

基于势函数的企业联盟收益分配策略

孙红霞¹, 张 强²

(1. 北京工商大学商学院, 北京 100048;

2. 北京理工大学管理与经济学院, 北京 100089)

摘要: 在具有联盟结构的合作对策框架下, 从势函数的角度研究了企业联盟的收益分配策略. 在定义了局中人的边际贡献的基础上提出了关于优先联盟的势函数的概念, 研究了势函数的相关性质, 并给出基于势函数的收益分配方案, 证明了该势函数满足有效性且由其子对策的势函数唯一确定. 研究了势函数与 Owen 值之间的关系, 证明了势函数的边际贡献与 Owen 值相等. 最后, 将势函数应用到企业联盟收益分配算例中, 验证了结论的有效性.

关键词: 合作对策; 联盟结构; Owen 值; 势函数

中图分类号: O225

文献标识码: A

文章编号: 1000-5781(2018)06-0763-08

doi: 10.13383/j.cnki.jse.2018.06.005

Profit allocation in enterprises coalition based on potential function

Sun Hongxia¹, Zhang Qiang²

(1. Business School, Beijing Technology and Business University, Beijing 100048, China;

2. School of Management and Economics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100089, China)

Abstract: In the framework of games with coalition structure, this paper studies profit allocation based on a potential function. First, this paper defines the marginal contribution of players and proposes a potential function of priori unions. The propositions of the potential function are studied, whereupon a profit allocation method is put forward. The results show that the potential function satisfies the efficiency requirement and is uniquely determined by its subgames. Second, the relationship between potential function and the Owen value is studied. The results show that the marginal contribution of the potential function is equal to Owen value. Finally, an illustrative example proves the feasibility of the profit allocation by applying the potential function to games with coalition structures

Key words: cooperative game; coalition structure; Owen value; potential function

1 引言

在激烈的市场竞争中, 企业往往采取与其他企业结盟的策略来增强自身的竞争优势, 有效规避各类风险, 不断开发新的资源, 从而占有更多的市场份额. 例如: 腾讯公司和京东商城达成战略联盟, 通过股权投资和深度业务合作共同发展中国实物电商业务; 通用汽车与 Lyft 结成战略联盟, 共同开发自动驾驶汽车. 联盟的形成遍及经济领域的各个行业, 表现形式也多种多样, 如以合作研发的方式进行技术创新的研发联盟^[1], 以特许经营合作广告进行产品销售的销售联盟^[2]等. 合作联盟由于各自的资源优势和业务能力的不同, 可

收稿日期: 2016-01-09; 修订日期: 2016-07-25.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71871002); 教育部人文社会科学基金资助项目(14YJC630114).

以让彼此进入新的业务领域,为企业带来更多的利润.成功的合作或结盟必须以灵活和公平的机制设计为基础,以何种方式结盟及结盟后如何分配收益是企业结盟需要解决的问题.在实际问题中,企业结盟问题可以抽象成合作对策模型,结盟后的收益分配问题可以纳入到合作对策的理论框架中.以虚拟企业为例,虚拟企业的成员可以看作合作对策中的局中人,总收益相当于合作对策的支付函数,虚拟企业存在准超额利润等价于合作对策是超可加的,虚拟企业的分配实质上是将合作成员企业共同创造和实现的收益按照一定的规则进行分配和分割的过程,也就是按照一定的原则寻找合作对策解的过程.由于企业合作结盟在实现“单赢”的同时可以实现“共赢”,这种兼顾集体理性与个体理性的思想正好与合作对策的理论基础相吻合,因此可以利用合作对策的解概念解决企业间的收益分配问题.

在经典的合作对策中,给定一个联盟意味着每个企业之间都会有直接的联系,但在现实复杂对策过程中,受多种复杂因素的影响,局中人之间既有合作的需求,同时也存在利益分割等内部矛盾,联盟的形成会受到诸多条件的限制.譬如,企业参与合作联盟时,与某些企业先结盟,然后再和其他企业或者联盟结盟,企业的这种结盟方式可以用联盟结构表示.联盟结构指参与对策的全体局中人的一个划分,其中的元素称为优先联盟.具有联盟结构的合作对策问题是一类较复杂的研究方向.

