

主动再制造设计下制造/再制造博弈模型研究

夏西强¹, 朱庆华²

(1. 郑州大学商学院, 河南 郑州 450001;

2. 上海交通大学安泰经济与管理学院, 上海 200030);

摘要: 为了分析主动再制造设计对原始制造商与再制造商竞争机理的影响, 建立了原始制造商与再制造商博弈模型. 模型考虑并对比分析了由原始制造商承担再制造设计费用和由再制造商承担再制造设计费用两种情况下, 主动再制造设计对废旧产品边界回收率、两种产品的单位零售价格、销售量及销售利润的影响. 研究表明: 在再制造产品不进入市场时, 由原始制造商主动再制造设计能降低单位新产品的零售价格、增加新产品的销售量及销售利润; 主动再制造设计为两种产品带来的单位收益之比在某一区间时, 无论由原始制造商或由再制造商承担再制造设计费用, 原始制造商都会选择进行再制造设计.

关键词: 原始制造商; 再制造商; 再制造设计; 博弈模型

中图分类号: TP273

文献标识码: A

文章编号: 1000-5781(2018)03-0328-13

doi: 10.13383/j.cnki.jse.2018.03.005

Study on game model of manufacture / remanufacture based on designing for remanufacturing

Xia Xiqiang¹, Zhu Qinghua²

(1. School of Business, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China;

2. Antai College of Economics & Management, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

Abstract: This paper establishes a game model between an original equipment manufacturer (OEM) and a remanufacturer in order to analyze the effect of designing for remanufacturing on the competition between the OEM and remanufacturer. Based on this model, two conditions are taken into account: One is that the OEM charges the fee for designing for remanufacturing, the other is that the remanufacturer charges the fee for designing for remanufacturing. Then the effect of designing for remanufacturing on the border recovery rate of waste products is analyzed. The unit retail price of the new/remanufactured products, the sales and the sales profits are analyzed and compared under the two conditions. The results are: the unit retail price could be lowered, and the sales and the sales profits could be increased for the new products through designing for remanufacturing if the remanufactured products does not enter the market; the OEM will be willing to choose designing for remanufacturing, regardless of whether the OEM or the remanufacturer collects the fee for designing for remanufacturing, when the ratio between the unit benefits of the two products from designing for remanufacturing falls within certain intervals.

Key words: OEM; remanufacturer; design for remanufacturing; game model

收稿日期: 2015-05-12; 修订日期: 2016-02-09.

基金项目: 国家杰出青年科学基金资助项目(71025002); 国家重点基础研究发展计划资助项目(2011CB013406); 国家自然科学基金资助项目(71472021; 71702174); 国家社会科学基金重大资助项目(13&ZD147).

1 引言

进入 21 世纪, 环境恶化、资源短缺等问题越来越突出. 再制造作为资源节约和环境保护的有效手段, 逐渐受到企业的重视和应用. 通过再制造实践, 企业认识到如果在产品设计阶段考虑主动再制造设计^[1], 则可以显著提高再制造效益^[2]. Steinhilper 等^[3]认为在产品设计阶段就考虑产品的再制造性, 能够显著提高产品在寿命末端的再制造能力, 设计阶段可以决定产品的 2/3 的再制造性. Magrab 等^[4]认为再制造设计有利于原始制造商进行产品检测、清洗、组装和维修. Wang 等^[5]把再制造分为三个阶段: 回收-生产-销售, 在生产阶段面临的主要问题之一是原始制造商与再制造商如何承担再制造设计费用, 以使原始制造商选择再制造设计, 也即如果进行再制造设计, 再制造设计费用应由原始制造商承担还是再制造商承担? 同时, 再制造设计带给原始制造商的收益大还是再制造商的收益大? 基于上述问题, 本文建立了再制造设计下原始制造商与再制造商博弈模型, 对比分析了由原始制造商承担再制造设计费用和由再制造商承担再制造设计费用两种情况下, 单位再制造节约成本和单位再制造设计努力程度给两种产品带来的单位收益对再制造产品边界回收率、单位零售价格、销售量及销售利润的影响.

