第 33 卷第 6 期
2018 年 12 月

系 统 工 程 学 报
JOURNAL OF SYSTEMS ENGINEERING

Vol.33 No.6
Dec. 2018

基于事前非对称信息的带保证金的保险契约模型

马本江, 杜彦龙, 周雄伟*
(中南大学商学院, 湖南 长沙 410083)

摘要: 针对逆向选择常常导致保险市场交易的无效率问题, 基于委托代理理论提出带保证金的保险契约模型, 该模型首次将保证金作为信息甄别工具帮助保险公司更有效率地甄别投保人风险类型, 达到规避逆向选择问题的目的. 研究结果表明, 带保证金的保险契约不劣于部分保险契约, 并给出了前者相对于后者 Pareto 改进的充分条件. 最后通过算例证实了带保证金的保险契约是已有典型保险契约的 Pareto 改进.

关键词: 事前非对称信息; 保险契约设计; 逆向选择; 风险保证期; 帕累托改进
中图分类号: F842　　**文献标识码**: A　　**文章编号**: 1000−5781(2018)06−0771−09
doi: 10.13383/j.cnki.jse.2018.06.006

Study of insurance contract model with cash deposit based on ex-ante asymmetric information

Ma Benjiang, Du Yanlong, Zhou Xiongwei*
(School of Business, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: Adverse selection often leads to inefficiency in the insurance market. In order to solve the problem, this article establishes an insurance contract model with cash deposit based on the principal-agent theory. The contract adopts cash deposit as the information screening tool so that insurance companies can identify the risk-types of the policyholders more efficiently. None of the related literature before used cash deposit as a screening tool. The insurance contract with cash deposit is not inferior to the traditional ones and the sufficient conditions when this is a Pareto improvement are given; at last, a numerical example is presented to compare the utility of our model and those of other models and the result shows that the our model is more efficient.

Key words: ex-ante asymmetric information; insurance contract design; adverse selection; risk guarantee period; Pareto improvement

1 引　言

逆向选择问题一直备受国内外学者关注. 所谓逆向选择, 是指由于事前(签约前)非对称信息的存在, 导致交易市场中劣质品驱逐优质品从而使市场资源配置扭曲的现象[1]. 保险市场中, 签约前保险公司不知道投保人的风险类型, 只能按照市场的平均风险程度确定保费, 按这种方式确定的保费与对称信息情形相比, 尽管低于高风险投保人的保费但高于低风险投保人的保费, 导致保险市场愿意投保的都是高风险人群, 低风险投保人退出参保, 使保险公司面临亏损, 这就是保险市场的逆向选择问题.

收稿日期: 2016−11−02; 修订日期: 2017−11−16.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71372061; 71373288).
*通信作者

Akerlof[2]、Spence[3]以及 Rothschild 等[4]奠定了逆向选择研究的基础. 其中 Rothschild 等关于保险市场中逆向选择问题的研究模型影响广泛, 国外很多学者都是基于 RS 标准模型进行扩展研究. 有些学者是针对 RS 标准模型中均衡契约可能不存在的问题进行研究: 如 Wilson[5]重新修订了 RS 标准模型中的均衡定义后指出保险市场可始终存在混同均衡, Miyazaki[6]、Spence[7]在 Wilson 的研究中增加了保险公司可提供保险菜单合约的假设后得到了存在交叉补贴的均衡契约. 尽管文献[5–7] 解决了标准模型中均衡契约可能不存在的问题, 但他们同时也指出所得到的均衡契约均不能达到 Pareto 最优. 随后, 不少学者在逆向选择问题的研究中也得到了类似 Wilson-Miyazaki 研究中的均衡契约: 如 Asheim 等[8]对保险市场均衡的分析中, 引入投保人和保险公司可进行重新谈判的条件; Picard[9]对互助保单下的保险市场进行研究; Netzer[10]通过构建多阶段动态博弈模型对保险市场进行的分析, 他们研究中得到的均衡契约也只能达到次优效率. 此外, 也有学者将免赔期、免赔额、试用期等变量引入 RS 标准模型, 着重研究如何提高保险公司信息甄别效率, 进而提高保险公司收益[11,12]; 或者将 RS 标准模型由单阶段静态模型拓展到多阶段动态模型, 通过重复博弈提高低风险投保人的效用, 实现对静态模型的 Pareto 改进[13,14]. 以上学者主要是基于 RS 标准模型进行的研究, 当然还有学者从较新的角度对逆向选择问题的解决机制进行了探索. Andrea 等[15]提出以非排他性的竞争方式进行交易可以规避逆向选择, 并且给出了均衡交易产生的充分条件; Blandin 等[16] 研究发现在共同组织提供保险的情形下, 就会弱化逆向选择问题导致的市场失灵; Tirole[17]则指出公共干预可以减少逆向选择的影响; 类似的, 有些研究也表明政府干预有助于解决逆向选择问题并且提高市场交易效率[18,19].

国内学者对逆向选择问题的研究虽起步较晚, 但也不乏有创新性的研究. 金永红等[20]建议通过分离契约来规避风险投资市场中的逆向选择问题, 从而提高风险投资市场交易效率; 张欢[21]采用ASI方法验证社会保险中的逆向选择严重程度, 证明逆向选择问题的存在会给保险市场带来较大经济损失; 而朱曙光等[22]引入信号传递模型实现保险市场的分离定价, 从而有效规避逆向选择; 马本江[23,24]分别建立了带低赔期和免赔期的保险契约模型, 引入新的信息甄别工具－低赔期和免赔期来进行投保人风险类型的甄别, 有效地规避了逆向选择问题, 达到了部分保险模型的 Pareto 改进.

由以上文献可以看出, 关于逆向选择问题的研究主要集中在两个方面. 其一是针对 RS 标准模型进行的扩展研究, 这些研究有的着重解决 RS 标准模型均衡契约可能不存在的问题, 有的是引入新的甄别工具或者将单阶段静态模型扩展为多期动态模型从而达到规避逆向选择的目的; 其二是从新的视角来研究如何规避逆向选择问题. 尽管各国学者针对逆向选择问题进行了较为深入的研究, 但是由机制设计理论可知, 非对称信息条件下任何基于非对称信息博弈(如委托代理理论)的逻辑设计的经济机制都不可能达到对称信息条件下的效率, 而通过信息甄别工具的创新, 保险契约仍将有较大的优化空间. 本文同样基于 RS 标准模型进行扩展研究, 旨在通过信息甄别工具的创新, 帮助保险公司更有效的甄别投保人的类型, 从而达到提高保险市场交易福利的目的.