合作联盟收益的分配方式称为合作对策的解或者支付向量,对于经典的合作对策,目前研究较多的解概念是 Shapley 值^[3,4].Owen 值是具有联盟结构的合作对策的解概念之一,它是 Shapley 值的一种扩展形式,由 Owen 于 1977 年提出^[5].基于 Owen 值的分配方式基于两个阶段,首先,利用 Shapley 值将大联盟的收益在各优先联盟之间进行分配,此时将每个优先联盟看成是单个局中人;其次,每个优先联盟再次利用 Shapley 值将第一阶段获得的收益在其内部各局中人之间进行分配.目前对于 Owen 值的研究主要集中于三个方面,一是根据具体的应用环境,提出新的公理化 Owen 值的方法^[6-11].如: Hamiache^[7]提出一种较为复杂的公理化 Owen 值的方法,涉及到有效性、可加性、不相关参与人独立性、严格正数性、对称性以及相关一致性. Khmel'nitskaya 等^[8]基于 Young 的思想,利用边际贡献性代替可加性和零元性对 Owen 值进行刻画.二是将 Owen 值进行改进^[12-19],以适应新的应用环境.如:对于优先联盟不交的联盟结构形式, Albizuri^[12]对 Owen 值进行了改进.对于具有模糊联盟的联盟结构形式, Meng 等^[14]研究了模糊 Owen 值,并对改值进行了刻画.对于优先联盟内部成员合作受限制的联盟结构形式, van den Brink 等^[18]提出了 Owen 型值,并对其进行了刻画.三是 Owen 值的应用研究^[20-23].如: Costa^[22]将 Owen 值用于欧洲铁路系统重组的成本分摊问题.胡军锋^[23]将 Owen 值用于风电接入导致的辅助服务成本分摊问题中.

在经济学界,新古典经济学的边际分析认为,企业只有在边际成本等于边际收益处才能获得最大化利润,因而每个生产要素必然会根据它的边际产品获得报酬,工资也就等于其边际贡献,因此,局中人的边际贡献在制定合作联盟收益分配方案时起着很重要的作用.一般来说,局中人的边际贡献之和应该等于大联盟的总收益,即分配方案满足有效性,但是对于 Owen 值而言,每位局中人的边际贡献不满足有效性,对于经典的合作对策, Hart 等^[24]利用势函数的概念解决了这一问题,证明 Shapley 值可用势函数的边际贡献来表示,本节主要借鉴 Hart 等^[24]的思想,从边际贡献的概念出发,用势函数对 Owen 值进行刻画,为 Owen 值的计算提供了一种新的方法.首先,给出具有联盟结构的合作对策的势函数(文中简称为势函数)的定义及相关性质,其次,研究了该势函数与 Owen 值之间的关系,并用算例分析的方法,阐述了势函数在联盟企业收益分配方案中的应用.

2 基于势函数的收益分配方案

合作对策的构成因素包括局中人联盟和特征函数,用二元组 (N, v) 表示,其中 $N = \{1, 2, \dots, n\}$ 局中人集合, N 的全部子集所组成的集合记为 2^N ,其中的任一元素都表示一个联盟. $v: 2^N \rightarrow \mathbb{R}$ 是定义在 N 的所有子集上的特征函数,满足 $v(\emptyset) = 0$.任意 $S \in 2^N$, $v(S)$ 表示联盟 S 在一定协议下经过合作得到的收益.

合作对策的全体记为 G^N .

N 的划分 $\mathfrak{B} = \{B_1, B_2, \dots, B_m\}$ 称为关于 N 的联盟结构, B_i 称为优先联盟, $M = \{1, 2, \dots, m\}$ 表示优先联盟的下标集合, 该集合中元素的个数是指联盟结构中的优先联盟的个数. 三元组 $(N, v, \mathfrak{B})$ 称为具有联盟结构的合作对策. N 上所有具有联盟结构的合作对策的全体记为 CG^N . 在具有联盟结构的合作对策中, Owen 值的分配方式基于两个阶段, 具体的步骤如下:

步骤 1 利用 Shapley 值在各优先联盟之间进行分配.

设 $(M, v_{\mathfrak{B}})$ 是由 $(N, v, \mathfrak{B})$ 诱导出来的对策. 优先联盟 B_t 所获得的利润分配可以看成 M 上的 Shapley 值, 即 $Sh_{B_t}(v_{\mathfrak{B}})$;

步骤 2 用 Shapley 值在优先联盟内部进行分配.

在优先联盟内的收益分配涉及到确定各个联盟(各个联盟指同一优先联盟内部各局中人构成的联盟)的收益函数问题. 由于各个联盟具有与外部优先联盟进行合作的可能性, 所以每个联盟在新对策中的收益取决于这个联盟与其他优先联盟的议价能力. 因此在这一阶段主要是考虑如何分配 $Sh_{B_t}(v_{\mathfrak{B}})$.

