

双边密封竞标下的动态 P2P 网络借贷拍卖机制

周正龙, 马本江, 胡凤英

(中南大学商学院, 湖南 长沙 410083)

摘要: 在 P2P 网络借贷交易的双边市场特征下, 提出了双边密封的动态封闭式拍卖机制, 并提供了两种不同情形下的模型. 这类机制满足激励相容特性, 有利于降低羊群效应, 并且贷款人和借款人在拍卖中可以根据不同定价采取不同的响应策略. 通过数值计算, 将该机制分别与拍拍贷平台的撮合机制和 Prosper 平台的拍卖机制进行了比较. 结果表明, 该机制的支付成本低于拍拍贷机制和 Prosper 机制的支付成本, 并且借款人可以根据自己对借款需求的紧迫性选择不同的拍卖策略.

关键词: P2P 网络借贷; 动态封闭式拍卖; 双边密封竞标; 拍卖策略

中图分类号: F830; F724.59

文献标识码: A

文章编号: 1000-5781(2018)03-0341-14

doi: 10.13383/j.cnki.jse.2018.03.006

Dynamic auction mechanism of online peer-to-peer lending market considering bilateral sealed bidding

Zhou Zhenglong, Ma Benjiang, Hu Fengying

(Business School, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: Considering the bilateral market characteristics of online peer-to-peer (P2P) lending, this paper proposes a dynamic closed auction mechanism considering bilateral sealed bidding, and provides two different models. The mechanism satisfies the incentive compatibility, which is conducive to reduce the herding effect. In this auction, the borrowers and lenders will take different response strategies according to different pricing decisions. A numerical example is given to compare the mechanism with PPDai and Prosper mechanisms respectively. Results show that the payment cost of the mechanism can be lower than that of either PPDai or Prosper mechanisms. According to the urgency of demand, the borrower can choose different strategies freely to obtain the loan.

Key words: online peer-to-peer lending; dynamic closed auction; bilateral sealed bidding; auction strategy

1 引 言

早在公元前 500 年, 拍卖就被用于出售各种物品. 无论是艺术品还是古董, 都会在拍卖会上落槌卖出. 现在的许多商品(比如烟草、鱼、鲜花、废金属等)都可以通过拍卖的方式进行交易, 甚至于一些公用事业的债券也可以通过拍卖出售给投资公司. 而在当今时代, 不同市场的拍卖机制逐渐被细分, 不同领域逐渐形成自己的拍卖版式. 例如, 在采购市场中, 通常采取数量拍卖(quantity auction)、供应合同拍卖(supply contract

收稿日期: 2016-11-30; 修订日期: 2017-10-26.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71372061); 湖南省自然科学基金资助项目(14JJ2017); 中南大学中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(2017zzts043; 2017zzts050).

auction)进行交易^[1,2],在考虑多属性的情形下,也会采取(或改进)第一评分拍卖(first score auction)、第二评分拍卖(second score auction)进行交易^[3,4].因此,在中国 P2P(peer-to-peer)网络借贷市场中,简单地复制这些拍卖机制并不能有效解决 P2P 网络借贷问题,无法使得资源配置达到帕累托最优状态.进一步地,中国 P2P 网络借贷市场存在较大的风险,很多贷款人(资金提供者)在进行投资的过程中常常会存在羊群效应、聚集效应和菱镜效应^[5],从而会加大市场风险.在不完全信息背景下,中国 P2P 网络借贷市场还可能出现套利交易(即借入后再借出进行投资以获得利息差)、暗箱操作(即 P2P 借贷变为 P2P 暗箱投标)等影响交易正常运行的不良行为,这些行为有可能导致市场失灵.所以,有必要对贷款人和借款人(资金需求者)的交易机制进行详细研究.

目前国外文献主要集中于信用风险等相关问题的实证研究^[6-8].同样地,国内文献也主要侧重于风险控制、平台发展、资产定价等问题的实证研究^[9-11],较少涉及 P2P 网络借贷交易机制方面的理论研究.仅少数学者从拍卖的角度说明了竞标方式比文字描述更好解决 P2P 借贷问题,竞标方式能够更好地披露借款人信息,激励借款人在还款过程中履行借款约定,有良好信誉记录的借款人能够获得更低成本的借款^[12].从实际情况来,一些 P2P 网络借贷平台也使用拍卖方式进行交易.例如,Prosper, Funding Circle 和 Innovestment 等都是关注拍卖交易的典型平台.这些平台的主要交易模式是贷款人之间自行竞拍,通过贷款人拍卖确定借贷利率(2010 年之前 Prosper 一直采用拍卖机制).因此,基于已有 P2P 借贷拍卖模式和第三方交易平台的双边市场特征^[13],提出一种双边密封竞价的动态封闭式拍卖机制(简称双边密封拍卖机制).相对于已有 P2P 借贷拍卖机制^[14,15],这个机制最突出的特点是同时考虑了贷款人和借款人的报价,使得借款人和贷款人在一定程度上把握了借贷的自主权.进一步地,该机制是在密封报价的模式下进行的,有利于规避贷款人的羊群效应.此外,与中国目前较多采取借款人事前定价的机制相比,这类拍卖机制有利于激化贷款人之间的竞争,激励贷款人报告自己的真实类型,可以对中国 P2P 网络借贷机制的创新提供一定的启示.

双边密封拍卖提供了两种情形下的模型.第一种情形(基准模型)是基于不完全密封约束得到的,即借款人和贷款人的报价属于事前密封信息,而贷款人提供的资金数额(简称为配额)是所有贷款人共同知道的信息.第二种情形(拓展模型)是基于完全密封约束得到的,即借款人和贷款人的报价、配额都属于事前密封信息.此外,对不同模型提供了不同的拍卖策略.当然,由于基准模型中的配额是所有贷款人共同知道的信息,因此贷款人在基准模型的拍卖机制中可以学习或模仿其他贷款人的决策,即贷款人之间可以通过配额推测其相应报价信息,进而会预想到所有贷款人的拍卖策略.所以,在不完全密封的封闭式拍卖中,虽然可以得到所有贷款人的真实报价构成纳什均衡解,满足激励相容性.但是贷款人之间的羊群行为会增加借贷交易的支付成本^[16],因此可以将基准模型进一步拓展到完全密封的情形,以进一步减少羊群行为对 P2P 网络借贷交易机制的影响.通过数值算例的分析也表明,双边密封竞价的动态封闭式拍卖从一定程度上可以制约贷款人的决策,有利于改进借款人的支付水平.

2 基准模型: 不完全密封拍卖

2.1 拍卖模型及性能分析

在基准模型中,设定贷款人提供的配额是根据其余竞争贷款人的供给自行决定的(即当前配额是其他贷款人所知的),贷款人可以模仿或学习其他贷款人的行为.因此,将基准模型定义为不完全密封拍卖.下面用数学语言对基准模型加以描述.这里先给出几个背景假设: 1) 在整个拍卖的过程中不存在 P2P 平台商的监管套利问题. 2) P2P 网络借贷平台能够有效监管借贷行为,保证拍卖机制的正常执行.现设定借款人的借款需求为 D ,在任意 t 时刻的报价为 $P(t)$,这个价格对所有参与竞标的贷款人是事前密封的,满足 $P(t) \in [\underline{P}, \bar{P}]$,并且设定 $[\underline{P}, \bar{P}]$ 在第三方平台事先规定的范围内,属于借贷双方的共同知识^[17].进一步假设 n 个贷款人 $L_1, L_2, \dots, L_n$ 参与竞标,并且在拍卖结束之前竞标报价是事前密封的(即所有潜在的贷款人不知道其他贷款人提供的报价信息).同时假设,任意一个贷款人 L_i 参与竞标并带有一个真实的私人利率 $r_i(t)$, $i = \{1, 2, \dots, n\}$, $r_i(t)$ 一般等价于贷款人 L_i 最佳外部选择的利

率($0 < r_i(t) \leq P$)^[12]. 贷款人 L_i 在任意 t 时刻参与拍卖竞标的报价为 $b_i(t)$, 并且提供的配额为 $a_i(t)$, 其中 $b_i(t) \in [P, \bar{P}]$. 这样便可以定义, n 个贷款人 $L_1, L_2, \dots, L_n$ 在任意 t 时刻参与拍卖的报价集合和配额集合分别为 $B(t) = \{b_1(t), b_2(t), \dots, b_n(t)\}$ 和 $A(t) = \{a_1(t), a_2(t), \dots, a_n(t)\}$, 满足 $t = 1, 2, \dots, T$. T 表示拍卖规定的时间, $T \in N^*$, N^* 是正整数集合. 此外, 规定借款人的借款需求 D 和配额 $a_i(t)$ 都是整数, 并且属于共同知识. 这里需要强调的是, 双边密封竞价主要指借款人和贷款人的报价都是事前密封的.