2 部分保险基本模型

本文选取只存在高、低风险两种类型投保人的情形对部分保险基本模型进行阐述. 两种风险类型投保人均面临着不发生风险(收入为 x_1)和发生风险(收入为 $x_2\,(x_1 > x_2)$)两种自然状态; 高风险类型投保人在保险期 T 内发生风险的概率大于低风险类型投保人发生风险的概率 $(1 > p_{\mathrm{H}} > p_{\mathrm{L}} > 0)$; 投保人均为严格风险规避型, 其效用函数为 $u_i(x)\,(u'_i(x) > 0, u''_i(x) < 0)$, $i = \mathrm{H}, \mathrm{L}$; 此外, 保险公司为风险中性并且处于充分竞争的市场中, 均衡时其期望收益为零.

2.1 对称信息条件下的均衡分析

对称信息条件下, 保险公司根据投保人发生风险的概率提供相应的保险契约$(k_i, \Delta x)$, k 和 Δx 分别表示投保人购买保险契约时所交保费和发生风险时保险公司给予投保人的赔付额. 为求得最优时保险契约参

数, 建立使投保人效用最大化的最优化模型

$$\text{Max } U = (1-p_i)\, u_i\,(x_1 - k_i) + p_i u_i\,(x_2 - k_i + \Delta x)\,, \tag{1}$$

s.t.

$$(1-p_i)\, k_i + p_i\,(k_i - \Delta x) \geqslant 0, \tag{2}$$

$$k_i \geqslant 0,\ \ \Delta x \geqslant 0,\ \ i = \mathrm{H}, \mathrm{L}. \tag{3}$$

优化模型(1)表示高风险投保人或低风险投保人的期望效用. 约束条件(2)表示保险公司的参与约束, 它确保保险公司利润非负. 均衡时保险公司提供保险契约的期望收益为零, 即$(1-p_i)\,k_i + p_i\,(k_i - \Delta x) = 0$, 保险模型求解后得 $\Delta x^* = x_1 - x_2, k_i^* = p_i(x_1 - x_2), x_1 - k_i = x_2 - k_i + \Delta x^*, i = \mathrm{H}, \mathrm{L}$. 由此可以得出结论: 对称信息条件下高、低风险类型投保人均能得到完全保险, 保险契约可以实现 Pareto 最优.

2.2 非对称信息条件下的均衡分析

对称信息条件下, 保险公司根据投保人发生风险的概率分别为高、低风险类型投保人提供完全保险契约$(k_{\mathrm{H}}^*, \Delta x^*)$和$(k_{\mathrm{L}}^*, \Delta x^*)$, 投保人均能得到完全保险; 而在非对称信息条件下保险公司不能识别投保人风险类型, 如继续提供以上两种保险契约, 势必会吸引高风险投保人去购买保险契约$(k_{\mathrm{L}}^*, \Delta x^*)$, 从而给保险公司造成经济损失. 因此, 保险公司需要提供具有自选择约束特征的保险契约, 即针对不同类型投保人制定不同的保费和赔付额, 使投保人自发选择与自己风险类型匹配的保险契约并依此推测投保人风险类型, 达到规避逆向选择问题的目的. 假设非对称信息条件下保险公司提供两种保险契约$(k_{\mathrm{H}}^*, \Delta x^*)$和$(k, \Delta \overline{x})$, 为求得最优时保险契约参数, 建立使低风险类型投保人效用最大化的最优化模型[24]

$$\text{Max } U_1 = (1-p_{\mathrm{L}})\, u_{\mathrm{L}}\,(x_1 - k) + p_{\mathrm{L}} u_{\mathrm{L}}\,(x_2 - k + \Delta \overline{x})\,, \tag{4}$$

s.t.

$$(1-p_{\mathrm{H}})\, u_{\mathrm{H}}\,(x_1 - k) + p_{\mathrm{H}} u_{\mathrm{H}}\,(x_2 - k + \Delta \overline{x}) \leqslant U_{\mathrm{H}}^*, \tag{5}$$

$$(1-p_{\mathrm{L}})\, k + p_{\mathrm{L}}\,(k - \Delta \overline{x}) \geqslant 0, \tag{6}$$

$$k \geqslant 0, \Delta \overline{x} \geqslant 0.$$

优化模型(4)是低风险投保人购买保险契约$(k, \Delta \overline{x})$时的效用所得; 约束条件(5)表示高风险类型投保人的激励相容约束, 它确保高风险类型投保人不会伪装成低风险类型投保人购买保险契约$(k, \Delta \overline{x})$, 式(5)左侧为高风险类型投保人购买保险契约$(k, \Delta \overline{x})$时的效用所得, 式(5)右侧 $U_{\mathrm{H}}^* = (1-p_{\mathrm{H}})\, u_{\mathrm{H}}(x_1 - k_{\mathrm{H}}^*) + p_{\mathrm{H}} u_{\mathrm{H}}(x_2 - k_{\mathrm{H}}^* + \Delta x^*)$, 为高风险类型投保人购买完全保险契约时的效用所得; 约束条件(6)表示保险公司的参与约束, 它确保保险公司利润非负. 由于保险市场是充分竞争的, 均衡时保险公司提供保险契约的期望收益为零, 即 $(1-p_{\mathrm{L}})\, k + p_{\mathrm{L}}\,(k - \Delta \overline{x}) = 0$.

假定保险契约能够产生分离均衡, 可以得出高风险类型投保人被完全保险, 而低风险类型投保人只能被部分保险的结论[4]. 由于低风险类型投保人选择部分保险契约$(k, \Delta \overline{x})$ 的效用严格小于选择完全保险契约$(k_{\mathrm{L}}^*, \Delta x^*)$ 的效用, 因而非对称信息条件下, 为了甄别出不同投保人风险类型, 牺牲了低风险类型投保人的部分效用.

3 事前非对称信息条件下带保证金的保险契约模型: 两种风险类型

非对称信息条件下的保险市场中, Pareto 最优保险契约不可能实现[4], 即保险契约只有更好没有最好. 为了进一步降低逆向选择问题的影响, 本文建立了事前非对称信息条件下带保证金的保险契约, 提出将保证金作为信息甄别工具对投保人的风险类型进行信息甄别.