目前, 国内外关于再制造设计对原始制造商与再制造商市场竞争关系的研究主要有 Gray 等^[6]以打印机为例研究得到再制造设计不仅可以提高废旧产品的拆解效率, 还可以增加再制造商和原始制造商的边际效益, 但是原始制造商为了减弱再制造产品带来的市场竞争, 在产品设计初期, 对墨盒使用焊接技术, 以增加其再制造生产成本. Orsdemir 等^[7]建立了原始制造商与再制造商博弈模型, 基于此模型, 考虑了原始制造商如何通过产品质量设计来影响双方的市场竞争, 不仅得到了新产品与再制造产品在市场竞争中存在的条件, 还分析了质量高低对环境、消费者剩余和社会剩余的影响. Wu^[8]基于原始制造商再制造设计策略(易于再制造设计与不易于再制造设计)建立了原始制造商与再制造商博弈模型, 研究得到了再制造设计是原始制造商协调与再制造商竞争的有效策略. 进一步, Wu^[9]基于原始制造商再制造设计(易于再制造设计与不易于再制造设计)与再制造商价格策略(高价策略与低价策略)建立了博弈模型, 分析了不同策略对新产品与再制造产品市场竞争的影响.

综上, 可以看出再制造设计对再制造商与原始制造商市场竞争关系影响的研究已经取得了很大的成就, 但是再制造设计费用由谁支付或者如何分担, 是促进再制造设计的根本问题, 还未见文献发表. 基于此, 本文建立了原始制造商与再制造商博弈模型, 解决如下问题: 一是原始制造商与再制造商愿意承担再制造设计费用的边界是什么? 二是再制造设计收益对原始制造商与再制造商市场竞争(主要表现在单位销售价格、销售量及销售利润)的影响如何? 通过解决上述两个问题, 以期对原始制造商和再制造商如何合作促进再制造设计提供决策依据.

2 原始制造商与再制造博弈模型

本文基于再制造设计, 建立了一个原始制造商与一个再制造商的博弈模型. 原始制造商只生产新产品, 决策变量是新产品的单位零售价格; 再制造商只生产再制造产品, 决策变量是再制造产品的单位零售价格. 原始制造商与再制造商追求的都是各自利润最大化, 具体见图 1. 此博弈模型考虑了由原始制造商承担再制造设计费用和由再制造商承担再制造设计费用两种情况, 对比分析了再制造设计努力程度对两种产品单位零售价格、销售量及销售利润的影响.

c 表示生产单位新产品的成本; λ 表示废旧产品的回收率; p_n 表示单位新产品的零售价格; p_r 表示单位再制造产品的零售价格; π_{OEM} 表示原始制造商的销售利润; π_r 表示再制造商的销售利润; k 表示再制造

¹主动再制造设计(下面简称“再制造设计”)的概念: 指产品设计阶段对产品的再制造性进行考虑, 并提出再制造性的指标和要求, 使得产品在寿命末端具有良好的再制造性^[1].

设计努力程度系数; q_n 表示新产品的需求量, 是原始制造商决策变量; q_r 表示再制造产品的需求量, 是再制造商决策变量; s 表示与新产品相比, 生产单位再制造产品, 所节省的成本; δ_n 表示单位再制造设计努力程度给单位新产品带来的收益, 则 $\delta_n > 0$; δ_r 表示单位再制造设计努力程度给单位再制造产品带来的收益, 则 $\delta_r > 0$; δ 表示在消费者心目中, 单位再制造产品的价格与单位新产品的价格比值, 则 $0 \leq \delta \leq 1$; τ 表示再制造不进入市场时, 再制造设计努力程度, 是原始制造商的决策变量; τ_r 表示再制造商承担再制造设计费用时, 再制造设计努力程度, 是再制造商的决策变量; τ_{OEM} 表示原始制造商承担再制造设计费用时, 再制造设计努力程度, 是原始制造商的决策变量; λ_r 表示再制造商承担再制造设计费用时, 废旧产品的回收率边界值, 随两种产品需求变化而变化; λ_{OEM} 表示原始制造商承担再制造设计费用时, 废旧产品的回收率边界值, 随两种产品需求变化而变化.

