

# 竞争环境下轴-辐式海运网络设计与定价决策

赵宇哲<sup>1,2</sup>, 周晶淼<sup>2</sup>, 迟国泰<sup>1,2</sup>

(1. 大连海事大学交通运输管理学院, 辽宁 大连 116026;

2. 大连理工大学管理与经济学部, 辽宁 大连 116023)

**摘要:** 针对海运市场上处于不同地位的海运企业以轴-辐式海运网络设计与定价决策进行竞争的问题, 建立了领导者以成本导向的离散枢纽选址模型与跟随者以需求导向的连续枢纽选址模型, 分别采用 CPLEX 与 Lambert W 函数、NCP函数、凝聚函数和增广 Lagrange 乘子罚函数法进行求解; 最后, 通过算例验证了模型和算法的有效性。仿真结果显示, 跟随者只有在领导者经营少量的枢纽港口且定价的成本加成较高时, 通过建立多个枢纽港口享用较大的规模经济效应来获取丰厚的利润; 跟随者还可通过提高定价决策以争取额外的利润, 这是因为海运市场上始终存在着一些愿意支付更高价格的托运人。

**关键词:** 轴-辐式网络; 定价决策; Lambert W 函数; NCP 函数; 凝聚函数

中图分类号: U6-9; O221.4 文献标识码: A 文章编号: 1000-5781(2018)05-0615-12

doi: 10.13383/j.cnki.jse.2018.05.005

## Hub-and-spoke shipping network design and pricing decision in a competitive environment

Zhao Yuzhe<sup>1,2</sup>, Zhou Jingmiao<sup>2</sup>, Chi Guotai<sup>1,2</sup>

(1. College of Transportation Management, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China;

2. Faculty of Management and Economics, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

**Abstract:** A leader's cost-oriented discrete hub location model and a follower's demand-oriented continuous hub location model are formulated to solve the competition problem where both shipping companies at different status are using their own hub-and-spoke shipping network design and pricing decisions. The models are solved by CPLEX and an augmented Lagrange function method based on Lambert W function, NCP function and coherent function, respectively. Finally, the proposed methodologies are verified by numerical experiments. The simulation results confirm that the follower will obtain much profits by opening more hub ports and taking advantage of high economies of scale, only if the leader has less hub ports or charges a high margin over its costs; the follower can improve its profits by considerably increasing its prices, because there are always consignors in shipping market willing to pay more for the service.

**Key words:** hub-and-spoke network; pricing decision; Lambert W function; NCP function; coherent function

## 1 引言

以枢纽港口为中心的轴-辐式海运网络是迈向海运一体化进程中出现的一种能够适应全球海运系统的网络形态, 这一拓扑结构可利用枢纽港口之间的规模经济效应为海运企业在满足托运人海运需求的基础上

收稿日期: 2015-11-06; 修订日期: 2016-02-27.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71403035; 71831002); 教育部“创新团队”发展计划资助项目(IRT17R13); 辽宁省社会科学规划基金资助项目(L17CGL012).

显著降低其运营成本. 然而, 轴-辐式海运网络的建设中港口投资大、可变因素多<sup>[1]</sup>, 设计决策的失误往往会给海运企业带来巨大的经济损失. 另一方面, 海运企业在海运市场上能否具有话语权, 关键在于提供的海运服务是不是唯一的, 特别在海运服务的同质性正不断趋强的今天, 其定价决策是决定托运人选择的根本因素<sup>[2]</sup>. 当前, 我国正大力扶植海运业, 鼓励本国的海运企业参与国际竞争. 全球海运业的领导者——马士基已在欧亚、亚美航线上完成了轴-辐式海运网络的建设, 产生的规模经济效应使其具有一定的行业定价权, 而对于正努力开拓全球海运市场的中远海等我国一些海运企业而言, 如何结合定价决策来设计符合其自身优势的轴-辐式海运网络以争取更多的市场机会, 具有重要的现实意义.

轴-辐式海运网络设计对于海运企业而言是一个战略决策, 其本质在于不同情境下的枢纽选址问题在海运上的应用<sup>[3,4]</sup>. 直接相关的具有竞争性的枢纽选址问题研究中, Marianov 等<sup>[5]</sup>第一个针对市场上领导者与跟随者的竞争问题建立了枢纽选址模型, 提出了跟随者若想进入市场需通过设计新的枢纽和降价的方式. Gelareh 等<sup>[6]</sup>考虑了价格/时间等因素, 建立了一个可用于评估跟随者该如何进入市场的枢纽选址模型. 赵宇哲<sup>[7]</sup>在 Gelareh 等<sup>[6]</sup>研究的基础上, 建立了基于吸引力函数的枢纽选址模型, 研究结果表明若领导者决策不能与跟随者同步, 其市场份额将会受到威胁. 但是, 上述枢纽选址模型均是离散的, 即选址的枢纽节点数量是给定的, 忽视了枢纽节点确定的内生性问题. 枢纽选址问题在海运上的应用研究中, 赵宇哲等<sup>[8]</sup>综合考虑了起讫港口之间的流量大小与规模经济效应的关系, 基于弧-流量的变量建立了 IMO 海运 CO<sub>2</sub> 排放体系下可确定枢纽港口选址和干线支线上港口挂靠次序的枢纽选址模型. Zheng 等<sup>[9,10]</sup>针对沿海运输权规制、海运服务创新等因素对海运网络设计的影响, 基于路径-流量的变量建立了不同目标权衡下关于航线设计的枢纽选址模型. 上述枢纽选址模型均结合其研究需要来建立的, 由于海运服务的吸引力是本文关键的考量因素, 于是在忽略不同港口之间的流量大小前提下可采用固定的规模经济效应, 同时应选择基于路径-流量的变量, 因其比基于弧-流量的变量更易分解. 除此之外, 上述研究还证实了枢纽港口选址和基于枢纽港口的航线连接是轴-辐式海运网络设计的根本决策<sup>[11]</sup>. 值得注意的是, 轴-辐式海运网络设计虽为海运服务奠定了基础, 但海运企业之间的竞争关键仍在于谁提供的海运服务对托运人更具吸引力, 可见定价决策对于海运企业而言是一个战术决策. 关于吸引力的研究可追溯于 Reilly<sup>[12]</sup>提出的确定性模型, Eiselt 等<sup>[13]</sup>延伸了 Reilly 吸引力模型的思想, 将综合了价格/时间/质量的比例模型运用至具有竞争性的枢纽选址问题中. 不过, 相比确定性模型, 离散选择模型能更好的解释(服务的)吸引力与托运人选择行为之间的关系. 因此, 如何将关于托运人选择行为的定价决策与轴-辐式海运网络设计相联系是一个难点<sup>[14]</sup>. 至于枢纽选址问题的求解, 大多枢纽选址问题为 0-1/混合 0-1 规划问题, 连续化方法可凭借连续松弛、连续等价将其转化为连续问题求解, 具有很高的实用价值<sup>[15]</sup>. 但是, 该方法仍处于研究早期阶段, 所提到的大部分方法只对线性规划问题适用, 不具备通用性, 于是可用于求解非线性规划问题的连续化方法仍有待进一步开发.

鉴于上述分析, 本文将结合不同海运企业在海运市场上的地位, 分别建立领导者以成本导向与跟随者以需求导向的轴-辐式海运网络设计与定价决策模型. 对于跟随者而言, 通过轴-辐式海运网络设计这一战略决策促使其实现利润最大化, 但反之, 获取利润又取决于战术决策-定价决策是否具有吸引力. 针对二者建立的离散枢纽选址模型与连续枢纽选址模型, 分别利用 CPLEX 与 Lambert W 函数、NCP 函数、凝聚函数和增广 Lagrange 乘子罚函数法对线性 0-1 规划问题与非线性混合 0-1 规划问题进行求解; 最后, 对不同情境下跟随者的轴-辐式海运网络设计与定价决策进行算例仿真, 以验证模型和算法的有效性.