3.1 模型假设

首先, 同样选取只存在高、低风险两种类型投保人的情形对带保证金的保险契约模型进行阐述[1] . 保险公司依然为潜在高风险类型投保人提供完全保险契约$(k_{\mathrm{H}}^{*}, \Delta x^{*})$ (只要均衡存在, 高风险类型投保人均可以得到完全保险[4]); 同时为潜在低风险类型投保人提供带保证金的保险契约$(k_{\mathrm{L}}^{*}, t, \Delta\hat{x}, H)$. 契约规定: 购买带保证金的保险契约时不仅需要交纳保费 k_{L}^{*}, 还需要交纳数量为 H 的保证金; 规定保险期内时间 t 为风险保证期, 若投保人在风险保证期 t 内发生风险, 保险公司不予以任何补偿并且不返还保证金; 若投保人保险期在$[t, T]$ 内发生风险, 则给予投保人 $\Delta\hat{x}$ 的赔偿并且不仅退还保证金还需给予投保人数量 H 的奖励金; 若投保人整个保险期内未发生风险, 同样也给予投保人数量为 H 的奖励金.

高、低风险类型投保人发生风险的概率密度函数分别用 $f_{\mathrm{H}}(x)$ 和 $f_{\mathrm{L}}(x)$表示, 在时间 t 内发生风险的概率分别为 $p_{\mathrm{H}}(t)$ 和 $p_{\mathrm{L}}(t)$, $p_{\mathrm{H}}(t)=\int_0^t f_{\mathrm{H}}(x)\mathrm{d}x, p_{\mathrm{L}}(t)=\int_0^t f_{\mathrm{L}}(x)\mathrm{d}x$; 由于高风险类型投保人购买带有保证金的保险契约后在风险保证期内发生风险的概率较大, 更有可能获得一个较低的效用, 即风险越高的投保人越害怕风险保证期的存在, 这就是带保证金保险契约的斯彭斯–莫里斯条件.

3.2 模型建立

同样, 建立使低风险类型投保人效用最大化的保险契约模型 L_1

$$\begin{aligned}\mathrm{Max}\, U_{\mathrm{L1}} = {} & (1-p_{\mathrm{L}})\, u_{\mathrm{L}}\,(x_1-k_{\mathrm{L}}^{*}+H)+(p_{\mathrm{L}}-p_{\mathrm{L}}(t))\, u_{\mathrm{L}}(x_2-k_{\mathrm{L}}^{*}+\Delta\hat{x}+H)+ \\ & p_{\mathrm{L}}(t)u_{\mathrm{L}}(x_2-k_{\mathrm{L}}^{*}-H),\end{aligned} \tag{7}$$

s.t.

$$\begin{aligned}& (1-p_{\mathrm{H}})\, u_{\mathrm{H}}\,(x_1-k_{\mathrm{L}}^{*}+H)+(p_{\mathrm{H}}-p_{\mathrm{H}}(t))\, u_{\mathrm{H}}(x_2-k_{\mathrm{L}}^{*}+\Delta\hat{x}+H)+ \\ & \qquad p_{\mathrm{H}}(t)u_{\mathrm{H}}(x_2-k_{\mathrm{L}}^{*}-H)\leqslant U_{\mathrm{H}}^{*},\end{aligned} \tag{8}$$

$$(1-p_{\mathrm{L}})(k_{\mathrm{L}}^{*}-H)+(p_{\mathrm{L}}-p_{\mathrm{L}}(t))\,(k_{\mathrm{L}}^{*}-\Delta\hat{x}-H)+p_{\mathrm{L}}(t)(k_{\mathrm{L}}^{*}+H)\geqslant 0, \tag{9}$$

$$H\geqslant 0,\ \ \Delta\hat{x}\geqslant 0,\ \ 0<t<T.$$

优化模型(7)是低风险投保人购买带保证金的保险契约$(k_{\mathrm{L}}^{*}, t, \Delta\hat{x}, H)$ 时的效用所得; 约束条件(8)表示高风险投保人的激励相容约束, 它确保高风险类型投保人不会伪装成低风险类型投保人购买带保证金的保险契约 $(k_{\mathrm{L}}^{*}, t, \Delta\hat{x}, H)$, 式(8)左侧为高风险类型投保人购买带保证保险契约时的效用所得, 右侧 $U_{\mathrm{H}}^{*}=(1-p_{\mathrm{H}})\, u_{\mathrm{H}}(x_1-k_{\mathrm{H}}^{*})+p_{\mathrm{H}}u_{\mathrm{H}}(x_2-k_{\mathrm{H}}^{*}+\Delta x^{*})$ 为高风险类型投保人购买完全保险契约时的效用所得; 约束条件(9)表示保险公司的参与约束, 它确保保险公司利润非负. 由于假定保险市场是充分竞争的, 均衡时保险公司提供带保证金保险契约的期望收益为零, 即

$$(1-p_{\mathrm{L}})(k_{\mathrm{L}}^{*}-H)+(p_{\mathrm{L}}-p_{\mathrm{L}}(t))(k_{\mathrm{L}}^{*}-\Delta\hat{x}-H)+p_{\mathrm{L}}(t)(k_{\mathrm{L}}^{*}+H)=0,$$

当保险契约规定的风险保证期 $t=0$ 时, 所建模型化为

$$\mathrm{Max}\ \ U=(1-p_{\mathrm{L}})\, u_{\mathrm{L}}\,(x_1-k_{\mathrm{L}}^{*}+H)+p_{\mathrm{L}}u_{\mathrm{L}}(x_2-k_{\mathrm{L}}^{*}+\Delta\hat{x}+H), \tag{10}$$

s.t.

$$(1-p_{\mathrm{H}})\, u_{\mathrm{H}}\,(x_1-k_{\mathrm{L}}^{*}+H)+p_{\mathrm{H}}u_{\mathrm{H}}(x_2-k_{\mathrm{L}}^{*}+\Delta\hat{x}+H)\leqslant U_{\mathrm{H}}^{*}, \tag{11}$$

$$(1-p_{\mathrm{L}})(k_{\mathrm{L}}^{*}-H)+p_{\mathrm{L}}(k_{\mathrm{L}}^{*}-\Delta\hat{x}-H)\geqslant 0, \tag{12}$$

$$H\geqslant 0,\ \ \Delta\hat{x}\geqslant 0.$$

令 $k_{\mathrm{L}}^{*}-H=k, \Delta\hat{x}=\Delta\overline{x}$, 带保证金的保险契约模型即转化为部分保险契约模型,因此有以下结论.

