

# 基于D-vine copula-分位数回归的组合投资决策

许启发<sup>1,2</sup>, 王侠英<sup>1</sup>, 蒋翠侠<sup>1,2</sup>, 李辉艳<sup>1</sup>

(1. 合肥工业大学管理学院, 安徽 合肥 230009;

2. 合肥工业大学过程优化与智能决策教育部重点实验室, 安徽 合肥 230009)

**摘要:** 为克服传统组合投资决策模型使用方差风险的不足, 建立D-vine copula-分位数回归方法估计多元条件联合分布, 给出广义Omega比率组合投资决策模型求解方案. 分别选取能源市场3种期货商品和不同行业5只股票进行实证研究, 结果表明: 基于D-vine copula-分位数回归的广义Omega比率组合投资决策模型, 能够充分揭示与模拟金融资产收益变动规律, 得到更高的Sharpe比率和广义Omega比率.

**关键词:** 组合投资; D-vine copula; 分位数回归; 广义Omega比率

中图分类号: F224.0 文献标识码: A 文章编号: 1000-5781(2019)01-0069-13

doi: 10.13383/j.cnki.jse.2019.01.006

## Portfolio selection via D-vine copula-quantile regression method

Xu Qifa<sup>1,2</sup>, Wang Xiaying<sup>1</sup>, Jiang Cuixia<sup>1,2</sup>, Li Huiyan<sup>1</sup>

(1. School of Management, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China;

2. Key Laboratory of Process Optimization and Intelligent Decision-making, Ministry of Education, Hefei 230009, China)

**Abstract:** In classical portfolio selection models, variance is an important parameter. However, it is not suitable for risk measure. To address this issue, this paper develops a generalized Omega ratio-based portfolio selection model by using a D-vine copula-quantile regression to estimate complete joint probability distribution of portfolio returns. The efficacy of the new method is illustrated through empirical studies on global energy markets and Chinese stock market. Two practical portfolios are constructed on three kinds of commodities and five stocks respectively. The empirical results show that the generalized Omega ratio-based portfolio selection model via D-vine copula-quantile regression is able to investigate and simulate the dynamic features of financial assets returns. Consequently it outperforms the others in terms of producing higher values of Sharpe ratio and generalized Omega ratio.

**Key words:** portfolio; D-vine copula; quantile regression; generalized Omega

## 1 引言

Markowitz<sup>[1]</sup>首次提出组合投资理论与方法, 研究投资决策中不确定性收益和风险组合优化问题, 为实现最大化收益、最小化风险目标, 建立了兼具理论意义与应用价值的均值-方差模型. 此后, 一些学者考虑到单位风险收益能力: 风险调整收益指标, 提出了相应的组合投资决策模型, 如: Sharpe<sup>[2]</sup>提出Sharpe比率组合投资决策模型, 避免了同时优化两个目标函数的麻烦. 然而, 这些模型都是以方差风险作为基础, 依赖于正

收稿日期: 2016-07-10; 修订日期: 2017-02-23.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71671056; 71490725); 国家社会科学基金一般资助项目(15BJY008); 教育部人文社会科学研究规划基金资助项目(14YJA790015).

态性假定和金融资产间线性关系约束. 随着金融理论与实践发展, 下方风险与非线性关联受到了足够的重视, 也影响到组合投资决策模型构建, 如: Keating等<sup>[3]</sup>提出Omega比率组合投资决策模型, 该模型能够充分利用组合投资收益完整概率分布信息, 从而得到更好的组合投资效果. 由于目标函数依赖于概率分布特征, 该模型难以使用线性或二次规划方法来求解.

在组合投资决策中, 金融资产之间的联合分布信息至关重要, 是实现组合投资决策的基础. 过去, 在正态分布假定下, 如果能够获得金融资产之间的线性相关系数, 则能够唯一地得到其联合分布特征. 而在一般情况下, 要想准确得到联合分布函数较为困难, 需要依赖于联合分布建模方法, copula技术为此提供了一个基本工具. Sklar<sup>[4]</sup>指出, 金融资产间的联合分布建模可以划分为两个独立的阶段来完成: 第一, 通过GARCH模型或者分位数回归等, 拟合单个金融资产的边缘分布; 第二, 通过copula函数, 刻画金融资产之间非线性关联结构. 目前, 基于copula方法的相关研究大多集中在二维, 对于高维问题的研究相对较少, 难以满足多个金融资产间的组合投资需求. 为此, 需要研究多元copula技术. vine copula技术和pair copula理论的出现使得copula工具更为实用, 前者允许资产间存在不同的相依结构, 后者细致展示了vine copula函数的分解过程. 在此基础上, Schepsmeier<sup>[5]</sup>、Bedford等<sup>[6]</sup>和Panagiotelis等<sup>[7]</sup>在模型拟合和算法优化方面深入研究, 进一步拓展了vine copula的应用领域.

在金融领域的联合分布建模中, 关键在于边缘分布的刻画和copula函数的选择. 目前, 绝大部分文献都是使用“GARCH模型+copula函数”的方式. 在二维模型研究方面, Aloui等<sup>[8]</sup>和Kamal等<sup>[9]</sup>应用copula-GARCH模型分别刻画原油价格和美元汇率、股票市场和外汇市场之间的条件相依结构; 杨博理等<sup>[10]</sup>基于DSTCC-GARCH模型研究了房地产市场间的动态相关性; 李鹏举等<sup>[11]</sup>考虑到金融时间序列的尖峰、厚尾特征, 给出基于t-GARCH-copula模型的金融理财产品风险度量; 田茂茜等<sup>[12]</sup>运用Clayton copula分位数回归模型刻画了低迷时期银行业股票收益率对房地产业股票收益率的影响并进行相关预测. 在高维模型研究方面, Mendes等<sup>[13]</sup>和Yuan等<sup>[14]</sup>运用D-vine copula结构刻画多元变量联合分布; Brechmann等<sup>[15]</sup>和So等<sup>[16]</sup>基于vine copula-GARCH方法, 分别研究了组合投资决策问题和相依结构时变特性的存在问题; 唐振鹏等<sup>[17]</sup>、叶五一等<sup>[18]</sup>和Geidosch等<sup>[19]</sup>基于vine copula方法, 分别对组合信用风险、由高频分笔数据得到的交易量持续期和信贷组合投资问题进行了分析; 黄友珀等<sup>[20]</sup>则构建出资产组合收益分位数预测的vine copula-已实现GARCH模型, 选取中国股市风格指数组合展开实证分析, 结果表明该模型能够提供更准确的分位数预测. 以上研究中, 在使用GARCH模型拟合金融资产边缘分布时, 存在一定局限: 需要进行波动函数假设与误差项分布设定, 容易产生模型误设问题. Koenker等<sup>[21]</sup>提出的分位数回归无需对分布形式做出假定, 就能够揭示响应变量条件分布变动规律, 可以用来拟合单个金融资产的边缘分布, 避免模型误设问题. 因此, 在条件联合分布建模中, 可以使用“分位数回归+copula函数”的方式. Zhu<sup>[22]</sup>使用二元copula函数对此开展了初步研究, 取得了较好的实证效果, 但只能解决两两金融资产之间的组合投资选择问题, 难以满足在多个金融资产之间进行组合投资决策的需要.

实际中, 组合投资决策往往面临众多金融资产, 依赖于金融资产间关联关系(联合分布特征)刻画. 如何有效且准确地估计多个金融资产之间的联合分布特征? 是一个需要亟待解决的关键问题, 将直接影响到组合投资效果. 受copula两步法建模思想的影响, 本文将多元条件联合分布建模转化为边缘分布建模与关联结构建模两个部分, 建立了D-vine copula分位数回归模型来估计多元条件联合分布, 进而给出了广义Omega组合投资决策模型求解方案, 能够有效地实现多个金融资产的组合投资决策. 本文的创新性体现在两个方面: 第一, 给出的多元条件联合分布建模方法将Zhu<sup>[22]</sup>的方法从二元情形拓展到多元情形, 能够解决多个金融资产之间组合投资决策问题, 更加符合实际需求; 第二, 建立的组合投资决策方案, 实现广义Omega比率组合投资决策优化, 能够避免传统组合投资决策方法正态性假定和线性相关约束的不足. 本文方法的核心主要包括以下三个方面: 第一, 使用分位数回归方法拟合单个金融资产的边缘分布, 能够避免GARCH类方法对误差项分布特征的依赖性而带来的模型误设问题; 第二, 使用D-vine copula函数刻画多个金融资产间的非线性关联结构, 能够避免普通copula方法中的维数灾难问题; 第三, 通过估计的联合分布, 模拟金融资产收益变动规律, 给出其阈值接受算法, 能够实现一类组合投资模型求解. 最后, 将本文的方法分别应用于能源市场3种期货商品的组合投资决策与不同行业5只股票之间的组合投资决策.