借款人向所有候选的贷款人宣布拍卖规则: 首先, 借款人宣布一个借款合同 $\{D, V_i(t)\}$, 这个合同包含了借款需求 D 、借款人的密封报价 $P(t)$ 以及定价函数 $V_i(t) = b_i(t) + \lambda(P(t) - b_i(t))$ (这里设定定价函数满足“小中取大、大中取小”的约束条件, 即对 $b_i(t) \leq P(t)$ 的贷款人, 取最大报价的贷款人为这类贷款人的有效报价; 对 $b_i(t) > P(t)$ 的贷款人, 取最小报价的贷款人为这类贷款人的有效报价). 随后, 贷款人 L_i 从任意时间点 $t = 1, 2, \dots, T$ 根据借款合同 $\{D, V_i(t)\}$ 报出愿意供给的配额和报价, 并且第三方平台按照“小中取大、大中取小”的约束条件来确定拍卖价格 $V_i(t)$ 和有效借款配额数 $\hat{A}(t)$. 此时, 如果得到的有效借款数额 $\hat{A}(t) \geq D$, 那么宣布拍卖结束, 并公布借款人和所有中标贷款人的报价信息; 否则, 任意的贷款人 L_i 进入下一个时间点报出愿意供给的配额和报价; 如此重复, 直到有效借款数额 $\sum_{t=1}^T \hat{A}(t) \geq D$ 时宣布拍卖结束.

最后, 如果得到的有效借款数额 $\sum_{t=1}^T \hat{A}(t) < D$, 就以流标方式结束, 所有的配额 $\sum_{t=1}^T \hat{A}(t)$ 通过第三方平台退回贷款人, 并宣布拍卖结束.

定义 1 对于满足上述规则的任意 P2P 网络借贷拍卖, 如果同时满足封闭式拍卖的约束条件, 就可以称为动态的双边密封封闭式拍卖, 简称双边密封拍卖(D-DCA).

宣布这个规则后, 借款人按如下过程执行这个拍卖机制: 1) 借款人设定具体的竞拍时间 T , 并且宣布一个借款合同 $\{D, V_i(t)\}$ 至指定的第三方平台, 其中定价函数 $V_i(t) = b_i(t) + \lambda(P(t) - b_i(t))$, 并且满足上述“小中取大、大中取小”的约束条件. 2) 所有贷款人被邀请或自愿参加拍卖. 如果在规定时间内没有贷款人愿意报出任意的配额 $a_i(t)$ 和报价 $b_i(t)$, 宣布拍卖结束, 没有发生交易. 否则, 在拍卖给定定价 $V_i(t)$ 时, 中标贷款人获得借款人提供的子合同 $\{a_i(t), V_i(t)\}$. 3) 重复步骤 2) 直到时间达到 T 时, 如果所有成功竞拍的贷款人提供的有效配额 $\sum_{t=1}^T \hat{A}(t) \geq D$, 就以成功方式宣布拍卖结束, 借款人提供给每个中标贷款人相应的子合同 $\{a_i(t), V_i(t)\}$, $t = 1, 2, \dots, T$, 并附上还款期、还款方式等相关的材料. 4) 如果在规定时间内所有成功贷款人的有效配额 $\sum_{t=1}^T \hat{A}(t) < D$, 就以流标方式结束拍卖.

相对于 Chen 等^[14]设计的动态 Prosper 拍卖而言, D-DCA 机制最主要的突出特征是进一步考虑了借款人的报价, 使得借款人在一定程度上把握了借贷的自主权; 同时以合同的方式结束拍卖, 体现了法律上的保护权益. 设计这个机制的动机也是为了降低借款人的支付成本, 减少贷款人在拍卖过程中的羊群效应^[16]. 为了验证这些结果, 先给出如下的定义.

定义 2 给定 $k = \min \left\{ m \left| \sum_{t=1}^{s-1} \sum_{i=1}^n a_i(t) + \sum_{i=1}^m a_i(s) \geq D \right. \right\}$, $s = 2, 3, \dots, T$, $m = 1, 2, \dots, n$, 满足 $b_1(s) \leq b_2(s) \leq \dots \leq b_m(s)$, 当 $i \leq k$ 时, 贷款人 L_i 在时间点 s 的配额为 $a_i(s)$, $a_k(s) = D - \sum_{t=1}^{s-1} \hat{A}(t) - \sum_{i=1}^{k-1} a_i(s)$; 当 $i > k$ 时, 贷款人 L_i 在时间点 s 的配额为 0. 那么称 L_k 为最后一个成功的贷款人, 称 L_{k+1} 为最早一个失败的贷款人. 特别地, 当 $s = 1$ 时, $k = \min \left\{ m \left| \sum_{i=1}^m a_i(s) \geq D \right. \right\}$.

进一步地, 给定 $t = 1, 2, \dots, T$, $B(t) = \{b_1(t), b_2(t), \dots, b_k(t)\}$, 当满足 $\max_{1 \leq i \leq j} \{b_i(t)\} \leq P(t)$ 时, 定价函数为 $V_i(t) = \max_{1 \leq i \leq j} \{b_i(t)\} + \lambda \left(P(t) - \max_{1 \leq i \leq j} \{b_i(t)\} \right)$; 当满足 $\max_{1 \leq i \leq j} \{b_i(t)\} > P(t)$ 时, 定价函数为 $V_i(t) = \min_{1 \leq i \leq j} \{b_i(t)\} + \lambda \left(P(t) - \min_{1 \leq i \leq j} \{b_i(t)\} \right)$; 当满足 j 个贷款人的报价小于或等于 $P(t)$, $k - j$ 个贷款人的报价大于 $P(t)$ 时 ($1 \leq j \leq k$), 定价函数为

$$V_i(t) = \begin{cases} \max_i \{b_i(t)\} + \lambda \left(P(t) - \max_i \{b_i(t)\} \right), & 1 \leq i \leq j \\ \min_i \{b_i(t)\} + \lambda \left(P(t) - \min_i \{b_i(t)\} \right), & j+1 \leq i \leq k. \end{cases} \quad (1)$$

得到最后一个成功的贷款人和拍卖定价之后, 根据拍卖的执行过程给出具体的计算: 当 $t = 1$ 时, 如果满足 $\hat{A}(1) = \sum_{i=1}^k a_i(1) \geq D$, 那么拍卖继续直至下一个时间点上不存在多余的供给, 此时拍卖的截止时间 $t = 1$, 且最后一个成功的贷款人 L_k 的配额为 $a_k(1) = D - \sum_{i=1}^{k-1} a_i(1)$, 满足 $\sum_{i=1}^k a_i(1) = D$; 反之, 进入下一个时间点 $t = 2$. 当 $t = 2$ 时, 如果满足 $\hat{A}(1) + \hat{A}(2) = \sum_{i=1}^k a_i(1) + \sum_{i=1}^k a_i(2) \geq D$, 那么拍卖的截止时间 $t = 2$, 并且最后一个成功的贷款人 L_k 的配额为 $a_k(2) = D - \hat{A}(1) - \sum_{i=1}^{k-1} a_i(2)$, 满足 $\hat{A}(1) + \sum_{i=1}^k a_i(2) = D$; 反之, 进入下一个时间点 $t = 3$. 如此进行, 在规定时间内, 如果存在时间点 $s = 2, 3, \dots, T$ 满足 $\sum_{t=1}^s \hat{A}(t) \geq D$, 那么时间点 s 为拍卖的截止时间, 此时得到最后一个成功的贷款人 L_k 的配额为 $a_k(s) = D - \sum_{t=1}^{s-1} \hat{A}(t) - \sum_{i=1}^{k-1} a_i(s)$ 并且满足 $\sum_{t=1}^{s-1} \hat{A}(t) + \sum_{i=1}^k a_i(s) = D$. 反之, 如果不能满足 $\sum_{t=1}^s \hat{A}(t) \geq D$, 那么说明在规定时间内无法使得贷款供给大于等于借款需求, 拍卖视为失败, 配额通过第三方平台退回贷款人, 拍卖结束.

得到 D-DCA 机制之后, 需要分析其是否满足激励相容性, 具体如命题 1 所示.

命题 1 对定义 1 中的任意 D-DCA 机制, 如果存在时间点 $s = 2, 3, \dots, T$ 满足 k 个贷款人成功参与竞标, 即 $\sum_{t=1}^s \hat{A}(t) \geq D$, 那么 D-DCA 机制满足激励相容性. (证明见附录 1)

下面, 进一步分析激励相容的 D-DCA 机制的均衡解, 同时考虑贷款人和借款人之间的逆向选择问题(即考虑借款人违约的概率), 分析可能存在的均衡解扭曲问题. 这里假设借款人的违约概率与定价函数存在某种函数关系, 让 $\delta(V_i(t))$ 表示给定 $V_i(t)$ 下的违约率, 满足 $\delta'(V_i(t)) \geq 0$. 同时, 设定一个贷款人认为提供贷款是有利可图的条件是当且仅当 $1 + r_i(t) \leq (1 + V_i(t))(1 - \delta(V_i(t)))$, 可以简化为 $r_i(t) \leq V_i(t) - (1 + V_i(t))\delta(V_i(t))$. 让 $\gamma(V_i(t)) = V_i(t) - (1 + V_i(t))\delta(V_i(t))$, 表示贷款的期望回报率. 据此, 可以通过命题 2 对 D-DCA 机制的均衡解加以描述.