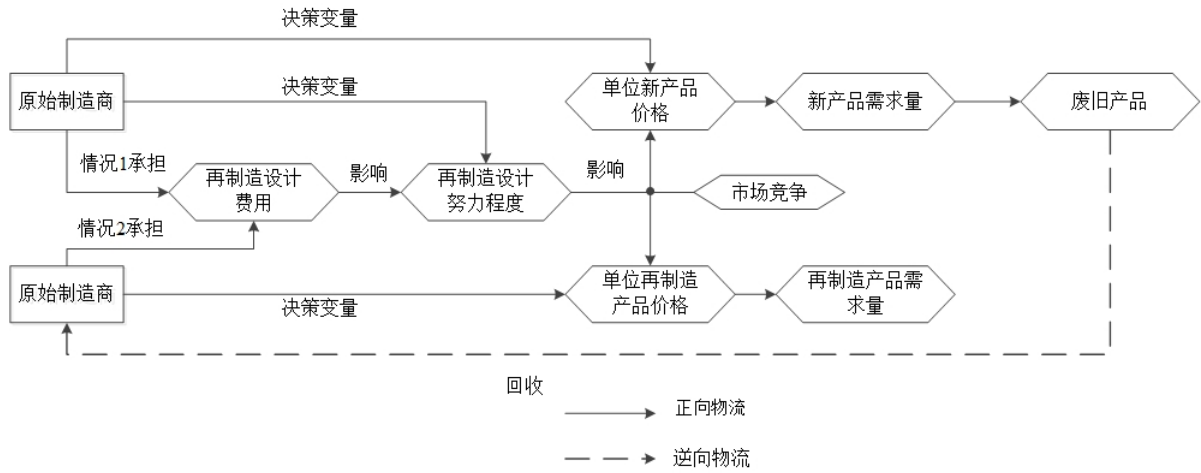


图1 再制造设计下原始制造商与再制造商博弈示意图

Fig. 1 Game schematic between OEM and remanufacturer based on design for remanufacturing

借鉴文献[10,11], 再制造产品不进入市场、再制造产品进入市场且原始制造商承担再制造设计费用、再制造产品进入市场且再制造商承担再制造设计费用, 再制造设计费用分别为 $k\tau^2$, $k\tau_r^2$ 和 $k\tau_{OEM}^2$.

借鉴文献[12,13] 假设单位产品的零售价格与需求量满足如下关系 $p_n = 1 - q_n - \delta q_r$, $p_r = \delta(1 - q_n - q_r)$. 由此可得 $q_n = \frac{1 - \delta - p_n + p_r}{1 - \delta}$, $q_r = \frac{\delta p_n - p_r}{\delta(1 - \delta)}$.

2.1 再制造产品不进入市场

再制造不进入市场时, 市场上只存在新产品. 不考虑再制造设计成本, 原始制造商销售单位新产品获得的利润等于单位零售价格减去单位新产品的生产成本再加上因再制造设计获得收益, 也即 $p_n - c + \tau\delta$. 由此可得销售产品数量为 q_n 时获得的利润为 $(p_n - c + \tau\delta)q_n$. 最终利润减去再制造设计的费用, 也即 $(p_n - c + \tau\delta)q_n - k\tau^2$. 由此, 可得原始制造商的模型如下.

$$\text{Max } \pi_{OEM} = (p_n - c + \tau\delta)q_n - k\tau^2. \quad (1)$$

容易证明, 式(1)中的 π_{OEM} 是关于 p_n, τ 的凹函数. 因此, 根据式(1)可得最优解

$$\tau^* = \frac{(1-c)\delta_n}{4k - \delta_n^2}, \quad q_n^* = \frac{2k(1-c)}{4k - \delta_n^2}, \quad p_n^* = \frac{2k(1+c) - \delta_n^2}{4k - \delta_n^2}, \quad \pi_n^* = \frac{(1-c)^2}{4} + \frac{\delta_n^2(1-c)^2}{4(4k - \delta_n^2)}.$$

借鉴文献[10], 为了使下面的讨论有意义(需求量为非负), 首先给出下面的假设1和假设2.

假设1 再制造产品不进入市场, 原始制造商承担再制造设计费用时 $4k - \delta_n^2 > 0$.

假设2 再制造产品进入市场, 原始制造商承担再制造设计费用时 $k(4 - \delta)^2 > (2\delta_n - \delta_r)^2$; 再制造产品进入市场, 再制造商承担再制造设计费用时 $k\delta(4 - \delta)^2 > (2\delta_r - \delta\delta_n)^2$.

由上述最优解可以得到原始制造商不进行再制造设计时(用下标 Nn 表示)最优单位零售价格、销售量及销售利润为 $q_{Nn}^* = (1 - c)/2$, $p_{Nn}^* = (1 + c)/2$, $\pi_{Nn}^* = (1 - c)^2/4$.

结论 1 在再制造商不进入市场时, 再制造设计对单位零售价格、销售量及销售利润的影响 $q_n^* > q_{Nn}^*$, $p_n^* < p_{Nn}^*$, $\pi_n^* > \pi_{Nn}^*$.

证明 由引理 1 可知, $\tau^* = \frac{(1 - c)\delta_n}{4k - \delta_n^2} > 0$, 也即原始制造商选择进行再制造设计. 在此情况下, 可得 $q_n^* - q_{Nn}^* = \delta_n\tau/2 > 0$, $p_n^* - p_{Nn}^* = -\delta_n\tau/2 < 0$, $\pi_n^* - \pi_{Nn}^* = \delta_n^2(1 - c)^2/(4k(4k - \delta_n^2)) > 0$. 证毕.