假设 $S \subseteq B_t, S \neq \emptyset$, 令 $\mathfrak{B}(S) = \{B_1, B_2, \dots, B_{t-1}, S, B_{t+1}, \dots, B_m\}$, $\mathfrak{B}(S)$ 上的对策定义为

$$v_{\mathfrak{B}(S)}(C) = v\left(\bigcup_{C \in \mathfrak{B}(S)} C\right), \quad \forall C \subseteq \mathfrak{B}(S).$$

对任意的 $S \subseteq B_t$, B_t 上的对策 v_t 定义为 $v_t(S) = Sh_S(v_{\mathfrak{B}(S)})$, 其中 $Sh_S(v_{\mathfrak{B}(S)})$ 表示对于对策 $v_{\mathfrak{B}(S)}$, “局中人” $[S]$ 在 M 上的 Shapley 值.

任意 $(N, v, \mathfrak{B}) \in CG^N$, 局中人 i 的 Owen 值定义如下

$$Ow_i(N, v, \mathfrak{B}) = Sh_i(v_t). \quad (1)$$

将式(1)进行整理, 可得 Owen 值的具体形式^[1]

$$Ow_i(N, v, \mathfrak{B}) = \sum_{\substack{K \subseteq M \\ t \notin K}} \sum_{i \in S \subseteq B_t} \sigma(|K|; |M|) \delta(|S|; |B_t|) \left(v\left(\bigcup_{j \in K} B_j \cup S\right) - v\left(\bigcup_{j \in K} B_j \cup (S \setminus \{i\})\right) \right),$$

其中 $\sigma(|K|; |M|) = \frac{|K|!(|M| - |K| - 1)!}{|M|!}$, $\delta(|S|; |B_t|) = \frac{(|S| - 1)! (|B_t| - |S|)!}{|B_t|!}$, $|\cdot|$ 表示集合的势.

在经典合作对策中, 局中人的边际贡献定义如下^[12].

定义 1 函数 $P: G^N \rightarrow \mathbb{R}$, 且 $P(\emptyset, v) = 0$, 第 i 个局中人在 $(N, v) \in G^N$ 上的边际贡献定义为

$$D_i P(N, v) = P(N, v) - P(N \setminus \{i\}, v).$$

2.1 势函数概念及分配方案

给定一个对策 $(N, v, \mathfrak{B}) \in CG^N$ 和一个联盟 $S \subseteq N$, $(S, v, \mathfrak{B}|_S)$ 称为子对策, 它是通过把 v 局限于 S 的所有子集即 2^S 上而得到的.

给定函数 $P_{\{B_t\}}: CG^N \rightarrow \mathbb{R}$, 对于每个合作对策 $(N, v, \mathfrak{B})$, 都可以用一个实数 $P_{\{B_t\}}(N, v, \mathfrak{B})$ 与其对应. 在具有联盟结构的合作对策中, 每个局中人的边际贡献与其所在的优先联盟有关, 因此将该局中人的边际贡献定义如下.

定义 2 任意 $t \in M$, 函数 $P_{\{B_t\}}: CG^N \rightarrow \mathbb{R}$, 且 $P_{\{B_t\}}(N, v, \mathfrak{B}) = 0$, B_t 内的局中人 i 在对策 $(N, v, \mathfrak{B}) \in CG^N$ 上的边际贡献定义为

$$D_i P_{\{B_t\}}(N, v, \mathfrak{B}) = P_{\{B_t\}}(N, v, \mathfrak{B}) - P_{\{B_q\}}(N \setminus \{i\}, v, \mathfrak{B}|_{\{i\}}), \quad q \neq t,$$

其中 $(N \setminus \{i\}, v, \mathfrak{B}|_{\{i\}})$ 是 $(N, v, \mathfrak{B})$ 局限于 $N \setminus \{i\}$ 上的子对策.

定义 3 任意 $(N, v, \mathfrak{B}) \in CG^N$, $(M, v_{\mathfrak{B}}) \in G^M$, $t \in M$. 如果函数 $P_{\{B_t\}}: CG^N \rightarrow \mathbb{R}$ 满足

$$P_{\{B_t\}}(\emptyset, v, \mathfrak{B}) = 0,$$

$$\sum_{i \in B_t} D_i P_{\{B_t\}}(N, v, \mathfrak{B}) = D_{[B_t]} P(M, v_{\mathfrak{B}}), \quad \forall t \in M, \quad (2)$$

则称 P 为 CG^N 上关于优先联盟 B_t 的势函数, 其中 $[B_t]$ 表示将 $B_t \in \mathfrak{B}$ 看成单个局中人, $D_{[B_t]} P(M, v_{\mathfrak{B}})$ 表示局中人 $[B_t]$ 在对策 $(M, v_{\mathfrak{B}})$ 上的边际贡献.