## 2 组合投资决策模型

组合投资决策, 就是一个收益与风险的权衡过程, 可以转化为最大化风险调整收益问题. 考虑到Sharpe比率和广义Omega比率两个风险调整收益在实际中应用广泛, 本文讨论其组合投资决策问题.

### 2.1 基于Sharpe比率组合投资模型

Sharpe<sup>[23]</sup>提出Sharpe比率, 用以反映组合投资单位风险的超额收益能力: Sharpe比率越大, 说明单位风险所获得的回报越高, 投资绩效越好. 不妨设金融市场中存在有 $p$ 个金融资产, 其收益分别为 $r_1, r_2, \dots, r_p$ , 组合投资权重分别为 $w_1, w_2, \dots, w_p$ , 则可以建立基于Sharpe比率的资产组合投资模型

$$\begin{aligned} \text{Max } S(r_f) &= \frac{E(r) - r_f}{\text{Var}(r)}, \\ \text{s.t. } \sum_{i=1}^p w_i &= 1, \\ w_i &\geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, p, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $r_f$ 为无风险收益率;  $r$ 为组合投资收益, 满足 $r = w_1 r_1 + w_2 r_2 + \dots + w_p r_p$ ;  $E(r)$ 和 $\text{Var}(r)$ 分别为组合投资收益的均值和标准差.

### 2.2 基于广义Omega比率组合投资模型

在Sharpe比率中, 使用方差风险测度, 存在两个方面的局限: 一方面, 将收益的上升与下跌等同视为风险; 另一方面, 只是使用收益分布的有限信息, 即二阶矩. Omega比率则能够充分利用收益分布的所有信息, 计量风险调整收益, 定义为

$$\Omega(L) = \frac{E[\max(r - L, 0)]}{E[\max(L - r, 0)]} = \frac{\int_L^{+\infty} [1 - F(r)] dr}{\int_{-\infty}^L F(r) dr}, \quad (2)$$

其中 $L$ 为基准收益率,  $F(r)$ 为收益率 $r$ 的累积分布函数. 可见, Omega比率为期望收益和期望损失之比.

然而, 在金融市场中存在不同风险偏好的投资者, 风险偏好程度往往影响到组合投资结果. 为此, 参考Sahi等<sup>[24]</sup>对于投资者非对称偏好心理的描述, 引入风险厌恶参数, 将式(2)中的Omega比率扩展为广义Omega比率

$$G_\Omega(L, \lambda) = \ln([\max(r - L), 0]) - \lambda \ln([\max(L - r), 0]), \quad (3)$$

其中 $\lambda (\lambda > 0)$ 为风险厌恶参数,  $\ln(\cdot)$ 为自然对数函数. 不难发现, 广义Omega比率能够综合考虑收益、风险以及投资者风险偏好三者关系, 其取值越大, 表明投资者在一定风险偏好下进行组合投资获得的绩效越好.

基于广义Omega比率, 可以建立相应的组合投资模型

$$\begin{aligned} \text{Max } G_\Omega(L, \lambda) &= \ln([\max(r - L), 0]) - \lambda \ln([\max(L - r), 0]), \\ \text{s.t. } \sum_{i=1}^p w_i &= 1, \\ w_i &\geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, p. \end{aligned} \quad (4)$$

在实际求解过程中, 可以将式(4)做离散化处理

$$\begin{aligned} \text{Max } G_\Omega(L, \lambda) &= \ln\left(\frac{1}{N_1} \sum_{j=1}^N (r_j - L)_+\right) - \lambda \ln\left(\frac{1}{N_2} \sum_{j=1}^N (L - r_j)_+\right), \\ \text{s.t. } \sum_{i=1}^p w_i &= 1, \\ w_i &\geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, p, \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $N$ 为总样本量,  $N_1$ 为收益率 $r$ 大于 $L$ 的样本量,  $N_2$ 为收益率 $r$ 小于 $L$ 的样本量.

### 3 模型求解

在广义Omega比率组合投资模型中,由于目标函数依赖于概率分布特征,难以使用线性规划或二次规划方法进行模型求解.本文给出其模拟求解算法,主要包括三个方面:第一,使用分位数回归方法拟合金融资产收益的边缘分布;第二,使用D-vine copula函数刻画金融资产间的非线性关联结构;第三,基于多个金融资产联合分布估计结果,对金融收益进行随机模拟,给出阈值接受算法,实现最优组合投资权重求解.

#### 3.1 边缘分布拟合:分位数回归

分位数回归方法,能够揭示响应变量完整条件分布变动规律,弥补了均值回归的不足.其无需对误差项进行分布设定,能够避免模型误设等问题,显示出更强的稳健性.叶五一等<sup>[25]</sup>基于动态分位点回归模型分析了亚洲金融危机期间的危机传染问题,结果表明该模型具有检验和预测的双重作用;张大斌等<sup>[26]</sup>和许启发等<sup>[27]</sup>基于分位数回归方法进行了金融风险测度.而在组合投资决策中,为拟合金融资产收益的边缘分布,可以建立分位数自回归模型

$$Q_{r_t}(\tau) = \mathbf{x}_t^T \boldsymbol{\beta}(\tau), \quad (6)$$

其中  $r_t$  为连续复合收益,  $\mathbf{x}_t = (r_{t-1}, r_{t-2}, \dots, r_{t-m})^T$  为由滞后收益组成的解释变量向量,  $\boldsymbol{\beta}(\tau) = (\beta_1(\tau), \beta_2(\tau), \dots, \beta_m(\tau))^T$  为回归系数向量;  $\tau$  为分位点且  $\tau \in (0, 1)$ ;  $t = m+1, m+2, \dots, T$ .

回归系数向量  $\boldsymbol{\beta}(\tau)$  的估计,可以通过求解如下最小化问题得到,即

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}(\tau) = \arg \min_{\boldsymbol{\beta}} \sum_{t=m+1}^T \rho_{\tau}(r_t - \mathbf{x}_t^T \boldsymbol{\beta}(\tau)), \quad (7)$$

其中  $\rho_{\tau}(u)$  为损失函数

$$\rho_{\tau}(u) = \begin{cases} \tau u, & u \geq 0 \\ (\tau - 1)u, & u < 0. \end{cases} \quad (8)$$

对于分位数自回归模型,需要确定其最优滞后阶数  $m$ , 本文使用AIC准则,即

$$\text{AIC}(m; \tau) = (T - m) \ln \hat{\sigma}_t + \frac{m}{2}, \quad (9)$$

其中  $\hat{\sigma}_t = \frac{1}{T - m} \sum_{t=m+1}^T \rho_{\tau}(r_t - \hat{Q}_{r_t}(\tau))$ ,  $\hat{Q}_{r_t}(\tau)$  为  $\tau$  分位数的估计.选择能够使得AIC值最小的  $m$ , 作为最优滞后阶数.

根据式(6),可以进行未来多期收益条件分位数预测,结果为

$$\hat{Q}_{r_{T+s}}(\tau | r_{T+s-1}, r_{T+s-2}, \dots, r_{T+s-m}) = \hat{\beta}_1(\tau) r_{T+s-1} + \hat{\beta}_2(\tau) r_{T+s-2} + \dots + \hat{\beta}_m(\tau) r_{T+s-m}, \quad (10)$$

其中  $r_{T+j} = \begin{cases} r_{T+j}, & j \leq 0 \\ \hat{Q}_{r_{T+j}}, & j > 0, \end{cases}$   $\hat{Q}_{r_{T+j}}$  表示  $T+j$  期分位点  $\tau$  值下收益率的估计值.