## 2 问题描述

假设某海运市场由领导者 A 运营, 其设计的轴-辐式海运网络  $G^A = (N, V^A)$  中, 港口集合  $N = H^A \cup S^A$ ,  $H^A$  为枢纽港口集合,  $S^A$  为非枢纽港口集合; 航线集合  $V^A = \{(i, s, t, j) | i, j \in N, s, t \in H^A\}$ ,  $i$  为起点港口,  $j$  为讫点港口.  $G^A = (N, V^A)$  设计周期一般是 3 个月~6 个月, 每年须调整至少两次<sup>[16]</sup>. 在固

定有限的周期内,  $Q_{ij(j \neq i)}$  表示海运市场上非弹性的需求量, 即起讫港口  $i, j$  之间的 OD 流量;  $F_u^A (u \in N)$  表示任一港口  $u$  为枢纽港口的投资(租赁)成本; 规模经济效应  $\alpha \in (0, 1]$  表示枢纽港口  $s, t$  之间运输的折扣因子.  $G^A = (N, V^A)$  是领导者 A 在满足所有 OD 流量的基础上, 依据成本最小化原则设计  $p^A$  个枢纽港口完全连接的轴-辐式海运网络. 领导者 A 的定价策略是成本导向的成本加成, 即单位运输成本  $C_{ijst}^A$  上加上固定百分比  $\Delta$  的利润来确定其单位运输价格  $P_{ijst}^A$ . 因此, 领导者 A 需解决的问题在于: 1) 最优的枢纽港口选址  $h_s^A$ ; 2) 基于枢纽港口  $s, t$  的航线连接  $V^A$ .

一个计划进入同一海运市场的跟随者 B, 在与领导者 A 统一的决策周期内, 通过设计符合自身优势的轴-辐式海运网络  $G^B = (N, V^B)$ , 以需求导向的定价策略来捕捉某些航线上的市场机会. 其中, 港口集合  $N = H^B \cup S^B$ , 航线集合  $V^B = \{(i, k, l, j) | i, j \in N, k, l \in H^B\}$ , 起讫港口  $i, j$  之间的 OD 流量  $Q_{ij}$ , 投资成本  $F_u^B$ , 规模经济效应  $\alpha$ , 单位运输成本  $C_{ijkl}^B$  与领导者 A 设计  $G^A = (N, V^A)$  时类同. 但是,  $G^B = (N, V^B)$  是跟随者 B 依据利润最大化原则设计的, 跟随者 B 获取的利润为在固定有限的周期内捕捉到的 OD 流量带来的总收入减去总运输成本与总投资成本, 其设计  $G^B = (N, V^B)$  时不与领导者 A 共享枢纽港口, 但可取相同港口作为枢纽港口. 因此, 跟随者 B 需解决的问题在于: 1) 枢纽港口数量  $p^B$  和最优的枢纽港口选址  $h_k^B$ ; 2) 基于枢纽港口  $k, l$  的航线连接  $V^B$ ; 3) 最优定价决策(单位运输价格)  $P_{ijkl}^B$ ; 4) 若其单位运输成本  $C_{ijkl}^B$  比领导者 A 高, 可否获取利润.

大多轴-辐式海运网络设计研究确立了起讫港口  $i, j$  之间的航线连接上(枢纽)港口的挂靠次数<sup>[7-9]</sup>. 假设领导者 A 与跟随者 B 提供的航线连接  $V^A, V^B$  上枢纽港口的挂靠次数不大于 2. 以跟随者 B 为例, 航线连接  $V^B$  有两个港口的航线连接  $(i, j) \in H^B \times H^B \cup H^B \times S^B \cup S^B \times H^B$ , 三个港口的航线连接  $(i, k, j) \in S^B \times H^B \times H^B \cup S^B \times H^B \times S^B \cup H^B \times H^B \times S^B$  和四个港口的航线连接  $(i, k, l, j) \in S^B \times H^B \times H^B \times S^B$ . 一般地, 起讫港口  $i, j$  之间的航线连接是唯一的, 须在上述航线连接中选择其一<sup>[7-9]</sup>.

托运人在起讫港口  $i, j$  之间选择领导者 A 与跟随者 B 提供的航线连接  $V^A, V^B$  时主要对比为其提供的单位运输价格  $P_{ijst}^A, P_{ijkl}^B$ , 鉴于 Logit 模型已在运输领域的一些著作中被充分验证<sup>[17]</sup>, 运用 Logit 模型来表示托运人关于定价决策的离散选择, 其中灵敏度参数  $\Theta$  表示托运人对单位运输价格的敏感程度, 即  $\Theta$  值越高表示托运人对单位运输价格越敏感, 越倾向于选择更经济的航线连接; 反之, 托运人会选择其它航线连接.

### 3 轴-辐式海运网络设计与定价决策模型

为简化问题, 提出基本假设:

- 1) 轴-辐式海运网络的结构相对稳定, 不考虑灾害、战争等突发状况对海运网络设计的影响;
- 2) 轴-辐式海运网络中所有 OD 流量, 海运企业在任意两个港口  $u, v \in N$  之间的单位运输成本  $C_{uv}^A (v \neq u)$  和  $C_{uv}^B$  已知且固定, 不考虑运力限制;
- 3) 轴-辐式海运网络中枢纽港口由海运企业投资(租赁), 不考虑枢纽港口的中转成本;
- 4) 轴-辐式海运网络中枢纽港口的容量足够容纳所有 OD 流量, 不考虑因枢纽港口容量限制而由其它航线连接的分摊问题.

对于领导者 A, 其决策变量有  $h_s^A$  为枢纽港口选择变量, 若港口  $s$  被选择为枢纽港口, 则  $h_s^A = 1$ , 否则  $h_s^A = 0$ .  $x_{ijst}^A$  为起讫港口  $i, j$  之间的航线连接上存在枢纽港口  $s, t$  的选择变量; 若存在 2, 3 或 4 个港口的航线连接  $(i, s, t, j)$ , 则  $x_{ijst}^A = 1$ , 否则  $x_{ijst}^A = 0$ . 对于跟随者 B, 与领导者 A 类同, 其决策变量有  $h_k^B, x_{ijkl}^B; P_{ijkl}^B$  为起讫港口  $i, j$  之间的航线连接上经过枢纽港口  $k, l$  的单位运输价格.

**模型 1** 领导者 A 成本最小化的轴-辐式海运网络设计模型如下

$$\text{Min } Z^A = \sum_{i,j,s,t \in N} C_{ijst}^A Q_{ij} x_{ijst}^A + \sum_{s \in N} F_s^A h_s^A, \quad (1)$$

s.t.

$$\sum_{s \in N} h_s^A = p^A, \quad (2)$$

$$\sum_{s, t \in N} x_{ijst}^A = 1, \forall i, j \in N, \quad (3)$$

$$\sum_{t \in N} x_{ijst}^A \leq h_s^A, \forall i, j, s \in N, \quad (4)$$

$$\sum_{s \in N} x_{ijst}^A \leq h_t^A, \forall i, j, t \in N, \quad (5)$$

$$C_{ijst}^A = C_{is}^A + \alpha C_{st}^A + C_{tj}^A, \forall i, j, s, t \in N, \quad (6)$$

$$x_{ijst}^A, h_s^A \in \{0, 1\}, \forall i, j, s, t \in N. \quad (7)$$

式(1)为领导者 A 在固定有限的周期内轴-辐式海运网络设计的成本最小化, 包括总运输成本与总投资成本. 式(2)为领导者 A 决定设计枢纽港口的数量约束; 式(3)表示起讫港口  $i, j$  之间有且仅有一条航线连接; 式(4)和式(5)表示起讫港口  $i, j$  之间的航线连接上经过的必须是枢纽港口, 不能在非枢纽港口中转, 且不允许超过两个枢纽港口; 式(6)表示起讫港口  $i, j$  间的航线连接的单位运输成本; 式(7)表示领导者 A 的决策变量为 0-1 示性变量.

