 1 中的区域 II), 有 $e_{\text{m}_1}^{\text{II}*} > e_{\text{m}_1}^{\text{DD}*} + e_{\text{r}_1}^{\text{DD}*}$, $e_{\text{m}_2}^{\text{II}*} \leqslant e_{\text{m}_2}^{\text{DD}*} + e_{\text{r}_2}^{\text{DD}*}$.

(iv) 当 $\theta \in [0.673, 0.866)$ 且 $\hat{\Omega}_{e_2}^{\text{II-DD}}(\theta) < \Omega < \hat{\Omega}_{e_1}^{\text{II-DD}}(\theta)$ (见图 1 中的区域 IV), 有 $e_{\text{m}_i}^{\text{II}*} < e_{\text{m}_i}^{\text{DD}*} + e_{\text{r}_i}^{\text{DD}*}, i = 1, 2$.

2) 混合渠道结构中, 制造商在集中渠道中的广告投入高于分散渠道中的广告投入总和, 即 $e_{\text{m}_1}^{\text{ID}*} \geqslant e_{\text{m}_1}^{\text{DI}*} + e_{\text{r}_1}^{\text{DI}*}$, $e_{\text{m}_2}^{\text{DI}*} \geqslant e_{\text{m}_2}^{\text{ID}*} + e_{\text{r}_2}^{\text{ID}*}$.

命题 1 证明见附录 2. Ω 的边界值表示在了图 1 中. 由于 Ω 的边界值表达形式复杂, 正文中省略, 将其写入附录中, 下文同.

命题 1 中 1)表明, 在纯渠道结构中, 不管产品的替代程度如何, 初始基本需求很高的制造商集中渠道独自的广告投入均有可能高于分散渠道中制造商和零售商的广告投入总和; 若初始基本需求比率在中间范围, 当产品的可替代性较低时, 集中渠道中制造商独自的广告投入均高于分散渠道中制造商和零售商双方共同的广告总投入; 当产品的可替代性较高时, 反之成立(参见图 1). 若某一制造商拥有初始基本需求量的优势, 同时集中渠道可以提高制造商的广告效率[10,11], 因此会促使集中渠道的制造商尽可能的加大广告投入. 若没有任何制造商的初始基本需求量占优势时, 制造商广告投入取决于产品的替代性程度和渠道模式的选择. 当产品的可替代性偏低时, 每个制造商更接近一个垄断者, 此时每条供应链投放广告显著增加了自己的需求量, 而没有侵占对方太多的市场份额, 且集中渠道可提高广告效率, 因此, 集中直销渠道中的制造商发现

投放广告是有利可图的, 甚至超过分散渠道中制造商和零售商的共同投入; 随着产品可替代性增加, 制造商间的竞争加剧, 此时, 分散渠道有利于减弱竞争[10,11], 提高制造商和零售商广告投入. 命题 1 中 2)表明, 在混合渠道结构中, 选择直销渠道时制造商的广告投入均高于选择分散渠道时制造商和零售商共同的广告投入. 混合渠道结构中, 分散渠道的存在已经降低了竞争强度, 任何制造商都愿意选择直销渠道提高广告效率.

接下来, 比较不同渠道选择下的零售价. 已有文献表明, 不管是在纯渠道结构还是在混合渠道结构下, 分散渠道的零售价总是高于集中渠道[1,10,11]. 本文不仅考虑了产品的替代性水平, 还考虑了零售商的共同广告行为以及基本市场需求量的不对称性, 其结果会和已有文献一致吗? 有下列结论.

命题 2　1) 纯渠道结构比较. 纯分散渠道下产品的零售价格更高, 即 $p_i^{\mathrm{II}*} \leqslant p_i^{\mathrm{DD}*}, i=1,2$.

2) 混合渠道结构比较. 产品替代性很高时, 集中渠道的零售价更高; 反之, 零售价与初始基本需求量有关. 具体为:

(i) 当 $\theta \in (0, 0.864)$时, 若 $\underline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta) \leqslant \Omega < \hat{\Omega}_{p_1}^{\mathrm{ID-DI}}(\theta)$(见图 2 中的区域 III), $p_i^{\mathrm{ID}*} > p_i^{\mathrm{DI}*}$, $i=1,2$. 若 $\hat{\Omega}_{p_1}^{\mathrm{ID-DI}}(\theta) \leqslant \Omega \leqslant \hat{\Omega}_{p_2}^{\mathrm{ID-DI}}(\theta)$(见图 2 中的区域 I), $p_1^{\mathrm{ID}*} \leqslant p_1^{\mathrm{DI}*}$, $p_2^{\mathrm{ID}*} \geqslant p_2^{\mathrm{DI}*}$. 若 $\hat{\Omega}_{p_2}^{\mathrm{ID-DI}}(\theta) < \Omega \leqslant \overline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)$(见图 2 中的区域 II), $p_i^{\mathrm{ID}*} < p_i^{\mathrm{DI}*}$, $i=1,2$.

(ii) 当 $\theta \in [0.864, 0.866)$ 时(见图 2 中的区域 IV), $p_1^{\mathrm{ID}*} \geqslant p_1^{\mathrm{DI}*}$, $p_2^{\mathrm{ID}*} \leqslant p_2^{\mathrm{DI}*}$.

命题 2 证明见附录. 命题 2 中 1)表明, 不管制造商的初始基本需求量如何, 纯分散渠道下产品的零售价格均高于纯集中渠道. 纯分散渠道结构中的双重边际效应问题以及零售商的广告投资行为都会引起零售价格的提高. 命题 2 中 2)表明, 混合渠道结构下, 只有当产品的替代性很高($\theta \in [0.864, 0.866)$)时, 不管制造商初始需求量如何, 集中渠道均使产品有更高的零售价. 大部分竞争强度($\theta \in (0, 0.864)$)下, 初始基本需求量小的制造商, 选择集中渠道时, 零售价更高, 初始基本需求量大的制造商, 选择分散渠道时, 零售价更高. 混合渠道结构中, 分散渠道的存在, 竞争强度已被降低, 选择集中渠道的制造商, 若不存在基本初始需求量优势, 为了参与竞争, 会加大广告投资, 引起零售价增加. 有较高初始基本需求量的制造商选择分散渠道, 因为双重边际效应的存在, 更有动机依赖于零售商的广告投资, 零售商有动机提高零售价.