结论 1 说明, 当再制造商不进入市场时, 再制造设计可以降低单位新产品的零售价格、增加新产品的销售量及销售利润. 原因是: 一是可以缩短产品的维修时间, 进而提高消费者对新产品的使用满意度; 二是通过再制造设计可以优化了产品的结构, 提高产品的质量; 三是由于再制造设计提高了产品和零部件的再利用, 因此降低了单位产品的零售价格^[4].

当再制造产品进入市场且原始制造商进行再制造设计时, 不仅可以给原始制造商带来益处, 还能给再制造商带来益处. 因此, 需要考虑原始制造商与再制造商分别在何种情况下更愿意承担再制造设计的费用. 下面两个小节将具体给出分析.

2.2 原始制造商承担再制造设计费用

当再制造商进入市场时, 再制造产品与新产品存在市场竞争关系. 由于新产品的生产原材料不受限制, 因此, 新产品可以根据市场需求生产足够的产品来满足市场需求, 而再制造产品的生产首先要进行废旧产品的回收, 也即再制造产品的需求要受到废旧产品回收量的限制. 类似于 3.1 节, 可得原始制造商与再制造商的模型如下

$$\begin{aligned} \text{Max } \pi_{\text{OEM}} &= (p_n - c + \delta_n\tau_{\text{OEM}})q_n - k\tau_{\text{OEM}}^2 \\ &= (1 - q_n - \delta q_r - c + \delta_n\tau_{\text{OEM}})q_n - k\tau_{\text{OEM}}^2, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{Max } \pi_r &= (p_r - c + s + \delta_r\tau_{\text{OEM}})q_r \\ &= [\delta(1 - q_n - q_r) - c + s + \delta_r\tau_{\text{OEM}}]q_r, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\text{s.t. } q_r \leq \lambda q_n.$$

本文采用文献[8,13]的决策顺序: 原始制造商首先决定再制造设计的努力程度, 接着原始制造商和再制造决策各自产品的单位零售价格. 求解时, 采用逆序的方法, 原始制造商和再制造商先决策各自产品的单位零售价格, 最后原始制造商再决策再制造设计努力程度. 为了得到最优值, 首先给出如下引理.

推论 1 式(2)中的 π_{OEM} 和式(3)中的 π_r 分别是关于 q_n 和 q_r 的凹函数. 通过式(2)和式(3)求解得到的最优解代入式(2)后, π_{OEM} 关于 τ_{OEM} 是凹函数.

证明 对式(2)中的 π_{OEM} 关于 q_n 求二阶偏导可得 $\frac{\partial^2 \pi_{\text{OEM}}}{\partial q_n^2} = -2 < 0$, 故 π_{OEM} 关于 q_n 是凹函数.

式(3)的拉格朗日函数为

$$L(q_r, m) = (\delta(1 - q_n - q_r) - c + s + \delta_r\tau_{\text{OEM}})q_r + m(\lambda q_n - q_r), \quad (4)$$

其中 m 为拉格朗日乘子且 $m > 0$.

式(4)的 K-T 条件为

$$\begin{cases} \delta(1 - q_n - q_r) - c + s + \delta_r\tau_{\text{OEM}} - \delta q_r - m = 0, \\ m(\lambda q_n - q_r) = 0, \\ m \geq 0. \end{cases} \quad (5)$$

下面分两种情况证明推论 1.

情况 1 当 $\lambda > \frac{q_r}{q_n}$ 或 $\lambda < \frac{q_r}{q_n}$ 时 由式(5)的 $m(\lambda q_n - q_r) = 0$ 可知, 当 $\lambda > \frac{q_r}{q_n}$ 或 $\lambda < \frac{q_r}{q_n}$ 时, $m = 0$.

这时式(4)关于 q_r 求二阶偏导数为 $\frac{\partial^2 \pi_r}{\partial q_r^2} = -2\delta < 0$, 即式(4)关于 q_r 是凹函数. 从而联立式(2)和式(4)可以解得 q_n, q_r 的最优解.

对式(2)关于 q_n 求解一阶偏导数可得

$$\frac{\partial \pi_{\text{OEM}}}{\partial q_n} = 1 - 2q_n - \delta q_r - c + \delta_n \tau_{\text{OEM}}. \quad (6)$$

对式(4)关于 q_r 求解一阶偏导数可得

$$\frac{\partial \pi_r}{\partial q_r} = \delta - \delta q_n - 2\delta q_r - c + s + \delta_r \tau_{\text{OEM}}. \quad (7)$$

联立式(6)和式(7)可得如下最优解

$$q_n^* = (2 - c - s - \delta + (2\delta_n - \delta_r)\tau_{\text{OEM}})/(4 - \delta), \quad q_r^* = (\delta + \delta c + 2s - 2c + (2\delta_r - \delta\delta_n)\tau_{\text{OEM}})/(\delta(4 - \delta)).$$