**模型 2** 跟随者 B 利润最大化的轴-辐式海运网络设计与定价决策模型为

$$\text{Max } Z^B = \sum_{i, j, k, l \in N} (P_{ijkl}^B - C_{ijkl}^B) Q_{ij} \mu_{ijkl}^B - \sum_{k \in N} F_k^B h_k^B, \quad (8)$$

s.t.

$$\sum_{k, l \in N} \mu_{ijkl}^B + \sum_{s, t \in H^A} \mu_{ijst}^A = 1, \forall i, j \in N, \quad (9)$$

$$\mu_{ijkl}^B = \frac{x_{ijkl}^B h_k^B h_l^B \exp(-\theta P_{ijkl}^B)}{\sum_{u, v \in N} x_{ijuv}^B h_u^B h_v^B \exp(-\theta P_{ijuv}^B) + \sum_{s, t \in H^A} \exp(-\theta P_{ijst}^A)}, \forall i, j, k, l \in N, \quad (10)$$

$$\mu_{ijst}^A = \frac{\exp(-\theta P_{ijst}^A)}{\sum_{u, v \in N} x_{ijuv}^B h_u^B h_v^B \exp(-\theta P_{ijuv}^B) + \sum_{s, t \in H^A} \exp(-\theta P_{ijst}^A)}, \forall i, j \in N, \forall s, t \in H^A, \quad (11)$$

$$P_{ijst}^A = (1 + \Delta) C_{ijst}^A, \forall i, j \in N, \forall s, t \in H^A, \quad (12)$$

$$\sum_{k, l \in N} x_{ijkl}^B = 1, \forall i, j \in N, \quad (13)$$

$$\sum_{l \in N} x_{ijkl}^B \leq h_k^B, \forall i, j, k \in N, \quad (14)$$

$$\sum_{k \in N} x_{ijkl}^B \leq h_l^B, \forall i, j, l \in N, \quad (15)$$

$$C_{ijkl}^B = C_{ik}^B + \alpha C_{kl}^B + C_{lj}^B, \forall i, j, k, l \in N, \quad (16)$$

$$P_{ijkl}^B \geq 0, x_{ijkl}^B, h_k^B \in \{0, 1\}, \forall i, j, k, l \in N. \quad (17)$$

式(8)为跟随者 B 在固定有限的周期内轴-辐式海运网络设计的利润最大化. 式(9)表示起讫港口  $i, j$  之间的 OD 流量同时经过跟随者 B 与领导者 A 的枢纽港口, 由二者以竞争方式共同分担. 式(10)和式(11)为跟随者 B 与领导者 A 对于托运人在起讫港口  $i, j$  之间的 OD 流量的吸引力函数  $\mu_{ijkl}^B$  与  $\mu_{ijst}^A$ , 即托运人在对

比二者在起讫港口  $i, j$  之间的单位运输价格  $P_{ijkl}^B$  与  $P_{ijst}^A$ , 基于 Logit 模型来离散选择二者的 OD 流量比例; 式(12)表示领导者 A 成本加成的定价策略; 式(12)~式(16)与模型 1 的约束式(3)~式(6)类同; 式(17)表示跟随者 B 决策变量的可行域.

#### 4 模型求解

模型 1 和模型 2 可独立求解, 模型 1 的结果(枢纽港口  $s, t \in H^A$ ) 需作为模型 2 的输入变量. 其中模型 1 是一个离散枢纽选址模型, 是线性 0-1 规划问题, 可通过 CPLEX 直接求解; 模型 2 是一个连续枢纽选址模型, 是非线性混合 0-1 规划问题. 对于模型 2, 基于 Lambert W 函数推导可得的最优定价决策  $P_{ijkl}^B$  将其转化为非线性 0-1 规划问题, 再利用连续化方法 NCP 函数、凝聚函数和增广 Lagrange 乘子罚函数法进行求解.

##### 4.1 最优定价决策 $P_{ijkl}^B$

式(10)中,  $\mu_{ijkl}^B$  是关于  $x_{ijkl}^B$  和  $P_{ijkl}^B$  的表达式, 对某一特定的  $k, l \in N$ , 假设  $h_k^B = 1, h_l^B = 1, x_{ijkl}^B = 1$ , 将式(10)代入式(8)中; 根据式(13)和式(17), 任一起讫港口  $i, j$  之间的航线连接是唯一的, 则有

$$\hat{Z}^B = \sum_{i,j \in N} \frac{Q_{ij} (P_{ijkl}^B - C_{ijkl}^B) \exp(-\theta P_{ijkl}^B)}{\exp(-\theta P_{ijkl}^B) + \eta_{ij}} - \sum_{k \in N} F_k^B h_k^B, \quad (18)$$

其中  $\eta_{ij} = \sum_{s,t \in H^A} \exp(-\theta P_{ijst}^A)$ .

**定理 1** 任一起讫港口  $i, j$  之间的航线连接  $(i, k, l, j)$  的最优定价决策为

$$P_{ijkl}^B = C_{ijkl}^B + \frac{1}{\theta} \left( 1 + W \left( \frac{\exp(-\theta C_{ijkl}^B - 1)}{\eta_{ij}} \right) \right), \quad (19)$$

其中  $W(\cdot)$  是 Lambert W 函数, 即为  $f(w) = w \exp(w)$  的反函数.

**证明** 式(18)可分解为每一起讫港口  $i, j$  之间可独立表达的航线连接, 于是对任一起讫港口  $i, j$  之间的航线连接, 存在某一特定  $k, l \in N$  有

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{Z}^B}{\partial P_{ijkl}^B} = \sum_{i,j \in N} Q_{ij} & \left( \frac{\exp(-\theta P_{ijkl}^B)}{\eta_{ij} + \exp(-\theta P_{ijkl}^B)} - \frac{\theta \exp(-\theta P_{ijkl}^B) (P_{ijkl}^B - C_{ijkl}^B)}{\eta_{ij} + \exp(-\theta P_{ijkl}^B)} + \right. \\ & \left. \frac{\theta \exp(-2\theta P_{ijkl}^B) (P_{ijkl}^B - C_{ijkl}^B)}{(\eta_{ij} + \exp(-\theta P_{ijkl}^B))^2} \right) = 0, \end{aligned} \quad (20)$$

对所有的  $k, l$ , 根据式(20), 任一起讫港口  $i, j$  之间的航线连接有

$$(\eta_{ij} + \exp(-\theta P_{ijkl}^B)) (1 - \theta (P_{ijkl}^B - C_{ijkl}^B)) + \theta \exp(-\theta P_{ijkl}^B) (P_{ijkl}^B - C_{ijkl}^B) = 0. \quad (21)$$

式(18)存在利润的基础为  $P_{ijkl}^B \geq C_{ijkl}^B$ , 令  $R_{ijkl}^B = P_{ijkl}^B - C_{ijkl}^B, \kappa_{ijkl}^B = \exp(-\theta C_{ijkl}^B)$  代入式(21), 则有

$$(1 - \theta R_{ijkl}^B) (\eta_{ij} + \kappa_{ijkl}^B \exp(-\theta R_{ijkl}^B)) + \theta R_{ijkl}^B \kappa_{ijkl}^B \exp(-\theta R_{ijkl}^B) = 0, \quad (22)$$

式(22)可转化为  $(-1 + \theta R_{ijkl}^B) \exp(-1 + \theta R_{ijkl}^B) = \kappa_{ijkl}^B / \eta_{ij}$ .

利用 Lambert W 函数(乘积对数), 令  $z_{ijkl}^B = \kappa_{ijkl}^B / \eta_{ij}$  和  $W(z_{ijkl}^B) = -1 + \theta R_{ijkl}^B$ , 则有  $W(z_{ijkl}^B) = -1 + \theta R_{ijkl}^B = W(\kappa_{ijkl}^B / \eta_{ij})$ , 进一步有  $R_{ijkl}^B = (1 + W(\kappa_{ijkl}^B / \eta_{ij})) / \theta$ , 替换  $R_{ijkl}^B$  和  $\kappa_{ijkl}^B$  即可. 证毕.