根据式(10)可以验证,当条件分位数取值足够密集时,分位点  $\tau$  值即是其概率积分变换后得到的边缘分布函数值.为此,本文考虑以收益序列经验分布函数值作为分位点  $\tau$  值代入式(10),得到单个收益与其边缘分布函数值的一一对应关系,从而实现未来多期收益条件分位数的预测.

#### 3.2 关联结构刻画: vine copula

根据Sklar定理,对于一个  $p$  维随机向量  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_p)^T$ , 令  $F$  为具有边缘分布  $F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_p(x_p)$  的多元变量联合分布函数,那么一定存在一个copula函数  $C(\cdot)$  使得

$$F(x_1, x_2, \dots, x_p) = C(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_p(x_p)), \quad (11)$$

其联合概率密度函数可写为

$$f(x_1, x_2, \dots, x_p) = c(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_p(x_p)) \times \prod_{k=1}^p f_k(x_k), \quad (12)$$

其中  $c(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_p(x_p))$  为 copula 函数  $C(\cdot)$  的密度函数,  $f_k(x_k)$  为变量  $x_k, k = 1, 2, \dots, p$  的边缘分布密度函数.

根据 pair copula 理论, 多元变量联合概率密度函数按照某种结构可以分解成一系列 pair copula 密度函数和边缘分布密度函数的乘积形式. 进一步地, 结合正则藤图建模方法, 采用藤的层叠结构, 以多元变量作为藤的节点, 以 pair copula 作为藤的边, 构建 vine copula 模型. 在此模型中, 多元变量联合分布被分解成一系列的 pair copula, 这些 pair copula 分别用来刻画每一条边上所对应的二元联合分布(有条件或无条件). 由此可以在每一条边上选择合适的二元 copula 函数类型, 更为灵活地刻画变量间的关联结构. 实践中, 常用 vine 结构有: C-vine 和 D-vine. 一般地, 当变量间的关系被某个关键变量引导时, 表现为在树状结构中存在一个中心节点, 此时变量间存在一定主次关系, 适合采用 C-vine 结构来刻画; 当各变量的地位相对平等时, 表现为线型分层树状结构, 此时变量间没有主次关系, 则适合采用 D-vine 结构来描述. 在金融市场中, 各个金融资产地位往往相对平等, 难以确定主次关系, 所以本文选择 D-vine copula 来刻画各资产间的非线性关联关系.

一个  $p$  维 D-vine copula 可以由  $p - 1$  棵树 ( $T_j, j = 1, 2, \dots, p - 1$ ) 来表示, 其中第  $j$  棵树  $T_j$  具有  $p + 1 - j$  个节点和  $p - j$  条边, 每个节点对应一个变量, 每条边对应一个 pair copula 函数. 其联合概率密度函数表达式为

$$f(x_1, x_2, \dots, x_p) = \prod_{k=1}^p f_k(x_k) \prod_{j=1}^{p-1} \prod_{i=1}^{p-j} c_{i, i+j|i+1, \dots, i+j-1} \times (F_{i|i+1, \dots, i+j-1}(x_i|x_{i+1}, \dots, x_{i+j-1}), F_{i+j|i+1, \dots, i+j-1}(x_{i+j}|x_{i+1}, \dots, x_{i+j-1})), \quad (13)$$

其中  $j$  表示树的层次,  $i$  表示每棵树上的边,  $c_{\cdot|}(\cdot, \cdot)$  为 pair copula 密度函数,  $F_{\cdot|}(\cdot, \cdot)$  为条件分布函数.

以 3 维为例, 得到 D-vine copula 结构如图 1 所示, 其联合概率密度函数为

$$f(x_1, x_2, x_3) = f_1(x_1)f_2(x_2)f_3(x_3) \times c_{1,2}(F_1(x_1), F_2(x_2)) \times c_{2,3}(F_2(x_2), F_3(x_3)) \times c_{1,3|2}(F_{1|2}(x_1|x_2), F_{3|2}(x_3|x_2)), \quad (14)$$

其中  $F_k(x_k)$  为变量  $x_k, k = 1, 2, 3$  的累积分布函数.

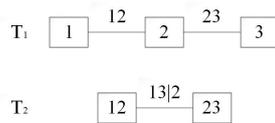


图 1 3 维 D-vine copula 结构

Fig. 1 D-vine copula structure of three-dimensions

### 3.3 组合投资权重优化

#### 3.3.1 随机收益模拟

根据 copula 技术, 通过边缘分布拟合与非线性关联结构刻画, 可以得到多个金融资产收益的条件联合分布. 基于条件联合分布对金融资产收益进行随机模拟, 进而得到模拟组合投资收益及其分布特征, 为实现组合投资决策奠定基础, 具体步骤如下.

**步骤 1** 生成边缘分布随机数. 选择拟合效果最优的  $p$  维 D-vine copula 函数, 随机产生  $G$  组服从  $[0, 1]$  上均匀分布的边缘分布随机数  $u_i^{(1)}, u_i^{(2)}, \dots, u_i^{(p)}, i = 1, 2, \dots, G$ .

**步骤 2** 多期收益预测. 一方面, 考虑收益与其边缘分布函数值的对应关系, 运用分位数自回归方法来描述预期收益率的完整分布特征, 将随机数  $u_i^{(1)}, u_i^{(2)}, \dots, u_i^{(p)}$  分别作为  $p$  个金融资产的  $\tau$  值, 代入式 (10), 得到  $p$  个金融资产未来  $s$  期预测收益率  $r_i^{(1)}, r_i^{(2)}, \dots, r_i^{(p)}$ . 另一方面, 考虑 GARCH 类方法预设的波动模型, 将  $u_i^{(1)}, u_i^{(2)}, \dots, u_i^{(p)}$  分别作为  $p$  个金融资产的分位点, 计算标准化残差  $\varepsilon_i^{(1)}, \varepsilon_i^{(2)}, \dots, \varepsilon_i^{(p)}$ , 再根据公

式 $r_{T+s} = \sigma_{T+s} \times \varepsilon_{T+1}$ , 其中向前 $s$ 期的波动率 $\varepsilon_{T+s}$ 的计算可参考许启发等<sup>[28]</sup>给出的公式, 即

$$\sigma_{T+s}^2 = \frac{\alpha_0(1 - (\alpha_1 + \beta_1))^{s-1}}{1 - \alpha_1 - \beta_1} + (\alpha_1 + \beta_1)^{s-1}\sigma_{T+1}^2, \quad (15)$$

其中 $\alpha_0, \alpha_1, \beta_1$ 为GARCH模型中待估计的参数, 从而得到 $p$ 个金融资产未来 $s$ 期预测收益率 $\tilde{r}_i^{(1)}, \tilde{r}_i^{(2)}, \dots, \tilde{r}_i^{(p)}$ .

**步骤3** 组合投资收益计算. 对 $p$ 个金融资产分别取一定权重初始值 $w_j, j = 1, 2, \dots, p$ , 使得 $w_1 + w_2 + \dots + w_p = 1$ , 再分别基于D-vine copula-QR方法和D-vine copula-GARCH类方法求出 $p$ 个金融资产未来 $s$ 期组合投资收益率 $r_i^{(QR)} = w_1 r_i^{(1)} + w_2 r_i^{(2)} + \dots + w_p r_i^{(p)}, r_i^{(GARCH)} = w_1 \tilde{r}_i^{(1)} + w_2 \tilde{r}_i^{(2)} + \dots + w_p \tilde{r}_i^{(p)}$ , 从而模拟出 $p$ 个金融资产未来 $s$ 期组合投资收益的 $G$ 种情形.

### 3.3.2 组合投资权重优化

为获得最大组合投资绩效, 有必要进行组合投资权重优化, 常用的权重优化算法有贪心算法和爬山法, 其主要缺陷在于: 容易陷入局部最优. 为避免陷入局部最优, 尽可能地找到全局最优解, 这里对广义Omega比率(或Sharpe比率)组合投资模型, 参考Gilli等<sup>[29]</sup>的做法, 给出一个启发式优化算法: 阈值接受算法, 基本步骤如下.