把上述最优解代入式(2)可得

$$\pi_{\text{OEM}} = \frac{-[k(4 - \delta)^2 - (2\delta_n - \delta_r)^2]\tau_{\text{OEM}}^2 + 2(2 - c - \delta - s)(2\delta_n - \delta_r)\tau_{\text{OEM}} + (2 - c - s - \delta)^2}{(4 - \delta)^2}. \quad (8)$$

由假设 2 可知式(8)关于 τ_{OEM} 的二次项系数为负, 式(8)关于 τ_{OEM} 是凹函数. 即情况 1 时推论 1 成立.

情况 2 当 $\lambda = q_r/q_n$ 时, 即 $q_r = \lambda q_n$ 时, 式(2)等价于

$$\text{Max}_{q_n, \tau_{\text{OEM}}} \pi_{\text{OEM}} = (1 - q_n - \lambda\delta q_n - c + \delta_n \tau_{\text{OEM}})q_n - k\tau_{\text{OEM}}^2. \quad (9)$$

易证式(9)中的 π_{OEM} 关于 q_n 是凹函数. 类似可证式(4)关于 q_r 是凹函数. 令式(9)中 π_{OEM} 关于 q_n 的一阶偏导数为 0, 解得最优值 q_n^* . 将 q_n^* 代入式(9)得到的函数关于 τ_{OEM} 是凹函数. 即情况 2 成立. 证毕.

针对情况 1, 根据实际市场供需关系, 当 $\lambda > q_r/q_n$ 时, 废旧产品的回收数量大于再制造产品市场的需求量, 这时, 再制造商会对回收的废旧产品进行部分再制造; 当 $\lambda < q_r/q_n$ 也即废旧产品的回收量不能满足市场需求, 这时, 再制造商对回收的废旧产品全部进行再制造以满足市场需求, 即是 q_n^* 与 q_r^* 是倍数关系. 因此, 当 $\lambda < q_r/q_n$ 这一情况可以看作 $\lambda = q_r/q_n$ 时的一个特殊情况. 故下面分 $\lambda > q_r/q_n$ 和 $\lambda \leq q_r/q_n$ 两种情况进行最优解的求解. 通过对情况 2 的求解可以得到最优值 $q_n^*, q_r^*, \tau_{\text{OEM}}^*$.

再根据式(5)中的 $\delta(1 - q_n - q_r) - c + s + \delta_r \tau_{\text{OEM}} - \delta q_r - m = 0$, 可解得

$$m = \delta(1 - q_n^* - q_r^*) - c + s + \delta_r \tau_{\text{OEM}}^* - \delta q_r^*.$$

由推论 1, 求解式(2)和式(3)可得如下最优解

$$\begin{aligned} \text{当 } \lambda > \frac{\delta + \delta c + 2s - 2c + (2\delta_r - \delta\delta_n)\tau_{\text{OEM}}^*}{\delta[2 - c - s - \delta + (2\delta_n - \delta_r)\tau_{\text{OEM}}^*]} \triangleq \lambda_{\text{OEM}} \text{ 时, } \tau_{\text{OEM}}^* &= \frac{(2 - c - s - \delta)(2\delta_n - \delta_r)}{k(4 - \delta)^2 - (2\delta_n - \delta_r)^2}, \\ q_n^* &= \frac{2 - c - s - \delta + (2\delta_n - \delta_r)\tau_{\text{OEM}}^*}{4 - \delta}, \quad q_r^* = \frac{\delta + \delta c + 2s - 2c + (2\delta_r - \delta\delta_n)\tau_{\text{OEM}}^*}{\delta(4 - \delta)}, \\ p_n^* &= \frac{2 + 3c - \delta c - s - (2\delta_n + \delta_r - \delta\delta_n)\tau_{\text{OEM}}^*}{4 - \delta}, \quad p_r^* = \frac{\delta + \delta s + 2c - 2s - (2\delta_r + \delta\delta_n - \delta\delta_r)\tau_{\text{OEM}}^*}{4 - \delta}, \\ \pi_{\text{OEM}} &= \frac{(2 - c - s - \delta)^2}{(4 - \delta)^2} + \frac{(2 - c - s - \delta)^2(2\delta_n - \delta_r)^2}{(4 - \delta)^2[k(4 - \delta)^2 - (2\delta_n - \delta_r)^2]}, \\ \pi_r &= \frac{[\delta + \delta c + 2s - 2c + (2\delta_r - \delta\delta_n)\tau_{\text{OEM}}^*]^2}{\delta(4 - \delta)^2}; \\ \text{当 } \lambda \leq \lambda_{\text{OEM}} \text{ 时, } \tau_{\text{OEM}}^* &= \frac{(1 - c)\delta_n}{4k(1 + \lambda\delta) - \delta_n^2}, \quad q_n^* = \frac{1 - c + \delta_n \tau_{\text{OEM}}^*}{2(1 + \lambda\delta)}, \quad q_r^* = \frac{\lambda(1 - c + \delta_n \tau_{\text{OEM}}^*)}{2(1 + \lambda\delta)}, \end{aligned}$$

