

竞争零售商的供应链延保服务两部定价合同选择

郑 晨, 艾兴政, 李晓静, 汪敢甫
(电子科技大学经济与管理学院, 四川 成都 610054)

摘要: 针对零售商竞争型供应链结构下产品与衍生的延保服务决策与绩效改进问题, 考虑故障随机分布及延保服务成本, 构建由一个制造商和两个竞争零售商组成的价格竞争模型, 其中制造商提供有偿延保服务, 比较分析了零售商竞争程度、延保时长和延保服务价格敏感性等因素对中心化与分散化模型下最优决策的影响, 研究发现, 随着延保服务价格敏感性的降低和延保时长的增加, 延保服务价格随之升高, 而产品价格会随之降低; 随着零售商竞争程度的增加, 产品价格随之升高, 而延保服务价格仅在分散化模型下随之升高. 最后, 从供应链协调的角度揭示了两部定价合同实现制造商和零售商帕累托改进的条件.

关键词: 延保服务; 零售商竞争; 两部定价合同

中图分类号: TP273

文献标识码: A

文章编号: 1000-5781(2018)05-0674-13

doi: 10.13383/j.cnki.jse.2018.05.010

Supply chain extended warranties service two part tariffs contract option of competing retailers

Zheng Chen, Ai Xingzheng, Li Xiaojing, Wang Ganfu

(School of Economics and Management, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

Abstract: This paper studies a distribution system in which a manufacture supplies a common product to two independent retailers and directly sells the extended warranty to the customers. Considering the Weibull distribution of product failure and extended warranty cost, this paper establishes a game model to explore the main drivers of pricing strategy of the manufacture and retailers, and the consequences of total sales and profitability. This paper shows that for both the centralized and decentralized models, the optimal prices of the extended warranty are increasing in the extended warranty length, and decreasing in the warranty price sensitivity, and that the optimal price of products is increasing in intensity of retail competition. Finally, it develops a two-part tariffs which could achieve supply chain coordination, and gives the conditions under which both the manufacture and retailers can achieve Pareto improvement.

Key words: extended warranty; retail competition; two-part tariffs

1 引 言

随着产品价格竞争的进一步加剧, 企业的产品利润在不断减少, 延保服务的销售已经成为新的企业利润增长点^[1]. 消费者通过购买延保服务来降低产品的感知风险, 制造企业通过销售延保服务提高售后服务水

收稿日期: 2015-11-19; 修订日期: 2016-05-12.

基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(71432003; 71531003); 国家自然科学基金资助项目(71372140).

平,并从中获取巨大的利润^[2]。市场研究表明,延保服务的平均利润率为50%~60%,是普通产品利润率的18倍^[3],在购买新车时,平均27%的消费者会同时购买延保服务,延保服务的销售每年会给福特汽车带来超过一亿美元的收入^[4]。在国内,美延集团(Warranty Group)与国美家电、中国平安合作,分别在家电和汽车行业推出了延保服务。苏宁随之成立电器延长保修服务品牌“阳光保”,与国美竞争延保服务市场。而海尔电器、联想电脑和福特汽车等品牌制造商,凭借着保修服务渠道的优势,是目前延保服务的主要提供者。

另一方面,在家电、汽车等延保服务被广泛提供的行业,零售商之间的横向竞争是市场的常态,例如线下零售商如国美和苏宁间的竞争,线上零售商如天猫和京东间的竞争。存在零售商价格竞争的供应链中,如何制定最优的延保服务价格和产品价格?零售商竞争程度、延保服务时长和延保服务价格敏感性等因素会对延保服务和产品定价产生如何的影响?制造商能否通过供应链合同来实现制造商和零售商的Pareto绩效改进?针对以上几个问题,本文将针对制造商提供延保服务且存在零售商价格竞争的供应链,研究产品和延保服务的最优定价,并从供应链协调的角度分析两部定价合同选择。

随着延保服务在家电、汽车等行业中的盛行,延保服务也逐渐成为研究的焦点。目前延保服务的研究主要分为消费者购买行为研究和延保服务定价策略研究等两个方面。在消费者购买行为研究方面,文献[5-9]发现高估产品故障的概率和维修费用,规避产品的预期风险是消费者购买延保服务的主要原因,而产品特征、促销行为、消费者风险态度和延保服务提供时间(产品购买同时/之后)是影响消费者延保服务购买行为的主要因素。在延保服务定价策略研究方面,文献[10-13]分别针对消费者周期性购买、存在消费者可靠性学习和提供残值延保服务的情况下的延保服务定价策略进行了研究。

近年来,在消费者延保服务购买行为研究和延保服务定价研究的基础上,基于延保服务的供应链销售渠道和协调策略研究成为理论研究的热点。在基于延保服务的供应链销售渠道研究方面,Desai等^[14]比较分析了制造商通过零售商渠道、直销渠道和双渠道等三种渠道销售延保服务时的供应链均衡决策和绩效。Li等^[15]探讨了延保服务决策权有效配置的问题,比较分析了分别由制造商和零售商提供延保服务时均衡产品价格、延保服务价格和供应链绩效等方面的差异。在上述文献的基础上,王素娟等^[16]引入延保服务吸引力指数,对厂商向消费者提供产品和延保服务的三种模式进行了分析。李杰等^[17]引入服务需求敏感指数,对产品延保服务的四种模式进行了建模与分析。在基于延保服务的供应链协调策略研究方面,Gallego^[18]考虑零售商销售努力和需求不确定,构建了制造商通过零售商同时销售产品和延保服务的供应链模型,研究发现基于预定数量和延保服务销售比率的折扣合同能够实现供应链协调。易余胤等^[19]针对网络外部性下延保服务的供应链协调问题,构建了具有网络外部性的两级延保服务供应链模型,研究网络外部性对延保服务和供应链协调的影响。以上研究均针对单个制造商和单个零售商构成的延保服务供应链,目前涉及供应链横向竞争的研究仅有Heese^[20]和马建华等^[21]。Heese^[20]考虑了两个制造商和一个零售商组成的市场,分析了零售商的延保服务销售策略对竞争制造商基保服务的影响。马建华等^[21]构建了两个制造商、两个零售商构成的链与链价格竞争模型,分析比较了三种链与链竞争模式下的供应链绩效,并从供应链系统绩效占优的角度考察中心化与分散化两种纵向渠道结构选择策略。综上,目前基于延保服务的供应链研究均未涉及对零售商竞争的情形。

另外,基于零售商竞争型供应链的合同研究方面:Ingene等^[22]研究了由单个制造商和两个竞争零售商组成的供应链的合同协调和合同选择问题,发现在一定的范围内,制造商倾向于提供自身利润最大化的两部定价合同,而非能够实现供应链的数量折扣合同。Cachon^[23]证明了存在多个竞争零售商时,通过收益共享合同可以达到供应链协调,但收益共享合同的效率会低于仅存在单个零售商的情况。在单个供应商和多个同质化购买者的竞争供应链中,Weng^[24]证明了供应商能通过数量折扣合同和特许经营的方式达到供应链协调,并发现全单位数量折扣合同和增量数量折扣合同都能实现供应链协调。该类研究均未讨论引入延保服务后的供应链合同协调问题。

本文以供应链横向竞争为视角,考虑故障随机分布及其延保服务成本,构建了单个制造商和两个竞争零售商供应链结构下的延保服务模型。以中心化供应链绩效为基准,比较分析了中心化和分散化供应链的产品价格、延保服务价格和供应链绩效差异,然后引入两部定价合同分析了基于延保服务的供应链Pareto绩效改进问题,并进一步识别了零售商竞争程度、延保服务时长和延保服务价格敏感性对绩效改进和博弈均

衡的影响.