##### 4.2 基于 NCP 函数的连续问题

结合模型 1 的结果  $x_{ijst}^A$  和  $h_s^A$ , 将最优定价决策  $P_{ijkl}^B$ , 式(10)~式(12), 式(16)代入模型 2 的式(8)和式(9)

中,可将其简化为

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max } Z^B = \sum_{i,j,k,l \in N} (P_{ijkl}^B - C_{ijkl}^B) Q_{ij} x_{ijkl}^B h_k^B h_l^B \exp(-\Theta P_{ijkl}^B) \times \\ \left( \sum_{u,v \in N} x_{ijuv}^B h_u^B h_v^B \exp(-\Theta P_{ijuv}^B) + \sum_{s,t \in H^A} \exp(-\Theta(1+\Delta) C_{ijst}^A) \right)^{-1} - \sum_{k \in N} F_k^B h_k^B \\ \text{s.t. 式(13) ~ 式(15), 式(17),} \end{array} \right. \quad (23)$$

其中  $P_{ijkl}^B, C_{ijst}^A, C_{ijkl}^B, Q_{ij}, \Theta, F_k^B$  和  $\Delta$  为已知. 可见,模型2可转化为非线性0-1规划问题.

注意到式(17)中  $x_{ijkl}^B \in \{0,1\}$  等价于互补约束,即

$$x_{ijkl}^B \in \{0,1\} \Leftrightarrow x_{ijkl}^B \geq 0, 1 - x_{ijkl}^B \geq 0, x_{ijkl}^B(1 - x_{ijkl}^B) = 0, \forall i, j, k, l \in N, \quad (24)$$

对所有的  $i, j, k, l$ , 有  $x_{ijkl}^B{}^2 + (1 - x_{ijkl}^B)^2 > 0$  成立, 严格互补条件成立. 于是利用NCP函数来刻画互补约束式(24), 引入Fischer-Burmeister函数

$$\Phi_{ijkl}^B(x_{ijkl}^B) = \phi(x_{ijkl}^B, 1 - x_{ijkl}^B) = 1 - \sqrt{2x_{ijkl}^B{}^2 - 2x_{ijkl}^B + 1}, \forall i, j, k, l \in N \quad (25)$$

是可微的, 式(25)的梯度为

$$\nabla \Phi_{ijkl}^B(x_{ijkl}^B) = \nabla \phi(x_{ijkl}^B, 1 - x_{ijkl}^B) = \left( \frac{1 - 2x_{ijkl}^B}{\sqrt{2x_{ijkl}^B{}^2 - 2x_{ijkl}^B + 1}} \right) \mathbf{e}_{ijkl}^B, \forall i, j, k, l \in N, \quad (26)$$

其中  $\mathbf{e}_{ijkl}^B$  为  $n^4 \times 1$  向量.

进一步有

$$\nabla \Phi_{ijkl}^B(x_{ijkl}^B) = \begin{cases} \mathbf{e}_{ijkl}^B, & \text{当 } x_{ijkl}^B = 0 \\ -\mathbf{e}_{ijkl}^B, & \text{当 } x_{ijkl}^B = 1, \forall i, j, k, l \in N, \end{cases} \quad (27)$$

$$\nabla^2 \Phi_{ijkl}^B(x_{ijkl}^B) = -\left(2x_{ijkl}^B{}^2 - 2x_{ijkl}^B + 1\right)^{-\frac{3}{2}} \mathbf{e}_{ijkl}^B (\mathbf{e}_{ijkl}^B)^T, \forall i, j, k, l \in N. \quad (28)$$

相应的, 式(17)中  $h_k^B \in \{0,1\}$  的转化与  $x_{ijkl}^B$  一致. 于是问题(23)可转化为连续非线性规划问题如下

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min}_{x_{ijkl}^B \in \mathfrak{R}^{n^4}, h_k^B \in \mathfrak{R}^n} Z^B(x_{ijkl}^B, h_k^B) = \sum_{k \in N} F_k^B h_k^B - \sum_{i,j,k,l \in N} (P_{ijkl}^B - C_{ijkl}^B) Q_{ij} \times \\ \frac{x_{ijkl}^B h_k^B h_l^B \exp(-\Theta P_{ijkl}^B)}{\sum_{u,v \in N} x_{ijuv}^B h_u^B h_v^B \exp(-\Theta P_{ijuv}^B) + \sum_{s,t \in H^A} \exp[-\Theta(1+\Delta) C_{ijst}^A]} \\ \text{s.t.} \\ \text{式(13) ~ 式(15)} \\ \Phi_{ijkl}^B(x_{ijkl}^B) = 0, \Phi_k^B(h_k^B) = 0, \forall i, j, k, l \in N. \end{array} \right. \quad (29)$$

#### 4.3 基于凝聚函数的松弛问题

对于问题(29), 采用乘子罚函数求解时, 需引入  $(n^4 + 2n^3 + n^2 + n)$  个Lagrange乘子, 增加了乘子迭代的难度.

令  $g_{ij}(x_{ijkl}^B) = \sum_{k,l \in N} x_{ijkl}^B - 1$ ,  $g_{ijk}(x_{ijkl}^B, h_k^B) = \sum_{l \in N} x_{ijkl}^B - h_k^B$ ,  $g_{ijl}(x_{ijkl}^B, h_k^B) = \sum_{k \in N} x_{ijkl}^B - h_l^B$ , 注意

问题(29)的可行域

$$F = \{g_{ij}(x_{ijkl}^B) = 0, \forall i, j \in N; g_{ijk}(x_{ijkl}^B, h_k^B) \leq 0, \forall i, j, k \in N; g_{ijl}(x_{ijkl}^B, h_k^B) \leq 0, \forall i, j, l \in N; \Phi_{ijkl}^B(x_{ijkl}^B) = 0, \Phi_k^B(h_k^B) = 0, \forall i, j, k, l \in N\}, \quad (30)$$

记

$$\psi(x_{ijkl}^B, h_k^B) = (g_1(x_{ijkl}^B), g_2(x_{ijkl}^B), \dots, g_{n^2}(x_{ijkl}^B), g_{n^2+1}(x_{ijkl}^B, h_k^B), g_{n^2+2}(x_{ijkl}^B, h_k^B), \dots, g_{n^2+2n^3}(x_{ijkl}^B, h_k^B), \Phi_1(x_{ijkl}^B), \Phi_2(x_{ijkl}^B), \dots, \Phi_{n^4}(x_{ijkl}^B), \Phi_{n^4+1}(h_k^B), \Phi_{n^4+2}(h_k^B), \dots, \Phi_{n^4+n}(h_k^B)), \quad (31)$$

$$\psi_{\max}(x_{ijkl}^B, h_k^B) = \max\{g_1(x_{ijkl}^B), g_2(x_{ijkl}^B), \dots, g_{n^2}(x_{ijkl}^B), g_{n^2+1}(x_{ijkl}^B, h_k^B), g_{n^2+2}(x_{ijkl}^B, h_k^B), \dots, g_{n^2+2n^3}(x_{ijkl}^B, h_k^B), \Phi_1(x_{ijkl}^B), \Phi_2(x_{ijkl}^B), \dots, \Phi_{n^4}(x_{ijkl}^B), \Phi_{n^4+1}(h_k^B), \Phi_{n^4+2}(h_k^B), \dots, \Phi_{n^4+n}(h_k^B)\}, \quad (32)$$

则有

$$F = \{(x_{ijkl}^B, h_k^B) : \psi_{\max}(x_{ijkl}^B, h_k^B) = 0\}. \quad (33)$$

对  $\forall x_{ijkl}^B, h_k^B \in [0, 1]$ , 若  $\psi_{\max}(x_{ijkl}^B, h_k^B) = 0$ , 则  $\Phi_{ijkl}^B(x_{ijkl}^B) \leq 0, \Phi_k^B(h_k^B) \leq 0$ , 而  $\Phi_{ijkl}^B(x_{ijkl}^B), \Phi_k^B(h_k^B)$  的值域有  $\Phi_{ijkl}^B(x_{ijkl}^B) \geq 0, \Phi_k^B(h_k^B) \geq 0$ , 易得  $\Phi_{ijkl}^B(x_{ijkl}^B) = 0, \Phi_k^B(h_k^B) = 0$ ; 反之亦然.