命题 2 对于任意激励相容的 D-DCA 机制, 如果存在时间点 $s = 2, 3, \dots, T$, 满足 k 个贷款人成功参与竞标, 即 $\sum_{t=1}^s \hat{A}(t) \geq D$, 并且满足提供贷款是有利可图时, 所有成功参与竞标的贷款人的真实报价 $\hat{B}(s) = \{b_1^*(s), b_2^*(s), \dots, b_n^*(s)\}$ 和配额 $\hat{A}(s) = \{a_1^*(s), a_2^*(s), \dots, a_n^*(s)\}$ 构成纳什均衡解. (证明见附录 2)

通过命题 2 发现, 对于任意激励相容的 D-DCA 机制而言, 如果借贷交易成功, 那么所有成功参与竞标的贷款人的真实报价 $\hat{B}(s) = \{b_1^*(s), b_2^*(s), \dots, b_n^*(s)\}$ 和配额 $\hat{A}(s) = \{a_1^*(s), a_2^*(s), \dots, a_n^*(s)\}$ 构成纳什均衡解, 并且借款人的违约率会影响整个机制的均衡状态. 事实上, 借款人的违约率对贷款人提供贷款的概率产生显著影响, 即当 $1 + r_i(s) > (1 + V_i(s))(1 - \delta(V_i(s)))$ 时, 贷款人不会提供贷款(贷款人会事后违约). 此时, 所有贷款人不参与竞标, 进而导致市场不存在, 因此激励相容的 D-DCA 机制也就不存在纳什均衡状态. 所以, 借款人的违约率会影响整个机制的均衡状态, 并且当借款人的违约率不可观测时, 贷款人的事后违约也会导致拍卖机制失灵.

最终结合命题 1 和命题 2 指出, 激励相容的 D-DCA 机制存在的充分条件是贷款人所提供的贷款是有利可图的, 即满足 $1 + r_i(s) \leq (1 + V_i(s))(1 - \delta(V_i(s)))$. 因此, 主要从贷款人的角度去设计拍卖机制, 从贷款人追求期望收益最大化角度去研究拍卖机制.

2.2 拍卖策略分析

结合以上分析, 进一步探讨 D-DCA 机制中有关借款人和贷款人的最优拍卖策略. 根据定价函数 $V_i(t) = b_i(t) + \lambda(P(t) - b_i(t))$ 中的激励或惩罚系数 λ 来确定不同情形下的拍卖策略.

情形 1 当 $\lambda = 0$ 时, 借款人和所有成功贷款人的最优拍卖策略均以 $\bar{P}$ 的报价参与拍卖, 并且获得最优定价为 $V_i(t) = \bar{P}$, 满足 $\bar{P} = \min_{j < i \leq k} \{b_i(t)\}$.

当 $\lambda = 0$ 时, $V_i(t) = b_i(t) + \lambda(P(t) - b_i(t)) = b_i(t)$, 说明竞价策略完全取决于所有贷款人的报价. 所以对于所有理性的贷款人而言, 选择以 $\bar{P}$ 的报价参与拍卖无疑是最优的. 这是因为, 当 $\lambda = 0$ 时, 对于所有小于等于借款人报价 $P(t)$ 的贷款人而言, 最终定价为 $\max_{1 \leq i \leq j} \{b_i(t)\}$; 对于所有大于借款人报价 $P(t)$ 的贷款人而言, 最终定价为 $\min_{j < i \leq k} \{b_i(t)\}$, 满足 $\max_{1 \leq i \leq j} \{b_i(t)\} \leq \min_{j < i \leq k} \{b_i(t)\}$. 因此取 $\min_{j < i \leq k} \{b_i(t)\} = \bar{P}$ 时, 贷款人获得局部最优的报价, 这样就可以进一步得到最终的定价为 $V_i(t) = \bar{P}$. 进一步地, 借款人在设定 $\lambda = 0$ 时也已经预想到所有成功贷款人的拍卖策略是以 $\bar{P}$ 的报价参与拍卖, 所以借款人的最佳响应策略也将是以 $\bar{P}$ 的报价参与拍卖, 这样可以有效规避期望损失. 此外, 值得关注的是, $\lambda = 0$ 情形下的策略类似于 Prosper 动态拍卖机制的竞价策略, 即由贷款人竞价决定最终的交易利率. 由此可见, 当 λ 被 0 替代, $\min_{j < i \leq k} \{b_i(t)\}$ 被 0 替代(对于 $i = j + 1, j + 2, \dots, k, b_i(t) > P(t)$) 时, Prosper 动态拍卖机制是 D-DCA 机制的一个特例.

情形 2 当 $\lambda = 1$ 时, 所有成功贷款人的最优拍卖策略是以 $\underline{P}$ 的报价参与拍卖, 并且这个报价是借款人提供的, 所以最优定价为 $V_i(t) = \underline{P}$.

当 $\lambda = 1$ 时, $V_i(t) = b_i(t) + \lambda(P(t) - b_i(t)) = P(t)$, 说明这时候的竞价策略取决于借款人的报价 $P(t)$, 与贷款人的报价无关. 进一步地, 按照式(1)的解释意义不难得到, 不管所有贷款人的报价是小于等于借款人报价还是大于借款人报价, 拍卖的最终定价为 $P(t)$, 满足 $P \in [\underline{P}, \bar{P}]$. 此时, $\lambda = 1$ 情形下的策略等价于拍拍贷撮合机制的竞价策略, 即借款人给定一个借款需求 D , 并提供一个 $P \in [\underline{P}, \bar{P}]$ 的最小值, 随后通过平台发布信息; 所有潜在的贷款人以报价 $\underline{P}$ 参与竞标, 并且不再提供任何报价; 最后如果竞拍成功, 借款人以借款利率或报价 $\underline{P}$ 提供相应的支付. 进一步得到, 拍拍贷撮合机制也是 DCA 机制的一个特例, 即 λ 被 1 替代.

情形 3 当 $0 < \lambda < 1$ 时, 所有成功贷款人的最优拍卖策略是以 $\bar{P}$ 的报价参与拍卖, 借款人的最优拍卖策略是以 $\underline{P}$ 的报价参与拍卖, 并且获得最优定价为 $V_i(t) = \bar{P} + \lambda(\underline{P} - \bar{P})$.

根据式(1)得到, $0 < \lambda < 1$ 情形下的竞价策略主要取决于借款人和贷款人报价组合 $\{P(t), b_i(t)\}$, 并且满足 $P(t) \in [\underline{P}, \bar{P}]$. 进一步地, 当借款人和贷款人报价组合 $\{P(t), b_i(t)\}$ 取任意数值时, 不难得到, $\max_{1 \leq i \leq j} \{b_i(t)\} + \lambda \left(P(t) - \max_{1 \leq i \leq j} \{b_i(t)\} \right) \leq \min_{1 \leq i \leq j} \{b_i(t)\} + \lambda \left(P(t) - \min_{1 \leq i \leq j} \{b_i(t)\} \right)$. 由此可见, 对

于理性的贷款人而言, 选择一个大于借款人报价的策略无疑是占优的, 但是具体的策略也需要依赖于借款人的报价, 所以在无法确定借款人报价的前提下, 贷款人选择 $\bar{P}$ 是局部最优的. 因为 $V_i(t) = \min_{1 \leq i \leq j} \{b_i(t)\} + \lambda \left(P(t) - \min_{1 \leq i \leq j} \{b_i(t)\} \right)$ 是一个增函数, 因此取 $\min_{1 \leq i \leq j} \{b_i(t)\} = \bar{P}$ 时, 贷款人获得局部最优的定价. 这样就可以得到最终定价为 $V_i(t) = \bar{P} + \lambda (P(t) - \bar{P})$. 进一步地, 借款人在设定 $0 < \lambda < 1$ 时也已经预想到所有成功贷款人的拍卖策略是以 $\bar{P}$ 的报价参与拍卖, 所以借款人的最佳响应策略也是以 $\underline{P}$ 的报价参与拍卖, 因为 $V_i(t) = \bar{P} + \lambda (P(t) - \bar{P})$ 关于报价 $P(t)$ 是一个增函数, 因此取 $P(t) = \underline{P}$ 时, 借款人能获得局部最优的定价.

情形 4 当 $\lambda > 1$ 时, 借款人和所有成功贷款人的最优拍卖策略是以 $\underline{P}$ 的报价参与拍卖, 并且获得最优定价为 $V_i(t) = \underline{P}$.

同理, 根据式(1)得到 $\lambda > 1$ 情形下的竞价策略主要取决于借款人和贷款人报价组合 $\{P(t), b_i(t)\}$, 并且满足 $P(t) \in [\underline{P}, \bar{P}]$. 但是当 $\{P(t), b_i(t)\}$ 取任意值时, 容易得到

$$\max_{1 \leq i \leq j} \{b_i(t)\} + \lambda \left(P(t) - \max_{1 \leq i \leq j} \{b_i(t)\} \right) \geq \min_{1 \leq i \leq j} \{b_i(t)\} + \lambda \left(P(t) - \min_{1 \leq i \leq j} \{b_i(t)\} \right).$$

由此可见, 对于理性的贷款人而言, 选择一个小于或等于借款人报价的策略无疑是占优的, 但是具体的策略也需要依赖于借款人的报价, 所以在无法确定借款人相关报价信息的前提下, 贷款人选择 $\underline{P}$ 是局部最优的. 这是因为 $V_i(t) = \max_{1 \leq i \leq j} \{b_i(t)\} + \lambda \left(P(t) - \max_{1 \leq i \leq j} \{b_i(t)\} \right)$ 是一个减函数, 因此取 $\max_{1 \leq i \leq j} \{b_i(t)\} = \underline{P}$ 时, 贷款人获得局部最优的报价. 这样就可以进一步得到最终的定价为 $V_i(t) = \underline{P}(t) + \lambda (P - \underline{P})$. 进一步地, 借款人在设定 $\lambda > 1$ 时也已经预想到所有成功贷款人的拍卖策略是以 $\underline{P}$ 的报价参与拍卖, 所以借款人的最佳响应策略也是以 $\underline{P}$ 的报价参与拍卖, 因为 $V_i(t) = \underline{P} + \lambda (P(t) - \underline{P})$ 关于报价 $P(t)$ 是一个增函数, 因此取 $P(t) = \underline{P}$ 时, 借款人能获得局部最优的定价.