2 基于延保服务的竞争供应链模型

考察一个制造商和两个竞争零售商构成的供应链模型, 其中制造商提供延保服务. 零售商和制造商之间开展以制造商为领导者的 Stackleberg 博弈, 博弈顺序为: 首先, 制造商确定批发价格和延保服务价格; 其次, 基于制造商提供的批发价格和延保服务价格, 两个零售商同时确定各自的零售价格. 根据 Ingene 等^[25]可知零售商 i 的需求函数为

$$q_i = a - p_i + b p_{3-i}, \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

其中 a 为市场规模, p_i 和 q_i 分别为零售商 i 的销售价格和产品销售需求, 零售商 i 的产品需求随自身产品定价递减, 随其他零售商的产品定价递增. b 为零售商间的竞争程度, 代表其他零售商定价对该零售商产品需求的影响, b 值越大表示零售商之间竞争越激烈. 本文假设 $0 \leq b < 1$, 即相比较其他零售商, 产品需求受自身产品定价的影响更大, 这与现实情况相符. $b = 0$ 表明产品需求不会受到其他零售商产品定价的影响(零售商完全差异化的情形).

假设制造商提供的延保服务类型为免费更换产品的延保服务(free replacement warranty), 即在免费更换延保服务时长内, 延保服务提供商为延保服务购买者免费更换发生故障的产品或配件, 而不收取其他费用^[26]. 此种延保服务广泛的应用于汽车、家电等行业中. 根据 Li 等^[15], 延保服务的需求函数为

$$Q_i = q_i - h p_e / t = a - p_i + b p_{3-i} - h p_e / t, \quad i = 1, 2, \quad (2)$$

其中 p_e 为延保服务的销售价格, t 为延保时长且为行业外生变量, 因此 p_e / t 为单位延保时长的销售价格. h 为消费者对单位延保时长的延保服务价格敏感性, 且满足 $h > 0$.

根据文献[17–27], 延保时长为 t 的延保服务在产品故障率服从 Weibull 分布时的延保服务成本为

$$C_{ew} = Cr (\lambda t)^\beta, \quad (3)$$

其中 Cr 为产品更换的成本, 发生故障的产品进行维修后可以通过二手市场等方式出售获利, 因此本文假设产品的更换成本小于新产品的生产成本. 即 $(\lambda t)^\beta$ 为 t 时间内预计产品发生故障的次数, λ 和 β 分别为 Weibull 分布的尺度参数和形状参数, $\beta > 1$ 代表产品的故障率随时间递增, $\beta < 1$ 代表产品的故障率随时间递减, $\beta = 1$ 代表产品的故障率恒定不变.

其他主要假设: 1) 假设 a 足够大且 $2h > (1 - b)t$, 以保证均衡决策和绩效均为正. 它表示提供延保服务的产品的市场规模足够大, 例如汽车和电子产品市场, 且消费者具有较高的延保价格敏感程度, 这与目前延保服务的购买比例还相对较低的市场情况相符合^[12]. 2) 制造商的边际生产成本为 s , 不存在产品的库存成本且不考虑产品与延保服务的销售成本. 3) 零售商和制造商间是信息对称的. 文中上标 C 代表中心化模型、上标 D 代表分散化模型、上标 DT 代表两部定价合同, Π_M , Π_{R_i} 和 Π 分别为在不同模型下制造商利润、零售商 i 的利润和供应链系统利润. Π_P , Π_{EW} 分别代表在不同模型下的产品利润和延保服务利润.

2.1 基于延保服务的中心化模型

在中心化模型中, 中心化决策者统一决定产品的最优零售价格和延保服务的价格, 以使整个供应链系统利润最大化. 此时产品批发价格仅决定系统利润在各成员之间的分配, 并不影响系统的总利润, 这为与分散化模型下的供应链比较提供了一个基准模型. 中心化决策问题为

$$\text{Max}_{p_1, p_2, p_e} \Pi^C = \sum_{i=1}^2 (p_i - s) q_i + (p_e - Cr(\lambda t)^\beta) Q_i. \quad (4)$$

通过最优化一阶条件, 可得最优产品销售价格和延保服务价格分别为

$$p_1^C = p_2^C = \frac{a(2h - t + bt) + (1 - b)h(2s + cr(t\lambda)^\beta)}{(1 - b)(4h - (1 - b)t)}, \quad (5)$$

$$p_e^C = \frac{at - (1 - b)st + (2h - t(1 - b))Cr(\lambda t)^\beta}{(4h - (1 - b)t)}. \quad (6)$$

将式(5)和式(6)代入式(4), 可得中心化模型的供应链总利润为

$$\Pi^C = \frac{2(a - s + bs)^2 ht - 2(a - s + bs)(1 - b)crht(t\lambda)^\beta + 2(1 - b)cr^2 h^2 (t\lambda)^{2\beta}}{(1 - b)(4h - (1 - b)t)t}, \quad (7)$$

其中产品销售和延保服务销售的利润分别为

$$\Pi_P^C = 2h \left(2(a - s + bs) - (1 - b)cr(t\lambda)^\beta \right) \times \left(a(2h - t + bt) + (1 - b) \left((1 - b)st - h(2s - cr(t\lambda)^\beta) \right) \right) \left((1 - b)(4h - (1 - b)t)^2 \right)^{-1}, \quad (8)$$

$$\Pi_{EW}^C = \frac{2h \left((a - s + bs)t - 2crh(t\lambda)^\beta \right)^2}{t(4h - (1 - b)t)^2}. \quad (9)$$

2.2 基于延保服务的分散化模型

为比较分散化下供应链绩效与中心化的差异, 需要对分散化下的供应链绩效进行分析. 在分散化模型中, 存在着制造商提供延保服务、零售商提供延保服务和第三方延保服务提供商提供延保服务等三种情况. 相比较零售商和第三方延保服务提供商, 制造商具有产品可靠性信息和已有质保服务渠道的优势, 是目前市场中延保服务的主要提供者. 因此本文主要考察在制造商提供延保服务情况下的分散化模型, 此时制造商和零售商的决策模型分别为

$$\text{Max}_{w, p_e} \Pi_M^D = \sum_{i=1}^2 (w - s)q_i(w) + (p_e - Cr(\lambda t)^\beta) Q_i(w, p_e), \quad (10)$$

$$\text{Max}_{p_i} \Pi_{R_i}^D = (p_i - w)(a_i - p_i + bp_{3-i}), \quad i = 1, 2. \quad (11)$$

利用逆向递推法, 可得到制造商批发价格、延保服务价格和零售商的产品销售价格分别为

$$w^D = \frac{a(2(2 - b)h - (1 - b)t) + (1 - b)(2 - b)h(2s + cr(\lambda t)^\beta)}{(1 - b)(4h(2 - b) - (1 - b)t)}, \quad (12)$$

$$p_e^D = \frac{at - (1 - b)st + (2(2 - b)h - t(1 - b))Cr(\lambda t)^\beta}{(4h(2 - b) - (1 - b)t)}, \quad (13)$$

$$p_i^D = \frac{a[2(3 - 2b)h - (1 - b)t] + (1 - b)h(2s + cr(\lambda t)^\beta)}{(1 - b)(4h(2 - b) - (1 - b)t)}. \quad (14)$$