**步骤1** 定义搜索域为所有 $p$ 元权重组合 $\mathbf{W} = (w_1, w_2, \dots, w_p)^T$ , 其中 $w_1 \geq 0, w_2 \geq 0, \dots, w_p \geq 0$ , 并且 $w_1 + w_2 + \dots + w_p = 1$ ; 邻域 $N(w^c) = \{x^p \in \mathbf{W}, \|x^p - w^c\| < \varepsilon\}$ ,  $\varepsilon$ 足够小; 目标函数为广义Omega比率(或Sharpe比率)的负值 $f(w; L, \lambda) = -G_\Omega(w; L, \lambda)$ (或 $f(w; r_f) = -S(w; r_f)$ ).

**步骤2** 随机选取权重 $w^c \in \mathbf{W}$ , 取 $w^p \in N(w^c)$ , 计算 $\delta = |f(w^p) - f(w^c)|$ ; 令 $w^c = w^p$ , 重复以上做法得到 $l$ 个 $\delta$ 值, 计算其经验分布 $F(\delta)$ ; 进一步地, 定义递减阈值序列 $\phi_i = F^{-1}(\frac{l-i+1}{l}), i = 1, 2, \dots, l$ ,  $l$ 为序列 $\phi_i$ 的长度; 设定同一阈值 $\phi_i$ 下的迭代次数为 $p_r$ ; 令 $i = 1$ .

**步骤3** 在阈值 $\phi_i$ 下, 随机产生权重 $w^c \in \mathbf{W}$ , 取 $w^p \in N(w^c)$ , 计算 $\delta = f(w^p) - f(w^c)$ , 如果 $\delta < \phi_i$ , 那么接受 $w^p$ 为新的近似解, 令 $w^c = w^p$ ; 否则保留原来的近似解 $w^c$ , 转步骤4.

**步骤4** 如果迭代次数不超过 $p_r$ , 转步骤3; 否则转步骤5.

**步骤5** 如果 $i > l$ , 结束算法, 输出最优权重 $w^* = w^c$ ; 否则 $i = i + 1$ , 转步骤3.

## 4 实证研究

Chiu等<sup>[30]</sup>指出能源价格的剧烈波动会对各国乃至世界经济与政治产生极大的影响, 如何对能源价格进行准确预测并进行组合投资, 是防范能源价格波动风险的一个重要手段, 成为国内外关注的焦点. 本文选择焦煤、石油和天然气三者为研究对象, 使用前面提出的方法进行组合投资决策, 并将组合投资结果与已有方法进行对比.

### 4.1 数据与描述

赵鲁涛等<sup>[31]</sup>选取美国纽约商品交易所的煤炭、石油和天然气期货价格数据, 建立copula-VaR模型, 定量研究三者组合投资风险问题. 更进一步, 本文研究能源跨国组合投资决策问题, 选取大连商品交易所的焦煤、纽约商品交易所的石油和天然气的期货日收盘价数据, 记为 $P_t$ , 计算其对数收益 $r_t = (\ln P_t - \ln P_{t-1}) \times 100$ . 样本区间为2013年1月3日至2016年6月3日, 剔除了日期不一致的数据, 共计2 262个样本观测. 样本数据来自Wind数据库, 所有运算均通过R软件编程实现.

表1给出了各资产收益序列描述性统计结果.

表1 收益率描述性统计结果  
Table 1 The descriptive statistic results of return series

期货品种	最大值	均值	最小值	方差	峰度	偏度	J-B检验	LM检验
焦煤	6.69	-0.08	-11.10	2.37	8.42	-0.34	936.94***	55.13***
原油	12.28	-0.09	-14.15	5.78	7.16	0.01	547.80***	91.94***
天然气	12.86	-0.07	-19.11	7.81	7.41	-0.16	613.84***	106.10***

注: \*\*\*表示在1%水平下显著.

由表1可知: 各资产收益率峰度系数均大于3, 具有比正态分布明显的尖峰厚尾特征; J-B检验结果的 $P$ 值小于1%, 表明在1%显著水平下拒绝原假设, 据此可以初步判断各资产收益率序列均不服从正态分布; LM检验的 $P$ 值小于1%, 表明各资产收益序列存在明显条件异方差性. 因此, 既可使用分位数回归(QR)模型描述其边缘分布, 也可使用GARCH模型刻画其波动情况. 为了比较, 本文分别运用QR模型和GARCH类模型: GARCH-N、GARCH-t、GARCH-SGED来拟合金融资产的边缘分布.

## 4.2 资产收益变动规律分析

### 4.2.1 边缘分布拟合

首先, 运用QR方法拟合焦煤、原油和天然气的边缘分布. 限于篇幅, 在表2中仅报告了 $\tau = 0.5$ 分位点处AIC计算结果. 分别选取使得AIC值最小的 $m$ , 作为最优滞后阶数, 建立分位数自回归模型, 得到其参数估计(参数估计结果略). 由式(10), 以时间区间的最后一天(2016年6月3日)为基准, 对未来 $s$ 期收益条件分位数进行预测, 从而得到未来 $s$ 期各收益率条件分布预测结果.

其次, 运用GARCH类方法对各收益率进行波动性建模, 从而得到单个资产标准化残差项和向前 $s$ 期波动率 $\sigma_{T+s}$ (限于篇幅, 参数估计结果略), 实现各金融资产边缘分布拟合.

表 2 分位数自回归模型AIC值  
Table 2 AIC values of quantile autoregression model

期货品种	$\tau$	AIC					
		$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$	$m = 4$	$m = 5$	$m = 6$
焦煤	0.5	2 612.34	2 611.59	2 612.35	2 613.24	2 615.11	2 614.18
原油	0.5	3 295.59	3 297.57	3 299.57	3 301.52	3 298.97	3 300.34
天然气	0.5	3 596.71	3 598.55	3 597.89	3 599.07	3 600.28	3 600.73

### 4.2.2 关联结构刻画

运用D-vine copula函数刻画焦煤、原油和天然气间的非线性关联结构, 对上述各资产的预测收益和标准残差项进行概率积分变换, 得到相应边缘分布函数值; 再根据AIC准则, 选择最优的copula函数, 从而得到基于D-vine copula-QR方法和基于D-vine copula-GARCH类方法的估计结果, 同时给出基于C-vine copula-QR方法和基于C-vine copula-GARCH类方法的估计结果, 详见表3.

由表3可知, 第一, 从AIC准则来看, 与C-vine copula-QR方法、C-vine copula-GARCH类方法和D-vine copula-GARCH类方法相比, D-vine copula-QR方法的AIC值更小, 说明其拟合效果更好, 更适合于刻画多个金融资产的条件联合分布特征. 第二, 从相关结构来看, D-vine copula-QR方法和D-vine copula-GARCH类方法表现基本一致, 前者显示焦煤和原油( $C_{1,2}$ )、原油和天然气( $C_{2,3}$ )、焦煤和天然气( $C_{1,3|2}$ )之间的结构关系分别适合用Gumbel-copula、Clayton-copula和Gaussian-copula进行描述, 其相关系数分别为1.04、0.19和0.07, 表明焦煤和原油间存在非对称上尾相关性, 原油和天然气间存在非对称下尾相关性, 焦煤和天然气间存在对称的尾部相关性. 这些相关结构, 要远比线性相关复杂.