式(2)说明每个优先联盟内部的局中人的边际贡献之和等于该优先联盟在对策 $(M, v_{\mathfrak{B}}) \in G^N$ 中的边际贡献. 又因为 $D_{[B_t]} P(M, v_{\mathfrak{B}}) = \text{Sh}_{[B_t]}(v_{\mathfrak{B}})$, 所以每个优先联盟内的局中人的边际贡献之和等于该优先联盟在第一步分配中所获得的收益.

性质 1 任意 $(N, v, \mathfrak{B}) \in \text{CG}^N$, $t \in M$, 有 $\sum_{i \in N} D_i P_{\{B_t\}}(N, v, \mathfrak{B}) = v(N)$.

证明 因为任意 $(M, v_{\mathfrak{B}}) \in G^M$, 有 $\sum_{t \in M} D_{[B_t]} P(M, v_{\mathfrak{B}}) = v_{\mathfrak{B}}(M)$, 因此由式(2)及 Owen 值的两阶段分配方法可知

$$\sum_{t \in M} \sum_{i \in B_t} P_{B_t}(N, v, \mathfrak{B}) = \sum_{t \in M} D_{[B_t]} P(M, v_{\mathfrak{B}}) = v_{\mathfrak{B}}(M) = v\left(\bigcup_{k \in M} B_k\right) = v(N),$$

即 $\sum_{i \in N} D_i P_{\{B_t\}}(N, v, \mathfrak{B}) = v(N)$. 证毕.

由性质 1 可知, 势函数就是指每个企业的边际贡献分配之和等于合作大联盟 N 的收益值, 这一性质称为有效性, 即 $\{D_i P_{\{B_t\}}(N, v, \mathfrak{B})\}_{i \in N}$ 是对策 $(N, v, \mathfrak{B}) \in \text{CG}^N$ 的一个有效支付方案, 即 $\{D_i P_{\{B_t\}}(N, v, \mathfrak{B})\}_{i \in N}$ 是合作联盟的收益分配方案.

性质 2 任意 $(N, v, \mathfrak{B}) \in \text{CG}^N$, $t \in M$, 关于优先联盟 B_t 的势函数可以表示为

$$P_{\{B_t\}}(N, v, \mathfrak{B}) = \frac{1}{|B_t|} \left(D_{[B_t]} P(M, v_{\mathfrak{B}}) + \sum_{i \in B_t} P_{\{B_q\}}(N \setminus \{i\}, v, \mathfrak{B} \setminus \{i\}) \right), \quad q \neq t. \quad (3)$$

证明 如果 $P_{\{B_t\}}$ 是关于优先联盟 B_t 的势函数, 那么当 $|B_t| = 1$ 时, 有

$$P_{\{i\}}(N, v, \mathfrak{B}) = D_{[\{i\}]} P(M, v_{\mathfrak{B}}),$$

当 $|B_t| = 2$ 时, 有

$$P_{\{i, j\}}(N, v, \mathfrak{B}) = \frac{1}{2} \left(D_{[\{i, j\}]} P(M, v_{\mathfrak{B}}) + P_{\{B_q\}}(N \setminus \{i\}, v, \mathfrak{B} \setminus \{j\}) + P_{\{B_q\}}(N \setminus \{j\}, v, \mathfrak{B} \setminus \{i\}) \right).$$

一般而言, 当 $|B_t| \geq 3$ 时, 按照上述方法循环下去即可得

$$P_{\{B_t\}}(N, v, \mathfrak{B}) = \frac{1}{|B_t|} \left(D_{[B_t]} P(M, v_{\mathfrak{B}}) + \sum_{i \in B_t} P_{\{B_q\}}(N \setminus \{i\}, v, \mathfrak{B} \setminus \{i\}) \right), \quad q \neq t. \quad \text{证毕.}$$

式(3)说明对策关于优先联盟的势函数可以由其子对策的势函数唯一确定. 根据前面的分析, 利用势函数进行收益分配的步骤如下:

步骤 1 计算各个子对策关于优先联盟的势函数;

步骤 2 计算大联盟关于优先联盟的势函数;

步骤 3 计算势函数的边际贡献, 即可得到收益分配方案.

2.2 势函数与 Owen 值的关系

Owen 值是具有联盟结构的合作对策的主要解概念之一, 下面将给出 Owen 值与势函数之间的关系, 用势函数对 Owen 值进行刻画.