将式(12)、式(13)和式(14)代入式(10)和式(11), 可以得到分散化模型下制造商利润和零售商利润分别为

$$\Pi_M^D = \frac{2(a - s + bs)^2 ht - 2(a - s + bs)(1 - b)crht(t\lambda)^\beta + 2(2 - b)(1 - b)cr^2 h^2 (t\lambda)^{2\beta}}{(1 - b)t(4h(2 - b) - (1 - b)t)}, \quad (15)$$

$$\Pi_{R_i}^D = h^2 \left(2(a - s + bs) - 2(1 - b)cr(t\lambda)^\beta \right)^2 \left((4h(2 - b) - (1 - b)t)^2 \right)^{-1}, \quad (16)$$

其中产品销售和延保服务销售的利润分别为

$$\Pi_P^D = 2h \left(2(a - s + bs) - (1 - b)cr(t\lambda)^\beta \right) \times \left(a((6 - 4b)h - t + bt) + (1 - b)((1 - b)st - h(6s - 4bs - cr(t\lambda)^\beta)) \right) \times$$

$$((1-b)(4h(2-b)-(1-b)t)^2)^{-1}, \quad (17)$$

$$\Pi_{EW}^D = \frac{2h \left((a-s+bs)t - 2(2-b)crh(t\lambda)^\beta \right)^2}{t(4h(2-b)-(1-b)t)^2}. \quad (18)$$

2.3 分析比较

记 $p_w = p_i + p_e$, 表示产品与延保服务的总价格. 比较中心化和分散化模型下的均衡产品价格、延保服务价格和产品与延保服务的总价格, 可得以下结论.

命题 1 $p_i^C < p_i^D$, $q_i^C > q_i^D$, $p_e^C > p_e^D$, $Q_i^C > Q_i^D$, $p_w^C < p_w^D$.

命题 1 的证明见附录.

命题 1 表明, 相比较由零售商和制造商分别确定产品零售价格和延保服务价格的分散化模型, 当产品零售价格和延保服务价格由中心化决策者统一决策时, 产品的零售价格较低, 而延保服务价格较高, 且产品的需求和延保服务的需求都较高. 这是由于中心化决策避免了双重边际化导致的过高的零售价格, 从而增加了产品和延保服务需求, 中心化决策者能够通过较高的延保服务价格来最大化供应链总利润. 并且, 中心化模型下的产品和延保服务的总价格较低, 这会吸引更多的消费者购买产品和延保服务的组合. 上述对中心化和分散化模型下产品和延保服务价格的差异与洗衣机及其延保服务市场的现状相一致. Jindal^[9]发现, 相比较一个零售商同时确定洗衣机和延保服务价格的市场, 当洗衣机价格和延保服务价格由两个不同的零售商(即两个不同的决策主体)确定时, 洗衣机的价格增加了 7%, 延保服务的价格降低了 3%, 洗衣机和延保服务的总价格提高了 36 美元(相当于洗衣机价格的 3.34%).

进一步分析零售商竞争程度、延保时长和延保服务价格敏感性对中心化和分散化模型下的延保服务定价的影响, 可得以下结论.

命题 2 在中心化和分散化模型下, 延保服务价格都随着延保时长递增, 并且都随着延保服务价格敏感性递减. 在中心化模型中, 延保服务价格随零售商竞争程度增加而降低; 在分散化模型中, 延保服务价格随零售商竞争程度增加而增加.

命题 2 的证明见附录.

命题 2 表明, 为了获得较高的延保服务定价, 制造商应该在延保服务价格敏感性较低的市场, 为消费者提供较长延保时长的延保服务. 这是由于较低的延保服务价格敏感性和较长的延保时长保证了较大的延保服务需求, 这为制造商提供了延保服务价格的抬价空间. 在中心化模型下, 较低的零售商竞争程度会导致较高的延保服务价格; 而在分散化模型下, 对于制造商而言, 零售商竞争程度越强的市场, 延保服务价格越高, 越适合销售延保服务.

进一步分析零售商竞争程度、延保时长和延保服务价格敏感性对中心化和分散化模型下的产品定价的影响, 可得以下结论.

命题 3 在中心化和分散化模型下, 产品零售价格都随零售商竞争程度和延保服务价格敏感性递增, 并且都随延保时长递减.

命题 3 的证明见附录.

比较命题 2 和命题 3 可以发现, 制造商倾向于在延保服务价格敏感性较低的市场, 为消费者提供较长延保时长的延保服务, 但这会导致零售商产品价格的降低. 与传统的零售商价格竞争结论不同, 在存在制造商销售延保服务的供应链中, 零售商的产品定价不仅要考虑零售商间的产品价格竞争, 还需考虑制造商的延保服务定价. 此时较强的零售商竞争程度反而会提高产品的零售价格, 从中受益, 这使得零售商倾向于通过提高销售努力等方式来加强零售商间的竞争. 在分散化模型中, 零售商间的竞争的加剧能够实现制造商和零售商的双赢.

进一步分析零售商竞争程度、延保时长和延保服务价格敏感性对中心化和分散化模型下的产品和延保服务组合价格的影响, 可得以下结论.

命题4 在中心化和分散化模型下, 产品和延保服务的总价格都随着延保时长和零售商竞争程度递增, 并且都随着延保服务价格敏感性递减.

命题4的证明见附录.

综合命题2、命题3和命题4可知, 随着延保时长的增加, 产品价格随之降低, 延保服务价格随之增加, 产品和延保服务的组合价格随之增加. 对于仅购买产品的消费者而言, 较长的延保服务时长降低了产品价格, 消费者的效用得到提高. 制造商可以较短的延保时长来缩小产品价格和组合价格的差距, 吸引更多的消费者同时购买产品和延保服务. 延保服务刚进入市场时, 市场中的延保服务价格敏感性较高, 制造商制定较低的延保服务价格, 零售商制定较高的产品价格, 这将会吸引更多的消费购买产品和延保服务的组合, 在增加延保服务需求的同时, 零售商的利润得到了提高.

在上文对延保服务定价和产品定价的基础上, 进一步分析产品利润和延保服务利润的互动影响关系, 将供应链总利润分为产品利润和延保服务利润. 记 $\Pi_P^C = \Pi_P^D$ 关于延保时长的边界为 $t_1 = (2h(2 - b - \sqrt{2 - 2b + b^2})) / (1 - b)$, 可得以下结论.

引理1 1) 当 $0 < b < 1$ 时, $t_1 < 2h / (1 - b)$; 2) 当 $t \geq t_1$ 时, $\Pi_P^C \geq \Pi_P^D$.

命题5 当且仅当 $0 < t \leq t_1$ 时, $\Pi_P^C \geq \Pi_P^D$; $\Pi_{EW}^C > \Pi_{EW}^D$ 恒成立.

命题5的证明见附录.

命题5表明, 当且仅当延保时长较短时, 中心化模型下产品利润大于分散化模型下产品利润. 这是由于在中心化模型中, 中心化决策者为了实现供应链总利润的最大化, 需要对产品利润和延保服务利润进行权衡. 中心化决策者可以通过较低的产品定价同时提高产品的需求和延保服务的需求, 当产品价格降低导致的产品利润损失小于相对应需求增加导致的延保服务利润增加时, 中心化决策者会通过较低的产品定价提高供应链总利润.