表 3 vine copula函数估计结果  
Table 3 The estimation results of vine copula function

模型方法	$C_{1,2}$		$C_{2,3}$		$C_{1,3 2}$		AIC
	copula	$\rho_{1,2}$	copula	$\rho_{2,3}$	copula	$\rho_{1,3 2}$	
D-vine copula-GARCH-N	Gumbel	1.04	Clayton	0.15	Gaussian	0.62	-13.03
D-vine copula-GARCH-t	Gaussian	0.07	Clayton	0.14	Gaussian	0.06	-12.71
D-vine copula-GARCH-SGED	Gaussian	0.07	Clayton	0.14	Gaussian	0.06	-12.68
D-vine copula-QR	Gumbel	1.04	Clayton	0.19	Gaussian	0.07	-21.90
C-vine copula-GARCH-N	Gumbel	1.04	Gaussian	0.07	Clayton	0.14	-5.93
C-vine copula-GARCH-t	Gaussian	0.07	Gaussian	0.07	Clayton	0.14	-6.18
C-vine copula-GARCH-SGED	Gaussian	0.07	Gaussian	0.07	Clayton	0.14	-5.72
C-vine copula-QR	Gumbel	1.04	Gaussian	0.07	Clayton	0.19	-5.08

### 4.3 组合投资决策结果分析

分别运用D-vine copula-QR模型和D-vine copula-GARCH类模型构建焦煤、原油和天然气间的联合分布,进而使用随机模拟方法对Sharpe比率组合投资模型与广义Omega组合投资模型进行求解,实现多资产组合投资决策。

在组合投资权重优化过程中,取 $G = 1\ 000$ ,设置无风险收益率 $r_f$ 和基准收益率 $L$ 都等于1.1%(3个月定期存款基准利率)。由式(1),可以进行Sharpe比率组合投资模型权重优化,得到相应最优权重配置和Sharpe比率。由式(5)可知,随着风险厌恶参数 $\lambda$ 取值不同,广义Omega比率组合投资模型权重优化结果将有所不同。参照蒋翠侠等<sup>[32]</sup>对风险厌恶参数的设置,本文取风险厌恶参数 $\lambda \in (0, 10]$ 。实证中,每隔0.1取一个 $\lambda$ 值,在每一个 $\lambda$ 值下进行广义Omega比率组合投资权重优化,结果分别见表4和图2。

表4 资产最优组合投资  
Table 4 The optimal portfolio selection of assets

求解方法	时期 $s$	Sharpe比率 组合投资模型				广义Omega比率组合投资模型											
						$\lambda = 0.5$				$\lambda = 1$				$\lambda = 1.5$			
		$w_1^*$	$w_2^*$	$w_3^*$	Value	$w_1^*$	$w_2^*$	$w_3^*$	Value	$w_1^*$	$w_2^*$	$w_3^*$	Value	$w_1^*$	$w_2^*$	$w_3^*$	Value
D-vine copula-GARCH-N	1期	0	0	1	-0.43	0	0	1	0.12	0.08	0	0.92	-0.40	0.36	0.14	0.50	-0.85
	2期	0	0	1	-0.44	0	0	1	0.11	0.08	0	0.92	-0.41	0.37	0.13	0.50	-0.85
	3期	0	0	1	-0.44	0	0	1	0.11	0.01	0.01	0.98	-0.41	0.38	0.12	0.50	-0.85
	4期	0	0	1	-0.44	0	0	1	0.11	0.01	0.01	0.98	-0.41	0.59	0.29	0.12	-0.85
	5期	0	0	1	-0.44	0	0	1	0.11	0.01	0.01	0.98	-0.41	0.6	0.28	0.12	-0.85
D-vine copula-GARCH-t	1期	1	0	0	-0.36	1	0	0	0.19	0.78	0.22	0	-0.35	0.02	0.97	0.01	-0.66
	2期	1	0	0	-0.36	1	0	0	0.19	0.78	0.22	0	-0.35	0.07	0.97	0.01	-0.67
	3期	1	0	0	-0.36	1	0	0	0.18	0.78	0.22	0	-0.35	0.02	0.98	0	-0.68
	4期	1	0	0	-0.37	1	0	0	0.18	0.79	0.21	0	-0.35	0	1	0	-0.68
	5期	1	0	0	-0.37	1	0	0	0.18	0	1	0	-0.35	0.28	0.67	0.05	-0.67
D-vine copula-GARCH-SGED	1期	0	0	1	-0.45	0	0	1	0.18	0.97	0	0.03	-0.25	0.90	0.10	0	-0.59
	2期	0	0	1	-0.45	0	0	1	0.18	0.97	0	0.03	-0.25	0.97	0	0.03	-0.59
	3期	0	0	1	-0.45	0	0	1	0.17	0.98	0	0.02	-0.25	0.98	0	0.02	-0.58
	4期	0	0	1	-0.45	0	0	1	0.17	0.99	0	0.01	-0.25	0.98	0	0.02	-0.58
	5期	0	0	1	-0.46	0	0	1	0.17	1	0	0	-0.25	0.99	0	0.01	-0.58
D-vine copula-GARCH-N	1期	0	0	1	-0.41	0.01	0.01	0.98	0.27	0.01	0.01	0.98	-0.14	0.01	0.09	0.90	-0.53
	2期	0	0	1	-0.33	0	0.01	0.99	0.43	0	0.07	0.93	0.07	0	0.07	0.93	-0.29
	3期	0	0	1	-0.27	0	0	1	0.36	0.03	0.13	0.84	0.01	0.03	0.13	0.84	-0.30
	4期	0	0	1	-0.30	0.02	0.05	0.93	0.39	0.02	0.11	0.87	0.07	0.02	0.12	0.86	-0.23
	5期	0	0	1	-0.30	0.01	0.06	0.93	0.35	0.01	0.11	0.88	0.02	0.03	0.11	0.86	-0.29

注:  $w_1^*$ 、 $w_2^*$ 和 $w_3^*$ 分别为焦煤、原油和天然气最优权重; Value分别表示Sharpe比率与广义Omega比率。

表4报告了在不同预测期内各方法对Sharpe比率组合投资模型与广义Omega比率组合投资模型求解结果,主要包括:最优权重、Sharpe比率以及广义Omega比率。限于篇幅,只报告了风险厌恶参数 $\lambda = 0.5$ 、 $\lambda = 1$ 和 $\lambda = 1.5$ (与风险追求者、风险中立者和风险厌恶者三种状态相对应)的广义Omega比率组合投资模型优化结果。由表4可知,就Sharpe比率组合投资模型优化结果而言,第一,在任意预测期内,各方法所得最优权重配置大体相同(除D-vine GARCH-t方法外),都集中于天然气(权重为1),没有很好地实现分散化投资的目的;第二,在任意预测期内,基于D-vine copula-QR方法得到的Sharpe比率基本大于D-vine GARCH类方法,表明前者优于后两者,可以获得更大的风险调整收益。就广义Omega比率组合投资模型优化结果而言,第一,在任意预测期内,不同风险厌恶参数 $\lambda$ 下基于D-vine copula-QR方法的组合投资最优权重配置与D-vine copula-GARCH类方法有所不同,各方法在分散化投资上表现良好;第二,在任意预测期内,基于D-vine copula-QR方法得到的广义Omega比率均大于D-vine copula-GARCH类方法,说明前者可以取得更佳的投资绩效。

图2报告了预测期 $s = 1, 2, 3, 4, 5$ 时各方法所得的最优广义Omega比率与风险厌恶参数 $\lambda$ 之间的关系,图中实线、长虚线、短虚线和中虚线分别代表D-vine copula-QR、D-vine GARCH-N、D-vine GARCH-t和D-vine

GARCH-SGED方法所得的结果. 由图2可知, 第一, 任意预测期内, 基于D-vine copula-QR 方法得到的广义Omega比率曲线全部位于基于D-vine copula-GARCH类方法的上方, 意味着对每一个风险厌恶参数 $\lambda$ 前者都优于后者; 第二, 任意预测期内, 随着风险厌恶参数 $\lambda$ 值不断增大, 投资者所获的组合投资绩效降低, 表现为基于各方法得到的广义Omega比率均不断减小; 第三, 随着风险厌恶参数 $\lambda$ 值增加, D-vine GARCH类方法递减的速度相对较快, 而D-vine copula-QR 方法相对较慢, 进一步说明基于D-vine copula-QR方法进行组合投资可以获得相对稳定的绩效.

至此, 可以发现D-vine copula-QR方法在模型拟合和组合投资决策这两个方面都优于D-vine copula-GARCH类方法, 从而获得更好的组合投资效果. 此外, 使用D-vine copula-QR方法, 能够适应广义Omega比率组合投资模型中不同风险偏好的要求, 都可以获得较为理想且稳定的组合投资结果. 为此, 本文还报告了基于D-vine copula-QR方法的广义Omega比率组合投资模型的最优权重配置情况, 结果见图3. 图3中显示了预测期 $s = 1, 2, 3, 4, 5$ 时各资产最优权重与风险厌恶参数 $\lambda$ 之间的关系, 其中 $w_1^*$ 、 $w_2^*$ 和 $w_3^*$ 分别代表焦煤、原油和天然气的最优权重. 由图3可知, 第一, 不同 $s$ 值下, 各资产最优权重变化不同. 总体而言,  $w_3^*$ 随着风险厌恶参数 $\lambda$ 增大呈现减小的趋势, 而 $w_1^*$ 和 $w_2^*$ 则呈现相反的变化. 这一结果表明, 在不同预测期内进行组合投资时, 应减少对风险偏大资产的投资而加大风险偏小资产的关注, 从而规避可能存在的风险. 第二, 在任意 $s$ 值下, 当风险厌恶参数 $\lambda$ 取值达到一定时,  $w_1^*$ 、 $w_2^*$ 和 $w_3^*$ 的结果将不再发生变化, 表明当投资者对风险厌恶达到一定程度, 最优权重配置将保持恒定.