定理 1 任意 $(N, v, \mathfrak{B}) \in \text{CG}^N$, 存在唯一的关于优先联盟 B_t 的势函数 $P_{\{B_t\}} : \text{CG}^N \rightarrow \mathbb{R}^+$, 且对于 Owen 值 Ow 有

$$D_i P_{\{B_t\}}(N, v, \mathfrak{B}) = \text{Ow}_i(N, v, \mathfrak{B}). \quad (4)$$

证明 由式(3)可知存在唯一的关于优先联盟 B_t 的势函数. 下面证明 $D_i P_{\{B_t\}}(N, v, \mathfrak{B}) = \text{Ow}_i(N, v, \mathfrak{B})$.
 $\forall (N, v, \mathfrak{B}) \in \text{CG}^N$, 令

$$Q(N, v, \mathfrak{B}) = \sum_{\substack{K \subseteq M \\ t \notin K}} \sum_{T \subseteq B_t} \sigma(|K|; |M|) \delta(|T| - 1; |B_t|) v \left(\bigcup_{k \in K} B_k \cup T \right),$$

则 $Q(\emptyset, v, \mathfrak{B}) = 0$.

根据边际贡献和 Owen 值的定义

$$\begin{aligned} D_i Q(N, v, \mathfrak{B}) &= Q(N, v, \mathfrak{B}) - Q(N \setminus \{i\}, v, \mathfrak{B}|(N \setminus \{i\})) \\ &= \sum_{\substack{K \subseteq M \\ t \notin K}} \sum_{T \subseteq B_t} \sigma(|K|; |M|) \delta(|T| - 1; |B_t|) v \left(\bigcup_{k \in K} B_k \cup T \right) - \\ &\quad \sum_{\substack{K \subseteq M \\ t \notin K}} \sum_{T \subseteq B_t \setminus \{i\}} \sigma(|K|; |M|) \delta(|T| - 1; |B_t| - 1) v \left(\bigcup_{k \in K} B_k \cup T \right) \\ &= \sum_{\substack{K \subseteq M \\ t \notin K}} \sigma(|K|; |M|) \left(\sum_{T \subseteq B_t} \delta(|T| - 1; |B_t|) v \left(\bigcup_{k \in K} B_k \cup T \right) - \right. \\ &\quad \left. \sum_{T \subseteq B_t \setminus \{i\}} \delta(|T| - 1; |B_t| - 1) v \left(\bigcup_{k \in K} B_k \cup T \right) \right) \\ &= \sum_{\substack{K \subseteq M \\ t \notin K}} \sigma(|K|; |M|) \left(\sum_{T \subseteq B_t \setminus \{i\}} \delta(|T|; |B_t|) v \left(\bigcup_{k \in K} B_k \cup T \cup \{i\} \right) + \right. \\ &\quad \left. \sum_{T \subseteq B_t \setminus \{i\}} \delta(|T| - 1; |B_t|) v \left(\bigcup_{k \in K} B_k \cup T \right) - \right. \\ &\quad \left. \sum_{T \subseteq B_t \setminus \{i\}} \delta(|T| - 1; |B_t| - 1) v \left(\bigcup_{k \in K} B_k \cup T \right) \right) \\ &= \sum_{\substack{K \subseteq M \\ t \notin K}} \sigma(|K|; |M|) \sum_{\substack{T \subseteq B_t \\ i \notin T}} \delta(|T|; |B_t|) \left(v \left(\bigcup_{k \in K} B_k \cup T \cup \{i\} \right) - v \left(\bigcup_{k \in K} B_k \cup T \right) \right) \\ &= \text{Ow}_i(N, v, \mathfrak{B}). \end{aligned}$$

因为 $\sum_{i \in B_t} D_i Q(N, v, \mathfrak{B}) = \sum_{i \in B_t} \text{Ow}_i(N, v, \mathfrak{B}) = \text{Sh}_{[B_t]}(v_{\mathfrak{B}}) = D_{[B_t]} P(M, v_{\mathfrak{B}})$, 所以 Q 是关于 B_t 的势函数. 又因为势函数是唯一的, 所以 $Q = P_{\{B_t\}}$, 因此

$$D_i P_{\{B_t\}}(N, v, \mathfrak{B}) = \text{Ow}_i(N, v, \mathfrak{B}).$$

证毕.

引理 1 任意 $(N, v, \mathfrak{B}) \in \text{CG}^N$, $(B_t, v_t) \in G^N$, 有 $D_i P_{\{B_t\}}(N, v, \mathfrak{B}) = D_i P(B_t, v_t)$.