通过以上对中心化和分散化决策下的延保服务定价、产品定价、产品利润和延保服务利润的比较, 分散化下的供应链均衡决策与中心化模型存在偏离, 由此导致了供应链系统利润的损失. 为了直观刻画中心化模型和分散化模型下供应链绩效的差异, 并考察零售商竞争强度、延保时长和延保服务价格敏感性对供应链绩效差异的影响, 令 $a = 10$, $s = 0.5$, $cr = 0.3$, $\lambda = 0.001$, $\beta = 1$, 分别绘制图1、图2和图3. 由图1可知, 随着零售商竞争强度的增加, 中心化模型和分散化模型下供应链总利润都增加, 且分散化模型下的供应链绩效损失随之减少. 由图2可知, 随着延保时长的增加, 中心化模型和分散化模型下供应链总利润都增加, 且分散化模型下的供应链绩效损失随之增加. 由图3可知, 随着消费者对单位时长延保价格的敏感程度的增加, 中心化模型和分散化模型下供应链总利润都减少, 且分散化模型下的供应链绩效损失随之减少.

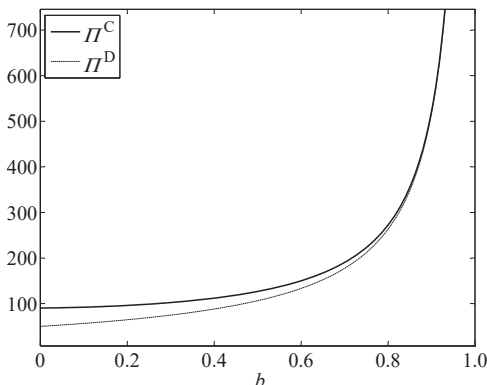
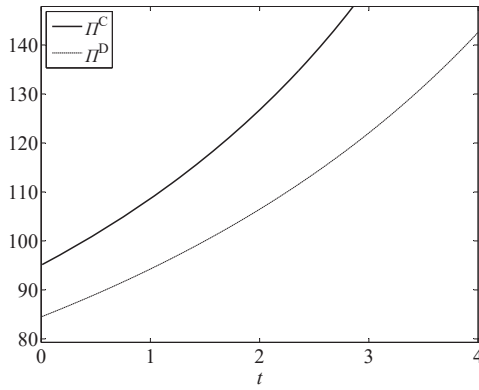
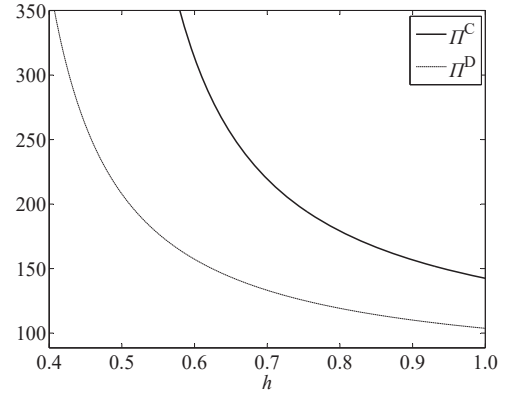


图1 $h = 1, t = 2$ 时, Π^C, Π^D 和 b 的关系

Fig. 1 The relationship between Π^C, Π^D and b when $h = 1, t = 2$.

图2 $h = 1, b = 0.5, \Pi^C, \Pi^D$ 和 t 的关系Fig. 2 The relationship between Π^C, Π^D and t when $h = 1, b = 0.5$.图3 $t = 3, b = 0.4, \Pi^C, \Pi^D$ 和 h 的关系Fig. 3 The relationship between Π^C, Π^D and h when $t = 3, b = 0.4$.

3 供应链协调下的两部定价合同

通过上文对中心化和分散化模型下供应链系统利润的比较, 识别了分散化模型下的供应链效率损失. 此时, 制造商有动力通过供应链合同来实现供应链绩效的改进, 由于两部定价合同的可实施性较高并且在生产实际中得到了广泛的应用, 本节将主要研究制造商采用两部定价合同实现供应链绩效改进.

两部定价合同的形式为 $I_i = F + wq_i$. 其中 F 为固定费用, 本文假定其为行业外生变量, 或者通过纵向的双方谈判而决定, 由于两个竞争零售商的市场规模相同, 本文假定制造商为两个零售商提供相同的两部定价合同. 当制造商提供两部定价合同时, 零售商的决策模型为

$$\max_{p_i} \Pi_{Ri}^{DT} = (p_i - w)(a - p_i + bp_{3-i}) - F, \quad i = 1, 2. \quad (19)$$

由于制造商提供的是两部定价合同, 固定费用可以通过纵向双方谈判确定, 因而制造商可以通过调节固定费用 F 实现收益的再分配, 所以制造商可以依据供应链系统利润最大化来确定最优的批发价格和延保服务价格, 其决策模型为

$$\max_{w, p_e} \Pi_M^{DT} = \sum_{i=1}^2 (p_i - s)q_i(w) + (p_e - Cr(\lambda t)^\beta) Q_i(w, p_e) + 2F. \quad (20)$$

根据制造商和零售商间的博弈规则和合同的可观测性, 采用倒推法则, 可以得到两部定价合同下的均衡产品批发价格、零售价格和延保服务价格为

$$w^{DT} = \frac{a(2bh - (1-b)t) + (1-b)(2-b)h(2s + cr(\lambda t)^\beta)}{(1-b)(4h - (1-b)t)}, \quad (21)$$

$$p_e^{DT} = \frac{at - (1-b)st + (2h - t(1-b))Cr(\lambda t)^\beta}{(4h(2-b) - (1-b)t)}, \quad (22)$$

$$p_i^{DT} = \frac{a(2h - (1-b)t) + (1-b)h(2s + cr(\lambda t)^\beta)}{(1-b)(4h - (1-b)t)}. \quad (23)$$

将两部定价合同下的产品批发价格、产品零售价格和延保服务价格与中心化、分散化模型进行比较, 可得以下结论.

命题 6 $p_i^{DT} = p_i^C < p_i^D, p_e^{DT} = p_e^C > p_e^D, w^{DT} < w^D, \Pi^{DT} = \Pi^C > \Pi^D$.

命题 6 的证明见附录.

命题 6 表明, 在制造商采用两部定价合同下, 制造商制定的批发价格零售商的产品价格都低于未采用两

部定价合同时的情况, 产品的需求增加, 并且间接增加延保服务的需求. 在较高的延保服务需求下, 制造商可以制定较高的延保服务价格. 此时, 供应链总利润高于采用两部定价合同时的利润, 且与中心化模型下的供应链总利润相同, 即供应链达到整体最优.

将式(21)、式(22)和式(23)分别代入式(19)和式(20), 可以得到两部定价合同下制造商利润和零售商利润分别为

$$\Pi_M^{DT} = \frac{2(a-s+bs)^2 ht(4h-(1-b)t) - 2(a-s+bs)(1-b)(4h-(1-b)t) crht(t\lambda)^\beta}{(1-b)t(4h-(1-b)t)^2} + \frac{2(1-b)(4h-(1-b)(2-b)t) cr^2 h^2 (t\lambda)^{2\beta}}{(1-b)t(4h-(1-b)t)^2} + 2F, \quad (24)$$

$$\Pi_{R_i}^{DT} = \frac{h^2 \left(2(a-s+bs) - (1-b) cr(t\lambda)^\beta \right)^2}{(4h-(1-b)t)^2} - F. \quad (25)$$

记 $\Pi_{R_i}^{DT} = \Pi_{R_i}^D$ 和 $\Pi_M^{DT} = \Pi_M^D$ 关于固定收费的边界 F_1, F_2 分别为

$$F_1 = \frac{8(1-b)h^3(2h(3-b)-(1-b)t) \left(2(a-s+bs) - (1-b) cr(t\lambda)^\beta \right)^2}{(4h-(1-b)t)^2 \cdot (4h(2-b)-(1-b)t)^2}, \quad (26)$$

$$F_2 = \frac{4(1-b)h^3 \left(2(a-s+bs) - (1-b) cr(t\lambda)^\beta \right)^2}{(4h-(1-b)t)^2 \cdot (4h(2-b)-(1-b)t)}. \quad (27)$$

命题 7 当 $F_2 < F < F_1$ 时, $\Pi_{R_i}^{DT} > \Pi_{R_i}^D$, $\Pi_M^{DT} > \Pi_M^D$.