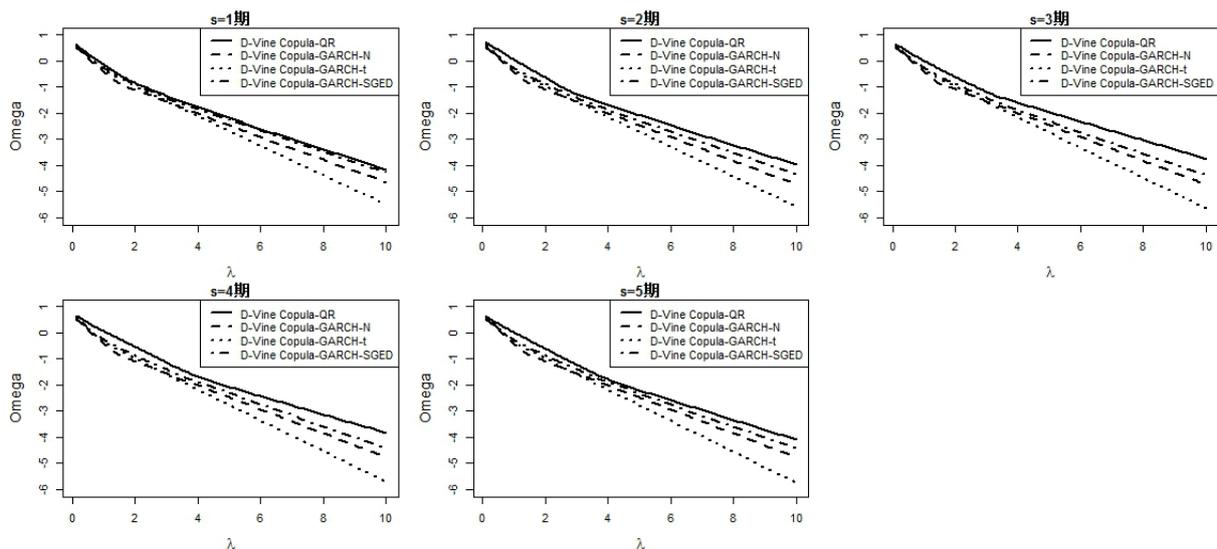


图 2 广义Omega比率与风险厌恶参数 $\lambda$ 关系(3个金融资产)

Fig. 2 Relationship between generalized Omega ratio and risk aversion parameter  $\lambda$  (three financial assets)

## 5 稳健性检验

在上述实证中, 运用本文的方法对3种期货商品进行组合投资决策, 获得了较好的组合投资效果. 为进一步检验本文方法有效性, 一方面, 考虑更多金融资产进行组合投资; 另一方面, 考虑随机选取不同行业数据.

### 5.1 检验过程

(1)数据选取. 随机选取能源、材料、工业、电信服务和公共事业行业的西山煤电、吉林化纤、远程电缆、中国联通和南京公用等5只股票的日收盘价数据, 计算其对数收益. 样本区间为2013年1月4日至2016年11月10日, 剔除了日期不一致的数据, 共计4 255个样本量. 样本数据来自Wind数据库.

(2)条件联合分布建模. 分别运用copula-QR与copula-GARCH方法, 估计5个金融资产的条件联合分布, 主要包括两步: 第一, 使用QR模型和GARCH类模型描述各个资产的边缘分布(限于篇幅, 参数估计结果略); 第二, 分别运用C-vine copula和D-vine copula函数刻画各个资产的非线性关联结构, 根据AIC准则, 选择最优

的copula函数. 比较vine copula函数计算结果中的AIC值(限于篇幅, 计算结果略), 发现D-vine copula-QR方法的AIC值更小, 拟合效果更优, 意味着更加适合刻画多个金融资产的条件联合分布特征.

(3)组合投资决策. 选择拟合效果最优的D-vine copula-QR方法进行组合投资决策. 为比较, 也报告了D-vine GARCH类方法的组合投资决策结果.

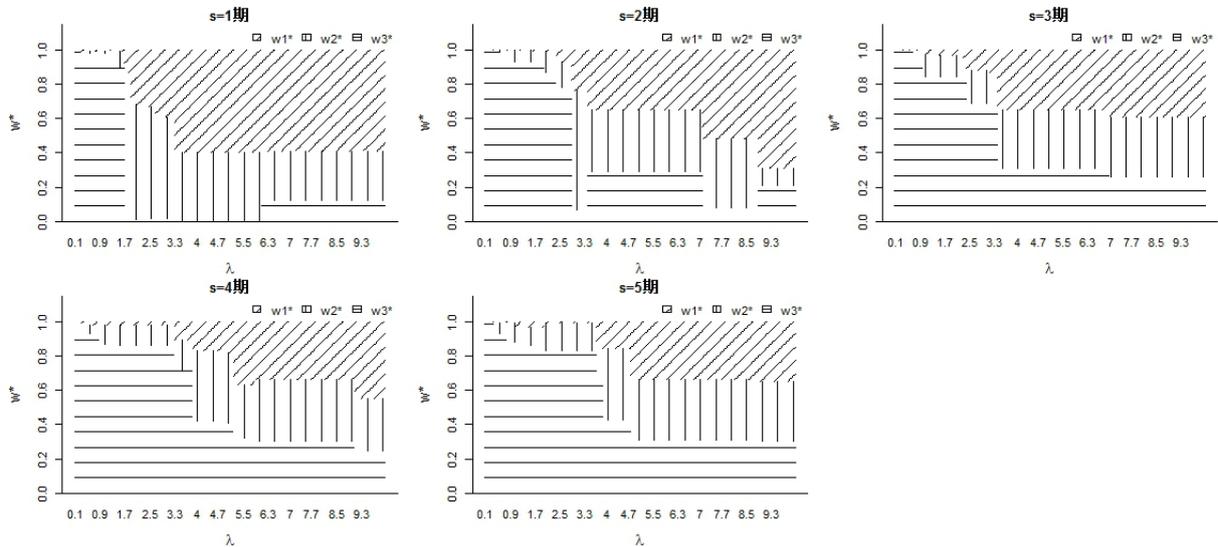


图3 基于D-vine copula-QR方法的 $w_1^*$ 、 $w_2^*$ 、 $w_3^*$ 与风险厌恶参数 $\lambda$ 关系(3个金融资产)

Fig. 3 Relationship between  $w_1^*$ ,  $w_2^*$ ,  $w_3^*$  and risk aversion parameter  $\lambda$  based on D-vine copula-QR method (three financial assets)

## 5.2 检验结果分析

分别运用D-vine copula-QR模型和D-vine copula-GARCH类模型构建以上5个资产间的联合分布, 进而使用随机模拟方法对Sharpe比率组合投资模型与广义Omega组合投资模型进行求解(限于篇幅, 部分结果略), 实现多资产组合投资决策. 在组合投资权重优化过程中, 取 $G = 1000$ , 设置无风险收益率 $r_f$ 和基准收益率 $L$ 都等于2.1%(2年定期存款基准利率). 取风险厌恶参数 $\lambda \in (0, 10]$ , 每隔0.1取一个 $\lambda$ 值, 在每一个 $\lambda$ 值下进行广义Omega比率组合投资权重优化, 结果见图4和图5.