证明¹ 由定理 1 及式(1)可知

$$D_i P_{\{B_t\}}(N, v, \mathfrak{B}) = \text{Ow}_i(N, v, \mathfrak{B}) = \text{Sh}_i(v_t) = D_i P(B_t, v_t).$$

证毕.

3 企业联盟收益分配策略算例

设供应链系统中有企业 1, 企业 2 和企业 3 三家企业(分别记为 A_1, A_2, A_3) 合作开发一种新型产品, 假

¹由定理 1 的证明过程可知, 一个对策的势函数也可根据联盟的收益值来表示. 同时, 定理 1 给出了对策的势函数与 Owen 值的对应关系, 由式(4)可知, 势函数的边际贡献与 Owen 值相等, 因此具有联盟结构的合作对策的收益分配问题可以通过势函数的边际贡献解决, 它也为计算 Owen 值提供了另一种方法.

设 A_1, A_2 和 A_3 各自开发时收益分别为 100 万元, 60 万元和 70 万元. 如果联合开发, 由于资源互补、开发成本减少, 利润也会有所增大, 因此三家企业决定联合开发新产品, 不同联盟组合下各种产品的产量和单位利润如表 1 所示.

表 1 产品的产量、单位利润及联盟的利润
Table 1 Quantity and unit profit of product, profit of coalition

联盟	产量/t	单位利润/万元	利润/万元
$\{A_1\}$	8	12.5	100
$\{A_2\}$	10	6	60
$\{A_3\}$	7	10	70
$\{A_1, A_2\}$	12.5	16	200
$\{A_1, A_3\}$	12.5	16	200
$\{A_2, A_3\}$	15	20	300
$\{A_1, A_2, A_3\}$	20	30	600

如果三家企业之间有直接的合作关系, 就构成了合作对策 (N, v) , 其中 $N = \{A_1, A_2, A_3\}$, $v(\{A_1\}) = 100$, $v(\{A_2\}) = 60$, $v(\{A_3\}) = 70$, $v(\{A_1, A_2\}) = v(\{A_1, A_3, A_2\}) = 200$, $v(\{A_2, A_3\}) = 300$, $v(\{A_1, A_2, A_3\}) = 600$.

企业 2 为了提高自身的核心竞争力, 充分发挥自身核心竞争力和增强企业对环境的迅速应变能力, 以生产外包方式把一些非核心业务委托给企业 3, 然后再和企业 1 合作组装新产品. 此时三家企业的合作模式发生了变化, 如图 1 所示. 在新的合作模式下如何分配大联盟所得的收益呢?

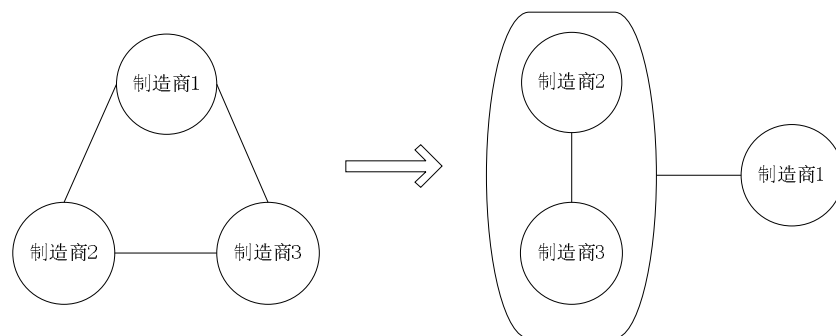


图 1 合作模式的变化

Fig.1 Changes of the cooperation mode

在新的合作模式下, 三家企业的合作可以用具有联盟结构的合作对策表示. 为方便起见, 企业 1 所在的优先联盟用 $a = \{A_1\}$ 表示, 企业 2 和企业 3 优先组成联盟用 $b = \{A_2, A_3\}$ 表示, 则 $M = \{a, b\}$, 下面将利用势函数求解收益分配策略.