结合情形 1 至情形 4 的分析, 有如下结论.

结论 1 在不完全密封情形下, 任意成功贷款人能通过最优拍卖策略实现收益最大化. 其中, 当 $\lambda = 0$ 时, 借款人和所有成功贷款人的最优拍卖策略均以 $\bar{P}$ 的报价参与拍卖, 满足 $\bar{P} = \min_{j < i \leq k} \{b_i(t)\}$; 当 $\lambda = 1$ 时, 所有成功贷款人的最优拍卖策略是以借款人 $\underline{P}$ 的报价参与拍卖; 当 $0 < \lambda < 1$ 时, 所有成功贷款人的最优拍卖策略是以 $\bar{P}$ 的报价参与拍卖, 借款人的最优拍卖策略是以 $\underline{P}$ 的报价参与拍卖; 当 $\lambda > 1$ 时, 借款人和所有成功贷款人的最优拍卖策略是以 $\underline{P}$ 的报价参与拍卖.

值得注意的是, 结论 1 属于完美定价状态. 在实际的运行过程中, 借款人可能会结合借款需求的紧迫性等适当抬高报价, 以增加密封报价的随机性; 同时, 牺牲部分收益以获得密封报价随机性的行为也有利于保持 D-DCA 机制的双边叫价特征, 有利于保持贷款人之间的相对独立性, 而不至于产生借贷双方的套利交易行为. 除此之外, 在实际运行过程中, 也会存在非理性的贷款人成功参与 D-DCA 机制, 并且非理性贷款人在 D-DCA 机制中可以模仿其他贷款人的决策(羊群效应). 所以, 可以将基准模型进一步拓展到完全密封的情形, 以减少羊群效应对 P2P 网络借贷拍卖机制的影响.

3 拓展模型: 完全密封拍卖

3.1 拍卖模型及性能分析

在拓展模型中, 给定每个贷款人提供的配额不构成其他贷款人的共同知识, 无法学习或模仿其他贷款人的行为决策. 这种完全密封的封闭式拍卖类似于不完全信息下的密封拍卖模式, 只是 P2P 网络借贷交易机制中的拍卖模式属于封闭式拍卖, 因此不能直接采用不完全信息下的密封拍卖模式, 但是不完全信息下的密封拍卖也说明了这种拍卖对于借款人是最优的.

为了区别于不完全密封竞价情形, 这里做如下几点假设: 1) 借款人的借款需求 D 带有一个保留利率 R . 保留利率 R 可以理解为, 借款需求 D 在实际经营过程中预期得到的边际收益率, 它表明一个投资项目的收益应按何种比例增长才能达到预期的收益, 因此, 它也代表了借款人通过借款需求 D 进行投资而获得的边际利润率; 2) 在拍卖结束之前, 贷款人的竞标报价和配额都是事前密封的. 这里可以将贷款人的报价和配额组合为 $\varphi_i(t) = (b_i(t), a_i(t))$, 并以 $\phi_i(t)$ 参与拍卖. 这样便得到 n 个贷款人 $L_1, L_2, \dots, L_n$ 在任意 t 时刻的投标集合为 $\Phi(t) = \{\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_n(t)\}$, 其中 $t = 1, 2, \dots, T$; 3) 完全密封情形的拍卖规则类似于不完全密封情形, 只是将定价函数设为 $V_i(t) = \varphi_i(t) + \lambda(P(t) - \varphi_i(t))$.

所以, 相对于基准模型而言, 拓展模型最主要的突出特征是进一步考虑了贷款人相关配额的密封性, 使得贷款人在投资决策过程中无法推测其他贷款人的投标信息, 保证借贷双方真实披露各自的私人信息. 对比基准模型发现, 拓展模型的定价函数由 $V_i(t) = b_i(t) + \lambda(P(t) - b_i(t))$ 变为 $V_i(t) = \varphi_i(t) + \lambda(P(t) - \varphi_i(t))$. 所以, 先给出拓展模型的相关定义.

定义 3 对于满足定义 1 的任意 P2P 网络借贷拍卖机制, 如果能够将 $V_i(t) = b_i(t) + \lambda(P(t) - b_i(t))$ 变换为 $V_i(t) = \varphi_i(t) + \lambda(P(t) - \varphi_i(t))$, 就可以被称为双边完全密封拍卖(简称 CD-DCA).

定义 4 给定 $k = \min \left\{ m \left| \sum_{t=1}^{s-1} \sum_{i=1}^n a_i(t) + \sum_{i=1}^m a_i(s) \geq D \right. \right\}$, $s = 2, 3, \dots, T$, $m = 1, 2, \dots, n$, 满足 $\varphi_1(s) \leq \varphi_2(s) \leq \dots \leq \varphi_m(s)$, 当 $i \leq k$ 时, 贷款人 L_i 在时间点 s 的配额为 $a_i(s)$, $a_k(s) = D - \sum_{t=1}^{s-1} \hat{A}(t) - \sum_{i=1}^{k-1} a_i(s)$; 当 $i > k$ 时, 贷款人 L_i 在时间点 s 的配额为 0. 那么称 L_k 为最后一个成功的贷款人, 称 L_{k+1} 为最早一个失败的贷款人. 特别地, 当 $s = 1$ 时, $k = \min \left\{ m \left| \sum_{i=1}^m a_i(s) \geq D \right. \right\}$.

进一步地, 给定 $t = 1, 2, \dots, T$, $\Phi(t) = \{\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_k(t)\}$, 当 $\max_{1 \leq i \leq j} \{\varphi_i(t)\} \leq P(t)$ 成立时, 定价函数为 $V_i(t) = \max_{1 \leq i \leq j} \{\varphi_i(t)\} + \lambda \left(P(t) - \max_{1 \leq i \leq j} \{\varphi_i(t)\} \right)$; 当满足 $\max_{1 \leq i \leq j} \{\varphi_i(t)\} > P(t)$ 时, 定价函数为 $V_i(t) = \min_{1 \leq i \leq j} \{\varphi_i(t)\} + \lambda \left(P(t) - \min_{1 \leq i \leq j} \{\varphi_i(t)\} \right)$; 当满足 j 个贷款人的报价小于或等于 $P(t)$, $k - j$ 个贷款人的报价大于 $P(t)$ 时 ($1 \leq j \leq k$), 定价函数为

$$V_i(t) = \begin{cases} \max_i \{\varphi_i(t)\} + \lambda \left(P(t) - \max_i \{\varphi_i(t)\} \right), & 1 \leq i \leq j \\ \min_i \{\varphi_i(t)\} + \lambda \left(P(t) - \min_i \{\varphi_i(t)\} \right), & j+1 \leq i \leq k. \end{cases} \quad (2)$$

得到拓展模型的定价函数和分配规则之后, 给出拍卖的执行过程: 在规定时间内, 如果存在时间点 $s = 2, 3, \dots, T$ 满足 $\sum_{t=1}^s \hat{A}(t) \geq D$, 那么时间点 s 为拍卖的截止时间, 这时得到最后一个成功的贷款人 L_k 的配额为 $a_k(s) = D - \sum_{t=1}^{s-1} \hat{A}(t) - \sum_{i=1}^{k-1} a_i(s)$, 并且满足 $\sum_{t=1}^{s-1} \hat{A}(t) + \sum_{i=1}^k a_i(s) = D$. 反之, 如果不能满足 $\sum_{t=1}^s \hat{A}(t) \geq D$, 那么说明在规定时间内无法使得贷款供给大于等于借款需求, 拍卖视为失败, 配额通过第三方平台退回贷款人, 拍卖结束.

对拓展模型的激励相容性, 有下列结论.

命题 3 对定义 3 中的任意 CD-DCA 机制, 如果存在时间点 $s = 2, 3, \dots, T$ 满足 k 个贷款人成功参与竞标, 即 $\sum_{t=1}^s \hat{A}(t) \geq D$, 那么所有贷款人的真实竞标 $\Phi^*(s) = \{\varphi_1^*(s), \varphi_2^*(s), \dots, \varphi_k^*(s)\}$ 构成纳什均衡解, 并且满足激励相容特征. (证明见附录 3)

命题3同样说明了,在贷款人成功参与拍卖时,任意的CD-DCA机制是满足激励相容特征的,并且所有成功贷款人的真实竞标 $\Phi^*(s) = \{\varphi_1^*(s), \varphi_2^*(s), \dots, \varphi_k^*(s)\}$ 构成纳什均衡解. 进一步地,在考虑借款人违约率的情形下,可以得到与命题2一致的结果,即只要满足贷款人提供贷款是有利可图的,那么CD-DCA机制也是激励相容的(这里不再单独展开证明过程),同时说明了借款人的违约率会影响整个机制的均衡状态. 反之,当贷款人提供贷款不是有利可图的,贷款人不会提供贷款(贷款人会事后违约),那么CD-DCA机制会失灵. 所以,从借款人违约的角度考虑,命题3的结论与命题2相似,即激励相容的CD-DCA机制存在的充分条件是贷款人所提供的贷款是有利可图的. 差异性在于,命题3是基于完全密封的状态下进行的,不存在贷款人的模仿和学习策略.