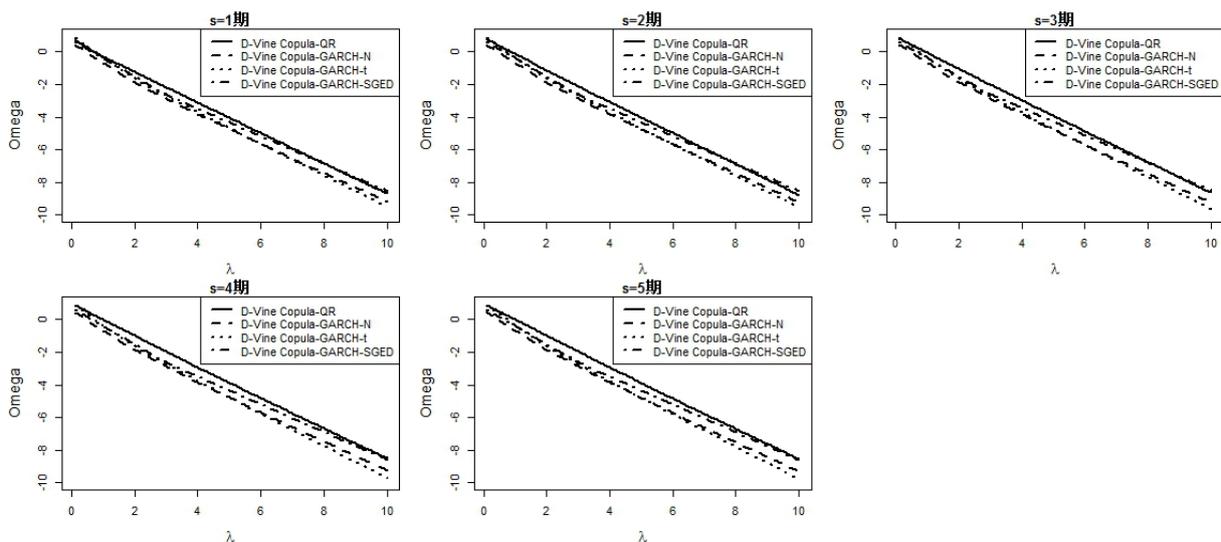


图4 广义Omega比率与风险厌恶参数 $\lambda$ 关系(5个金融资产)

Fig. 4 Relationship between generalized Omega ratio and risk aversion parameter  $\lambda$  (five financial assets)

在图4中, 报告了预测期 $s = 1, 2, 3, 4, 5$ 时各方法所得的最优广义Omega比率与风险厌恶参数 $\lambda$ 之间的关系. 由图4可知, 任意预测期内, 基于D-vine copula-QR方法得到的广义Omega比率曲线几乎全部位于基

于D-vine copula-GARCH类方法的上方, 意味着对每一个风险厌恶参数 $\lambda$ 前者都优于后者, 进一步说明本文的方法也适用于不同行业间的组合投资决策.

在图5中, 报告了预测期 $s = 1, 2, 3, 4, 5$ 时各资产最优权重与风险厌恶参数 $\lambda$ 之间的关系, 其中 $w_1^*$ 、 $w_2^*$ 、 $w_3^*$ 、 $w_4^*$ 和 $w_5^*$ 分别代表西山煤电、吉林化纤、远程电缆、中国联通和南京公用的最优权重. 由图5可知, 第一, 不同 $s$ 值下, 各资产最优权重有不同侧重. 总体而言,  $w_4^*$ 随着风险厌恶参数 $\lambda$ 增大呈现减小的趋势, 而 $w_1^*$ 和 $w_5^*$ 则呈现相反的变化. 第二, 在任意 $s$ 值下, 当风险厌恶参数 $\lambda$ 取值达到一定时, 最优权重配置将保持恒定. 因此, 随着风险厌恶参数 $\lambda$ 增大, 应该减少对中国联通的投资, 而加大对西山煤电和南京公用的投资, 从而规避可能存在的风险.

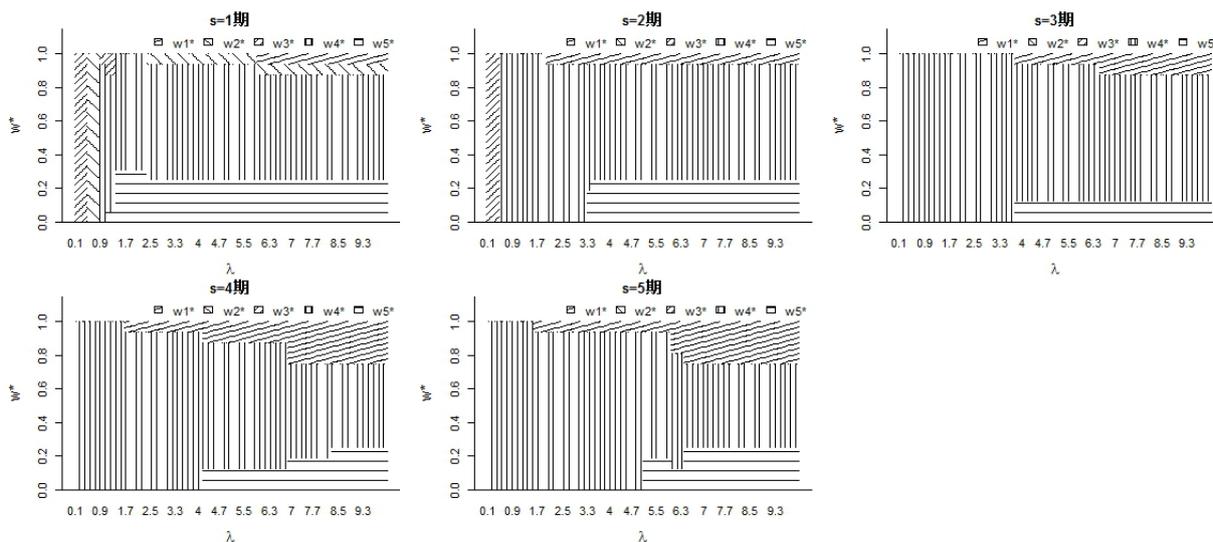


图 5 基于D-vine copula-QR方法的 $w_1^*$ 、 $w_2^*$ 、 $w_3^*$ 、 $w_4^*$ 、 $w_5^*$ 与风险厌恶参数 $\lambda$ 关系(5个金融资产)

Fig. 5 Relationship between  $w_1^*$ ,  $w_2^*$ ,  $w_3^*$ ,  $w_4^*$ ,  $w_5^*$  and risk aversion parameter  $\lambda$  based on D-vine copula-QR method (five financial assets)

综合上述结果, 运用5个行业数据得到的最优广义Omega比率结果与运用3只期货数据得到的最优广义Omega比率结论较为一致. 由此, 可以看到: 第一, 本文的方法既适应于不同期货间的组合投资决策, 也适应于不同行业间类似分析; 第二, 本文的方法不仅能够解决3维资产组合投资选择, 还可以进一步推广到4维、5维, 甚至更高维数, 整个建模技术并没有实质性变化, 只是计算工作量随之增加.

## 6 结束语

为解决组合投资决策中多元条件联合分布估计的困难, 建立了D-vine copula分位数回归模型, 进而给出了广义Omega组合投资决策模型求解方案. 本文方法的突出优点在于: 第一, 运用分位数回归拟合单个资产的边缘分布, 一方面可以克服正态性假定与方差风险测度的不足, 另一方面能够避免GARCH类方法对误差项分布特征的依赖性而带来的模型误设问题; 第二, 使用D-vine copula描述多个金融资产之间的非线性结构, 一方面可以克服线性相关假定的不足, 另一方面可以避免二元copula维度灾难和多元copula相依结构设定问题, 能够有效地实现多个金融资产的组合投资决策, 更加符合实际需要.

将本文的方法分别应用于能源市场3种期货商品的组合投资决策与不同行业5只股票之间的组合投资决策, 都获得了满意的组合投资决策效果, 表明其能够有效解决多个金融资产之间的组合投资决策问题, 验证了其有效性: 第一, 从AIC准则来看, 与D-vine copula-GARCH类方法相比, D-vine copula-分位数回归方法的AIC值更小, 能够充分模拟金融资产收益变动规律, 更加准确刻画其联合分布特征; 第二, 从广义Omega比率来看, 与D-vine copula-GARCH类方法相比, 对任意 $s$ 期, 当风险厌恶参数取值 $\lambda \in (0, 10]$ , D-vine copula-分位数回归方法所得的广义Omega比率更大, 能够取得更佳的投资组合投资绩效.