$$p_n^* = \frac{1+c-\delta_n\tau_{OEM}^*}{2}, p_r^* = \delta \frac{2(1+\lambda\delta) - (1+\lambda)(1-c+\delta_n\tau_{OEM}^*)}{2(1+\lambda\delta)}, \pi_{OEM}^* = \frac{k(1-c)^2}{4k(1+\lambda\delta) - \delta_n^2},$$

$$\pi_r^* = \frac{\lambda(\delta - c + s + \delta_r\tau_{OEM}^*)^2}{4\delta(1+\lambda)}.$$

2.3 再制造商承担再制造设计费用

类似 2.1 节和 2.2 节, 可得如下的决策模型.

$$\begin{aligned} \text{Max } \pi_{OEM} &= (p_n - c + \delta_n\tau_r)q_n \\ &= (1 - q_n - \delta q_r - c + \delta_n\tau_r)q_n, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \text{Max } \pi_r &= (p_r - c + s + \delta_r\tau_r)q_r - k\tau_r^2 \\ &= (\delta(1 - q_n - q_r) - c + s + \delta_r\tau_r)q_r - k\tau_r^2, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\text{s.t. } q_r \leq \lambda q_n.$$

类似 2.2 节可知, 式(10)中的 π_{OEM} 和式(11)中的 π_r 分别关于 q_n 和 q_r 是凹函数. 将式(10)和式(11)的最优解代入式(11)后, 式(11)中的 π_r 是关于 τ_r 的凹函数. 由此, 可得如下最优解

$$\begin{aligned} \text{当 } \lambda > \frac{\delta + \delta c + 2s - 2c + (2\delta_r - \delta\delta_n)\tau_r^*}{\delta(2 - c - \delta - s + (2\delta_n - \delta_r)\tau_r^*)} \triangleq \lambda_r \text{ 时, } \tau_r^* &= \frac{(\delta + 2s + c\delta - 2c)(2\delta_r - \delta\delta_n)}{k\delta(4 - \delta)^2 - (2\delta_r - \delta\delta_n)^2}, \\ q_n^* &= \frac{2 - c - \delta - s + (2\delta_n - \delta_r)\tau_r^*}{4 - \delta}, q_r^* = \frac{\delta + \delta c + 2s - 2c + (2\delta_r - \delta\delta_n)\tau_r^*}{\delta(4 - \delta)}, \\ p_n^* &= \frac{2 + 3c - \delta c - s - (2\delta_n + \delta_r - \delta\delta_n)\tau_r^*}{4 - \delta}, p_r^* = \frac{\delta + \delta s + 2c - 2s - (2\delta_r + \delta\delta_n - \delta\delta_r)\tau_r^*}{4 - \delta}, \\ \pi_{OEM} &= \frac{(2 - c - \delta - s + (2\delta_n - \delta_r)\tau_r^*)^2}{(4 - \delta)^2}, \\ \pi_r &= \frac{(\delta + \delta c + 2s - 2c)^2}{\delta(4 - \delta)^2} + \frac{(\delta + \delta c + 2s - 2c)(2\delta_r - \delta\delta_n)^2}{\delta(4 - \delta)^2(k\delta(4 - \delta)^2 - (2\delta_r - \delta\delta_n)^2)}. \\ \text{当 } \lambda \leq \lambda_r \text{ 时, } \tau_r^* &= \frac{\lambda\delta_r(\delta - \lambda c + \lambda s)}{4k\lambda\delta(1 + \lambda) - (\lambda\delta_r)^2}, q_n^* = \frac{1 - c + \delta_n\tau_r^*}{2(1 + \lambda\delta)}, q_r^* = \lambda \frac{1 - c + \delta_n\tau_r^*}{2(1 + \lambda\delta)}, \\ p_n^* &= \frac{1 + (1 + \lambda\delta)(c - \delta_n\tau_r^*)}{2 + \lambda\delta}, p_r^* = \delta \frac{1 + \lambda\delta + c + \lambda c - \lambda - (1 + \lambda)\delta_n\tau_r^*}{2 + \lambda\delta}, \\ \pi_{OEM}^* &= \frac{(1 - c + \delta_n\tau_r^*)^2}{4(1 + \lambda\delta)}, \pi_r^* = \frac{k(\delta - \lambda c + \lambda s)^2}{(4k\lambda\delta(1 + \lambda) - (\lambda\delta_r)^2)^2}. \end{aligned}$$