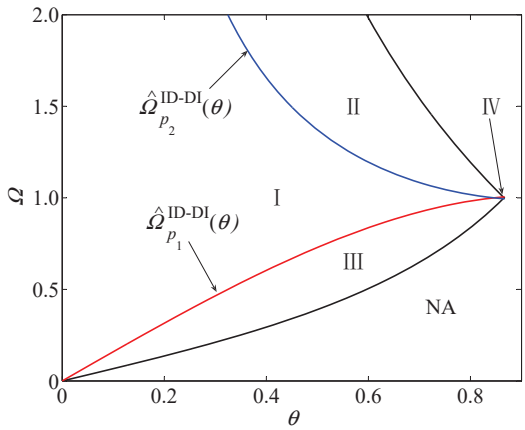

图 2　混合渠道结构下集中渠道与分散渠道零售价比较

Fig. 2　Comparison of retail price in the mixed channel structure

下面给定其中一制造商的渠道决策, 分别比较另一制造商选择不同渠道模式下的利润.

命题 3　1) 若一制造商选择分散渠道, 另一制造商选择集中渠道将获得更多利润, 即 $\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{ID}*} > \pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{DD}*}$, $\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{DI}*} > \pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{DD}*}$.

2) 若一制造商选择集中渠道, 另一制造商渠道选择的利润将与初始基本需求量有关, 具体为若 $\underline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta) \leqslant \Omega \leqslant \hat{\Omega}_{\pi_{\mathrm{m}_1}}^{\mathrm{II-DI}}(\theta)$, 则 $\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{II}*} \leqslant \pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{DI}*}$, $\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{II}*} > \pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{ID}*}$. 若 $\hat{\Omega}_{\pi_{\mathrm{m}_1}}^{\mathrm{II-DI}}(\theta) < \Omega < \hat{\Omega}_{\pi_{\mathrm{m}_2}}^{\mathrm{II-ID}}(\theta)$, 则 $\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{II}*} > \pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{DI}*}$, $\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{II}*} > \pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{ID}*}$. 若 $\hat{\Omega}_{\pi_{\mathrm{m}_2}}^{\mathrm{II-ID}}(\theta) \leqslant \Omega \leqslant \overline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)$, 则 $\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{II}*} > \pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{DI}*}$, $\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{II}*} \leqslant \pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{ID}*}$.

命题 3 的证明见附录 2. 命题 3 中 1)表明, 不管产品替代性和初始基本需求量如何, 如果其中一个制造商已选择分散渠道, 那么另一制造商将更偏好选择集中的直销渠道. 某一制造商分散渠道的选择将进一步降低产品间的竞争强度, 另一制造商将自然而然获得竞争减弱的好处, 因此将更愿意选择集中渠道提高广告的效率, 进而带来更多的需求和利润. 命题 3 中 2)表明, 若其中一制造商选择了集中渠道, 另一制造商的渠道选择与初始基本需求量的大小有关. 当基本需求量占优势时, 制造商更偏好于选择集中渠道; 当基本需求量占劣势时, 更偏好选择分散渠道; 当制造商的初始基本需求量比率在中间范围时, 也将偏好选择直销渠道. 某一制造商直销渠道的选择, 提高了其广告的效率但同时加剧了产品间的竞争, 因此另一制造商需要权衡集中渠道提高效率和分散渠道降低竞争各自带来的好处. 当其制造商的初始基本需求量有一定保障($\Omega > \hat{\Omega}^{\mathrm{II-DI}}_{\pi_{\mathrm{m}_1}}(\theta)$, $\Omega > \hat{\Omega}^{\mathrm{II-ID}}_{\pi_{\mathrm{m}_2}}(\theta)$)时, 选择直销渠道提高广告效率的好处将超选择分散渠道降低竞争的好处; 当其制造商的初始基本需求量很低时, 选择分散渠道降低竞争的好处将超过选择直销渠道提高广告效率的好处.

4 市场均衡渠道结构及分析

命题 4 渠道均衡. 初始基本需求比率在中等水平, 即 $\hat{\Omega}^{\mathrm{II-DI}}_{\pi_{\mathrm{m}_1}}(\theta) < \Omega < \hat{\Omega}^{\mathrm{II-ID}}_{\pi_{\mathrm{m}_2}}(\theta)$ 时, II 是一个 Nash 均衡; 初始基本需求比率较低, 即 $\underline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta) < \Omega < \hat{\Omega}^{\mathrm{II-DI}}_{\pi_{\mathrm{m}_1}}(\theta)$ 时, DI 是一个 Nash 均衡; 初始基本需求比率较高, 即 $\hat{\Omega}^{\mathrm{II-ID}}_{\pi_{\mathrm{m}_2}}(\theta) < \Omega < \overline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)$ 时, ID 是一个 Nash 均衡(见图 3).

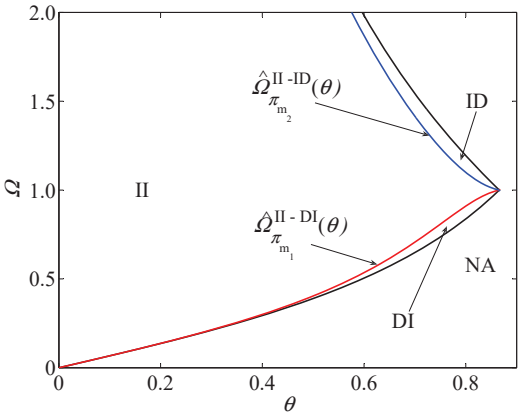

图 3 渠道博弈均衡结果

Fig. 3 Equilibria of the channel game

命题 4 的证明参见附录 2. 命题 4 表明, 与文献[1,10,11]的渠道均衡结论不同, DD 不再是一个 Nash 均衡, 纯渠道结构 II 以及混合渠道结构 ID 和 DI 可能成为 Nash 均衡. 如图 3 所示.具体, 当基本需求比率在中间范围($\hat{\Omega}^{\mathrm{II-DI}}_{\pi_{\mathrm{m}_1}}(\theta) < \Omega < \hat{\Omega}^{\mathrm{II-ID}}_{\pi_{\mathrm{m}_2}}(\theta)$), 即初始基本需求量相差不大时, 两个制造商都愿意选择集中渠道. 但是, 如果一个制造商有较大的初始基本需求及较高的产品替代程度时, 另一个制造商将会放弃集中渠道, 选择分散渠道. 如果制造商 m_1 的初始基本需求高于制造商 m_2 $\left(\hat{\Omega}^{\mathrm{II-ID}}_{\pi_{\mathrm{m}_2}}(\theta) < \Omega < \overline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)\right)$, 且产品替代程度高, 竞争激烈, 初始基本需求量处于劣势的制造商 m_2 选择集中渠道加剧竞争对自己没有任何好处, 因此将选择分散渠道销售产品, 以缓解竞争, 同时分散渠道中零售商广告的投入, 将带来需求增加, 进而获得更多利润.因此, ID 成为均衡渠道, 反之则 DI 成为均衡渠道. 这一结论与中国家电市场渠道结构现状相一致, 如引言中所述, 实力相当的三大家电制造商格力、海尔、美的大力自建渠道. 一些实力相对薄弱的制造商(长虹等)仍选择国美、苏宁等大零售商销售产品.