定理 1 带保证金保险契约模型给低风险类型投保人带来的期望效用不低于部分保险契约模型所带

[1]其它基本假设同第2节

来的效用, 即$U_{L1}^{*} \geqslant U_{1}^{*}$.

4 事前非对称信息条件下带保证金的保险契约模型: 三种及以上风险类型

前面对仅存在两种风险类型投保人的带保证金保险契约进行了分析, 通过构建低风险类型投保人效用最大化模型, 得出了所建模型不劣于部分保险契约模型的结论. 下面给出保险市场一般情形下的模型分析—即存在 n 种风险类型投保人的情形. 首先讨论保险市场中存在三种风险类型投保人的情形, 进而将相关分析方法推广到保险市场存在 n 种风险类型投保人的情形.

用 $f_1(x)$、$f_2(x)$和 $f_3(x)$表示三种风险类型投保人发生风险的概率密度函数, 时间 t 内发生风险的概率为 $p_i(t)=\int_0^t f_i(x)\mathrm{d}x, i=1,2,3$, 且对于 $t>0$, 有 $p_1(t)>p_2(t)>p_3(t)$; 保险契约仍规定保险期为T; 投保人效用函数为 $u_i(x)$ $(u'_i>0, u''_i<0, i=1,2,3)$; 对称信息条件下, 保险公司为三种风险类型投保人分别提供完全保险契约 $(k_i^*, \Delta x^*)$, 记为 A_i, 投保人均可以获得完全保险, 效用所得用 $U_{Ai}^*, i=1,2,3$ 表示; 投保人彼此之间存在传统部分保险分离均衡契约, 第 i 个投保人的部分保险契约为 $(\hat{k}_i^*, \Delta\hat{x}_i^*)$, 记为 B_i, 此契约下投保人的效用所得为 $U_{Bi}^*, i=1,2,3$. 保险契约 B_1 等同于 A_1(只要均衡存在, 高风险类型投保人均可以得到完全保险[4]).

与保险市场中仅存在两种风险类型投保人情形下的分析类似, 保险公司同样采用信息甄别的机制设计方法, 为市场存在的三种风险类型投保人分别提供保险契约 $(k_1^*, \Delta x^*)$, $(k_{\mathrm{L}}^*, t_2, \Delta\hat{x}_2, H_2)$, $(k_{\mathrm{L}}^*, t_3, \Delta\hat{x}_3, H_3)$, 依次记为 C_1, C_2, C_3, 并且为了使投保人自发选择与自己风险类型相匹配的保险契约需要考虑投保人的激励相容约束, 即需要保证次低风险类型投保人不去购买保险契约 C_3、高风险类型投保人不去购买 C_2, C_3, 于是对于保险契约 C_2 只须有一个激励相容约束,由此建立如下模型

$$
\begin{aligned}
\text{Max } U_{C2} = {} & (1-p_2)\,u_2(x_1-k_{\mathrm{L}}^*+H_2)+(p_2-p_2(t_2))\,u_2(x_2-k_{\mathrm{L}}^*+\Delta\hat{x}_2+H_2)+\\
& p_2(t_2)u_2(x_2-k_{\mathrm{L}}^*-H_2),\\
\text{s.t.}\quad & \\
& (1-p_1)\,u_1(x_1-k_{\mathrm{L}}^*+H_2)+(p_1-p_1(t_2))\,u_1(x_2-k_{\mathrm{L}}^*+\Delta\hat{x}_2+H_2)+\\
& \qquad p_1(t_2)u_1(x_2-k_{\mathrm{L}}^*-H_2)\leqslant U_{A1}^*,\\
& (1-p_2)(k_{\mathrm{L}}^*-H_2)+(p_2-p_2(t_2))\,(k_{\mathrm{L}}^*-\Delta\hat{x}_2-H_2)+p_2(t_2)(k_{\mathrm{L}}^*+H_2)\geqslant 0,\\
& H_2\geqslant 0, \Delta\hat{x}_2\geqslant 0,\ \ 0<t_2<T.
\end{aligned}
$$

对于保险契约 C_3 须有两个激励相容约束, 由此建立如下模型

$$
\begin{aligned}
\text{Max } U_{C3} = {} & (1-p_3)\,u_3(x_1-k_{\mathrm{L}}^*+H_3)+(p_3-p_3(t_3))\,u_3(x_2-k_{\mathrm{L}}^*+\Delta\hat{x}_3+H_3)+\\
& p_3(t_3)u_3(x_2-k_{\mathrm{L}}^*-H_3),\\
\text{s.t.}\quad & \\
& (1-p_2)\,u_2(x_1-k_{\mathrm{L}}^*+H_3)+(p_2-p_2(t_3))\,u_2(x_2-k_{\mathrm{L}}^*+\Delta\hat{x}_3+H_3)+\\
& \qquad p_2(t_3)u_2(x_2-k_{\mathrm{L}}^*-H_3)\leqslant U_{C2}^*,\\
& (1-p_1)\,u_1(x_1-k_{\mathrm{L}}^*+H_3)+(p_1-p_1(t_3))\,u_1(x_2-k_{\mathrm{L}}^*+\Delta\hat{x}_3+H_3)+\\
& \qquad p_1(t_3)u_1(x_2-k_{\mathrm{L}}^*-H_3)\leqslant U_{A1}^*,\\
& (1-p_3)(k_{\mathrm{L}}^*-H_3)+(p_3-p_3(t_3))\,(k_{\mathrm{L}}^*-\Delta\hat{x}_3-H_3)+p_3(t_3)(k_{\mathrm{L}}^*+H_3)\geqslant 0,\\
& H_3\geqslant 0, \Delta\hat{x}_3\geqslant 0,\ \ 0<t_3<T.
\end{aligned}
$$

有下列结论.

定理 2 对于第 i 种风险类型投保人来说, 最优带保证金保险契约 C_i 不比传统部分保险契约 B_i 差, 即 $U^*_{Ci} \geqslant U^*_{Bi}, i = 2, 3$.

这里对只存在两种风险类型投保人的模型进行证明, 风险类型三种以及以上的模型证明可由简单模型的证明同理推出.