注意到  $\psi_{\max}(x_{ijkl}^B, h_k^B)$  在集合

$$\{(x_{ijkl}^B, h_k^B) : \psi_{\mu}(x_{ijkl}^B, h_k^B) = \psi_{\nu}(x_{ijkl}^B, h_k^B), \mu, \nu = 1, 2, \dots, (n^4 + 2n^3 + n^2 + n), \mu \neq \nu\}$$

中的点不可微. 利用凝聚函数  $\psi_{\varepsilon}(x_{ijkl}^B, h_k^B) = \varepsilon \ln \sum_{\mu=1}^N \exp(\psi_{\mu}(x_{ijkl}^B, h_k^B)/\varepsilon)$  光滑一致逼近极大值函数  $\psi_{\max}(x_{ijkl}^B, h_k^B)$ <sup>[18]</sup>, 其中  $N = n^4 + 2n^3 + n^2 + n$ .

设  $\psi_{\nu}(x_{ijkl}^B, h_k^B)$  取  $\psi_{\max}(x_{ijkl}^B, h_k^B)$  的概率  $p_{\nu} \in [0, 1]$ , 由推导过程可知

$$p_{\nu} = \exp(\psi_{\nu}(x_{ijkl}^B, h_k^B)/\varepsilon) \left( \sum_{\nu=1}^N \exp(\psi_{\nu}(x_{ijkl}^B, h_k^B)/\varepsilon) \right)^{-1}, \quad (34)$$

其中  $\varepsilon$  为凝聚参数.

随着自变量的迭代, 对应每个约束的概率  $p_{\nu}$  重新分配, 实现了约束之间关系的自动调整. 因此, 算法迭代过程中仅需考虑对应于约束  $\psi_{\varepsilon}(x_{ijkl}^B, h_k^B)$  的 Lagrange 乘子迭代. 基于此, 问题(29)可进一步转化为只含有一个等式约束的连续非线性规划问题为

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min}_{x_{ijkl}^B \in \mathfrak{R}^{n^4}, h_k^B \in \mathfrak{R}^n} Z^B(x_{ijkl}^B, h_k^B) = \sum_{k \in N} F_k^B h_k^B - \sum_{i, j, k, l \in N} (P_{ijkl}^B - C_{ijkl}^B) Q_{ij} \times \\ \frac{x_{ijkl}^B h_k^B h_l^B \exp(-\theta P_{ijkl}^B)}{\sum_{u, v \in N} x_{ijuv}^B h_u^B h_v^B \exp(-\theta P_{ijuv}^B) + \sum_{s, t \in H^A} \exp[-\theta(1 + \Delta) C_{ijst}^A]} \\ \text{s.t.} \quad \psi_{\varepsilon}(x_{ijkl}^B, h_k^B) = 0. \end{array} \right. \quad (35)$$

对于问题(35), 引入 Lagrange 乘子  $\lambda_1$  和罚因子  $\sigma_1$ , 求得增广 Lagrange 松弛问题

$$\begin{aligned} \text{Min}_{x_{ijkl}^B \in \mathbb{R}^{n^4}, h_k^B \in \mathbb{R}^n} L(x_{ijkl}^B, h_k^B, \lambda_1, \sigma_1) = & \sum_{k \in N} F_k^B h_k^B - \lambda_1 \psi_\varepsilon(x_{ijkl}^B, h_k^B) + \frac{1}{2} \sigma_1 \psi_\varepsilon^2(x_{ijkl}^B, h_k^B) - \\ & \sum_{i,j,k,l \in N} (P_{ijkl}^B - C_{ijkl}^B) Q_{ij} x_{ijkl}^B h_k^B h_l^B \exp(-\theta P_{ijkl}^B) \times \\ & \left( \sum_{u,v \in N} x_{ijuv}^B h_u^B h_v^B \exp(-\theta P_{ijuv}^B) + \sum_{s,t \in H^A} \exp(-\theta(1+\Delta) C_{ijst}^A) \right)^{-1} \end{aligned} \quad (36)$$

的解  $(\bar{x}_{ijkl}^B, \bar{h}_k^B)$ .

#### 4.4 基于增广Lagrange乘子罚函数的算法

由问题(36)的最优性条件, 假设  $\nabla \psi_\varepsilon(\bar{x}_{ijkl}^B, \bar{h}_k^B) \neq 0$ , 必有

$$\nabla Z^B(\bar{x}_{ijkl}^B, \bar{h}_k^B) = \max\{0, \lambda_1 - \sigma_1 \psi_\varepsilon(\bar{x}_{ijkl}^B, \bar{h}_k^B)\} \nabla \psi_\varepsilon(\bar{x}_{ijkl}^B, \bar{h}_k^B), \quad (37)$$

取

$$\lambda_{\kappa+1} = \max\{0, \lambda_\kappa - \sigma_\kappa \psi_\varepsilon(\bar{x}_{ijkl}^B, \bar{h}_k^B)\} \quad (38)$$

为下次迭代的 Lagrange 乘子. 基于增广 Lagrange 函数的算法可写成

**步骤 1** 给出初始  $\mathbf{X}_1 = (\bar{x}_{1111}^B, \bar{x}_{1112}^B, \dots, \bar{x}_{nnnn}^B, \bar{h}_1^B, \bar{h}_2^B, \dots, \bar{h}_n^B) \in R^{n^4+n}$ ,  $\lambda_1 \in R^1$  且  $\lambda_1 \geq 0$ , 给出  $\sigma_1 > 0$ ,  $1 \gg \delta \geq 0$ ,  $\kappa = 1$ ;

**步骤 2** 求解问题(37), 给出  $\bar{\mathbf{X}}_\kappa$ ;  $\mathbf{X}_{\kappa+1} \leftarrow \bar{\mathbf{X}}_\kappa$ ; 若  $\|\psi_\varepsilon(\mathbf{X}_{\kappa+1})\| \leq \delta$ , 或  $\kappa = K$ , 则停;

**步骤 3** 若  $\|\psi_\varepsilon(\mathbf{X}_{\kappa+1})\|_2 \leq \|\psi_\varepsilon(\mathbf{X}_\kappa)\|_2/4$ , 则转步骤 4;  $\sigma_\kappa \leftarrow 10\sigma_\kappa$ , 转步骤 2;

**步骤 4** 计算  $\lambda_{\kappa+1}$ ;  $\sigma_{\kappa+1} \leftarrow \sigma_\kappa$ ,  $\kappa \leftarrow \kappa + 1$ , 转步骤 2.

## 5 算例仿真

### 5.1 数据选取

假设存在一个港口集合  $\Gamma = \{1, 2, \dots, 20\}$  的海运市场, 在固定有限的周期(6个月)内, 所有起讫港口  $i, j$  之间非弹性的需求量  $Q_{ij}$  (OD 流量)服从均匀分布  $U[252, 5692]$  (TEU). 领导者 A 与跟随者 B 选择任一港口  $u$  为枢纽港口的投资(租赁)成本  $F_u^A$  和  $F_u^B$  服从均匀分布  $U[19\ 800, 101\ 200]$  (USD), 二者在任意两个港口  $u, v \in \Gamma$  之间的单位运输成本  $C_{uv}^A$  和  $C_{uv}^B$  列于表 1. 计算时, 枢纽港口之间运输的折扣因子  $\alpha = \{0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1\}$ , 领导者 A 决定设计枢纽港口的数量  $p^A = \{1, 2, 3\}$  与其定价的成本加成  $\Delta = \{0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9\}$ , 托运人对单位运输价格的灵敏度参数  $\Theta = \{0.001, 0.004, 0.007, 0.010, 0.013\}$ , 通过 CPLEX 对领导者 A 成本最小化的轴-辐式海运网络设计模型进行求解, 领导者 A 的枢纽港口选址  $s, t \in H^A$  与成本  $Z^A$  结果列于表 2.