考虑在每一种可能的均衡渠道结构中, 是否总是基本需求量大的制造商会获取更多利润? 基于固定渠道结构, 比较两个制造商利润, 回答上述问题. 有如下结论.

命题 5　1) 纯渠道结构中, 初始基本需求量高的制造商获得更多利润, 即当 $\Omega \leqslant 1$ 时, $\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{II}*} \leqslant \pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{II}*}$; 当 $\Omega > 1$ 时, $\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{II}*} > \pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{II}*}$.

2) 混合渠道结构(如 ID)中, 制造商所获利润与产品替代程度有关. 当 $\theta \in (0, 0.817)$时, 若 $\hat{\Omega}_{\pi_{\mathrm{m}_1}-\pi_{\mathrm{m}_2}}^{\mathrm{ID}}(\theta) < \Omega \leqslant \overline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)$, 有 $\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{ID}*} > \pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{ID}*}$; 若 $\underline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta) \leqslant \Omega \leqslant \hat{\Omega}_{\pi_{\mathrm{m}_1}-\pi_{\mathrm{m}_2}}^{\mathrm{ID}}(\theta)$, 有 $\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{ID}*} \leqslant \pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{ID}*}$; 当 $\theta \in [0.817, 0.866)$ 时, 恒有 $\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{ID}*} > \pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{ID}*}$ (见图 4).

命题 5 的证明参见附录 2. 命题 5 中 1)表明在对称的纯集中渠道结构中, 基本初始需求量的多少是企业决策的重要影响因素, 拥有高初始基本需求量的制造商具有优势, 将获得较高的利润. 命题 5 中 2)表明在不对称的混合渠道结构中, 当产品替代程度相对低时, 使用直销渠道的制造商, 只有在基本初始需求量高于一定程度后, 才会比使用分散渠道的制造商获得更多利润; 当产品替代程度相对高时, 使用直销渠道的制造商利润高于使用分散渠道的制造商(见图 4). 不同的渠道策略, 具有不同的优势, 分散渠道有利于降低制造商间的竞争, 集中渠道可以提高制造商的广告效率. 当两个制造商初始基本需求量和渠道结构都不相同时, 渠道结构, 产品替代程度和初始基本需求量共同决定了制造商决策及利润的高低. 当两个制造商产品替代程度低时, 表明两个制造商的竞争程度低, 使用分散渠道的制造商降低竞争的优势对整个系统影响并不大. 此时, 初始基本需求量较高的直销渠道制造商拥有优势, 获得更多的利润. 当产品替代程度高时, 两个制造商竞争激烈, 使用分散渠道的制造商降低竞争的优势对整个系统影响巨大. 此时, 使用直销渠道的制造商不仅可以提高促销效率, 而且可以分享另一制造商带来的减弱竞争的优势, 进而获得更多利润.

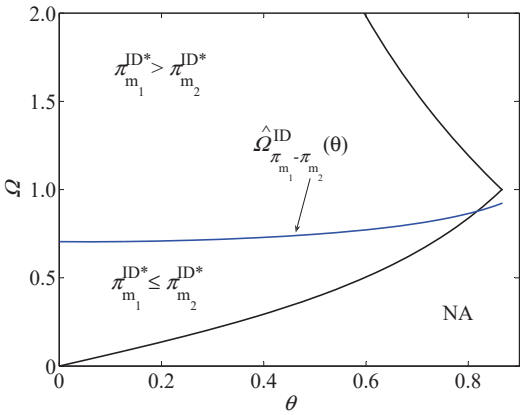

图 4　混合渠道结构中制造商利润比较

Fig. 4　Profit comparison of the manufacturers in the mixed channel structure

命题 5 表明, 当两个制造商选择相同的集中渠道策略时, 对制造商来说初始基本需求量最重要. 若两个制造商选择不同的渠道策略, 当产品替代程度高时, 不管初始基本需求量如何, 制造商都应该选择集中渠道; 当产品替代程度一般时, 初始基本需求量高的制造商将获得更多利润, 与所选渠道类型无关. 也就是说, 若某一个制造商具有很高的初始基本需求量, 选择集中渠道是这一制造商的占优策略, 将比另一制造商获得更多利润. 若制造商不具有初始基本需求量的优势, 则没有占优的渠道策略.

5　结束语

本文在考虑共同广告情景下, 研究竞争性制造商的渠道选择策略. 研究发现, 制造商应该权衡自己与竞争对手产品的市场占有量及替代性水平, 进而选择合适的渠道模式. 当初始基本需求量差距不大时, 制造商应均选择集中渠道, 纯集中渠道成为均衡; 当初始基本需求量差距大且产品替代程度高时, 混合渠道结构成为均衡; 集中渠道不一定因为协调就一定制定较低的零售价, 实现更多的需求. 本文的结论与中国家电制造企业的渠道选择相一致, 实力强的三大家电制造商格力、海尔、美的大力自建渠道, 自己开展广告促销; 一些

实力相对薄弱的制造商仍选择国美、苏宁等大零售商销售产品, 与零售商一起进行广告促销.

在本文的模型中, 假设零售商与制造商在决策批发价前决策广告水平, 实践中, 可能存在多种决策顺序. 在未来的研究中, 可考虑其他决策顺序, 探讨供应链成员的决策顺序对渠道选择的影响. 再则, 本文的模型, 仅考虑了制造商初始基本需求量的不对称, 若考虑其他参数的不对称性, 将带来更丰富的结果. 此外, 模型可进一步扩展到随机需求.

参考文献:

[1] McGuire T, Staelin R. An industry equilibrium analysis of downstream vertical integration. Marketing Science, 1983, 2(2): 161–191.