充分竞争的保险市场中, 保险公司的期望收益为零, 模型中约束条件(9)取等号, 由此得 $H = \dfrac{k^*_{\mathrm{L}} - (p_{\mathrm{L}} - p_{\mathrm{L}}(t))\,\Delta\hat{x}}{1 - 2p_{\mathrm{L}}(t)}$; 同时, 当保险模型取得最优时高风险类型投保人激励相容约束(8)取等号, 将 $H = \dfrac{k^*_{\mathrm{L}} - (p_{\mathrm{L}} - p_{\mathrm{L}}(t))\,\Delta\hat{x}}{1 - 2p_{\mathrm{L}}(t)}$ 分别代入式(7)和式(8)可以确定隐函数 $\Delta\hat{x} = \Delta\hat{x}\,(t)$ 与连续可导函数 $U = U\,(t)$. 为了证明所建模型存在严格优于部分保险模型的情形, 只需证明 $\left.\dfrac{\mathrm{d}U\,(t)}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0} > 0$, 意味着模型所确定的保险契约给低风险类型投保人带来的效用值不在 $t = 0$ 处取得, 即存在严格优于部分保险模型的带保证金的保险契约.

定理 3 最优时带保证金的保险契约带来的期望效用严格大于部分保险契约的充分条件是

$$(u'_{\mathrm{L}}(\bar{b}) - A)\left(\frac{p_{\mathrm{H}}}{p_{\mathrm{L}}}u'_{\mathrm{H}}\,(\bar{b}) - B\right)^{-1} > (u'_{\mathrm{L}}(\xi) - A)\left(\frac{p'_{\mathrm{H}}(0)}{p'_{\mathrm{L}}(0)}u'_{\mathrm{H}}\,(\xi) - B\right)^{-1},$$

其中 $A = (1 - p_{\mathrm{L}})\,u'_{\mathrm{L}}\,(\bar{a}) + p_{\mathrm{L}}u'_{\mathrm{L}}(\bar{b})$, $B = (1 - p_{\mathrm{H}})\,u'_{\mathrm{H}}\,(\bar{a}) + p_{\mathrm{H}}u'_{\mathrm{H}}\,(\bar{b})$, $u'_{\mathrm{L}}\,(\xi) = \dfrac{u_{\mathrm{L}}\,(\bar{b}) - u_{\mathrm{L}}\,(\bar{c})}{2k^*_{\mathrm{L}} + (1 - 2p_{\mathrm{L}})\,\Delta\bar{x}}$, $u'_{\mathrm{H}}\,(\xi) = \dfrac{u_{\mathrm{H}}\,(\bar{b}) - u_{\mathrm{H}}\,(\bar{c})}{2k^*_{\mathrm{L}} + (1 - 2p_{\mathrm{L}})\,\Delta\bar{x}}$, $\bar{a} = x_1 - p_{\mathrm{L}}\Delta\bar{x}$, $\bar{b} = x_2 + (1 - p_{\mathrm{L}})\,\Delta\bar{x}$, $\bar{c} = x_2 - 2k^*_{\mathrm{L}} + p_{\mathrm{L}}\Delta\bar{x}$, $\Delta\bar{x}$ 是部分保险模型求得最优时低风险投保人发生风险时的赔偿金.

定理 3 证明见附录

5 算例

本文采用算例的形式来证实最优时带保证金的保险契约模型严格优于部分保险部分契约模型. 假设投保人均面临着不发生风险和发生风险两种自然状态: 不发生风险时收入为 2, 发生风险时收入为 1. 高、低风险类型投保人发生风险的概率分别服从参数为 0.5 和 1 的指数分布, 其效用函数分别为 $u_{\mathrm{H}}(x) = 10\,000(1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{2}x})$和 $u_{\mathrm{L}}(x) = 10\,000\,(1 - \mathrm{e}^{-x})$; 此外, 保险契约规定保险期 $T = 0.7$.

经计算, 算例满足定理给出的充分条件为

$$\frac{u'_{\mathrm{L}}(\bar{b}) - A}{\dfrac{p_{\mathrm{H}}}{p_{\mathrm{L}}}u'_{\mathrm{H}}\,(\bar{b}) - B} = 0.461\,6,\quad \frac{u'_{\mathrm{L}}\,(\xi) - A}{\dfrac{p'_{\mathrm{H}}(0)}{p'_{\mathrm{L}}(0)}u'_{\mathrm{H}}\,(\xi) - B} = 0.300\,9,\quad \frac{u'_{\mathrm{L}}(\bar{b}) - A}{\dfrac{p_{\mathrm{H}}}{p_{\mathrm{L}}}u'_{\mathrm{H}}\,(\bar{b}) - B} > \frac{u'_{\mathrm{L}}\,(\xi) - A}{\dfrac{p'_{\mathrm{H}}(0)}{p'_{\mathrm{L}}(0)}u'_{\mathrm{H}}\,(\xi) - B},$$

所以最优时带保证金的保险契约带来的期望效用严格大于部分保险契约模型. 具体运算结果见表 1.

带保证金的保险契约模型解

表 1 保证金保险模型的最优结果

Table 1 The optimal result of the deposit insurance model

风险保证期	风险保证期赔偿额	保证金	期望效用
0.039	0.669	0.208	7 633.048

这里不仅采用相同算例对部分保险契约模型求解, 同时为了对比所建保险契约模型与已有的几种典型保险契约, 在相同算例情形下也计算出带免赔期、低赔期的保险契约模型(见参考文献[23,24])取得最优时的函数效用值. 最优时带保证金保险契约模型与部分保险契约模型、带低赔期的保险契约模型、带免赔期的保险契约模型以及完全保险契约模型效用值的横向对比如下表.