表 1 领导者 A 与跟随者 B 的单位运输成本  $C_{uv}^A$  和  $C_{uv}^B$  (带下划线), 单位: USD/TEU

Table 1 Unit transportation costs  $C_{uv}^A$  and  $C_{uv}^B$  of the leader A and the follower B (underlined), unit: USD/TEU

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0	46	52	55	48	70	68	56	47	179	189	315	321	489	612	617	621	637	648	651
2	<u>64</u>	0	21	22	31	51	52	89	81	201	231	354	367	512	634	641	644	671	681	690
3	<u>43</u>	<u>15</u>	0	21	41	69	71	104	97	224	241	364	371	541	661	667	669	684	694	709
4	<u>62</u>	<u>25</u>	<u>39</u>	0	37	61	67	103	95	221	237	361	369	539	654	669	671	690	681	716
5	<u>68</u>	<u>19</u>	<u>26</u>	<u>37</u>	0	44	49	81	77	198	221	349	361	501	621	634	634	661	671	681
6	<u>53</u>	<u>32</u>	<u>74</u>	<u>61</u>	<u>46</u>	0	11	110	102	224	236	367	370	541	659	671	679	691	689	721

续表 1  
Table 1(continue)

7	49	54	86	69	48	27	0	111	100	219	241	369	369	539	661	669	680	689	692	723
8	49	80	121	92	96	95	97	0	47	119	128	264	249	429	557	559	562	574	581	590
9	42	67	87	97	77	106	106	46	0	156	164	297	289	467	597	601	597	613	624	634
10	194	181	241	228	194	212	229	121	162	0	22	143	136	296	321	326	329	349	359	371
11	178	239	243	244	206	255	242	129	165	33	0	120	116	275	301	306	311	321	338	351
12	297	338	379	359	331	364	351	274	301	127	128	0	78	149	184	189	191	199	216	234
13	340	358	352	381	348	379	359	239	309	121	129	67	0	119	176	177	181	186	192	201
14	473	509	548	547	493	544	536	445	449	294	262	163	129	0	89	101	102	115	121	130
15	613	626	672	634	619	645	644	572	593	301	298	175	182	107	0	21	26	41	49	60
16	603	653	679	662	642	686	670	554	599	337	292	182	173	109	26	0	23	31	33	46
17	629	656	682	682	638	676	662	543	585	315	314	184	162	91	43	33	0	21	41	51
18	638	690	684	710	641	675	689	590	593	333	305	199	189	118	57	14	27	0	42	43
19	658	688	686	686	678	689	685	595	637	341	353	209	197	128	32	23	58	39	0	29
20	637	700	723	712	691	738	705	581	618	374	344	220	214	129	57	44	55	63	39	0

表 2 领导者 A 的枢纽港口选址  $s, t \in H^A$  与成本  $Z^A$   
Table 2 Hub ports  $s, t \in H^A$  and total cost  $Z^A$  of the leader A

$p^A$	$\alpha$	$s, t \in H^A$	$Z^A / \text{USD}$	$p^A$	$\alpha$	$s, t \in H^A$	$Z^A / \text{USD}$	$p^A$	$\alpha$	$s, t \in H^A$	$Z^A / \text{USD}$
1	0.2	11	1 896 100 000	2	0.2	1,16	838 260 000	3	0.2	5,11,16	618 230 000
1	0.4	11	1 896 100 000	2	0.4	1,16	1 047 800 000	3	0.4	5,11,16	849 880 000
1	0.6	11	1 896 100 000	2	0.6	8,16	1 251 800 000	3	0.6	5,11,16	1 052 700 000
1	0.8	11	1 896 100 000	2	0.8	8,13	1 356 800 000	3	0.8	1,11,16	1 190 700 000
1	1.0	11	1 896 100 000	2	1.0	1,13	1 432 300 000	3	1.0	5,11,16	1 296 700 000

5.2 算法结果与验证

跟随者 B 的轴-辐式海运网络设计与定价决策问题中, 港口集合  $\Gamma = \{1, 2, \dots, 20\}$ , 是一个大规模的算例, 直接利用现有算法和优化软件求解是不可能的. 因此, 通过与可寻找问题的较好可行解的遗传算法对比, 以验证所设计模型算法的适用范围与求解性能. 取  $\Delta = 0.5, \Theta = 0.004, p^A = 2, \alpha = \{0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1\}$  与  $\Delta = 0.5, \Theta = 0.004, \alpha = 0.4, p^A = \{1, 3\}$ ; 因基于 Lambert W 函数推导可得的最优定价决策  $P_{ijkl}^B$  是独立的, 将  $P_{ijkl}^B$  计算结果(四维矩阵)代入模型 2 中. 对于所设计模型算法,  $\varepsilon = 10^{-6}, X_1 = (0.5, 0.5 \dots, 0.5), \lambda_1 = 1, \sigma_1 = 10^4, \delta = 10^{-2}, K = 300$ ; 对于遗传算法, 种群规模 = 200, 适应度函数采用轮盘赌算法, 交叉概率 = 0.9, 变异概率 = 0.1, 终止进化代数 = 1 000, 此时其收敛速度近似终止. 利用 Matlab R2013a 编程运行, 将所设计模型算法与遗传算法的计算结果列于表 3, 其中 Obj 列表示两种方法获得的目标函数值  $\text{Obj}^1, \text{Obj}^2$ ; Time 列表示所设计模型算法的运行时间; Dev 列表示所设计模型算法与遗传算法的目标函数值的偏差程度, 即  $100(\text{Obj}^1 - \text{Obj}^2)/\text{Obj}^2$ .

表 3 所设计模型算法与遗传算法的计算结果对比  
Table 3 A comparison of computational results for the desined algorithm and genetic algorithm

算例	$\text{Obj}^2 / \text{USD}$	$\text{Obj}^1 / \text{USD}$	Time / s	Dev %
$\Delta = 0.5, \Theta = 0.004, p^A = 2, \alpha = 0.2$	1 272 911.95	1 310 434.95	4 994.08	2.947 8
$\Delta = 0.5, \Theta = 0.004, p^A = 2, \alpha = 0.4$	1 011 331.26	1 059 125.26	5 384.58	4.725 9
$\Delta = 0.5, \Theta = 0.004, p^A = 2, \alpha = 0.6$	859 157.75	851 377.75	5 077.36	-0.905 5
$\Delta = 0.5, \Theta = 0.004, p^A = 2, \alpha = 0.8$	821 635.92	860 745.92	4 739.16	4.760 0
$\Delta = 0.5, \Theta = 0.004, p^A = 2, \alpha = 1.0$	788 081.05	819 186.05	4 370.73	3.946 9
$\Delta = 0.5, \Theta = 0.004, p^A = 1, \alpha = 0.4$	1 055 257.63	1 074 644.63	4 564.44	1.837 2
$\Delta = 0.5, \Theta = 0.004, p^A = 3, \alpha = 0.4$	929 981.91	985 509.91	5 836.99	5.970 9
平均值	—	—	4 995.33	3.584 9