命题 7 的证明见附录.

命题 7 表明当 F 在 (F_2, F_1) 范围内时, 相比分散化模型, 两部定价合同下的零售商和制造商利润都得到了帕累托改进.

为了直观刻画可同时实现零售商和制造商利润改进的固定收费范围, 并考察零售商竞争强度、延保时长和延保服务价格敏感性对固定收费范围的影响, 令 $a = 10, s = 0.5, cr = 0.3, \lambda = 0.001, \beta = 1$, 分别绘制图 4、图 5 和图 6.

由图 4 可知, 随着零售商竞争强度的增加, F_1, F_2 都随之减小, 且可实现帕累托改进的固定收费范围也随之减小. 由图 5 可知, 随着延保时长的增加, F_1, F_2 都随之增加, 且可实现帕累托改进的固定收费范围也随之增加.

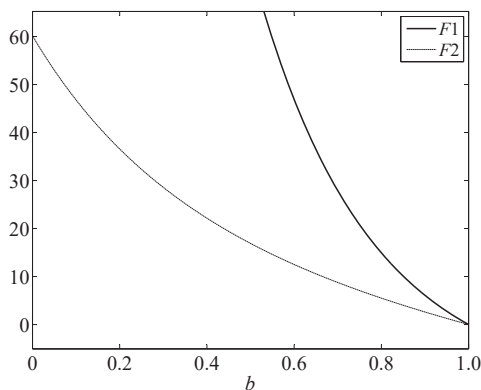


图 4 $h = 1, b = 0.5, F_1, F_2$ 和 b 的关系

Fig. 4 The relationship between F_1, F_2 and b when $h = 1, b = 0.5$

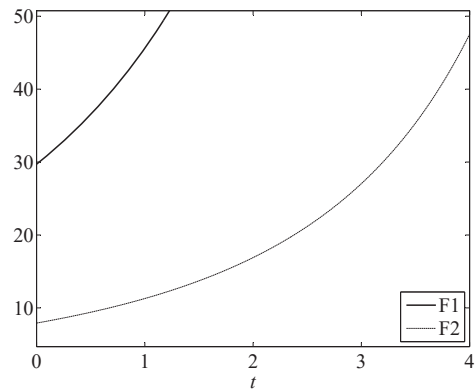


图 5 $h = 1, b = 0.5, F_1, F_2$ 和 t 的关系

Fig. 5 The relationship between F_1, F_2 and t when $h = 1, b = 0.5$

由图 6 可知, 随着消费者单位时长延保价格的敏感程度的增加, F_1, F_2 都随之减小, 且可实现帕累托改

进的固定收费范围随之减小.

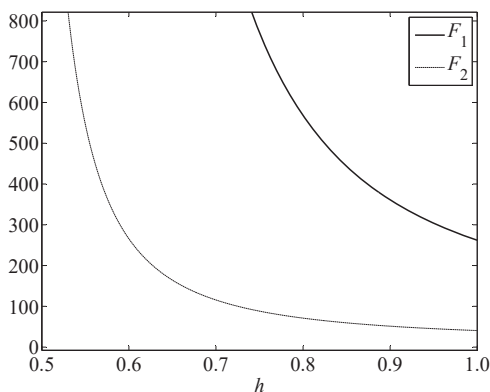


图6 $t = 3, b = 0.4, F_1, F_2$ 和 h 的关系

Fig. 6 The relationship between F_1, F_2 and h when $t = 3, b = 0.4$

4 结束语

本文通过构建单个制造商和两个竞争零售商供应链结构下的延保服务模型,研究了中心化和分散化供应链的产品价格、延保服务价格和供应链绩效差异,并引入两部定价合同分析了基于延保服务的供应链 Pareto 绩效改进问题,识别了零售商竞争程度、延保服务时长和延保服务价格敏感性对绩效改进和博弈均衡的影响. 结果表明: 1) 零售商竞争程度和延保服务价格敏感性是制造商选择延保服务销售市场的重要因素,同时制造商可以通过改变延保时长来影响延保服务价格. 2) 零售商可以通过提高销售努力等加剧市场竞争的方式影响制造商的延保服务定价,在分散化模型下,加剧的市场竞争能够实现制造商和零售商的双赢. 3) 存在延保服务销售的供应链中,两部定价合同能够实现零售商和制造商利润的帕累托改进,当延保时长越长和零售商竞争强度越弱时,供应链绩效改进的空间越大.

本文的研究成果为进一步的理论研究和实践提供了参考价值,但也存在一些不足. 首先,本文仅考虑了由制造商提供延保服务的分散化模型,未对零售商或第三方提供延保服务的分散化模型进行讨论;其次,本文假设延保时长为外生变量,而市场中存在着多种延保时长和延保服务价格组合,即延保时长和延保服务价格可以同时作为决策变量;最后,本文未考虑产品基础保修服务对延保服务需求的影响,这些均需要进一步拓展和研究.

参考文献:

- [1] Week W. Extended warranty administrators: While auto and PC manufacturers have the top spots, insurance companies and third party administrators grab the bulk of the pie. [Http://www.warrantyweek.com](http://www.warrantyweek.com), 2005, January 19.
- [2] Kelley C A, Conant J S. Extended warranties: Consumer and manufacturer perceptions. *Journal of Consumer Affairs*, 1991, 25(1): 68–83.
- [3] Berner R. The warranty windfall. *Business Week*, 2004, 12(20): 2004.
- [4] Menezes M A J. Ford Motor Company: The product warranty program. *Harvard Business School*, 1988, A(9): 589–001.
- [5] Huysentruyt M, Read D. How do people value extended warranties: Evidence from two field surveys. *Journal of Risk and Uncertainty*, 2010, 40(3): 197–218.
- [6] Chen T, Kalra A, Sun B. Why do consumers buy extended service contracts. *Journal of Consumer Research*, 2009, 36(4): 611–623.
- [7] Voss G B, Ahmed I. Extended warranties: A behavioral perspective. *Advances in Consumer Research*, 1992, 19(1): 879–86.
- [8] Lam Y, Lam P K W. An extended warranty policy with options open to consumers. *European Journal of Operational Research*, 2001, 131(3): 514–529.
- [9] Jindal P. Risk preferences and demand drivers of extended warranties. *Marketing Science*, 2014, 34(1): 39–58.