表 2　各种保险模型之间的效用比较

Table 2　Utility comparisons between various insurance models

契约类型	完全保险契约	保证金保险契约	免赔期保险契约	低赔期保险契约	部分保险契约
最优时效用	7 761.066	7 633.048	7 631.966	7 620.380	7 603.142
比部分保险效用增加值	157.924	29.906	28.824	17.238	0
比部分保险效用提高(百分比)	2.077	0.393	0.379	0.227	0

观察表 2 中数据可知, 最优时带保证金的保险契约给低风险类型投保人带来的效用明显高于部分保险契约模型, 同时也优于带低赔期和免赔期的保险契约模型. 由上文可知, 只有在对称信息条件下才能达到高、低风险投保人的完全保险契约, 此时高、低风险投保人得到的效用最优. 但是由于保险市场中非对称信息的存在, 只有高风险投保人能够得到完全保险契约, 而低风险投保人只能得到部分保险契约, 完全保险契约在实践中不能同时在高、低风险投保人那里得到实施. 本文所建立的带有保证金的保险契约在保证高风险投保人得到完全保险契约的基础上, 能给低风险投保人带来比其他已有保险契约更高的效用值, 就说明本文所建的模型能达到已有保险契约模型的严格 Pareto 改进. 虽然所建模型对于其他类型保险契约模型效用改进值较小, 但是在购买保险者数量较多时, 带保证金的保险契约模型将给社会带来巨大的福利增量.

6　结束语

随着中国保险市场的蓬勃发展, 研究逆向选择条件下更有效率的保险契约具有较大的实践应用价值. 尽管有关学者对逆向选择问题提出了诸多建设性的解决方案, 但是由机制设计理论可知, 非对称信息条件下任何保险契约都不可能达到 Pareto 最优, 都具有被改进的空间. 本文通过合理使用保证金、风险保证期、奖励金等工具实现了对各种既有逆向选择模型的严格 Pareto 改进. 算例分析表明, 所建模型从理论上更好地解决了保险市场中的逆向选择问题, 进一步提高了保险市场交易效率, 可用于指导保险公司开发新的保险服务产品.

最后需要指出的是, 本文研究的是保险市场纯逆向选择模型, 而现实中逆向选择与道德风险常常会同时出现, 但道德风险问题本文没有考虑, 未来的研究可以把本文模型推广到逆向选择与道德风险同时发生的混合情形; 本文研究的是单期静态模型, 后续的研究可以把本文模型推广到多期动态情形.

参考文献:

[1] Wilson C A. Equilibrium and adverse selection. American Economic Review, 1979, 69(2): 313–317.

[2] Akerlof G. The market for “lemons”: Quality uncertainty and the market mechanism. Uncertainty in Economics, 1970, 84(3): 488–500.

[3] Spence M. Job market signaling. Quarterly Journal of Economics, 1973, 87(3): 355–374.

[4] Rothschild M, Stiglitz J. Equilibrium in competitive insurance markets: An essay on the economics of imperfect information. The Quarterly Journal of Economics, 1976, 90(4): 629–649.

[5] Wilson C. A model of insurance markets with incomplete information. Journal of Economic Theory, 1977, 16(2): 167–207.

[6] Miyazaki H. The rat race and internal labor markets. Bell Journal of Economics, 1977, 8(2): 394–418.

[7] Spence M. Product differentiation and performance in insurance markets. Journal of Public Economics, 1978, 10(3): 427–447.

[8] Asheim G B, Nilssen T. Non-discriminating renegotiation in a competitive insurance market. European Economic Review, 1996, 40(9): 1717–1736.

[9] Picard P. Participating insurance contracts and the Rothschild-Stiglitz equilibrium puzzle. The Geneva Risk and Insurance Review, 2014, 39(2): 153–175.

[10] Netzer N. Game theoretic foundation of competitive equilibria with adverse selection. International Economic Review, 2014, 55(2): 399–422.

[11] Eeckhoudt L, Outreville J F, Lauwers M, et al. The impact of a probationary period on the demand for insurance. Journal of Risk and Insurance, 1988, 55(2): 217–228.

[12] Spreeuw J. The probationary period as a screening device: The monopolistic insurer. The Geneva Risk and Insurance Review, 2005, 30(1): 5–14.

[13] Spreeuw J, Karlsson M. Time deductibles as screening devices: Competitive markets. Journal of Risk and Insurance, 2009, 76(2): 261–278.

[14] Cooper R, Hayes B. Multi-period insurance contracts. International Journal of Industrial Organization, 1987, 5(2): 211–231.

[15] Andrea A, Thomas M, Francois S. Non-exclusive competition under adverse selection. Theoretical Economics, 2011, 9(1): 1–40.

[16] Blandin A, Boyd J H, Prescott E C. Equilibrium with mutual organizations in adverse selection economies. Economic Theory, 2016, 62(1): 3–13.

[17] Tirole J. Overcoming adverse selection: How public intervention can restore market functioning. American Economic Review, 2012, 102(1): 29–59.

[18] Camargo B, Lester B. Trading dynamics in decentralized markets with adverse selection. Journal of Economic Theory, 2014, 153: 534–568.

[19] Moreno D, Wooders J. Dynamic markets for lemons: Performance, liquidity, and policy intervention. Theoretical Economics, 2016, 11(2): 601–639.

[20] 金永红, 奚玉芹, 叶中行. 风险投资中的逆向选择:分离均衡式契约安排. 系统工程学报, 2002, 17(6): 556–561.
Jin Y H, Xi Y Q, Ye Z X. Study on adverse selection in venture capital: Separate balanced contract design. Journal of Systems Engineering, 2002, 17(6): 556–561. (in Chinese)

[21] 张 欢. 中国社会保险逆向选择问题的理论分析与实证研究. 管理世界, 2006 (2): 41–49.
Zhang H. Theoretical analysis and empirical research of the adverse selection problem in China social insurance. Management World, 2006 (2): 41–49. (in Chinese)

[22] 朱曙光, 锁凌燕. 保险市场逆向选择的信号传递博弈研究. 保险研究, 2011 (11): 89–97.
Zhu S G, Suo L Y. Analysis of adverse selection under the framework of signaling model. Insurance Studies, 2011 (11): 89–97. (in Chinese)

[23] 马本江, 谭春桥, 陈晓红. 低赔期与保险契约: 传统部分保险契约的一个帕累托改进. 管理科学学报, 2009, 12(5): 130–139.
Ma B J, Tan C Q, Chen X H. Insurance contract and low compensation time: Pareto improvement of traditional partial insurance contract. Journal of Management Sciences in China, 2009, 12(5): 130–139. (in Chinese)

[24] 马本江, 谭春桥, 陈晓红. 事前非对称信息条件下带免赔期的保险契约模型设计. 系统工程理论与实践, 2012, 32(11): 2404–2410.
Ma B J, Tan C Q, Chen X H. Model design for the insurance contract with a deductible time to re-ante asymmetric information. Systems Engineering: Theory Practice, 2012, 32(11): 2404–2410. (in Chinese)

作者简介:

马本江(1972—), 男, 内蒙通辽人, 博士, 教授, 研究方向: 保险市场交易机制, 多属性拍卖机制, 非对称信息博弈论等, Email: mabenjiang@126.com;

杜彦龙 (1990—), 男, 山东菏泽人, 硕士, 研究方向: 保险市场交易交易机制设计, Email: csuduyanlong@163.com;

周雄伟(1975—), 男, 湖南汨罗人, 博士, 副教授, 研究方向: 物流与供应链管理, 电子商务, Email: daweycs@126.com.