### 5.3 仿真结果与分析

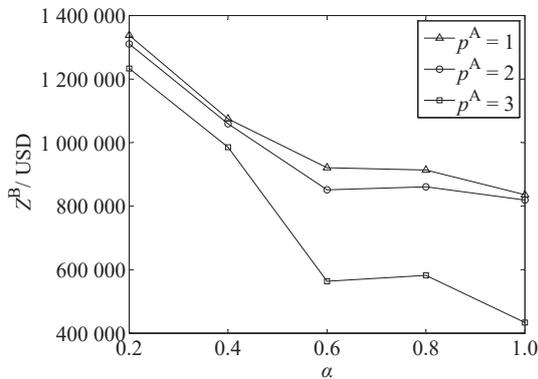


图1 不同规模经济效应  $\alpha$  对跟随者 B 利润  $Z^B$  的影响  
Fig. 1 The influence of different economics of scale ( $\alpha$ ) on profits of follower B ( $Z^B$ )

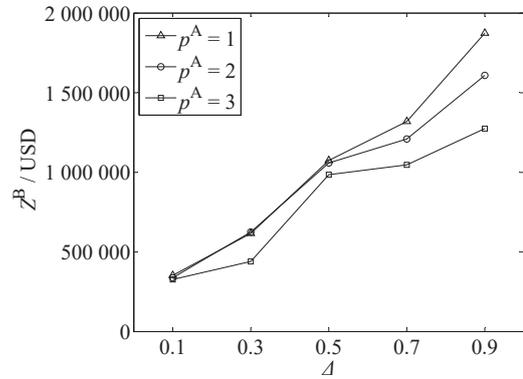


图2 不同定价的成本加成 ( $\Delta$ ) 对跟随者 B 利润 ( $Z^B$ ) 的影响  
Fig. 2 The influence of cost plus for different pricing ( $\Delta$ ) on profits of follower B ( $Z^B$ )

#### 5.3.1 规模经济效应 $\alpha$ 对跟随者 B 利润 $Z^B$ 的影响

在  $\Delta = 0.5$ ,  $\Theta = 0.004$  固定及  $p^A = \{1, 2, 3\}$  三种情景下, 分析  $\alpha = \{0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1\}$  对跟随者 B 利润  $Z^B$  的影响. 由图 1 可知,  $\alpha$  较小时的  $Z^B$  显著高于  $\alpha$  较大时的  $Z^B$ . 在  $\alpha = 0.2$  和  $\alpha = 0.4$  时, 因跟随者 B 可通过建立多个枢纽港口享用更大的规模经济效应来捕捉到更多的市场机会. 不论  $\alpha$  大小, 跟随者 B 的利润  $Z^B$  随着  $p^A$  增加出现了不同程度的减少, 这是因为,  $p^A > 1$  时领导者 A 同样可享用规模经济效应, 将迫使跟随者 B 处于较不利的竞争位势. 值得注意的是, 在  $\alpha = 1$  时, 跟随者 B 只能被动接受原有市场分配, 除非枢纽港口之间的运输存在一定的规模经济效应  $\alpha < 1$ , 这足以见证规模经济效应  $\alpha$  对跟随者 B 利润  $Z^B$  的重要性.

#### 5.3.2 成本加成 $\Delta$ 对跟随者 B 利润 $Z^B$ 的影响

在  $\alpha = 0.4$ ,  $\Theta = 0.004$  固定及  $p^A = \{1, 2, 3\}$  三种情景下, 分析  $\Delta = \{0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9\}$  对跟随者 B 利润  $Z^B$  的影响. 由图 2 可知,  $\Delta$  与  $Z^B$  之间存在一定正相关性, 因跟随者 B 在某些航线上可捕捉的市场机会与托运人对运输价格的灵敏度参数  $\Theta$  有重要联系. 即使领导者 A 通过设计  $p^A = 3$  的轴-辐式海运网络来降低单位运输成本  $C_{ijst}^A$ , 但因  $\Delta$  较大, 跟随者 B 完全可通过建立更多的枢纽港口来争取利润  $Z^B$ . 反之, 这也说明了领导者 A 具有较大的市场控制权, 其完全可通过调小  $\Delta$  使跟随者 B 在竞争中处于危险位势; 特别在  $\Delta = 0.1$  时, 跟随者 B 几乎很难进入市场. 值得注意的是, 在  $p^A = 3$  时, 不论  $\Delta$  大小, 跟随者 B 利润  $Z^B$  相比  $p^A = 1$  或  $p^A = 2$  时存在不同程度的减少, 与 5.3.1 节的结论一致.

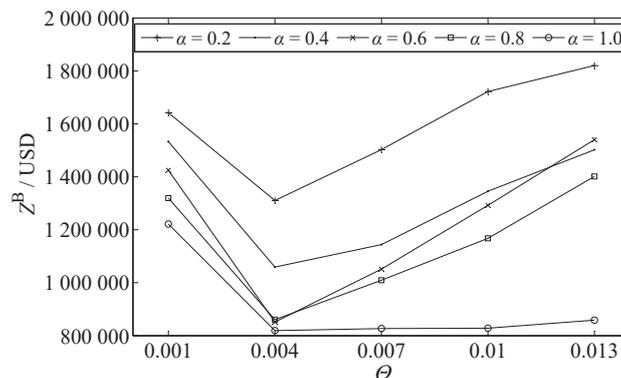


图3 不同灵敏度参数 ( $\Theta$ ) 对跟随者 B 利润 ( $Z^B$ ) 的影响

Fig. 3 The influence of different sensitivity parameter ( $\Theta$ ) on profits of follower B ( $Z^B$ )

5.3.3 灵敏度参数  $\Theta$  对跟随者 B 利润  $Z^B$  的影响

在  $p^A = 2, \Delta = 0.5$  固定及  $\alpha = \{0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1\}$  五种情景下, 分析  $\Theta = \{0.001, 0.004, 0.007, 0.010, 0.013\}$  对跟随者 B 利润  $Z^B$  的影响. 由图 3 可知,  $\Theta = 0.013$  时  $Z^B$  最大, 因跟随者 B 可通过建立大量的枢纽港口来吸引更多对单位运输价格非常敏感的托运人, 而  $p^A = 2$  和  $\Delta = 0.5$  时, 领导者 A 仅可为托运人提供相对适中的单位运输价格. 值得注意的是, 在  $\Theta$  降至  $\Theta = 0.004$  时, 与领导者 A 提供的单位运输价格形成最佳匹配状态, 跟随者 B 难以利用轴-辐式海运网络优化来争取利润  $Z^B$ ; 但是, 在  $\Theta$  进一步降至  $\Theta = 0.001$  时, 跟随者 B 反可通过提高  $P_{ijkl}^B$  来获取丰厚利润  $Z^B$ . 直观预测, 领导者 A 定价的  $\Delta$  越大, 应越有利于跟随者 B 进入市场, 这与 5.3.2 节的结论一致.

5.3.4 不同成本  $C_{ij}^{A(B)}$  比较下跟随者 B 的最优定价决策  $P_{ijkl}^B$

根据定理 1, 可从跟随者 B 相比于领导者 A 在单位运输成本  $C_{ij}^{A(B)}$  上是否存在优势来分析其最优定价决策  $P_{ijkl}^B$ . 在领导者 A 的枢纽港口  $h_8^A = 1, h_{16}^A = 1, \Delta = 0.5, \alpha = 0.6$  和  $\Theta = 0.004$  固定时, 跟随者 B 设计的枢纽港口为 2, 4, 8, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 17, 18, 19 和 20, 不同  $C_{ij}^{A(B)}$  比较下的  $P_{ijkl}^B$  结果列于表 4. 其中, 当跟随者 B 有成本优势时, 以起讫港口  $i = 3, j = 19$  为例,  $C_{3,2,19,19}^B < C_{3,8,16,19}^A$  时  $P_{3,2,19,19}^B > P_{3,8,16,19}^A$ , 这是因为  $\Theta$  值不高时, 根据 5.3.3 节的结论, 提高  $P_{ijkl}^B$  可获取更多的利润  $Z^B$ , 而降低  $P_{ijkl}^B$  虽可能提高跟随者 B 的市场份额, 但会削减其利润  $Z^B$ ; 当跟随者 B 无成本优势时, 以起讫港口  $i = 5, j = 4$  为例,  $C_{5,10,10,4}^B > C_{5,8,8,4}^A$  时  $P_{5,10,10,4}^B \gg P_{5,8,8,4}^A$ , 跟随者 B 只能通过捕捉一些愿意支付更高价格的托运人来获取少量的利润  $Z^B$ , 若  $\Theta$  值较高, 跟随者 B 的市场空间将很小.