由于任意 $t \in M$, $P_{\{B_i\}}(\emptyset, v, \mathfrak{B}) = 0$, 根据式(3)可得

$$P_{\{B_1\}}(\{A_1\}, v, \mathfrak{B}|\{A_1\}) = D_{[B_1]}P(\{a\}, v_{\mathfrak{B}|\{A_1\}}) = v_{\mathfrak{B}|\{A_1\}}(\{a\}) = v(\{A_1\}) = 100,$$

$$P_{\{B_2\}}(\{A_2\}, v, \mathfrak{B}|\{A_2\}) = D_{[B_2]}P(\{b\}, v_{\mathfrak{B}|\{A_2\}}) = v_{\mathfrak{B}|\{A_2\}}(\{b\}) = v(\{A_2\}) = 60,$$

$$P_{\{B_2\}}(\{A_3\}, v, \mathfrak{B}|\{A_3\}) = D_{[B_2]}P(\{b\}, v_{\mathfrak{B}|\{A_3\}}) = v_{\mathfrak{B}|\{A_3\}}(\{b\}) = v(\{A_3\}) = 70,$$

$$P_{\{B_1\}}(\{A_1, A_2\}, v, \mathfrak{B}|\{A_1, A_2\}) = D_{[B_1]}P(M, v_{\mathfrak{B}|\{A_3\}}) + P_{\{B_2\}}(\{A_2\}, v, \mathfrak{B}|\{A_2\}) = 120 + 60 = 180.$$

同理可以得到

$$P_{\{B_2\}}(\{A_1, A_2\}, v, \mathfrak{B}|\{A_1, A_2\}) = 180,$$

$$P_{\{B_1\}}(\{A_1, A_3\}, v, \mathfrak{B}|\{A_1, A_3\}) = P_{\{B_2\}}(\{A_1, A_3\}, v, \mathfrak{B}|\{A_1, A_3\}) = 185,$$

$$P_{\{B_2\}}(\{A_2, A_3\}, v, \mathfrak{B}|\{A_2, A_3\}) = 215.$$

由于 $M = \{a, b\}$, 所以对于 $a \in M$,

$$P_{\{B_1\}}(N, v, \mathfrak{B}) = D_{[B_1]}P(M, v_{\mathfrak{B}}) + P_{\{B_2\}}(\{A_2, A_3\}, v, \mathfrak{B}|\{A_2, A_3\}) = 200 + 215 = 415,$$

对于 $b \in M$,

$$P_{\{B_2\}}(N, v, \mathfrak{B}) = \frac{1}{2} \left(D_{[B_2]}P(M, v_{\mathfrak{B}}) + P_{\{B_1\}}(\{A_1, A_2\}, v, \mathfrak{B}|\{A_1, A_2\}) + P_{\{B_1\}}(\{A_1, A_3\}, v, \mathfrak{B}|\{A_1, A_3\}) \right) = 382.5.$$

由定理 1 可知, 企业 1 的收益为

$$\text{Ow}_1(N, v, \mathfrak{B}) = D_1 P_{\{B_1\}}(N, v, \mathfrak{B}) = P_{\{B_1\}}(N, v, \mathfrak{B}) - P_{\{B_2\}}(\{A_2, A_3\}, v, \mathfrak{B}|\{A_2, A_3\}) = 200,$$

同理可得企业 2 和企业 3 的收益分别为 $\text{Ow}_2(N, v, \mathfrak{B}) = 197.5$ 和 $\text{Ow}_3(N, v, \mathfrak{B}) = 202.5$.

综上所述, 可以得到三家企业的收益分配策略: 当预期的利润为 600 万元时, 三家企业得到的报酬分别是 200 万元, 197.5 万元和 202.5 万元.

4 结束语

本文针对部分企业优先合作, 然后与其它企业或者联盟再合作的结盟形式, 从势函数的角度研究了具有联盟结构的合作对策的收益分配策略. Owen 值也是一种收益分配策略, 但是根据 Owen 值进行收益分配或成本分摊时, 局中人的边际贡献不满足有效性, 而势函数正好解决了此问题, 从新的角度对 Owen 值进行了刻画, 为计算 Owen 值提供了新的方法. 本文只是从势函数角度对 Owen 值做了诠释, 利用其他的方法刻画 Owen 值或者从新的角度研究收益分配方案是今后研究的重点.

参考文献:

- [1] 范波, 孟卫东, 代建生. 具有协同效应的合作研发利益分配模型. 系统工程学报, 2015, 30(1): 34–43.
Fan B, Meng W D, Dai J S. Profit allocation of collaborative R&D with synergistic effect. Journal of Systems Engineering, 2015, 30(1): 34–43. (in Chinese)
- [2] 杜先进, 曹云芳, 何波, 等. 基于合作竞争策略的特许经营广告决策研究. 系统工程学报, 2015, 30(1): 55–65.
Du X J, Cao Y F, He B, et al. Advertising decisions research based on the cooperation and competition strategy in franchising. Journal of Systems Engineering, 2015, 30(1): 55–65. (in Chinese)
- [3] Khmelnitskaya A, Selcuk O, Talman D. The Shapley value for directed graph games. Operations Research Letters, 2016, 44(1): 143–147.
- [4] Zhang X, Zeephongsekul P. Shapley value and other allocation schemes for three-person supply chain games. International Journal of Inventory Research, 2015, 2(4): 264–288.
- [5] Owen G. Values of Games with a Priori Unions / Mathematical Economics and Game Theory. Berlin, Heidelberg: Springer, 1977: 76–88.
- [6] Vázquez-Bragea M, Nouwelandb A, Garcia-Juradoc I. Owen's coalitional value and aircraft landing fees. Mathematical Social Sciences, 1997, 34(3): 273–286.
- [7] Hamiache G. A new axiomatization of the Owen value for games with coalition structures. Mathematical Social Sciences, 1999, 37(3): 281–305.
- [8] Khmelnitskaya A B, Yanovskaya E B. Owen coalitional value without additivity axiom. Mathematical Methods of Operations Research, 2007, 66(2): 255–261.
- [9] Albizuri M J. Axiomatizations of the Owen value without efficiency. Mathematical Social Sciences, 2008, 55(1): 78–89.
- [10] Casajus A. Another characterization of the Owen value without the additivity axiom. Theory and Decision, 2010, 69(4): 523–536.

- [11] Gómez-Rúa M, Vidal-Puga J. The axiomatic approach to three values in games with coalition structure. *European Journal of Operational Research*, 2010, 207(2): 795–806.
- [12] Albizuri M J, Aurrecochea J, Zarzuelo J M. Configuration values: Extensions of the coalitional Owen value. *Games and Economic Behaviour*, 2006, 57(1): 1–17.
- [13] 李书金, 张 强. 一种基于 Shapley 值的联盟结构分配方法. *北京理工大学学报*, 2007, 27(8): 745–749.
Li S J, Zhang Q. A method of allocation among players in coalition structure based on the Shapley value. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2007, 27(8): 745–749. (in Chinese)
- [14] Meng F Y, Zhang Q. The Owen value for fuzzy games with a coalition structure. *International Journal of Fuzzy Systems*, 2012, 14(1): 22–34.
- [15] Jones M A, Wilson J M. Two-step coalition values for multichoice games. *Mathematical Methods of Operations Research*, 2013, 77(1): 65–99.
- [16] Huettner F. A proportional value for cooperative games with a coalition structure. *Theory and Decision*, 2014, 78(2): 1–15.
- [17] Albizuri M J, Aurrecochea J, Zarzuelo J M. Configuration values: Extensions of the coalitional Owen value. *Games and Economic Behaviour*, 2006, 57(1): 1–17.
- [18] van den Brink R, Khmelnitskaya A, van der Laan G. An Owen-type value for games with two-level communication structure. *Annals of Operations Research*, 2016, 243(1/2): 179–198.
- [19] Albizuri M J, Vidal-Puga J. Values and coalition configurations. *Mathematical Methods of Operations Research*, 2015, 81(1): 3–26.
- [20] Alonso-Mejide J M, Casas-Méndez B, Fiestras-Janeiro M G, et al. Coalition Configurations and the Public Good Index // *Power, Voting, Voting Power: 30 Years After*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2013: 301–313.
- [21] 董保民, 郭桂霞. 机场博弈与中国起降费规定制度改革: 一个合作博弈论评价. *经济学(季刊)*, 2006, 5(4): 1–22.
Dong B M, Guo G X. Airport game and landing fee reform in China: A cooperative game theory evaluation. *China Economic Quarterly*, 2006, 5(4): 1–22. (in Chinese)
- [22] Costa J. A polynomial expression for the Owen value in the maintenance cost game. *Optimization*, 2016, 65(4): 797–809.
- [23] 胡军锋. 风电接入引致电网辅助服务成本分摊机制及模型研究. 北京: 华北电力大学, 2014.
Hu J F. The Model of Cost Allocation Mechanism of Ancillary Services for Wind Integration. Beijing: North China Electric Power University, 2014. (in Chinese)
- [24] Hart S, Mas-Colell A. Potential value and consistency. *Econometrica*, 1989, 57(3): 589–614.

作者简介:

孙红霞(1980—), 女, 山东德州人, 博士, 副教授, 研究方向: 合作博弈理论及应用, Email: sunhongxia@btbu.edu.cn;

张 强(1955—), 男, 河北保定人, 博士, 教授, 研究方向: 合作博弈理论及应用, Email: qiangzhang@bit.edu.cn.