3.2 拍卖策略分析

为了进一步探讨CD-DCA机制的拍卖策略,假设组合 $(b_i(t), a_i(t))$ 具有相同的分布函数 F 和密度函数 f . 其中 $F(\cdot | a_i(t))$ 和 $f(\cdot | a_i(t))$ 分别表示为贷款人在配额为 $a_i(t)$ 时的条件分布函数和密度函数.

因此,令

$$\varphi_i(t) = b_i(t) + \frac{F(b_i(t) | a_i(t))}{f(b_i(t) | a_i(t))} = b_i(t) + \varpi(t),$$

同时对于所有的 $a_i(t)$, $\varphi_i(t)$ 关于 $b_i(t)$ 是非减的,对于所有的 $b_i(t)$, $\varphi_i(t)$ 关于 $a_i(t)$ 是非增的^[18,19]. 下面根据定价函数 $V_i(t) = \varphi_i(t) + \lambda(P(t) - \varphi_i(t))$ 中的激励或惩罚系数 λ 来确定不同情形下的拍卖策略.

情形5 当 $\lambda = 0$ 时,任意成功贷款人的最优策略为 $\varphi_i^*(t) = (b_i^*(t), a_i^*(t))$, 并且满足 $0 < a_i^*(t) \leq D$, $P \leq b_i^*(t) \leq \bar{P}$. 此时的最终定价为 $V_i^*(t) = \varphi_i^*(t)$.

当 $\lambda = 0$ 时, $V_i(t) = \varphi_i(t) + \lambda(P(t) - \varphi_i(t)) = \varphi_i(t)$, 说明这时候的竞标策略完全取决于贷款人 L_i 的竞标组合 $\varphi_i(t) = (b_i(t), a_i(t))$. 设 $u_i(\varphi_i(t)) = a_i(t)(V_i(t) - r_i(t))$ 表示贷款人 L_i 的利润函数(为了简化,这里不考虑违约率的影响). 所以对于理性的贷款人 L_i 而言, $u_i(\varphi_i(t)) = a_i(t)(V_i(t) - r_i(t)) = a_i(t)(b_i(t) + \varpi(t)) - a_i(t)r_i(t)$, 此时结合 $0 < a_i(t) \leq D$, $P \leq b_i(t) \leq \bar{P}$ 不难得到 $u_i(b_i(t), a_i(t))$ 的最大值. 不妨假设 $\varphi_i^*(t) = (b_i^*(t), a_i^*(t))$ 是 $u_i(\varphi_i(t))$ 取最大值的点,这样就可以得到 $\lambda = 0$ 情形下贷款人 L_i 的最优竞标策略是 $\varphi_i^*(t) = (b_i^*(t), a_i^*(t))$. 所以,在任意 t 时刻,任意成功贷款人的最优策略为 $\varphi_i^*(t) = (b_i^*(t), a_i^*(t))$. 这也说明了, $\lambda = 0$ 情形下的所有贷款人无法推测其他贷款人的拍卖策略,所以贷款人的最佳响应策略是最大化 $u_i(\varphi_i(t))$, 这样可以从一定程度上规避贷款人之间的羊群效应. 最终得到定价为 $V_i^*(t) = \varphi_i^*(t)$.

情形6 当 $\lambda = 1$ 时,任意成功贷款人的最优策略是以 $\varphi_i(t) = (b_i(t), a_i(t)) = P$ 的竞标参与拍卖,但是这个竞标是借款人提供的,所以最优定价为 $V_i^*(t) = P$.

当 $\lambda = 1$ 时, $V_i(t) = \varphi_i(t) + \lambda(P(t) - \varphi_i(t)) = P(t)$, 说明此时的竞标策略取决于借款人的报价 $P(t)$, 与贷款人的竞标组合无关.

一方面, $u_i(\varphi_i(t)) = a_i(t)(V_i(t) - r_i(t)) = a_i(t)P(t) - a_i(t)r_i(t)$, 又因为 $0 < r_i(t) \leq P$, $P \leq P(t) \leq \bar{P}$, 所以 $u_i(\varphi_i(t)) = a_i(t)P(t) - a_i(t)r_i(t) \geq 0$, 此时贷款人也无法推测其他贷款人的拍卖策略,其最佳响应策略是最大化自己的配额,即耗尽自己的预算配额或提供自己的真实配额.

另一方面,设借款人的利润函数为 $v(t) = \sum_{i=1}^k a_i(t)(R - V(t)) = \sum_{i=1}^k a_i(t)(R - P(t))$, 此时为了最大化借款人的 $v(t)$, 借款人的最优策略是提供 P 的报价. 所以,当 $\lambda = 1$ 时,任意成功贷款人的最优拍卖策略是以 P 的报价参与拍卖,并且这个报价是借款人提供的,所以最优定价为 $V_i^*(t) = P$. 同样,这个结果是基于借款人得到的,而不是基于各贷款人的推测得到的,因此 $\lambda = 1$ 情形下的拍卖策略也可以规避贷款人之间的羊群效应.

情形7 当 $0 < \lambda < 1$ 时,任意成功贷款人的次优策略是以 $b_i(t) = \bar{P}$ 的报价参与拍卖,借款人的次优

策略是以 $\underline{P}$ 的报价参与拍卖, 并且获得最优定价为 $V_i^*(t) = \bar{P} + \lambda(\underline{P} - \bar{P})$.

当 $0 < \lambda < 1$ 时, 任意贷款人的竞标策略主要取决于借款人和贷款人报价组合 $\{P(t), \varphi_i\}$, 满足 $P(t) \in [\underline{P}, \bar{P}]$, $V_i(t) = \varphi_i(t) + \lambda(P(t) - \varphi_i(t))$.

因为 $u_i(\varphi_i(t)) = a_i(t)(1 - \lambda)(b_i(t) + \varpi(t)) + a_i(t)(\lambda P(t) - r_i(t))$, $0 < a_i(t) \leq D$, $\underline{P} \leq b_i(t) \leq \bar{P}$, 此时无法确定借款人报价, 不能根据约束条件得到 $u_i(b_i(t), a_i(t))$ 的最大值. 贷款人只能结合 $\varphi_i(t)$ 关于 $b_i(t)$ 的非减性质取 $b_i(t) = \bar{P}$ 以实现次优策略. 于是, 任意成功贷款人将以 $b_i(t) = \bar{P}$ 参与拍卖.

又因为 $v(t) = \sum_{i=1}^k a_i(t)(R - V(t)) = \sum_{i=1}^k a_i(t)(R - \lambda P(t) - (1 - \lambda)(b_i(t) + \varpi(t)))$, 此时无法确定贷款人竞标信息, 不能根据约束条件得到 $v(t)$ 的最大值. 因此, 借款人只能提供 $\underline{P}$ 的报价, 以实现次优策略. 最终定价为 $V_i^*(t) = \bar{P} + \lambda(\underline{P} - \bar{P})$.

情形 8 当 $\lambda > 1$ 时, 借款人和任意成功贷款人的次优策略是以 $b_i(t) = \underline{P}$ 的报价参与拍卖, 并且获得最终的定价为 $V_i^*(t) = \underline{P}$.

当 $\lambda > 1$ 时, 同样给出, 任意贷款人的竞标策略主要取决于借款人和贷款人报价组合 $\{P(t), \varphi_i\}$, 满足 $P(t) \in [\underline{P}, \bar{P}]$, $V_i(t) = \varphi_i(t) + \lambda(P(t) - \varphi_i(t))$.

因为 $u_i(\varphi_i(t)) = a_i(t)(1 - \lambda)(b_i(t) + \varpi(t)) + a_i(t)(\lambda P(t) - r_i(t))$, $0 < a_i(t) \leq D$, $\underline{P} \leq b_i(t) \leq \bar{P}$. 此时无法确定借款人报价信息, 因此不能根据约束条件得到 $u_i(b_i(t), a_i(t))$ 的最大值. 贷款人只能结合函数 $\varphi_i(t)$ 关于 $b_i(t)$ 的非减性质取 $b_i(t) = \underline{P}$ 时, 贷款人实现次优策略. 即任意成功贷款人的次优策略是以 $b_i(t) = \underline{P}$ 的报价参与拍卖.

另一方面, $v(t) = \sum_{i=1}^k a_i(t)(R - V(t)) = \sum_{i=1}^k a_i(t)(R - \lambda P(t) - (1 - \lambda)(b_i(t) + \varpi(t)))$, 此时无法确定贷款人竞标信息, 不能根据约束条件得到 $v(t)$ 的最大值. 因此, 借款人只能提供 $\underline{P}$ 的报价以实现次优策略. 最终定价为 $V_i^*(t) = \underline{P}$.

结合情形 5 至情形 8 的分析, 有如下结论.

结论 2 在完全密封的情形下, 任意成功贷款人能通过相应拍卖实现最优或次优策略. 其中, 当 $\lambda = 0$ 时, 任意成功贷款人能通过 $\varphi_i^*(t) = (b_i^*(t), a_i^*(t))$ 实现最优策略; 而当 $\lambda > 0$ 时, 任意成功贷款人只能通过 $b_i(t) = \bar{P}$ 的报价或者通过 $b_i(t) = \underline{P}$ 的报价参与拍卖, 实现次优策略, 说明 $\lambda > 0$ 情形下的拍卖机制使得贷款人的策略向下扭曲, 小于最优水平值.