[2] Moorthy K S. Strategic decentralization in channels. Marketing Science, 1988, 7(4): 335–355.

[3] Coughlan A T. Competition and cooperation in marketing channel choice: Theory and application. Marketing Science, 1985, 4(2): 110–129.

[4] Trivedi M. Distribution channels: An extension of exclusive retailership. Management Science, 1998, 44(7): 896–909.

[5] Wu C, Petruzzi N C, Chhajed D. Vertical integration with price-setting competitive newsvendors. Decision Science, 2007, 38(4): 581–610.

[6] Cao W, Jiang B, Zhou D. The effects of demand uncertainty on channel structure. European Journal of Operational Research, 2010, 207(3): 1471–1488.

[7] Liu Y, Tyagi R. The benefits of competitive upward channel decentralization. Management Science, 2011, 57(4): 741–751.

[8] Yang S, Shib V, Jacksonc J E. Manufacturers' channel structures when selling asymmetric competing products. International Journal of Production Economics, 2015, 170: 641–651.

[9] Bian J, Guo X, Li K W. Distribution channel strategies in a mixed market. International Journal of Production Economics, 2015, 162: 13–24.

[10] Gupta S, Loulou R. Process innovation, product differentiation, and channel structure: strategic incentives in a duopoly. Marketing Science, 1998, 17(4): 301–316.

[11] Gupta S. Channel structure with knowledge spillovers. Marketing Science, 2008, 27(2): 247–261.

[12] 李晓静, 艾兴政, 唐小我. 基于链与链竞争的再制造产品销售渠道的研究. 系统工程学报, 2016, 31(5): 666–675.
Li X J, Ai X Z, Tang X W. Marketing channel structure of remanufactured products under competing supply chain. Journal of Syetems Engineering, 2016, 31(5): 666–675. (in Chinese)

[13] Berger P D. Vertical cooperative advertising ventures. Journal of Marketing Research, 1972, 9(3): 309–312.

[14] He X, Prasad A, Sethi S P. Cooperative advertising and pricing in a dynamic stochastic supply chain: Feedback Stackelberg strategies. Production and Operation Management, 2009, 18(1): 78–94.

[15] Huang Z, Li S X. Co-op advertising models in a manufacturer- retailer supply chain: A game theory approach. European Journal of Operational Research, 2001, 135(3): 527–544.

[16] Jorgensen S G, Zaccour S, Sigue P. Dynamic cooperative advertising in a channel. Journal of Retailing, 2000, 76(1): 71–92.

[17] Xie J, Neyret A. Co-op advertising and pricing models in manufacturer-retailer supply chains. Computers and Industrial Engineering, 2009, 56(4): 1375–1385.

[18] 傅 强, 曾顺秋. 不确定需求下供应链合作广告与订货策略的博弈. 系统工程理论与实践, 2008, 28(3): 56–63.
Fu Q, Zeng S Q. Game analysis of cooperative advertising and ordering strategies in a supply chain under demand uncertainty. Systems Engineering: Theory and Practice, 2008, 28(3): 56–63. (in Chinese)

[19] 但 斌, 田丽娜, 董绍辉. 考虑溢出效应的互补品企业间广告决策模型研究.中国管理科学, 2013, 21(2): 66–75.
Dan B, Tian L N, Dong S H. Research on advertising decision-making model between complementary goods enterprises considering spillover effect. Chinese Journal of Management Science, 2013, 21(2): 66–75. (in Chinese)

[20] 吴江华, 翟 昕. 信息共享对供应链合作广告影响的博弈分析. 中国管理科学, 2012, 20(5): 98–105.
Wu J H, Zhai X. Effects of information sharing on cooperative advertising in a supply chain: A game theoretic approach. Chinese Journal of Management Science, 2012, 20(5): 98–105. (in Chinese)

[21] 周艳菊, 鲍茂景, 陈晓红, 等. 基于公平关切的低碳供应链广告合作－减排成本分担契约与协调. 中国管理科学, 2017, 25(2): 121–129.
Zhou Y J, Bao M J, Chen X H, et al. Co-op adevertising and emission reduction cost sharing contract and coordination in low-carbon supply chain based on fairness concerns. Chinese Journal of Management Science, 2017, 25(2): 121–129. (in Chinese)

[22] 何丽红, 廖　茜, 刘蒙蒙, 等. 两层供应链系统最优广告努力水平与直接价格折扣的博弈分析. 中国管理科学, 2017, 25(2): 130–138.
He H L, Liao Q, Liu M M, et al. A game analysis of optimal advertising efforts and direct price discount strategy for the two-level supply chain. Chinese Journal of Management Science, 2017, 25(2): 130–138. (in Chinese)

[23] Bergen M, John G. Understanding cooperative advertising participation rates in conventional channels. Journal of Market Research, 1997, 34(3): 357–369.

[24] Liu, B, Cai G, Tsay A A. Advertising in asymmetric competing supply chains. Production and Operations Management, 2013, 23(11): 1845–1858.

[25] 牛水叶, 李勇建. 再制造供应链运营策略博弈. 系统工程学报, 2017, 32(5): 674–685.
Niu S Y, Li Y J. Remanufacturing supply chain operation game. Journal of Syetems Engineering, 2017, 32(5): 674–685. (in Chinese)

[26] 张子辰, 雒兴刚. 考虑广告效应和信息共享的双渠道供应链分析. 系统工程学报, 2017, 32(4): 499–512.
Zhang Z C, Luo X G. Analysis of a dual-channel supply chain with advertising effect and information sharing. Journal of Syetems Engineering, 2017, 32(4): 499–512.(in Chinese)

[27] 张旭梅, 陈国鹏. 存在品牌差异的双渠道供应链合作广告协调模型. 管理工程学报, 2016, 30(2): 152–159.
Zhang X M, Chen G P. Coordination model for cooperative advertising in dual-channel supply chain under product brand differentiation. Jonrnal of Industrial Engineering and Engineering Management, 2016, 30(2): 152–159. (in Chinese)

[28] 陈国鹏, 张旭梅, 肖　剑. 在线渠道折扣促销下的双渠道供应链合作广告协调研究. 管理工程学报, 2016, 30(4): 203–209.
Chen G P, Zhang X M, Xiao J. Coordination model for cooperative advertising in dual-channel supply chain when online channel implements discount promotion. Jonrnal of Industrial Engineering and Engineering Management, 2016, 30(4): 203–209. (in Chinese)

作者简介:

王素娟(1980—), 女, 山西晋城人, 博士, 副教授, 研究方向: 供应链管理, 商业模式等, Email: wangsujuan-1981@163.com;

贾淇宁(1992—), 女, 山西吕梁人, 博士生, 研究方向: 供应链管理, 战略与技术创新管理, Email: 771785321@qq.com.