附录 定理 3 证明

充分竞争的保险市场中, 保险公司的期望收益为零, 模型中约束条件式(9)取等号, 由此得

$$H=\frac{k_{\mathrm{L}}^{*}-\left(p_{\mathrm{L}}-p_{\mathrm{L}}(t)\right)\Delta\hat{x}}{1-2p_{\mathrm{L}}(t)}.$$

同时, 当保险模型取得最优时高风险类型投保人激励相容约束(8)取等号, 将 $H=\dfrac{k_{\mathrm{L}}^{*}-\left(p_{\mathrm{L}}-p_{\mathrm{L}}(t)\right)\Delta\hat{x}}{1-2p_{\mathrm{L}}(t)}$ 分别代入式(7)和式(8)可得

$$U=\left(1-p_{\mathrm{L}}\right)u_{\mathrm{L}}\left(a\right)+\left(p_{\mathrm{L}}-p_{\mathrm{L}}(t)\right)u_{\mathrm{L}}(b)+p_{\mathrm{L}}(t)u_{\mathrm{L}}(c), \tag{13}$$

$$\left(1-p_{\mathrm{H}}\right)u_{\mathrm{H}}\left(a\right)+\left(p_{\mathrm{H}}-p_{\mathrm{H}}(t)\right)u_{\mathrm{H}}(b)+p_{\mathrm{H}}(t)u_{\mathrm{H}}(c)=U_{\mathrm{H}}^{*}, \tag{14}$$

其中 $a=x_1-k_{\mathrm{L}}^*+H=x_1+\dfrac{2p_{\mathrm{L}}(t)k_{\mathrm{L}}^*-(p_{\mathrm{L}}-p_{\mathrm{L}}(t))\,\Delta\hat{x}}{1-2p_{\mathrm{L}}(t)}$, $b=x_2-k_{\mathrm{L}}^*+\Delta\hat{x}+H=x_2+\dfrac{2p_{\mathrm{L}}(t)k_{\mathrm{L}}^*+(1-p_{\mathrm{L}}-p_{\mathrm{L}}(t))\,\Delta\hat{x}}{1-2p_{\mathrm{L}}(t)}$, $c=x_2-k_{\mathrm{L}}^*-H=x_2-\dfrac{(2-2p_{\mathrm{L}}(t))\,k_{\mathrm{L}}^*-(p_{\mathrm{L}}-p_{\mathrm{L}}(t))\,\Delta\hat{x}}{1-2p_{\mathrm{L}}(t)}$.

式(14)确定了隐函数 $\Delta\hat{x}=\Delta\hat{x}\,(t)$, 式(13)确定连续可导函数 $U=U\,(t)$, 为了证明所建模型存在严格优于部分保险模型的情形, 只需证明 $\left.\dfrac{\mathrm{d}U\,(t)}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0}>0$, 意味着模型所确定的保险契约给低风险类型投保人带来的效用值不在 $t=0$ 处取得, 即存在严格优于部分保险模型效用的情形 $\dfrac{\mathrm{d}U\,(t)}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\partial U}{\partial\Delta\hat{x}}\dfrac{\mathrm{d}\Delta\hat{x}}{\mathrm{d}t}+\dfrac{\partial U}{\partial t}$.

式(13)分别对 $\Delta\hat{x},t$ 求导后并令 $t=0$ 得

$$\left.\frac{\partial U}{\partial\Delta\hat{x}}\right|_{t=0}=-\left(1-p_{\mathrm{L}}\right)p_{\mathrm{L}}u_{\mathrm{L}}'\left(\overline{a}\right)+\left(1-p_{\mathrm{L}}\right)p_{\mathrm{L}}u_{\mathrm{L}}'(\overline{b}),$$
$$\left.\frac{\partial U}{\partial t}\right|_{t=0}=\left(\left(1-p_{\mathrm{L}}\right)u'_{\mathrm{L}}\left(\overline{a}\right)+p_{\mathrm{L}}u'_{\mathrm{L}}\left(\overline{b}\right)\right)\left(2k_{\mathrm{L}}^*+\left(1-2p_{\mathrm{L}}\right)\Delta\overline{x}\right)p_{\mathrm{L}}'(0)+\left(u_{\mathrm{L}}\left(\overline{c}\right)-u_{\mathrm{L}}\left(\overline{b}\right)\right)p_{\mathrm{L}}'(0).$$

由式(14)两边同时对 t 求导并令 $t=0$ 得

$$\left.\frac{\mathrm{d}\Delta\hat{x}}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0}=\frac{\left(u_{\mathrm{H}}\left(\overline{b}\right)-u_{\mathrm{H}}\left(\overline{c}\right)\right)p'_{\mathrm{H}}(0)-\left(\left(1-p_{\mathrm{H}}\right)u'_{\mathrm{H}}\left(\overline{a}\right)+p_{\mathrm{H}}u'_{\mathrm{H}}\left(\overline{b}\right)\right)\left(2k_{\mathrm{L}}^*+\left(1-2p_{\mathrm{L}}\right)\Delta\overline{x}\right)p'_{\mathrm{L}}(0)}{\left(1-p_{\mathrm{L}}\right)p_{\mathrm{H}}u'_{\mathrm{H}}\left(\overline{b}\right)-\left(1-p_{\mathrm{H}}\right)p_{\mathrm{L}}u'_{\mathrm{H}}\left(\overline{a}\right)},$$

其中 $\overline{a}=x_1-p_{\mathrm{L}}\Delta\overline{x},\overline{b}=x_2+\left(1-p_{\mathrm{L}}\right)\Delta\overline{x},\overline{c}=x_2-2k_{\mathrm{L}}^*+p_{\mathrm{L}}\Delta\overline{x}$.