结论 2 主要说明了完全密封竞标情形的拍卖策略在 $\lambda > 0$ 情形下被扭曲, 使得贷款人无法直接获得最大化的收益或利润, 同时也验证了这种拍卖机制可以从一定程度上制约贷款人的决策, 有利于降低借款人的成本. 进一步地, $\lambda = 0$ 或者 $\lambda > 0$ 情形下的拍卖机制能保证所有贷款人无法推测到其他贷款人的拍卖策略, 所以, 贷款人的最佳响应策略是最大化自己收益或者局部优化自己的收益, 而不是依靠其他贷款人的竞标信息. 因此, 这样的机制可以从一定程度上规避贷款人之间的羊群效应, 使得所有贷款人能尽量根据自己的实际情况做真实的决策.

4 算例分析与比较

下面通过数值算例说明所设计拍卖机制的执行过程. 由于篇幅有限, 仅仅考虑 D-DCA 机制的拍卖策略和支付情况: 假设借款人设定具体的竞拍时间为 $T = 6$ d, 并且在 $t_0 = 1$ d 内宣布一个借款合同 $\{500, V_i(t)\}$ 至指定 P2P 网络借贷平台, 其中 $V_i(t) = b_i(t) + 0.5(P(t) - b_i(t))$, 定价函数满足“小中取大、大中取小”的约束条件. 进一步设定, 借款人的借款需求为 $D = 500$ 元, 借款人提供的密封报价保持不变, 即 $P(1) = P(2) = \dots = P(T) = 0.1$, 并且满足 $P(t) \in [0.05, 0.15]$. 随后, 借款人邀请具有闲置

资金的所有贷款人进入指定 P2P 平台参加这个 D-DCA 拍卖; 并且在任意时间段内的 n 个贷款人提供各自的配额 $a_i(t)$ 和报价 $b_i(t)$. 进一步地, 在整个拍卖结束时获得所有成功参与的贷款人数为 6 人, 分别为 $L_1, L_2, \dots, L_6$, 对应的拍卖策略如表 1 所示, L_6 为最后一个成功的贷款人, 并且不考虑借款人违约情况. 按照式(1)可以计算出所有中标贷款人的定价函数, 具体如表 2 所示.

表 1 所有成功贷款人的投标组合
Table 1 All successful lenders' bid combinations

t	$P(t)$	D	$a_1(t), b_1(t)$	$a_2(t), b_2(t)$	$a_3(t), b_3(t)$	$a_4(t), b_4(t)$	$a_5(t), b_5(t)$	$a_6(t), b_6(t)$
			L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6
1	0.1	500	(10,0.08)	(12,0.12)	(8,0.08)	(10,0.11)	(15,0.14)	(15,0.15)
2	0.1	430	(12,0.09)	(15,0.13)	(10,0.05)	(18,0.15)	(15,0.08)	(10,0.08)
3	0.1	350	(8,0.08)	(12,0.12)	(10,0.10)	(20,0.15)	(10,0.10)	(20,0.15)
4	0.1	270	(20,0.15)	(20,0.10)	(15,0.09)	(15,0.09)	(20,0.10)	(20,0.15)
5	0.1	160	(15,0.08)	(10,0.05)	(10,0.05)	(20,0.15)	(20,0.15)	(15,0.80)
6	0.1	70	(12,0.09)	(10,0.11)	(10,0.15)	(15,0.15)	(15,0.15)	(8,0.15)

表 2 $\lambda = 0.5$ 情形下的定价函数
Table 2 The pricing function in the case of $\lambda = 0.5$

t	$P(t)$	D	$V_1(t)$	$V_2(t)$	$V_3(t)$	$V_4(t)$	$V_5(t)$	$V_6(t)$
			L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6
1	0.1	500	0.090	0.105	0.090	0.105	0.105	0.105
2	0.1	430	0.095	0.115	0.095	0.115	0.095	0.095
3	0.1	350	0.100	0.110	0.100	0.110	0.100	0.110
4	0.1	270	0.125	0.100	0.100	0.100	0.100	0.125
5	0.1	160	0.090	0.090	0.090	0.125	0.125	0.090
6	0.1	70	0.095	0.105	0.105	0.105	0.105	0.105

对比不同机制的结果得到, 算例中的 D-DCA 机制的拍卖策略($\lambda = 0.5$)优于 Prosper 的拍卖机制($\lambda = 1$), 弱于拍拍贷的撮合机制($\lambda = 0$), 因为 D-DCA 机制的支付水平介于拍拍贷的撮合机制和 Prosper 的拍卖机制之间($Y(P(t), a_i(t)) \leq Y(V_i(t), a_i(t)) \leq Y(b_i(t), a_i(t))$), 其中拍拍贷的撮合机制相当于 $\lambda = 0$ 情形下的 D-DCA 机制, Prosper 的拍卖机制相当于 $\lambda = 1$ 情形下的 D-DCA 机制, 这也说明了 D-DCA 机制的支付水平是随着 λ 的变化而变化的(站在借款人的角度去比较不同情形之间差异性).

特别地, 当 $0 \leq \lambda \leq 1$ 时, D-DCA 机制的支付水平是随着 λ 的增大而增大的. 为了进一步研究 D-DCA 机制的支付水平在 $\lambda > 1$ 情形下的变化情况, 假设定价函数 $V_i(t) = b_i(t) + 2(P(t) - b_i(t))$, 并满足“小中取大、大中取小”的约束条件. 同样按照公式(1)得到所有贷款人的定价函数, 具体如表 3 所示.

表 3 $\lambda = 2$ 情形下的定价函数
Table 3 The pricing function in the case of $\lambda = 2$

t	$P(t)$	D	$V_1(t)$	$V_2(t)$	$V_3(t)$	$V_4(t)$	$V_5(t)$	$V_6(t)$
			L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6
1	0.1	500	0.12	0.09	0.12	0.09	0.09	0.09
2	0.1	430	0.11	0.115	0.11	0.115	0.11	0.11
3	0.1	350	0.10	0.08	0.10	0.08	0.10	0.08
4	0.1	270	0.05	0.10	0.10	0.10	0.10	0.05
5	0.1	160	0.12	0.12	0.12	0.05	0.05	0.12
6	0.1	70	0.11	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09

结合表 1 和表 2 得到, 借款人给贷款人 L_1 的总支付

$$Y_1(V_1(t), a_1(t)) = \sum_{t=1}^6 V_1(t) a_1(t) = 0.9 + 1.14 + 0.8 + 2.5 + 1.35 + 1.14 = 7.83,$$

给贷款人 L_2 的总支付 $Y_2(V_2(t), a_2(t)) = 8.255$, 给贷款人 L_3 的总支付 $Y_3(V_3(t), a_3(t)) = 6.12$, 给贷款人 L_4 的总支付 $Y_4(V_4(t), a_4(t)) = 10.895$, 给 L_5 的总支付 $Y_5(V_5(t), a_5(t)) = 10.075$, 给贷款人 L_6 的总支付 $Y_6(V_6(t), a_6(t)) = 9.415$. 进一步将所有贷款人的支付加总就可以得到借款需要支付的所有费用. 当然, 这里的支付费用不包括贷款人的本金, 所以借款需要支付的所有费用等价于借款总共需要支付的利息. 于是得到 $Y(V_i(t), a_i(t)) = 52.59$. 此时, 如果按照拍拍贷的撮合机制, 即按照借款人的统一报价 $P(1) = P(2) = \dots = P(T) = 0.1$, 同样可以给出借款需要支付的所有利息为 $Y(P(t), a_i(t)) = DP(t) = 50$. 如果按照 Prosper 的拍卖机制, 即按照贷款人各自的报价参与拍卖, 同样可以给出借款需要支付的所有利息为 $Y(b_i(t), a_i(t)) = \sum_{i=1}^6 \sum_{t=1}^6 b_i(t) a_i(t) = 57.56$.

结合表 1 和表 3 得到, 借款人给贷款人 L_1 的总支付

$$\hat{Y}_1(V_1(t), a_1(t)) = \sum_{t=1}^6 V_1(t) a_1(t) = 1.2 + 1.32 + 0.8 + 1 + 1.8 + 1.32 = 7.44,$$

给贷款人 L_2 的总支付 $\hat{Y}_2(V_2(t), a_2(t)) = 7.865$, 给贷款人 L_3 的总支付 $\hat{Y}_3(V_3(t), a_3(t)) = 6.66$, 给贷款人 L_4 的总支付 $\hat{Y}_4(V_4(t), a_4(t)) = 8.42$, 给 L_5 的总支付 $\hat{Y}_5(V_5(t), a_5(t)) = 8.35$, 给贷款人 L_6 的总支付 $\hat{Y}_6(V_6(t), a_6(t)) = 7.57$. 进一步将所有贷款人的支付加总就可以得到借款需要支付的所有费用. 于是得到 $\hat{Y}(V_i(t), a_i(t)) = 46.305$. 这说明, 算例中的 D-DCA 机制的拍卖策略($\lambda = 2$) 优于拍拍贷的撮合机制($\lambda = 0$) 和 Prosper 的拍卖机制($\lambda = 1$), 因为此时的支付水平明显小于拍拍贷撮合机制和 Prosper 拍卖机制的支付水平($\hat{Y}(V_i(t), a_i(t)) \leq Y(V_i(t), a_i(t)) \leq Y(P(t), a_i(t)) \leq Y(b_i(t), a_i(t))$). 所以, 当 $\lambda > 1$ 时, D-DCA 机制的支付水平是随着 λ 的增大而减小的.