- [10] Jack N, Murthy D N P. A flexible extended warranty and related optimal strategies. *Journal of the Operational Research Society*, 2007, 58(12): 1612–1620.
- [11] Hartman J C, Laksana K. Designing and pricing menus of extended warranty contracts. *Naval Research Logistics (NRL)*, 2009, 56(3): 199–214.
- [12] Gallego G, Wang R, Ward J, et al. Flexible-duration extended warranties with dynamic reliability learning. *Production and Operations Management*, 2014, 23(4): 645–659.
- [13] Gallego G, Wang R, Hu M, et al. No claim? Your gain: Design of residual value extended warranties under risk aversion and strategic claim behavior. *Manufacturing & Service Operations Management*, 2014, 17(1): 87–100.
- [14] Desai P, Padmanabhan P. Durable goods, extended warranty and channel coordination. *Review of Marketing Science*, 2004, 2(2): 1–23.
- [15] Li K, Mallik S, Chhajed D. Design of extended warranties in supply chains under additive demand. *Production and Operations Management*, 2012, 21(4): 730–746.
- [16] 王素娟, 胡奇英. 基于延保服务吸引力指数的服务模式分析. *计算机集成制造系统*, 2010, 16(10): 2277–2284.
Wang S J, Hu Q Y. Service models analysis based on extended warranty services desirability index. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2010, 16(10): 2277–2284. (in Chinese)
- [17] 李杰, 柳键. 基于需求敏感指数的供应链延保服务模式分析. *控制与决策*, 2013, 28(7): 1103–1108.
Li J, Liu J. Supply chain extended warranty service models analysis based on service-sensitive-index. *Control and Decision*, 2013, 28(7): 1103–1108. (in Chinese)
- [18] Gallego G, Hu M, Beltran J L, et al. Channel Coordination Mechanisms for Basic Products and Ancillary Services. Working Paper, Hewlett-Packard Labs, 2008.
- [19] 易余胤, 姚俊江. 网络外部性下考虑延保服务的供应链协调. *计算机集成制造系统*, 2014, 20(8): 1987–1999.
Yi Y Y, Yao J J. Supply chain coordination for extended warranty provided by strong retailer under network externality. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2014, 20(8): 1987–1999. (in Chinese)
- [20] Heese H S. Pitch It now or Pitch It Later. Extended Warranty Sales Strategies and the Impact on Manufacturer Warranties. Working Paper, Kelly School of Business, Indiana University, 2008.
- [21] 马建华, 艾兴政, 唐小我. 基于延保服务的竞争供应链纵向渠道结构选择. *系统工程学报*, 2015, 30(4): 539–553.
Ma J H, Ai X Z, Tang X W. Vertical channel structure choice for competing supply chains with extended warranty services. *Journal of Systems Engineering*, 2015, 30(4): 539–553. (in Chinese)
- [22] Ingene C A, Parry M E. Channel coordination when retailers compete. *Marketing Science*, 1995, 14(4): 360–377.
- [23] Cachon G P, Lariviere M A. Supply chain coordination with revenue-sharing contracts: Strengths and limitations. *Management Science*, 2005, 51(1): 30–44.
- [24] Weng Z K. Channel coordination and quantity discounts. *Management science*, 1995, 41(9): 1509–1522.
- [25] Ingene C A, Parry M E. Coordination and manufacturer profit maximization: The multiple retailer channel. *Journal of Retailing*, 1995, 71(2): 129–151.
- [26] Blischke W R, Murthy D N P. Product warranty management-I: A taxonomy for warranty policies. *European Journal of Operational Research*, 1992, 62(2): 127–148.
- [27] Wu C C, Chou C Y, Huang C. Optimal price, warranty length and production rate for free replacement policy in the static demand market. *Omega: International Journal of Management Science*, 2009, 37(1): 29–39.

作者简介:

郑晨(1993—), 男, 浙江金华人, 硕士生, 研究方向: 供应链协调机制与运作模式, Email: bushzheng1017@foxmail.com;
艾兴政(1969—), 男, 四川华蓥人, 博士, 教授, 博士生导师. 研究方向: 供应链管理, 服务管理, Email: aixz@uestc.edu.cn;
李晓静(1981—), 女, 河南安阳人, 博士生, 研究方向: 供应链渠道管理, Email: jing811207@163.com;
汪敦甫(1984—), 男, 湖北仙桃人, 博士生, 研究方向: 供应链渠道管理, Email: wgf20061111@163.com.

附录1 命题证明

命题1 证明

$$q_i^C - q_i^D = \frac{4(1-b)h^2[2a - (1-b)(2s + Cr(\lambda t)^\beta)]}{[4h - (1-b)t][4h(2-b) - (1-b)t]}, \quad Q_i^C - Q_i^D = \frac{2(1-b)h^2[2a - (1-b)(2s + Cr(\lambda t)^\beta)]}{[4h - (1-b)t][4h(2-b) - (1-b)t]},$$

$$p_i^C - p_i^D = -\frac{4h^2[2a - (1-b)(2s + Cr(\lambda t)^\beta)]}{[4h - (1-b)t][4h(2-b) - (1-b)t]}, \quad p_e^C - p_e^D = \frac{2(1-b)ht[2a - (1-b)(2s + Cr(\lambda t)^\beta)]}{[4h - (1-b)t][4h(2-b) - (1-b)t]}$$

$$p_w^C - p_w^D = -\frac{2h[2h - (1-b)t][2a - (1-b)(2s + Cr(\lambda t)^\beta)]}{[4h - (1-b)t][4h(2-b) - (1-b)t]}.$$

已知 a 足够大且 $(1-b)t < 2h$, 则 $2a - (1-b)(2s + Cr(\lambda t)^\beta) > 0$ 恒成立.

证毕.

命题 2 证明

$$\frac{\partial p_e^C}{\partial b} = -\frac{t[at - 4hs - 2crh(t\lambda)^\beta]}{[4h - (1-b)t]^2}, \quad \frac{\partial p_e^C}{\partial h} = -\frac{2t[2(a-s+bs) - (1-b)cr(t\lambda)^\beta]}{[4h - (1-b)t]^2},$$

$$\frac{\partial p_e^D}{\partial b} = \frac{t[a(4h-t) + 4hs + 2crh(t\lambda)^\beta]}{[4h(2-b) - (1-b)t]^2}, \quad \frac{\partial p_e^D}{\partial h} = -\frac{2(2-b)t[2(a-s+bs) - (1-b)cr(t\lambda)^\beta]}{[4h(2-b) - (1-b)t]^2},$$

$$\frac{\partial p_e^C}{\partial t} = \frac{4aht + [8h^2 + (1-b)^2t^2]\beta cr(t\lambda)^\beta - 2(1-b)^2ht[2s + (1+3\beta)cr(t\lambda)^\beta]}{t[4h - (1-b)t]^2},$$

$$\frac{\partial p_e^D}{\partial t} = \frac{4a(2-b)ht + [8(2-b)^2h^2 + (1-b)^2t^2]\beta cr(t\lambda)^\beta - 2(1-b)(2-b)ht[2s + (1+3\beta)cr(t\lambda)^\beta]}{t[4h(2-b) - (1-b)t]^2}.$$

已知 a 足够大且 $(1-b)t < 2h$, 易得 $\frac{\partial p_e^C}{\partial b} < 0$, $\frac{\partial p_e^D}{\partial b} > 0$, $\frac{\partial p_e^C}{\partial t} > 0$, $\frac{\partial p_e^D}{\partial t} > 0$, $\frac{\partial p_e^C}{\partial h} < 0$, $\frac{\partial p_e^D}{\partial h} < 0$.

证毕.