结论 2 当再制造产品的需求不受废旧产品回收量限制时, δ_n 和 δ_r 对再制造设计的努力程度影响:

- 1) 当 $\frac{\delta_r}{\delta_n} > 2$ 时, $\tau_{OEM}^* < 0$, $\tau_r > 0$;
- 2) 当 $\frac{\delta_r}{\delta_n} < \frac{\delta}{2}$ 时, $\tau_{OEM}^* > 0$, $\tau_r < 0$;
- 3) 当 $\frac{\delta}{2} < \frac{\delta_r}{\delta_n} < 2$ 时, $\tau_{OEM}^* > 0$, $\tau_r > 0$.

证明 当再制造产品的需求不受废旧产品回收量限制时, 由 $\tau_r^* = \frac{(\delta + 2s + c\delta - 2c)(2\delta_r - \delta\delta_n)}{k\delta(4 - \delta)^2 - (2\delta_r - \delta\delta_n)^2}$, $\tau_{OEM}^* = \frac{(2 - c - s - \delta)(2\delta_n - \delta_r)}{k(4 - \delta)^2 - (2\delta_n - \delta_r)^2}$ 可知, 当 $\frac{\delta_r}{\delta_n} > 2$ 时, $\tau_{OEM}^* < 0$, $\tau_r > 0$; 当 $\frac{\delta_r}{\delta_n} < \frac{\delta}{2}$ 时, $\tau_{OEM}^* > 0$, $\tau_r < 0$; 当 $\frac{\delta}{2} < \frac{\delta_r}{\delta_n} < 2$ 时, $\tau_{OEM}^* > 0$, $\tau_r > 0$. 证毕.

结论 2 说明, 当再制造产品的需求不受废旧产品回收量限制时, 再制造设计的努力程度与 δ_n 和 δ_r 相关.

也即当再制造设计带给单位再制造产品的收益与单位新产品收益之比大于2时且原始制造商承担再制造设计费用时,原始制造商选择不易于再制造的产品设计;而再制造商承担再制造设计费用时,原始制造商会选择易于再制造的产品设计.当再制造设计带给单位再制造产品的收益与单位新产品收益之比小于 $\delta/2$ 且原始制造商承担再制造设计费用时,原始制造商选择易于再制造的产品设计.当再制造设计带给单位再制造产品的收益与单位新产品收益之比在 $(\delta/2, 2)$ 时,无论原始制造商或者再制造商承担再制造设计费用,原始制造商都会选择易于再制造的产品设计.

通过结论2分析,可以得到推论2,也即原始制造商与再制造商愿意承担再制造设计费用的边界.

推论2 1)当 $\delta_r/\delta_n < \delta/2$ 时,原始制造商愿意承担再制造设计费用,再制造商不愿意承担再制造设计费用且原始制造商始终选择利于再制造的设计;2)当 $\delta_r/\delta_n > 2$ 时,原始制造商不愿意承担再制造设计费用,再制造商愿意承担再制造设计费用且即使再制造商承担再制造设计费用,原始制造商选择不利于再制造的设计;3)当 $\delta/2 < \delta_r/\delta_n < 2$ 时,原始制造商与再制造商都愿意承担再制造设计费用,且无论那一方承担再制造设计费用,原始制造商始终选择易于再制造的设计.

结论3 当 $\delta/2 < \delta_r/\delta_n < 2$ 时,单位再制造产品节省成本对再制造设计努力程度、销售量、单位零售价格及销售利润的影响:

1)原始制造商承担再制造设计费用:

当 $\lambda > \lambda_{\text{OEM}}$ 时, $\frac{\partial \tau_{\text{OEM}}}{\partial s} > 0$, $\frac{\partial q_n^*}{\partial s} > 0$;

当 $0 < \delta_n < \frac{\delta_r + \sqrt{\delta_r^2 + 16k(4-\delta)}}{4}$ 时, $\frac{\partial q_r^*}{\partial s} > 0$, $\frac{\partial \pi_r^*}{\partial s} > 0$, 否则, $\frac{\partial q_r^*}{\partial s} < 0$, $\frac{\partial \pi_r^*}{\partial s} < 0$;