## 参考文献:

- [1] Markowitz H. Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 1952, 7(1): 77–91.
- [2] Sharpe W F. A linear programming algorithm for mutual fund portfolio selection. *Management Science*, 1967, 13(7): 499–510.
- [3] Keating C, Shadwick W F. A universal performance measure. *Journal of Performance Measurement*, 2002, 6(3): 59–86.
- [4] Sklar A. Fonctions de repartition à n dimensions et leurs marges. *Publication de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris*, 1959, 8(1): 229–231.
- [5] Schepsmeier U. Efficient information based goodness-of-fit tests for vine copula models with fixed margins: A comprehensive review. *Journal of Multivariate Analysis*, 2015, 138: 34–52.
- [6] Bedford T, Daneshkhah A, Wilson K J. Approximate uncertainty modeling in risk analysis with vine copulas. *Risk Analysis*, 2016, 36(4): 792–815.
- [7] Panagiotelis A, Czado C, Joe H, et al. Model selection for discrete regular vine copulas. *Computational Statistics & Data Analysis*, 2017, 106: 138–152.
- [8] Aloui R, Aïssa M S B, Nguyen D K. Conditional dependence structure between oil prices and exchange rates: A copula-GARCH approach. *Journal of International Money and Finance*, 2013, 32(1): 719–738.
- [9] Kamal J B, Haque A K E. Dependence between stock market and foreign exchange market in South Asia: A copula-garch approach. *The Journal of Developing Areas*, 2016, 50(1): 175–195.
- [10] 杨博理, 龚 朴, 包晓辉. 香港各地区房地产市场间的动态相关性研究. *系统工程学报*, 2016, 31(2): 178–191.  
Yang B L, Gong P, Bao X H. Research on dynamic correlations among regional real estate markets of Hong Kong. *Journal of Systems Engineering*, 2016, 31(2): 178–191. (in Chinese)
- [11] 李鹏举, 朱 辉. 基于Copula函数的金融理财产品风险度量. *系统工程理论与实践*, 2014, 34(3): 663–667.  
Li P Q, Zhu H. Risk measuring of financial products on a Copula function. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2014, 34(3): 663–667. (in Chinese)
- [12] 田茂茜, 虞克明. 银行业如何影响房地产业? Copula分位数回归及预测方法. *数理统计与管理*, 2015, 34(1): 150–161.  
Tian M Q, Yu K M. How does banking industry affect real estate? Copula quantile regression and predicting approach. *Journal of Applied Statistics and Management*, 2015, 34(1): 150–161. (in Chinese)
- [13] Mendes B V D M, Semeraro M M, Leal R P C. Pair-copulas modeling in finance. *Financial Markets and Portfolio Management*, 2010, 24(2): 193–213.
- [14] Yuan X, Sriboonchitta S, Tang J. Dependence evaluation on Thailand's import from five ASEAN countries: A GARCH-vine copula model approach. *International Journal of Intelligent Technologies & Applied Statistics*, 2014, 7(4): 339–352.
- [15] Brechmann E C, Czado C. Risk management with high-dimensional vine copulas: An analysis of the Euro Stoxx 50. *Statistics & Risk Modeling*, 2013, 30(4): 307–342.
- [16] So M K P, Yeung C Y T. Vine-copula GARCH model with dynamic conditional dependence. *Computational Statistics & Data Analysis*, 2014, 76: 655–671.
- [17] 唐振鹏, 黄友珀. 组合信用风险测度的藤copula方法. *系统工程学报*, 2013, 28(4): 488–496.  
Tang Z P, Huang Y P. Vine copula approach to measure portfolio credit risk. *Journal of Systems Engineering*, 2013, 28(4): 488–496. (in Chinese)
- [18] 叶五一, 李潇颖, 缪柏其. 基于藤Copula方法的持续期自相依结构估计及预测. *中国管理科学*, 2015, 23(11): 29–38.  
Ye W Y, Li X Y, Miao B Q. Auto-dependence structure estimating and forecasting of duration based on vine copula. *Chinese Journal of Management Science*, 2015, 23(11): 29–38. (in Chinese)
- [19] Geidosch M, Fischer M. Application of vine copulas to credit portfolio risk modeling. *Journal of Risk & Financial Management*, 2016, 9(2): 1–16.
- [20] 黄友珀, 唐振鹏, 唐 勇. 基于藤copula-已实现GARCH的组合收益分位数预测. *系统工程学报*, 2016, 31(1): 45–54.  
Huang Y P, Tang Z P, Tang Y. Portfolio quantile forecasts based on vine copula and realized GARCH. *Journal of Systems Engineering*, 2016, 31(1): 45–54. (in Chinese)
- [21] Koenker R, Bassett G, Jr. Regression quantile. *Econometrica*, 1978, 46(1): 33–50.

- [22] Zhu M. Return distribution predictability and its implications for portfolio selection. *International Review of Economics & Finance*, 2013, 27(27): 209–223.
- [23] Sharpe W F. Mutual fund performance. *The Journal of Business*, 1966, 39(1): 119–138.
- [24] Sahi S K, Arora A P, Dhameja N. An exploratory inquiry into the psychological biases in financial investment behavior. *Journal of Behavioral Finance*, 2013, 14(2): 94–103.
- [25] 叶五一, 缪柏其. 基于动态分位数回归模型的金融传染分析. *系统工程学报*, 2012, 27(2): 214–223.  
Ye W Y, Miao B Q. Analysis of financial contagion based on dynamic quantile regression model. *Journal of Systems Engineering*, 2012, 27(2): 214–223. (in Chinese)
- [26] 张大斌, 周志刚, 刘 雯, 等. 上市公司信用风险测度的不确定性DE-KMV模型. *系统工程学报*, 2015, 30(2): 165–173.  
Zhang D B, Zhou Z G, Liu W, et al. Uncertainty DE-KMV model to measure credit risk of listed companies. *Journal of Systems Engineering*, 2015, 30(2): 165–173. (in Chinese)
- [27] 许启发, 陈士俊, 蒋翠侠, 等. 极端VaR风险测度的新方法: QRNN+POT. *系统工程学报*, 2016, 31(1): 33–44.  
Xu Q F, Chen S J, Jiang C X, et al. A new method for extreme value at risk measure: QRNN+POT. *Journal of Systems Engineering*, 2016, 31(1): 33–44. (in Chinese)
- [28] 许启发, 张金秀, 蒋翠侠. 基于支持向量分位数回归多期VaR测度. *系统工程学报*, 2014, 29(2): 202–214.  
Xu Q F, Zhang J X, Jiang C X. Evaluating multiperiod VaR via support vector quantile regression. *Journal of Systems Engineering*, 2014, 29(2): 202–214. (in Chinese)
- [29] Gilli M, Schumann E. Distributed optimization of a portfolio's Omega. *Parallel Computing*, 2010, 36(7): 381–389.
- [30] Chiu Y C, Chuang I Y, Lai J Y. The performance of composite forecast models of value-at-risk in the energy market. *Energy Economics*, 2010, 32(2): 423–431.
- [31] 赵鲁涛, 李 婷, 张跃军, 等. 基于Copula-VaR的能源组合投资价格风险度量研究. *系统工程理论与实践*, 2015, 35(3): 771–779.  
Zhao L T, Li T, Zhang Y J, et al. Measuring the price risk of energy portfolio with Copula-VaR model. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2015, 35(3): 771–779. (in Chinese)
- [32] 蒋翠侠, 刘玉叶, 许启发. 基于LASSO分位数回归的对冲基金投资策略研究. *管理科学学报*, 2016, 19(3): 107–126.  
Jiang C X, Liu Y Y, Xu Q F. Hedge fund investment strategies based on LASSO quantile regression. *Journal of Management Sciences in China*, 2016, 19(3): 107–126. (in Chinese)

### 作者简介:

许启发 (1975—), 男, 安徽和县人, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向: 金融计量, Email: xuqifa1975@126.com;

王侠英 (1993—), 女, 安徽黄山人, 硕士生, 研究方向: 金融计量, Email: xiayinghf@163.com;

蒋翠侠 (1973—), 女, 安徽砀山人, 博士, 副教授, 硕士生导师, 研究方向: 金融时间序列分析, 金融计量, Email: jiangcx1973@163.com;

李辉艳 (1990—), 女, 湖南永州人, 硕士生, 研究方向: 供应链金融, Email: 729775843@qq.com.