5 结束语

目前中国很多 P2P 网络借贷平台只考虑借款人的报价, 使得这类拍卖机制无法获知贷款人行为信息, 并且在实际运行中容易失灵或增加借款人的支付成本. 因此设计了一种双边密封竞价的动态封闭式拍卖(简称双边密封拍卖), 并提供了两种不同情形下的模型. 其中, 第一种模型(基准模型)是基于不完全密封约束下得到的, 即借款人和贷款人的报价是密封的信息, 而贷款配额是所有贷款人共同知道的信息. 第二种模型(拓展模型)是基于完全密封约束下得到的, 即借款人和贷款人的报价、配额都是密封的信息. 通过算例分析也表明, 双边密封拍卖机制的支付水平随着激励系数(或惩罚系数)的变化而变化. 特别地, 在激励系数(或惩罚系数)不断增大的过程中, 贷款人的拍卖策略会不断向下扭曲, 使得贷款人无法实现收益最大化. 因此, 双边密封拍卖可以从一定程度上制约贷款人的决策, 有利于降低借款人的支付成本.

最后指出, 相关理论设计与分析是在有效监管背景下进行的, 没有充分考虑贷款人的逆向选择、道德风险等问题, 在实际应用中可能存在一定的局限性, 后续将进一步放宽假设. 同时考虑到这类拍卖机制在实际中尚未得到应用, 无法收集相关数据进行实证分析, 后续将进行实验, 分析贷款人和借款人的投标策略、借款紧迫性等变量对该拍卖机制的影响.

参考文献:

- [1] Duenyas I, Hu B, Beil D R. Simple auctions for supply contracts. *Management Science*, 2013, 59(10): 2332–2342.
- [2] Li W, Larson M, Hu C, et al. Secure multi-unit sealed first-price auction mechanisms. *Security and Communication Networks*, 2016, 9(16): 3833–3843.
- [3] Papakonstantinou A, Bogetoft P. Multi-dimensional procurement auction under uncertain and asymmetric information. *European Journal of Operational Research*, 2017, 258(3): 1171–1180.
- [4] Huang M, Qian X, Fang S C, et al. Winner determination for risk aversion buyers in multi-attribute reverse auction. *Omega: International Journal of Management Science*, 2018, 80: 1–15.

- tional Journal of Management Science, 2016, 59(2): 184–200.
- [5] Liu D, Daniel J B, Lu Y, et al. Friendships in online P2P lending: Pipes, prisms, and relational herding. MIS Quarterly, 2015, 39(3): 729–742.
- [6] Guo Y H, Zhou W J, Luo C Y, et al. Instance-based credit risk assessment for investment decisions in P2P lending. European Journal of Operational Research, 2016, 24(9): 417–426.
- [7] Malekipirbazari M, Aksakalli V. Risk assessment in social lending via random forests. Expert Systems with Applications, 2015, 42(10): 4621–4631.
- [8] Lin X, Li X, Zheng Z. Evaluating borrower's default risk in peer-to-peer lending: Evidence from a lending platform in China. Applied Economics, 2017, 49(35): 3538–3545.
- [9] 万校基, 邓贵仕. P2P 网络借贷平台的竞争策略分析. 系统工程学报, 2015, 30(5): 650–658.
Wan X J, Deng G S. Analysis on competitive strategy of peer-to-peer online lending platforms. Journal of Systems Engineering, 2015, 30(5): 650–658. (in Chinese)
- [10] 廖理, 李梦然, 王正位. 聪明的投资者: 非完全市场化利率与风险识别—来自 P2P 网络借贷的证据. 经济研究, 2014(7): 125–137.
Liao L, Li M R, Wang Z W. The intelligent investor: Not-fully-marketized interest rate and risk identify: Evidence from P2P lending. Economic Research Journal, 2014(7): 125–137. (in Chinese)
- [11] 曾建光. 网络安全风险感知与互联网金融的资产定价. 经济研究, 2015(7): 131–145.
Zeng J G. Network security risk perception and asset pricing of internet finance. Economic Research Journal, 2015(7): 131–145. (in Chinese)
- [12] 周正龙, 马本江, 胡凤英. 中国 P2P 网络借贷平台的动态逆向拍卖机制. 系统工程理论与实践, 2017, 37(2): 409–417.
Zhou Z L, Ma B J, Hu F Y. Dynamic reverse auction mechanism on online P2P lending of China. Systems Engineering: Theory & Practice, 2017, 37(2): 409–417. (in Chinese)
- [13] 李治文, 仲伟俊, 熊强. B2B 平台间接网络外部性维度及竞争策略分析. 系统工程学报, 2014, 29(4): 550–559.
Li Z W, Zhong W J, Xiong Q. Analysis on the dimension of indirect network effect on B2B platform and platform competition strategy. Journal of Systems Engineering, 2014, 29(4): 550–559. (in Chinese)
- [14] Chen N, Ghosh A, Lambert N S. Auctions for social lending: A theoretical analysis. Games and Economic Behavior, 2014(86): 367–391.
- [15] Hornuf L, Neuenkirch M. Pricing shares in equity crowdfunding. Small Business Economics, 2017, 48(4): 795–811.
- [16] Lee E, Lee B. Herding behavior in online P2P lending: An empirical investigation. Electronic Commerce Research and Applications, 2012, 11(5): 495–503.
- [17] 冉茂盛, 黄俊, 蒋卫艳. 考虑定额佣金的一口价拍卖模型. 系统工程学报, 2016, 31(6): 750–760.
Ran M S, Huang J, Jiang W Y. Auctions with buyout price and fixed commission. Journal of Systems Engineering, 2016, 31(6): 750–760. (in Chinese)
- [18] Myerson R B. Optimal auction design. Mathematics of Operations Research, 1981, 6(1): 58–73.
- [19] Krishna V. Auction Theory. Academic Press, 2009.
- [20] 管俊. 动态VCG型动态拍卖机制研究. 大连: 大连理工大学, 2011: 25–27.
Guan J. Research on Dynamic Vickrey Reverse Auction Mechanism. Dalian: Dalian University of Technology, 2011: 25–27. (in Chinese)

作者简介:

周正龙(1989—), 男, 贵州毕节人, 博士生, 研究方向: 金融工程, Email: zzlong520221@163.com;

马本江(1972—), 男, 内蒙古通辽人, 教授, 博士生导师, 方向研究: 机制设计与保险契约, Email: mabenjiang@csu.edu.cn;

胡凤英(1989—), 女, 湖北黄冈人, 博士生, 研究方向: 供应链管理决策, Email: hfy_whut@163.com.

附录 1(命题 1 证明)

证明 从收益的角度来看, 在给定一个借款合同 $\{D, V(t)\}$ 的情境下, 满足借款人的借款需求 D 保持不变, 而贷款人 L_i 根据 $V(t) = b_i(t) + \lambda\lambda(P(t) - b_i(t))$ 提供真实的报价 $b_i^*(t)$ 和供给配额 $a_i(t)$. 所以在拍卖截止时间 $t = s$, $s = 2, 3, \dots, T$ 处, 所有成功的贷款人的配额与借款人的需求刚好匹配, 达到均衡状态, 满足 $\sum_{t=1}^{s-1} \hat{A}(t) + \sum_{i=1}^k a_i(s) = D$ 成

立(L_k 是最后一个成功的中标人). 这时由式(1)可以得到均衡状态的价格为

$$V_i^*(s) = \begin{cases} \max_i \{b_i^*(s)\} + \lambda \left(P(s) - \max_i \{b_i^*(s)\} \right), & 1 \leq i \leq j \\ \min_i \{b_i^*(s)\} + \lambda \left(P(s) - \min_i \{b_i^*(s)\} \right), & j+1 \leq i \leq k, \end{cases}$$

并且贷款人 L_i 的成交配额可以表示为

$$C_i^{(s)} = \begin{cases} 0, & i > k \\ D - \sum_{t=1}^{s-1} \sum_{i=1}^k a_i(t) - \sum_{i=1}^{k-1} a_i(s), & i \leq k. \end{cases}$$

进一步地, 按照上面模型的支付规则, 贷款人 L_i 在真实报价下得到的总收益为

$$\begin{aligned} Y_i(V_i^*(s), a_i(s)) &= \sum_{t=1}^s \left(V_i^*(t) C_i^{(t)} \right) = \sum_{t=1}^s \left(V_i^*(t) \left(D - \sum_{i=1}^{s-1} \sum_{i=1}^k a_i(t) - \sum_{i=1}^{k-1} a_i(s) \right) \right) \\ &= \sum_{t=1}^s \left(V_i^*(t) D \right) - \sum_{t=1}^s \left(V_i^*(t) \sum_{i=1}^{s-1} \sum_{i=1}^k a_i(t) \right) - \sum_{t=1}^s \left(V_i^*(t) \sum_{i=1}^{k-1} a_i(s) \right). \end{aligned}$$

于是, 给予贷款人 L_i 真实投标下的转移支付为

$$\sum_{t=1}^s \left(V_i^*(t) \sum_{i=1}^{k-1} a_i(s) \right) = \sum_{t=1}^s \left((V_i^*(t) D) - \sum_{t=1}^s \left(V_i^*(t) \sum_{i=1}^{s-1} \sum_{i=1}^k a_i(t) \right) - Y_i(V_i^*(s), a_i(s)) \right).$$

由此得到, D-DCA 机制给贷款人 L_i 的转移支付(或信息租金)等于VCG机制中的转移支付, 即给予了每个参与贷款人所产生的社会外部性价值^[20]. 因此 D-DCA 机制可以通过转移支付实施一个VCG结果, 满足激励相容性, 证毕.