附录 1　渠道模式 II, DD, DI 以及 ID 均衡决策求解

渠道模式 II 求解

以渠道模式 II 为例, 详细写出求解过程. 其他模式求解可参考 II. 使用逆向递推法求解, 给定 $e_{\mathrm{m}_i}, i=1,2$, 因 $\dfrac{\partial^2\pi_{\mathrm{r}_i}}{\partial p_i^2}=-\dfrac{2}{1-\theta^2}<0$, 可知零售商 i 的利润函数 $\pi_{\mathrm{r}_i}^{\mathrm{II}}(p_i)$ 是关于 p_i 的凹函数, 经过求解一阶条件 $\dfrac{\partial\pi_{\mathrm{r}_i}}{\partial p_i}=0, i=1,2$, 可获得零售商最优零售价格为

$$p_i(e_{\mathrm{m}_i})=((2-\theta^2)(A_i+e_{\mathrm{m}_i})-\theta(A_j+e_{\mathrm{m}_j}))/(4-\theta^2),\ i=1,2,\text{且 } j=3-i.\text{(若无特别说明, 下同)}$$

将 $p_i(e_{\mathrm{m}_i})$ 代入制造商的利润函数, 可得到制造商的利润函数为

$$\pi_{\mathrm{m}_i}^{\mathrm{II}}(e_{\mathrm{m}_i})=\frac{-(12-20\theta^2+8\theta^4-\theta^6)e_{\mathrm{m}_i}^2+2(2-\theta^2)[(2-\theta^2)A_i-\theta(A_j+e_{\mathrm{m}_j})]+[(2-\theta^2)A_i-\theta(A_j+e_{\mathrm{m}_j})]^2}{(1-\theta^2)(4-\theta^2)^2}.$$

可知, 当$\theta\in(0,0.933]$时$\dfrac{\partial^2\pi_{\mathrm{m}_i}^{\mathrm{II}}(e_{\mathrm{m}_i})}{\partial e_{\mathrm{m}_i}^2}=-\dfrac{2(12-20\theta^2+8\theta^4-\theta^6)}{(1-\theta^2)(4-\theta^2)^2}<0$, 即制造商 i 的利润 $\pi_{\mathrm{m}_i}^{\mathrm{II}}(e_{\mathrm{m}_i})$ 在 $\theta\in(0,0.933]$ 上是关于 e_{m_i} 的凹函数, 可得 $e_{\mathrm{m}_i}^{\mathrm{II}*}=B_4(B_1A_i-B_2A_j)/B_3$. 进而可知均衡零售价, 需求, 以及利润分别为

$$p_i^{\mathrm{II}*}=B_5(B_1A_i-B_2A_j)/B_3,\ q_i^{\mathrm{II}*}=B_6(B_1A_i-B_2A_j)/B_3,\ \pi_{\mathrm{m}_i}^{\mathrm{II}*}=B_7(B_1A_i-B_2A_j)^2/{B_3}^2,$$

其中

$$B_1=(2-\theta^2)(3-\theta^2),\ B_2=\theta(4-\theta^2),\ B_3=(6+4\theta-5\theta^2-\theta^3+\theta^4)(6-4\theta-5\theta^2+\theta^3+\theta^4),$$

$$B_4=2-\theta^2,\ B_5=(1-\theta^2)(4-\theta^2),\ B_6=4-\theta^2,\ B_7=12-20\theta^2+8\theta^4-\theta^6.$$

为了保证价格和需求是非负的, 必须满足

$$\begin{cases}B_3>0\\ B_1A_i-B_2A_j\geqslant 0.\end{cases}$$

模式 II 均衡策略存在且非负需要满足的条件为 $\theta\in(0,0.866)$ 且 $B_2/B_1\leqslant\Omega\leqslant B_1/B_2$.

渠道结构 DD

同样地使用逆向递推法, 可得 DD 结构下的均衡决策存在的条件为, $\theta\in(0,0.935)$ 且 $E_2/E_1\leqslant\Omega\leqslant E_1/E_2$. 均衡结果为 $e_{\mathrm{m}_i}^{\mathrm{DD}*}=B_4B_6E_4(E_1A_i-E_2A_j)/E_3$, $e_{\mathrm{r}_i}^{\mathrm{DD}*}={B_4}^2E_4(E_1A_i-E_2A_j)/E_3$, $p_i^{\mathrm{DD}*}=2E_5E_6(E_1A_i-E_2A_j)/E_3$, $w_i^{\mathrm{DD}*}=B_5E_6(E_1A_i-E_2A_j)/E_3$, $q_i^{\mathrm{DD}*}=B_4E_6(E_1A_i-E_2A_j)/E_3$, $\pi_{\mathrm{m}_i}^{\mathrm{DD}*}=E_7(E_1A_i-E_2A_j)^2/{E_3}^2$,

其中

$E_1=(8-9\theta^2+2\theta^4)(52-74\theta^2+31\theta^4-4\theta^6),\ E_2=\theta(2-\theta^2)(4-\theta^2)(4-2\theta^2+\theta)(4-2\theta^2-\theta),$

$E_3=(416-1060\theta^2+1018\theta^4-459\theta^6+98\theta^8-8\theta^{10})^2-(\theta(128\theta-232\theta^3+150\theta^5-41\theta^7+4\theta^9))^2,$

$E_4=8-9\theta^2+2\theta^4,\ E_5=(1-\theta^2)(3-\theta^2),\ E_6=(4-\theta^2)(4-2\theta^2+\theta)(4-2\theta^2-\theta),$

$E_7=(2-\theta^2)(4-\theta^2)^2(896-3104\theta^2+4274\theta^4-2988\theta^6+1117\theta^8-212\theta^{10}+16\theta^{12}).$

渠道结构 ID

同样地可得 ID 结构下的均衡解存在的条件为 $\theta\in(0,0.915)$ 且 $F_2/F_1\leqslant\Omega\leqslant F_4/(2F_2)$. 均衡结果为