由微分中值定理得

$$u_{\mathrm{L}}\left(\overline{b}\right)-u_{\mathrm{L}}\left(\overline{c}\right)=\left(2k_{\mathrm{L}}^*+\left(1-2p_{\mathrm{L}}\right)\Delta\overline{x}\right)u_{\mathrm{L}}'\left(\xi_{\mathrm{L}}\right),\overline{c}\leqslant\xi_{\mathrm{L}}\leqslant\overline{b},$$
$$u_{\mathrm{H}}\left(\overline{b}\right)-u_{\mathrm{H}}\left(\overline{c}\right)=\left(2k_{\mathrm{L}}^*+\left(1-2p_{\mathrm{L}}\right)\Delta\overline{x}\right)u_{\mathrm{H}}'\left(\xi_{\mathrm{H}}\right),\overline{c}\leqslant\xi_{\mathrm{H}}\leqslant\overline{b}.$$

且由 $\xi_{\mathrm{H}}\leqslant\overline{b}\leqslant\overline{a}$, $u_{\mathrm{H}}''(\cdot)<0, p_{\mathrm{H}}'(0)\geqslant P_{\mathrm{L}}'(0)$ 可知

$$u_{\mathrm{H}}'\left(\xi\right)p_{\mathrm{H}}'(0)-\left(\left(1-p_{\mathrm{H}}\right)u'_{\mathrm{H}}\left(\overline{a}\right)+p_{\mathrm{H}}u'_{\mathrm{H}}\left(\overline{b}\right)\right)p_{\mathrm{L}}'(0)>0,$$

再注意到 $2k_{\mathrm{L}}^*+\left(1-2p_{\mathrm{L}}\right)\Delta\overline{x}\geqslant 0$, 于是, $\left.\frac{\mathrm{d}U(t)}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0}>0$ 等价于

$$\left(\left(1-p_{\mathrm{L}}\right)p_{\mathrm{L}}u'_{\mathrm{L}}(\overline{b})-\left(1-p_{\mathrm{L}}\right)p_{\mathrm{L}}u'_{\mathrm{L}}\left(\overline{a}\right)\right)\frac{u'_{\mathrm{H}}\left(\xi\right)p'_{\mathrm{H}}(0)-\left(\left(1-p_{\mathrm{H}}\right)u'_{\mathrm{H}}\left(\overline{a}\right)+p_{\mathrm{H}}u'_{\mathrm{H}}\left(\overline{b}\right)\right)p'_{\mathrm{L}}(0)}{\left(1-p_{\mathrm{L}}\right)p_{\mathrm{H}}u'_{\mathrm{H}}\left(\overline{b}\right)-\left(1-p_{\mathrm{H}}\right)p_{\mathrm{L}}u'_{\mathrm{H}}\left(\overline{a}\right)})>$$
$$u_{\mathrm{L}}'\left(\xi\right)p_{\mathrm{L}}'(0)-\left(\left(1-p_{\mathrm{L}}\right)u'_{\mathrm{L}}\left(\overline{a}\right)+p_{\mathrm{L}}u'_{\mathrm{L}}\left(\overline{b}\right)\right)p_{\mathrm{L}}'(0),$$

等价于 $\dfrac{\left(1-p_{\mathrm{L}}\right)p_{\mathrm{L}}u'_{\mathrm{L}}(\overline{b})-\left(1-p_{\mathrm{L}}\right)p_{\mathrm{L}}u'_{\mathrm{L}}\left(\overline{a}\right)}{\left(1-p_{\mathrm{L}}\right)p_{\mathrm{H}}u'_{\mathrm{H}}\left(\overline{b}\right)-\left(1-p_{\mathrm{H}}\right)p_{\mathrm{L}}u'_{\mathrm{H}}\left(\overline{a}\right)}>\dfrac{u'_{\mathrm{L}}\left(\xi\right)p'_{\mathrm{L}}(0)-\left(\left(1-p_{\mathrm{L}}\right)u'_{\mathrm{L}}\left(\overline{a}\right)+p_{\mathrm{L}}u'_{\mathrm{L}}\left(\overline{b}\right)\right)p'_{\mathrm{L}}(0)}{u'_{\mathrm{H}}\left(\xi\right)p'_{\mathrm{H}}(0)-\left(\left(1-p_{\mathrm{H}}\right)u'_{\mathrm{H}}\left(\overline{a}\right)+p_{\mathrm{H}}u'_{\mathrm{H}}\left(\overline{b}\right)\right)p'_{\mathrm{L}}(0)}$, 即等价于 $\dfrac{u'_{\mathrm{L}}(\overline{b})-A}{\frac{p_{\mathrm{H}}}{p_{\mathrm{L}}}u'_{\mathrm{H}}\left(\overline{b}\right)-B}>\dfrac{u'_{\mathrm{L}}\left(\xi\right)-A}{\frac{p'_{\mathrm{H}}(0)}{p'_{\mathrm{L}}(0)}u'_{\mathrm{H}}\left(\xi\right)-B}$, 其中 $A=\left(1-p_{\mathrm{L}}\right)u_{\mathrm{L}}'\left(\overline{a}\right)+p_{\mathrm{L}}u_{\mathrm{L}}'(\overline{b})$, $B=\left(1-p_{\mathrm{H}}\right)u_{\mathrm{H}}'\left(\overline{a}\right)+p_{\mathrm{H}}u_{\mathrm{H}}'\left(\overline{b}\right)$, $u_{\mathrm{L}}'\left(\xi\right)=\dfrac{u_{\mathrm{L}}\left(\overline{b}\right)-u_{\mathrm{L}}\left(\overline{c}\right)}{2k_{\mathrm{L}}^*+\left(1-2p_{\mathrm{L}}\right)\Delta\overline{x}}$, $\overline{a}=x_1-p_{\mathrm{L}}\Delta\overline{x}$, $\overline{b}=x_2+\left(1-p_{\mathrm{L}}\right)\Delta\overline{x}$, $\overline{c}=x_2-2k_{\mathrm{L}}^*+p_{\mathrm{L}}\Delta\overline{x}$, $u_{\mathrm{H}}'\left(\xi\right)=\dfrac{u_{\mathrm{H}}\left(\overline{b}\right)-u_{\mathrm{H}}\left(\overline{c}\right)}{2k_{\mathrm{L}}^*+\left(1-2p_{\mathrm{L}}\right)\Delta\overline{x}}$, $\Delta\overline{x}$ 是部分保险模型求得最优时低风险投保人发生风险时的赔偿金.　　证毕.