附录 2(命题 2 证明)

证明 从贷款人的报价角度考虑. 只要满足提供贷款是有利可图的, 就可以根据 D-DCA 机制的执行过程得到, 当贷款人 L_i 单方面增加报价 $b_i(s)$ 时, 当前的报价序列就会演变为 $B(s) = (b_1(s), b_2(s), \dots, b_k(s))$ 中最后一个成功的贷款人, 这里将 L_k 定义为 $B(s)$ 中最后一个成功的贷款人. 这说明在重复增加报价后没有贷款人可以获得更多的收益, 这时贷款人 L_k 在所有成功贷款人中的报价不可能高于 $b_k(s)$, 否则他的配额将为 0. 所以贷款人 L_k 只会按照自己的真实报价开始执行, 并且所有成功的贷款人均能提供贷款.

进一步地, 贷款人 L_k 是最后一个增加报价的贷款人. 因此, 贷款人 L_k 不可能通过降低报价获得更多的收益, 这时的真实报价序列 $\hat{B}(s) = \{b_1^*(s), b_2^*(s), \dots, b_k^*(s)\}$ 就构成一个纳什均衡解. 从贷款人的配额角度考虑. 任意贷款人 L_i 的收益函数 $Y_i(V_i(t), x_i(t))$ 是关于贷款人配额 $x_i(t)$ 和拍卖定价 $V_i(t)$ 的函数. 这时定义中标贷款人的预算配额集合为 $X(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_k(t)\}$, 以及贷款人 L_i 在时间 $s = 2, 3, \dots, T$ 内竞拍的预算配额为 $x_i(s)$, 满足 $x_i(s) \in X(s)$.

同理, 定义真实配额集合为 $A(t) = \{a_1(t), a_2(t), \dots, a_k(t)\}$, 以及贷款人 L_i 在时间 $s = 2, 3, \dots, T$ 内竞拍的实际配额为 $a_i(s)$, 满足 $a_i(s) \in A(s)$. 由于在 D-DCA 机制中贷款人的预算配额是他们在竞拍前的配额规划, 所以在拍卖过程中贷款人的预算配额是随机提供的, 那么预算配额集合 $X(s)$ 中一定包含真实配额集合 $A(s)$, 满足 $X(s) = A(s) = \{a_1(s), a_2(s), \dots, a_k(s)\}$. 这时, 如果进一步考虑借款人的违约率, 那么对于理性经济的贷款人 L_i 而言, 会通过P2P平台实现预期收益函数 $E[Y_i(V_i(s), x_i(s))]$ 的最大化. 这时, D-DCA 机制的分配问题为

$$\begin{aligned} & \text{Max}_{x_i(s)} \sum_{i=1}^k Y_i(V_i(s), x_i(s)) \Pr[r_i(s) \leq \gamma(V_i(s))], \\ & \text{s.t.} \begin{cases} \sum_{t=1}^s \hat{A}(t) \geq D \\ V_i(s) = \max_i \{b_i(s)\} + \lambda \left(P(s) - \max_i \{b_i(s)\} \right), & 1 \leq i \leq j \\ V_i(s) = \min_i \{b_i(s)\} + \lambda \left(P(s) - \min_i \{b_i(s)\} \right), & j+1 \leq i \leq k. \end{cases} \end{aligned}$$

此时如果贷款人 L_i 以预算配额 $x_i(s)$ 参与竞拍, 可解得

$$x_i^*(s) = \arg \max_{E[x_i(s)] \geq D} \sum_{i=1}^k Y_i(V_i(s), x_i(s)) \Pr[r_i(s) \leq \gamma(V_i(s))],$$

如果贷款人 L_i 以真实预算 $a_i(s)$ 参与竞拍, 可解得

$$a_i^*(s) = \arg \max_{E[a_i(s)] \geq D} \sum_{i=1}^k Y_i(V_i(s), a_i(s)) \Pr[r_i(s) \leq \gamma(V_i(s))].$$

将上述两个式子分别代入目标函数, 再相减得到

$$\begin{aligned} \Delta E[Y_i(V_i(s), x_i(s))] &= \left(V_i(s) \sum_{i=1}^{k-1} a_i^*(s) \Pr(r_i(s) \leq \gamma(V_i(s))) \right) - \left(V_i(s) \sum_{i=1}^{k-1} x_i^*(s) \Pr(r_i(s) \leq \gamma(V_i(s))) \right) \\ &= \Pr(r_i(s) \leq \gamma(V_i(s))) \left((1 - \lambda) \max_i \{b_i(s)\} + \lambda P(s) \right) \left(\sum_{i=1}^j a_i^*(s) - \sum_{i=1}^j x_i^*(s) \right) + \\ &\quad \Pr(r_i(s) \leq \gamma(V_i(s))) \left((1 - \lambda) \min_i \{b_i(s)\} + \lambda P(s) \right) \left(\sum_{i=j+1}^{k-1} a_i^*(s) - \sum_{i=j+1}^{k-1} x_i^*(s) \right). \end{aligned}$$

由前面的假设可知, 上式为一个凸优化问题, 因此存在唯一的最优解, 即 $a_i^*(s)$ 是该最优化问题唯一的最优解. 所以得到 $\Delta E[Y_i(V_i(s), x_i(s))] > 0, \forall x_i(s) \neq a_i(s), x_i(s) \in X(s)$. 类似可证对于所有贷款人对上述结论都成立, 此时说明所有贷款人均有占优策略, 因此该机制满足占优策略特性, 说明对于任意的贷款人 L_i , 满足 $E[Y_i(V_i(s), a_i^*(s))] \geq E[Y_i(V_i(s), x_i^*(s))]$, 那么根据纳什均衡的定义得到 $a_i^*(s)$ 是该博弈的纳什均衡, 最终得到 $\hat{A}(s) = \{a_1^*(s), a_2^*(s), \dots, a_k^*(s)\}$ 是整个机制运行的纳什均衡解, 并且该纳什均衡解是个纯的纳什均衡解, 用反证法易验证其唯一性. 证毕.

附录 3(命题 3 证明)

证明 在给定一个借款合同 $\{D, V_i(t)\}$ 的情境下, 满足借款人的借款需求 D 保持不变, 而贷款人 L_i 根据 $V_i(t) = \varphi_i(t) + \lambda(P(t) - \varphi_i(t))$ 提供相应的竞标 $\varphi_i(t) = (b_i(t), a_i(t))$. 这里不妨假设任意贷款 L_i 报告的竞标为 $\hat{\varphi}_i(t) = (\hat{b}_i(t), \hat{a}_i(t))$, 并且满足 $\hat{a}_i(t) \leq a_i(t)$, 那么当所有贷款人真实地报告自己的竞标时, 拓展模型的拍卖机制是激励相容的. 因为, 贷款人 L_i 的纯策略是 $(\hat{b}_i(t), \hat{a}_i(t)) = (b_i(t), a_i(t))$, 并且贷款人 L_i 真实地报告竞标时的期望收益满足

$$E_{(b_i(t), a_i(t))} [u_i(\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_k(t))] \geq E_{(\hat{b}_i(t), \hat{a}_i(t))} [u_i(\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_{i-1}(t), \hat{\varphi}_i(t), \varphi_{i+1}(t), \dots, \varphi_k(t))].$$

所以, 当 $(\hat{b}_i(t), \hat{a}_i(t)) = (b_i(t), a_i(t))$ 时, 满足

$$E_{(b_i(t), a_i(t))} [u_i(\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_k(t))] = E_{(\hat{b}_i(t), \hat{a}_i(t))} [u_i(\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_{i-1}(t), \hat{\varphi}_i(t), \varphi_{i+1}(t), \dots, \varphi_k(t))],$$

其中 $u_i(\varphi_i(t)) = a_i(t) [V_i(t) - r_i(t)]$, $\varphi_k(t) = (b_k(t), a_k(t))$.

此时, $(\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_k(t))$ 构成一个均衡, 可以得到拓展模型的拍卖机制是激励相容的. 从收益的角度来看, 在拍卖截止时间 $t = s$ ($s = 2, 3, \dots, T$) 处, 所有成功贷款人的配额与借款人的需求刚好匹配, 满足 $\sum_{t=1}^{s-1} \hat{A}(t) + \sum_{i=1}^k a_i(s) = D$ 成立 (L_k 是最后一个成功的中标人). 这时, 由式(2)可以得到均衡状态时的价格为

$$V_i^*(s) = \begin{cases} \max_i \{\varphi_i^*(s)\} + \lambda \left(P(s) - \max_i \{\varphi_i^*(s)\} \right), & 1 \leq i \leq j \\ \min_i \{\varphi_i^*(s)\} + \lambda \left(P(s) - \min_i \{\varphi_i^*(s)\} \right), & j+1 \leq i \leq k. \end{cases}$$