命题 3 证明

$$\frac{\partial p_i^C}{\partial b} = \frac{a[8h^2 - 4(1-b)ht + (1-b)^2t^2] - (1-b)^2ht(2s + cr(t\lambda)^\beta)}{(1-b)^2[4h - (1-b)t]^2},$$

$$\frac{\partial p_i^D}{\partial b} = \frac{a[8(5-6b+2b^2)h^2 - 4(3-2b)(1-b)ht + (1-b)^2t^2] - (1-b)^2(4h-t)ht(2s + cr(t\lambda)^\beta)}{(1-b)^2[4h(2-b) - (1-b)t]^2},$$

$$\frac{\partial p_i^C}{\partial t} = -\frac{2h[2(a-s+bs)t - [(1-b)(1-\beta)t + 4h\beta]cr(t\lambda)^\beta]}{t[4h - (1-b)t]^2}, \quad \frac{\partial p_i^C}{\partial h} = \frac{t[2(a-s+bs) - (1-b)cr(t\lambda)^\beta]}{[4h - (1-b)t]^2},$$

$$\frac{\partial p_i^D}{\partial t} = -\frac{2h[2(a-s+bs)t - [(1-b)(1-\beta)t + 4(2-b)h\beta]cr(t\lambda)^\beta]}{t[4h(2-b) - (1-b)t]^2}, \quad \frac{\partial p_i^D}{\partial h} = \frac{t[2(a-s+bs) - (1-b)cr(t\lambda)^\beta]}{[4h(2-b) - (1-b)t]^2}.$$

已知 a 足够大且 $(1-b)t < 2h$, 易得 $\frac{\partial p_i^C}{\partial t} < 0$, $\frac{\partial p_i^D}{\partial t} < 0$, $\frac{\partial p_i^C}{\partial h} > 0$, $\frac{\partial p_i^D}{\partial h} > 0$; $\frac{\partial p_i^C}{\partial b}$ 的正负由 $8h^2 - 4(1-b)ht + (1-b)^2t^2$ 确定, $\frac{\partial p_i^D}{\partial b}$ 的正负由 $8(5-6b+2b^2)h^2 - 4(3-2b)(1-b)ht + (1-b)^2t^2$ 确定, 已知 $(1-b)t < 2h$ 且 $0 < b < 1$, 则 $8h^2 - 4(1-b)ht + (1-b)^2t^2 > (1-b)^2t^2 > 0$, $8(5-6b+2b^2)h^2 - 4(3-2b)(1-b)ht + (1-b)^2t^2 > (1-b)^2(5-8b+4b^2) > (1-b)^2t^2 > 0$, 因此 $\frac{\partial p_i^C}{\partial b} > 0$, $\frac{\partial p_i^D}{\partial b} > 0$.

证毕.

命题 4 证明

$$\frac{\partial p_w^C}{\partial b} = \frac{h[4a[2h - (1-b)t] + (-1+b)^2t(2s + cr(t\lambda)^\beta)]}{(1-b)^2[4h - (1-b)t]^2}, \quad \frac{\partial p_w^D}{\partial h} = -\frac{(3-2b)t[2(a-s+bs) - (1-b)cr(t\lambda)^\beta]}{[4h(2-b) - (1-b)t]^2},$$

$$\frac{\partial p_w^D}{\partial b} = \frac{(h[4a[2(5-6b+2b^2)h - (2-3b+b^2)t] + (-1+b)^2(4h+t)(2s + cr(t\lambda)^\beta)])}{(-1+b)^2[4h(2-b) - (1-b)t]^2}, \quad \frac{\partial p_w^C}{\partial h} = \frac{t[2(a-s+bs) - (1-b)cr(t\lambda)^\beta]}{[4h - (1-b)t]^2},$$

$$\frac{\partial p_w^D}{\partial t} = \frac{(2a(3-2b)ht + 4(10-9b+2b^2)crh^2\beta(t\lambda)^\beta + (1-b)^2crt^2\beta(t\lambda)^\beta + (1-b)ht((-6+4b)s + cr(-3-13\beta+b(2+6\beta))(t\lambda)^\beta))}{t[4h(2-b) - (1-b)t]^2},$$

$$\frac{\partial p_w^C}{\partial t} = \frac{(2aht + 12crh^2\beta(t\lambda)^\beta + (-1+b)^2crt^2\beta(t\lambda)^\beta + (-1+b)ht(2s + cr(1+7\beta)(t\lambda)^\beta))}{[4h - (1-b)t]^2}.$$

已知 a 足够大且 $(1-b)t < 2h$, 易得 $\frac{\partial p_w^C}{\partial b} > 0$, $\frac{\partial p_w^D}{\partial b} > 0$, $\frac{\partial p_w^D}{\partial t} > 0$, $\frac{\partial p_w^C}{\partial h} < 0$, $\frac{\partial p_w^D}{\partial h} < 0$. $\frac{\partial p_w^D}{\partial t}$ 正负由 $2(5-6b+2b^2)h - (2-3b+b^2)t$ 确定, 已知 $(1-b)t < 2h$, 则 $2(5-6b+2b^2)h - (2-3b+b^2)t > (5-6b+2b^2)(1-b)t - (2-3b+b^2)t = (3-2b)(1-b)(1-b)t > 0$, 因此 $\frac{\partial p_w^D}{\partial t} > 0$.

证毕.

命题 5 证明

由命题 1 证明可知 $Q_i^C > Q_i^D$ 且 $p_e^C > p_e^D$, 则 $\Pi_{EW}^C > \Pi_{EW}^D$ 恒成立; 已知

$$\Pi_P^C - \Pi_P^D = 8(1-b)h^2 \left[2a - (1-b)(2s + Cr(\lambda t)^\beta) \right] \left[\frac{a[8h^2 - 4(2-b)ht + (1-b)t^2]}{[4h - (1-b)t]^2[4h(2-b) - (1-b)t]^2} - \frac{(1-b)^2st^2 + 2(1-b)ht[2(-2+b)s + cr(t\lambda)^\beta] + 4h^2[2(1-b)s - (3-b)cr(t\lambda)^\beta]}{[4h - (1-b)t]^2[4h(2-b) - (1-b)t]^2} \right],$$

要使 $\Pi_P^C \geq \Pi_P^D$, 已知 a 足够大, 则只需证明 $(1-b)t^2 - 4(2-b)ht + 8h^2 \geq 0$, 即需满足

$$0 < t \leq \frac{2h(2-b-\sqrt{2-2b+b^2})}{1-b} \text{ 或 } t \geq \frac{2h(2-b+\sqrt{2-2b+b^2})}{1-b}, \text{ 已知 } (1-b)t < 2h, \text{ 且}$$

$$\frac{2h}{1-b} > \frac{2h(2-b-\sqrt{2-2b+b^2})}{1-b} \text{ 和 } \frac{2h}{1-b} < \frac{2h(2-b+\sqrt{2-2b+b^2})}{1-b} \text{ 在 } b \in (0, 1) \text{ 都成立.} \quad \text{证毕.}$$

命题6证明

比较中心化模型和两部定价合同下的产品零售价格和延保服务价格, 易得 $p_i^{DT} = p_i^C$, $p_e^{DT} = p_e^C$, 已知 $p_i^C < p_i^D$ 且 $p_e^C > p_e^D$, 因此 $p_i^{DT} = p_i^C < p_i^D$, $p_e^{DT} = p_e^C > p_e^D$ 成立.

$$w^D - w_i^{DT} = \frac{4(2-b)h^2[2(a-s+bs) - (1-b)cr(t\lambda)^\beta]}{[4h - (1-b)t][4h(2-b) - (1-b)t]},$$

已知 a 足够大且 $(1-b)t < 2h$, 因此 $w^D - w_i^{DT} > 0$, 即 $w^D > w_i^{DT}$ 成立.

证毕.