$e_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{ID}*}=E_4(F_1A_1-F_2A_2)/F_3,\ e_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{ID}*}=B_4B_6(F_4A_2-2F_2A_1)/(2F_3),\ e_{\mathrm{r}_2}^{\mathrm{ID}*}={B_4}^2(F_4A_2-2F_2A_1)/(2F_3),$

$p_1^{\mathrm{ID}*}=2B_4B_5(F_1A_1-F_2A_2)/F_3,\ p_2^{\mathrm{ID}*}=2B_6E_5(F_4A_2-2F_2A_1)/F_3,\ w_2^{\mathrm{ID}*}=B_5B_6(F_4A_2-2F_2A_1)/F_3,$

$q_1^{\mathrm{ID}*}=2B_4B_6(F_1A_1-F_2A_2)/F_3,\ q_2^{\mathrm{ID}*}=B_4B_6(F_4A_2-2F_2A_1)/F_3,\ \pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{ID}*}=F_5(F_1A_1-F_2A_2)^2/{F_3}^2,$

$\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{ID}*}=F_6(F_4A_2-2F_2A_1)^2/(4{F_3}^2).$

其中

$F_1=26-39\theta^2+16\theta^4-2\theta^6,\ F_2=\theta(2-\theta^2)(4-\theta^2),$

$F_3=624-1870\theta^2+2149\theta^4-1246\theta^6+388\theta^8-62\theta^{10}+4\theta^{12},$

$F_4=24-31\theta^2+14\theta^4-2\theta^6,\ F_5=192-496\theta^2+479\theta^4-220\theta^6+48\theta^8-4\theta^{10},$

$\mathrm{F}_6=(2-\theta^2)(4-\theta^2)^2(14-19\theta^2+4\theta^4).$

渠道结构 DI

同样地可得 DI 结构下的均衡解存在的条件为 $\theta\in(0,0.915)$ 且 $2F_2/F_4\leqslant\Omega\leqslant F_1/F_2$. 均衡结果为

$e_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{DI}*}=B_4B_6(F_4A_1-2F_2A_2)/(2F_3),\ e_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{DI}*}=E_4(F_1A_2-F_2A_1)/F_3,\ e_{\mathrm{r}_1}^{\mathrm{DI}*}={B_4}^2(F_4A_1-2F_2A_2)/(2F_3),$

$p_1^{\mathrm{DI}*}=2B_6E_5(F_4A_1-2F_2A_2)/F_3,\ p_2^{\mathrm{DI}*}=2B_4B_5(F_1A_2-F_2A_1)/F_3,\ w_1^{\mathrm{DI}*}=B_5B_6(F_4A_1-2F_2A_2)/F_3,$

$q_1^{\mathrm{DI}*}=B_4B_6(F_4A_1-2F_2A_2)/F_3,\ q_2^{\mathrm{DI}*}=2B_4B_6(F_1A_2-F_2A_1)/F_3,\ \pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{DI}*}=F_6(F_4A_1-2F_2A_2)^2/(4{F_3}^2),$

$\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{DI}*}=F_5(F_1A_2-F_2A_1)^2/{F_3}^2.$

附录 2 命题证明

命题 1 证明 1) 由附录 1 可知

$e_{\mathrm{m}_i}^{\mathrm{II}*}-(e_{\mathrm{m}_i}^{\mathrm{DD}*}+e_{\mathrm{r}_i}^{\mathrm{DD}*})=(B_4(B_1E_3-(B_4+B_6)B_3E_1E_4)A_i-B_4(B_2E_3-(B_4+B_6)B_3E_2E_4)A_j)/(B_3E_3).$

令 $\hat{\Omega}_{e_1}^{\mathrm{II-DD}}(\theta)=\dfrac{B_4(B_2E_3-(B_4+B_6)B_3E_2E_4)}{B_4(B_1E_3-(B_4+B_6)B_3E_1E_4)},\hat{\Omega}_{e_2}^{\mathrm{II-DD}}(\theta)=\dfrac{B_4(B_1E_3-(B_4+B_6)B_3E_1E_4)}{B_4(B_2E_3-(B_4+B_6)B_3E_2E_4)}.$

当 $\theta\in(0,0.673)$ 时, 可知, $\underline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)<\hat{\Omega}_{e_1}^{\mathrm{II-DD}}(\theta)<\hat{\Omega}_{e_2}^{\mathrm{II-DD}}(\theta)<\overline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)$. 因此, 当 $\underline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)\leqslant\Omega\leqslant\hat{\Omega}_{e_1}^{\mathrm{II-DD}}$, 有 $e_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{II}*}\leqslant e_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{DD}*}+e_{\mathrm{r}_1}^{\mathrm{DD}*}, e_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{II}*}>e_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{DD}*}+e_{\mathrm{r}_2}^{\mathrm{DD}*}$;

当 $\hat{\Omega}_{e_1}^{\mathrm{II-DD}}<\Omega<\hat{\Omega}_{e_2}^{\mathrm{II-DD}}$, 有 $e_{\mathrm{m}_i}^{\mathrm{II}*}>e_{\mathrm{m}_i}^{\mathrm{DD}*}+e_{\mathrm{r}_i}^{\mathrm{DD}*}, i=1,2$; 当 $\hat{\Omega}_{e_2}^{\mathrm{II-DD}}\leqslant\Omega\leqslant\overline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)$, 有 $e_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{II}*}>e_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{DD}*}+e_{\mathrm{r}_1}^{\mathrm{DD}*}$, $e_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{II}*}\leqslant e_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{DD}*}+e_{\mathrm{r}_2}^{\mathrm{DD}*}$.

当 $\theta\in[0.673,0.866)$时, 可知 $\underline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)<\hat{\Omega}_{e_2}^{\mathrm{II-DD}}(\theta)\leqslant\hat{\Omega}_{e_1}^{\mathrm{II-DD}}(\theta)<\overline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)$. 因此, 当 $\underline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)\leqslant\Omega\leqslant\hat{\Omega}_{e_2}^{\mathrm{II-DD}}$, 有 $e_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{II}*}<e_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{DD}*}+e_{\mathrm{r}_1}^{\mathrm{DD}*}, e_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{II}*}\geqslant e_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{DD}*}+e_{\mathrm{r}_2}^{\mathrm{DD}*}$;

当 $\hat{\Omega}_{e_2}^{\mathrm{II-DD}}<\Omega<\hat{\Omega}_{e_1}^{\mathrm{II-DD}}$, 有 $e_{\mathrm{m}_i}^{\mathrm{II}*}<e_{\mathrm{m}_i}^{\mathrm{DD}*}+e_{\mathrm{r}_i}^{\mathrm{DD}*}, i=1,2$;

当 $\hat{\Omega}_{e_1}^{\mathrm{II-DD}}\leqslant\Omega\leqslant\overline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)$, 有 $e_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{II}*}\geqslant e_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{DD}*}+e_{\mathrm{r}_1}^{\mathrm{DD}*}, e_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{II}*}<e_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{DD}*}+e_{\mathrm{r}_2}^{\mathrm{DD}*}$.