表 4 不同单位运输成本  $C_{ij}^{A(B)}$  比较下跟随者 B 的最优定价决策  $P_{ijkl}^B$

Table 4 The optimal pricing decision  $P_{ijkl}^B$  of the follower B by the comparison of different unit transportation cost  $C_{ij}^{A(B)}$

	枢纽港口	航线连接	成本/ USD	价格/ USD	市场份额%	利润/ USD
领导者 A	8,16	3 → 8 → 16 → 19	472.40	708.60	58.42	135 789.32
跟随者 B	2,4,8,10,11,12,14,15,16,17,18,19,20	3 → 2 → 19 → 19	427.80	793.65	41.58	149 672.43
领导者 A	8,16	5 → 8 → 8 → 4	184.00	276.00	85.26	187 285.56
跟随者 B	2,4,8,10,11,12,14,15,16,17,18,19,20	5 → 10 → 10 → 4	422.00	714.77	14.74	50 154.04

6 结束语

本文针对同一海运市场上不同地位的海运企业-领导者与跟随者在战略层面上设计以枢纽港口为中心的轴-辐式海运网络时引起的竞争问题, 结合二者在战术层面上成本导向与需求导向的定价策略, 即成本加成与基于 Logit 模型表示托运人选择行为的定价决策, 分别建立了固定的规模经济效应、基于路径-流量的变量下领导者成本最小化与跟随者利润最大化的轴-辐式海运网络设计与定价决策模型. 利用 CPLEX 直接对领导者的离散枢纽选址模型进行求解; 对于跟随者的连续枢纽选址模型, 基于 Lambert W 函数推导可得的最优定价决策, 再利用连续化方法 NCP 函数、凝聚函数和增广 Lagrange 乘子罚函数法对其求解. 最后, 通过算例与遗传算法的计算结果对比, 验证了所设计模型算法的适用范围与求解性能. 不同情境下跟随者的轴-辐式海运网络设计与定价决策的仿真结果显示: 跟随者可通过建立多个枢纽港口享用较大的规模经济效应吸引大量对价格敏感的托运人以获取丰厚的利润, 但是, 在领导者经营较多的枢纽港口且定价的成本加成较低时, 跟随者较难进入市场; 此外, 海运市场上始终存在着一些愿意支付更高价格的托运人, 跟随者利润最大化目标要求它不能因争取更多的托运人而降低定价决策.

上述仿真结果可为我国海运企业进行合理的轴-辐式海运网络设计与定价决策以争取更多的市场机会, 进而参与国际竞争提供参考, 但研究中考虑的竞争因素、网络因素和选择行为因素仍比较有限, 比如多个港口挂靠的航线连接、服务时间(单位运输时间、港口装卸时间等)、服务频率、枢纽港口的拥堵状况、托运人的

不同喜好等,考虑更多现实因素的轴-辐式海运网络设计与定价决策研究仍有待进一步深化。

### 参考文献:

- [1] 匡海波, 牛文元. 基于随机规划的港口投资优化决策模型. 系统工程理论与实践, 2010, 30(1): 62–67.  
Kuang H B, Niu W Y. Research on regional port group multi-period investment decision-making optimization model. Systems Engineering: Theory & Practice, 2010, 30(1): 62–67. (in China)
- [2] Lam J S L, Zhang L. Enhanced logistics service provider framework for higher integration and efficiency in maritime logistics. International Journal of Logistics, 2014, 17(2): 89–113.
- [3] Faharani R Z, Hetmakfar M, Arabani A B, et al. Hub location problems: A review of models, classification, solution techniques, and applications. Computers and Industrial Engineering, 2013, 64(4): 1096–1109.
- [4] Campbell J F, O’Kelly M E. Twenty-five years of hub location research. Transportation Science, 2012, 46(2): 153–169.
- [5] Marianov V, Serra D, ReVelle C. Location of hubs in a competitive environment. European Journal of Operational Research, 1999, 114(2): 363–371.
- [6] Gelareh S, Nickel S, Pisinger D. Liner shipping hub network design in a competitive environment. Transportation Research, Part E: Logistics and Transportation Review, 2010, 46(6): 991–1004.
- [7] 赵宇哲. 竞争环境下的轴-辐式集装箱海运网络设计问题. 中国管理科学, 2015, 23(7): 103–112.  
Zhao Y Z. Hub-and-spoke container shipping network design in a competitive environment. Chinese Journal of Management Science, 2015, 23(7): 103–112. (in China)
- [8] 赵宇哲, 段 浩, 匡海波. 考虑 CO<sub>2</sub> 排放的轴-辐式集装箱海运网络设计问题. 系统工程学报, 2015, 30(3): 383–393.  
Zhao Y Z, Duan H, Kuang H B. Hub-and-spoke container shipping network design based on CO<sub>2</sub> emissions. Journal of Systems Engineering, 2015, 30(3): 383–393. (in China)
- [9] Zheng J F, Meng Q, Sun Z. Impact analysis of maritime cabotage legislations on liner hub-and-spoke shipping network design. European Journal of Operational Research, 2014, 234(3): 874–884.
- [10] Zheng J F, Meng Q, Sun Z. Liner hub-and-spoke shipping network design. Transportation Research, Part E: Logistics and Transportation Review, 2015, 75(3): 32–48.
- [11] 常 征, 齐 壮, 吕 靖. 考虑环境约束的双目标内陆港选址问题研究. 系统工程学报, 2014, 29(5): 662–671.  
Chang Z, Qi Z, Lü J. Research on bi-objective inland port location problem with the perspective of environmental constraints. Journal of Systems Engineering, 2014, 29(5): 662–671. (in China)
- [12] Reilly W J. The Law of Retail Gravitation. New York: Knickerbocker Press, 1931.
- [13] Eiselt H A, Marianov V. A conditional p-hub location problem with attraction functions. Computers and Operations Research, 2009, 36(12): 3128–3135.
- [14] 张 婧, 郭 啸, 陈维亚等. 多模式枢纽网络中高铁与航空票价优化模型. 系统工程学报, 2015, 30(5): 693–702.  
Zhang J, Guo X, Chen W Y, et al. Price optimization model of high-speed rail and airline in a multi-modal hub network. Journal of Systems Engineering, 2015, 30(5): 693–702. (in China)
- [15] Mascioni V. An inequality for the binary entropy function and an application to binomial coefficients. Journal of Mathematical Inequalities, 2012, 6(3): 501–507.
- [16] Gelareh S, Maculan N, Mahey P, et al. Hub-and-spoke network design and fleet deployment for string planning of liner shipping. Applied Mathematical Modelling, 2013, 37(5): 3307–3321.
- [17] Ortúzar J D, Willumsen L G. Modelling Transport. 4th Edition. Chichester: John Wiley & Sons Ltd., 2011.
- [18] Li X S. An aggregate constraint method for non-linear programming. Journal of the Operational Research Society, 1991, 42(11): 67–110.

### 作者简介:

赵宇哲(1983—), 男, 黑龙江大庆人, 博士, 副教授, 研究方向: 海运网络优化, 发展决策与管理, Email: zhaoyuzhe@126.com;  
周晶淼(1983—), 女, 黑龙江大庆人, 博士生, 研究方向: 运筹与优化, 绿色海运, Email: zhoujingmiao123@126.com;  
迟国泰(1955—), 男, 黑龙江海伦人, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向: 评价理论与模型, Email: chigt@dlut.edu.cn.