命题7证明

$\Pi_{R_i}^{DT} > \Pi_{R_i}^D$, $\Pi_M^{DT} > \Pi_M^D$ 须分别满足 $F < F_1$ 和 $F > F_2$, 且为保证零售商和制造商利润都为正, 需满足 $F < F_3 = \frac{h^2[2(a-s+bs) - (1-b)cr(t\lambda)^\beta]^2}{[4h - (1-b)t]^2}$, 对 F_1, F_2, F_3 进行比较, 已知 a 足够大且 $(1-b)t < 2h$, 可得

$$F_3 - F_1 = \frac{h^2[2(a-s+bs) - (1-b)cr(t\lambda)^\beta]^2}{[4h(2-b) - (1-b)t]^2} > 0, \quad F_1 - F_2 = \frac{4(1-b)h^3[2(a-s+bs) - (1-b)cr(t\lambda)^\beta]^2}{[4h - (1-b)t] \cdot [4h(2-b) - (1-b)t]^2} > 0,$$

即 $F_2 < F_1 < F_3$.

证毕.

附录2 优化模型的解存在且唯一的证明

1) 中心化模型

供应链总利润函数关于 (p_1, p_2, p_e) 的 Hesse 矩阵为

$$H = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \Pi^C}{\partial p_1^2} & \frac{\partial^2 \Pi^C}{\partial p_1 \partial p_2} & \frac{\partial^2 \Pi^C}{\partial p_1 \partial p_e} \\ \frac{\partial^2 \Pi^C}{\partial p_2 \partial p_1} & \frac{\partial^2 \Pi^C}{\partial p_2^2} & \frac{\partial^2 \Pi^C}{\partial p_2 \partial p_e} \\ \frac{\partial^2 \Pi^C}{\partial p_e \partial p_1} & \frac{\partial^2 \Pi^C}{\partial p_e \partial p_2} & \frac{\partial^2 \Pi^C}{\partial p_e^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 2b & (-1+b) \\ 2b & -2 & (-1+b) \\ (-1+b) & (-1+b) & -\frac{4h}{t} \end{pmatrix},$$

已知假设条件 $2h > (1-b)t$, $\frac{\partial^2 \Pi^C}{\partial p_1^2} = -2 < 0$, $\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 \Pi^C}{\partial p_1^2} & \frac{\partial^2 \Pi^C}{\partial p_1 \partial p_2} \\ \frac{\partial^2 \Pi^C}{\partial p_2 \partial p_1} & \frac{\partial^2 \Pi^C}{\partial p_2^2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 2b \\ 2b & -2 \end{vmatrix} = 4(1-b^2) > 0$,

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 \Pi^C}{\partial p_1^2} & \frac{\partial^2 \Pi^C}{\partial p_1 \partial p_2} & \frac{\partial^2 \Pi^C}{\partial p_1 \partial p_e} \\ \frac{\partial^2 \Pi^C}{\partial p_2 \partial p_1} & \frac{\partial^2 \Pi^C}{\partial p_2^2} & \frac{\partial^2 \Pi^C}{\partial p_2 \partial p_e} \\ \frac{\partial^2 \Pi^C}{\partial p_e \partial p_1} & \frac{\partial^2 \Pi^C}{\partial p_e \partial p_2} & \frac{\partial^2 \Pi^C}{\partial p_e^2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 2b & (-1+b) \\ 2b & -2 & (-1+b) \\ (-1+b) & (-1+b) & -\frac{4h}{t} \end{vmatrix} = -\frac{4(1+b)(1-b)[4h - (1-b)t]}{t} < 0,$$

因此中心化模型中, 供应链总利润函数关于 (p_1, p_2, p_e) 是联合凹的, 最优解存在且唯一.

证毕.

2) 分散化模型

根据逆推法则, 首先对零售商进行分析.

分散化模型中的零售商利润函数分别对 p_i 求偏导 $\frac{\partial \Pi_{R_i}^D}{\partial p_i} = a - 2p_i + bp_j + w$, $\frac{\partial^2 \Pi_{R_i}^D}{\partial p_i^2} = -2 < 0$, 因此零售商利润函数是关于 p_i 的凹函数.

分散化模型下的制造商利润函数关于 (w, p_e) 的 Hesse 矩阵为

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \Pi_M^D}{\partial w^2} & \frac{\partial^2 \Pi_M^D}{\partial w \partial p_e} \\ \frac{\partial^2 \Pi_M^D}{\partial p_e \partial w} & \frac{\partial^2 \Pi_M^D}{\partial p_e^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4(b-1)}{2-b} & \frac{2(b-1)}{2-b} \\ \frac{2(b-1)}{2-b} & -\frac{4h}{t} \end{pmatrix},$$

已知假设条件 $2h > (1-b)t$, 其中 $\frac{\partial^2 \Pi_M^D}{\partial w^2} = \frac{4(b-1)}{2-b} < 0$,

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 \Pi_M^D}{\partial w^2} & \frac{\partial^2 \Pi_M^D}{\partial w \partial p_e} \\ \frac{\partial^2 \Pi_M^D}{\partial p_e \partial w} & \frac{\partial^2 \Pi_M^D}{\partial p_e^2} \end{vmatrix} = \frac{\partial^2 \Pi_M^D}{\partial w^2} \frac{\partial^2 \Pi_M^D}{\partial p_e^2} - \left(\frac{\partial^2 \Pi_M^D}{\partial w \partial p_e} \right)^2 = 4(1-b) \frac{4h(2-b) - (1-b)t}{(2-b)^2 t} > 0,$$

因此在分散化模型中, 制造商利润函数关于 (w, p_e) 是联合凹的, 最优解存在且唯一.

3) 两部定价合同

根据逆推法则, 首先对零售商进行分析. 两部定价合同下的零售商利润函数分别对 p_i 求偏导,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi_{R_i}^{DT}}{\partial p_i} &= a - 2p_i + bp_j + w, \\ \frac{\partial^2 \Pi_{R_i}^{DT}}{\partial p_i^2} &= -2 < 0. \end{aligned}$$

因此零售商利润函数是关于 p_i 的凹函数.

两部定价合同下的制造商利润函数关于 (w, p_e) 的 Hesse 矩阵为

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \Pi_M^{DT}}{\partial w^2} & \frac{\partial^2 \Pi_M^{DT}}{\partial w \partial p_e} \\ \frac{\partial^2 \Pi_M^{DT}}{\partial p_e \partial w} & \frac{\partial^2 \Pi_M^{DT}}{\partial p_e^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4(b-1)}{(2-b)^2} & \frac{2(b-1)}{2-b} \\ \frac{2(b-1)}{2-b} & -\frac{4h}{t} \end{pmatrix},$$

已知假设条件 $2h > (1-b)t$, 其中 $\frac{\partial^2 \Pi_M^{DT}}{\partial w^2} = \frac{4(b-1)}{(2-b)^2} < 0$,

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 \Pi_M^{DT}}{\partial w^2} & \frac{\partial^2 \Pi_M^{DT}}{\partial w \partial p_e} \\ \frac{\partial^2 \Pi_M^{DT}}{\partial p_e \partial w} & \frac{\partial^2 \Pi_M^{DT}}{\partial p_e^2} \end{vmatrix} = \frac{\partial^2 \Pi_M^{DT}}{\partial w^2} \frac{\partial^2 \Pi_M^{DT}}{\partial p_e^2} - \left(\frac{\partial^2 \Pi_M^{DT}}{\partial w \partial p_e} \right)^2 = 4(1-b) \frac{4h - (1-b)t}{(2-b)^2 t} > 0,$$

因此在两部定价合同下, 制造商利润函数关于 (w, p_e) 是联合凹的, 最优解存在且唯一.

证毕.