2) 由附录 1 可知 $e_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{ID}*}-\left(e_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{DI}*}+e_{\mathrm{r}_1}^{\mathrm{DI}*}\right)={B_6}^2\left(\left(4-13\theta^2+10\theta^4-2\theta^6\right)A_1+\theta\left(2-\theta^2\right)A_2\right)/F_3\geqslant 0.$

同理可证, $e_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{DI}*}-\left(e_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{ID}*}+e_{\mathrm{r}_2}^{\mathrm{ID}*}\right)\geqslant 0.$ 证毕.

命题 2 证明 1) 由附录 1 可知

$p_1^{\mathrm{II}*}-p_1^{\mathrm{DD}*}=((B_1B_5E_3-2B_3E_1E_5E_6)A_1-(B_2B_5E_3-2B_3E_2E_5E_6)A_2)/(B_3E_3)\leqslant 0$. 同理可证 $p_2^{\mathrm{II}*}-p_2^{\mathrm{DD}*}\leqslant 0$.

2) 由附录 1 可知 $p_1^{\mathrm{ID}*}-p_1^{\mathrm{DI}*}=2B_5B_6(F_2A_2-(5-2\theta^2)A_1)/F_3$. 令 $\hat{\Omega}_{p_1}^{\mathrm{ID-DI}}(\theta)=F_2/(5-2\theta^2)$. 当 $0<\theta\leqslant 0.864$ 时, $\underline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)\leqslant\hat{\Omega}_{p_1}^{\mathrm{ID-DI}}(\theta)\leqslant\overline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)$, 因此, 当 $\underline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)\leqslant\Omega<\hat{\Omega}_{p_1}^{\mathrm{ID-DI}}(\theta)$, 有 $p_1^{\mathrm{ID}*}-p_1^{\mathrm{DI}*}>0$;

当 $\hat{\Omega}_{p_1}^{\mathrm{ID-DI}}(\theta)\leqslant\Omega\leqslant\overline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)$, 有 $p_1^{\mathrm{ID}*}-p_1^{\mathrm{DI}*}\leqslant 0$, 当 $\theta\in[0.864,0.866)$时, $\hat{\Omega}_{p_1}^{\mathrm{ID-DI}}(\theta)\geqslant\overline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta), p_1^{\mathrm{ID}*}-p_1^{\mathrm{DI}*}\geqslant 0$.

令 $\hat{\Omega}_{p_2}^{\mathrm{ID-DI}}(\theta)=(5-2\theta^2)/F_2$, 同理可证, $\theta\in[0,0.864)$时, 当 $\underline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)\leqslant\Omega<\hat{\Omega}_{p_2}^{\mathrm{ID-DI}}(\theta)$, 有 $p_2^{\mathrm{ID}*}-p_2^{\mathrm{DI}*}>0$; 若 $\hat{\Omega}_{p_2}^{\mathrm{ID-DI}}(\theta)\leqslant\Omega\leqslant\overline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta), p_2^{\mathrm{ID}*}-p_2^{\mathrm{DI}*}\leqslant 0$. $\theta\in[0.864,0.866)$时, $p_2^{\mathrm{ID}*}-p_2^{\mathrm{DI}*}\leqslant 0$ 恒成立. 证毕.

命题 3 证明 1) 由附录 1 可知 $E_7>0, F_5>0, E_1A_1-E_2A_2\geqslant 0, F_1A_1-F_2A_2\geqslant 0, E_3>0, F_3>0$,

则 $\sqrt{\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{DD}*}}-\sqrt{\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{ID}*}}=\sqrt{E_7}(E_1A_1-E_2A_2)/E_3-\sqrt{F_5}(F_1A_1-F_2A_2)/F_3<0$. 故 $\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{DD}*}-\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{ID}*}<0$.

同理, 可证 $\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{DD}*}-\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{DI}*}<0$.

2) 由附录 1 可知 $B_7>0, F_6>0, B_1A_1-B_2A_2\geqslant 0, F_4A_1-2F_2A_2\geqslant 0, B_3>0, F_3>0$, 则 $\sqrt{\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{II}*}}-\sqrt{\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{DI}*}}=((2B_1F_3\sqrt{B_7}-B_3F_4\sqrt{F_6})A_1-2(B_2F_3\sqrt{B_7}-B_3F_2\sqrt{F_6})A_2)/(2B_3F_3)$.

令 $\Omega \equiv \dfrac{A_1}{A_2}$, 并求解 $\sqrt{\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{II}*}} - \sqrt{\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{DI}*}} = 0$, 在 $\underline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta) \leqslant \Omega \leqslant \overline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)$ 内, 有一解

$$\hat{\Omega}_{\pi_{\mathrm{m}_1}}^{\mathrm{II-DI}}(\theta) = \frac{2(B_2F_3\sqrt{B_7} - B_3F_2\sqrt{F_6})}{2B_1F_3\sqrt{B_7} - B_3F_4\sqrt{F_6}}.$$

当 $\underline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta) \leqslant \Omega \leqslant \hat{\Omega}_{\pi_{\mathrm{m}_1}}^{\mathrm{II-DI}}(\theta)$, 有 $\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{II}*} - \pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{DI}*} \leqslant 0$; 当 $\hat{\Omega}_{\pi_{\mathrm{m}_1}}^{\mathrm{II-DI}}(\theta) < \Omega \leqslant \overline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)$, 有$\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{II}*} - \pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{DI}*} > 0$.

同理, $\sqrt{\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{II}*}} - \sqrt{\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{ID}*}} = (2(B_3F_2\sqrt{F_6} - B_2F_3\sqrt{B_7})A_1 - (B_3F_4\sqrt{F_6} - 2B_1F_3\sqrt{B_7})A_2)/(2B_3F_3)$.

令 $\Omega \equiv \dfrac{A_1}{A_2}$, 并求解 $\sqrt{\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{II}*}} - \sqrt{\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{ID}*}} = 0$, 在 $\underline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta) \leqslant \Omega \leqslant \overline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)$内, 有一解

$$\hat{\Omega}_{\pi_{\mathrm{m}_2}}^{\mathrm{II-ID}}(\theta) = \frac{B_3F_4\sqrt{F_6} - 2B_1F_3\sqrt{B_7}}{2(B_3F_2\sqrt{F_6} - B_2F_3\sqrt{B_7})}.$$

当 $\underline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta) \leqslant \Omega < \hat{\Omega}_{\pi_{\mathrm{m}_2}}^{\mathrm{II-ID}}(\theta)$, 有 $\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{II}*} - \pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{ID}*} > 0$; 当$\hat{\Omega}_{\pi_{\mathrm{m}_2}}^{\mathrm{II-ID}}(\theta) \leqslant \Omega \leqslant \overline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)$, 有 $\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{II}*} - \pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{ID}*} \leqslant 0$.

通过计算, 可知 $\hat{\Omega}_{\pi_{\mathrm{m}_1}}^{\mathrm{II-DI}}(\theta) < \hat{\Omega}_{\pi_{\mathrm{m}_2}}^{\mathrm{II-ID}}(\theta)$.

综上, 当 $\underline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta) \leqslant \Omega \leqslant \hat{\Omega}_{\pi_{\mathrm{m}_1}}^{\mathrm{II-DI}}(\theta)$ 时, $\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{II}*} - \pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{DI}*} \leqslant 0$, $\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{II}*} - \pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{ID}*} > 0$; 当 $\hat{\Omega}_{\pi_{\mathrm{m}_1}}^{\mathrm{II-DI}}(\theta) < \Omega < \hat{\Omega}_{\pi_{\mathrm{m}_2}}^{\mathrm{II-ID}}(\theta)$ 时, $\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{II}*} - \pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{DI}*} > 0$, $\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{II}*} - \pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{ID}*} > 0$; 当 $\hat{\Omega}_{\pi_{\mathrm{m}_2}}^{\mathrm{II-ID}}(\theta) \leqslant \Omega \leqslant \overline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)$ 时, $\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{II}*} - \pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{DI}*} > 0$, $\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{II}*} - \pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{ID}*} \leqslant 0$.　　证毕.

命题 4 证明　由命题 3 可知, 当 $\underline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta) \leqslant \Omega \leqslant \overline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)$时, $\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{ID}*} > \pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{DD}*}$, $\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{DI}*} > \pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{DD}*}$;

当 $\underline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta) \leqslant \Omega \leqslant \hat{\Omega}_{\pi_{\mathrm{m}_1}}^{\mathrm{II-DI}}(\theta)$ 时, $\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{II}*} \leqslant \pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{DI}*}$, $\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{II}*} > \pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{ID}*}$, 故 DI 是一个 Nash 均衡.

当 $\hat{\Omega}_{\pi_{\mathrm{m}_1}}^{\mathrm{II-DI}}(\theta) < \Omega < \hat{\Omega}_{\pi_{\mathrm{m}_2}}^{\mathrm{II-ID}}(\theta)$ 时, $\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{II}*} > \pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{DI}*}$, $\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{II}*} > \pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{ID}*}$, 故 II 是一个 Nash 均衡.

当 $\hat{\Omega}_{\pi_{\mathrm{m}_2}}^{\mathrm{II-ID}}(\theta) \leqslant \Omega \leqslant \overline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)$时, $\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{II}*} > \pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{DI}*}$, $\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{II}*} \leqslant \pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{ID}*}$, 故 ID 是一个 Nash 均衡.　　证毕.

命题 5 证明　1) 由附录 1 可知 $B_7 > 0, B_1A_i - B_2A_j \geqslant 0, B_3 > 0$, $\sqrt{\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{II}*}} - \sqrt{\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{II}*}} = (\sqrt{B_7}(B_1 + B_2)(A_1 - A_2))/B_3$. 显然, 若 $\Omega > 1$, 则 $\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{II}*} > \pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{II}*}$; 若 $\Omega \leqslant 1$, 则 $\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{II}*} \leqslant \pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{II}*}$.

2) $\sqrt{\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{ID}*}} - \sqrt{\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{ID}*}} = (2(F_1\sqrt{F_5} + F_2\sqrt{F_6})A_1 - (2F_2\sqrt{F_5} + F_4\sqrt{F_6})A_2)/(2F_3)$.

令 $\Omega \equiv \dfrac{A_1}{A_2}$, 并求解 $\sqrt{\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{ID}*}} - \sqrt{\pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{ID}*}} = 0$, 在 $\underline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta) \leqslant \Omega \leqslant \overline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)$内, 有一解

$$\hat{\Omega}_{\pi_{\mathrm{m}_1} - \pi_{\mathrm{m}_2}}^{\mathrm{ID}}(\theta) = \frac{2F_2\sqrt{F_5} + F_4\sqrt{F_6}}{2(F_1\sqrt{F_5} + F_2\sqrt{F_6})}.$$

当 $0 < \theta < 0.817$ 时, $\underline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta) < \hat{\Omega}_{\pi_{\mathrm{m}_1} - \pi_{\mathrm{m}_2}}^{\mathrm{ID}}(\theta) < \overline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)$. 可知, 当 $\underline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta) \leqslant \Omega \leqslant \hat{\Omega}_{\pi_{\mathrm{m}_1} - \pi_{\mathrm{m}_2}}^{\mathrm{ID}}(\theta)$, 有 $\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{ID}*} \leqslant \pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{ID}*}$; 当 $\hat{\Omega}_{\pi_{\mathrm{m}_1} - \pi_{\mathrm{m}_2}}^{\mathrm{ID}}(\theta) < \Omega \leqslant \overline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)$, 有 $\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{ID}*} > \pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{ID}*}$.

当 $0.817 \leqslant \theta < 0.866$ 时, $\hat{\Omega}_{\pi_{\mathrm{m}_1} - \pi_{\mathrm{m}_2}}^{\mathrm{ID}}(\theta) \leqslant \underline{\Omega}^{\mathrm{II}}(\theta)$. 此时, 恒有 $\pi_{\mathrm{m}_1}^{\mathrm{ID}*} > \pi_{\mathrm{m}_2}^{\mathrm{ID}*}$.　　证毕.