当 $\frac{\delta_r + \sqrt{\delta_r^2 + 8k(4-\delta)}}{4} < \delta_n$ 时, $\frac{\partial p_n^*}{\partial s} > 0$, 否则, $\frac{\partial p_n^*}{\partial s} < 0$;

当 $\frac{\delta_r + \sqrt{\delta_r^2 + 8k(4-\delta)(2-\delta)}}{4} < \delta_n$ 时, $\frac{\partial p_r^*}{\partial s} > 0$, 否则, $\frac{\partial p_r^*}{\partial s} < 0$; $\frac{\partial \pi_r^*}{\partial s} > 0$;

当 $\lambda \leq \lambda_{\text{OEM}}$ 时, $\frac{\partial \tau_{\text{OEM}}}{\partial s} = \frac{\partial q_n^*}{\partial s} = \frac{\partial q_r^*}{\partial s} = \frac{\partial p_n^*}{\partial s} = \frac{\partial p_r^*}{\partial s} = \frac{\partial \pi_{\text{OEM}}}{\partial s} = 0$, $\frac{\partial \pi_r^*}{\partial s} > 0$.

2)再制造商承担再制造设计费用:

当 $\lambda > \lambda_r$ 时 $\frac{\tau_r^*}{\partial s} > 0$, $\frac{\partial q_r^*}{\partial s} > 0$, $\frac{\partial p_n^*}{\partial s} < 0$, $\frac{\partial p_r^*}{\partial s} < 0$, $\frac{\partial \pi_r^*}{\partial s} > 0$;

当 $\frac{\delta_r + \sqrt{\delta_r^2 - k\delta^2(4-\delta)}}{\delta} < \delta_n$ 时, $\frac{\partial q_n^*}{\partial s} > 0$, $\frac{\partial \pi_{\text{OEM}}^*}{\partial s} > 0$, 否则, $\frac{\partial q_n^*}{\partial s} < 0$, $\frac{\partial \pi_{\text{OEM}}^*}{\partial s} < 0$;

当 $\lambda \leq \lambda_r$ 且 $2k(\lambda\delta + 2)^2 + 2\delta\delta_n(\delta_n - \delta_r)\lambda^2 + 2\lambda\delta_n(\delta\delta_n - 2\delta_r) > 0$ 时,

$\frac{\partial \tau_r^*}{\partial s} > 0$, $\frac{\partial q_n^*}{\partial s} > 0$, $\frac{\partial q_r^*}{\partial s} > 0$, $\frac{\partial p_n^*}{\partial s} < 0$, $\frac{\partial p_r^*}{\partial s} < 0$, $\frac{\partial \pi_{\text{OEM}}^*}{\partial s} > 0$; $\frac{\partial \pi_r^*}{\partial s}$ 待定.

证明 1)当 $\lambda > \lambda_{\text{OEM}}$ 时, $\frac{\partial \tau_{\text{OEM}}^*}{\partial s} = \frac{-(2\delta_n - \delta_r)}{k(4-\delta)^2 - (2\delta_n - \delta_r)^2} < 0$, $\frac{\partial q_n^*}{\partial s} < 0$.

由 $\frac{\partial q_r^*}{\partial s} = \frac{-2\delta_n^2 + \delta_n\delta_r + 2k(4-\delta)}{\delta[k(4-\delta)^2 - (2\delta_n - \delta_r)^2]}$, $\pi_r^* = \delta q_r^{*2}$ 可知, 当 $0 < \delta_n < \frac{\delta_r + \sqrt{\delta_r^2 + 16k(4-\delta)}}{4}$ 时,

$\frac{\partial q_r^*}{\partial s} > 0$, $\frac{\partial \pi_r^*}{\partial s} > 0$, 否则, $\frac{\partial q_r^*}{\partial s} < 0$, $\frac{\partial \pi_r^*}{\partial s} < 0$.

类似可证, 当 $\frac{\delta_r + \sqrt{\delta_r^2 + 8k(4-\delta)}}{4} < \delta_n$ 时, $\frac{\partial p_n^*}{\partial s} > 0$, 否则, $\frac{\partial p_n^*}{\partial s} < 0$;

当 $\frac{\delta_r + \sqrt{\delta_r^2 + 8k(4-\delta)(2-\delta)}}{4} < \delta_n$ 时, $\frac{\partial p_r^*}{\partial s} > 0$, 否则, $\frac{\partial p_r^*}{\partial s} < 0$; $\frac{\partial \pi_r^*}{\partial s} > 0$.

当 $\lambda \leq \lambda_{\text{OEM}}$, τ_{OEM}^* , q_n^* , q_r^* , p_n^* , p_r^* , π_{OEM}^* 与 s 无关. 同时, $\frac{\partial \pi_r^*}{\partial s} = \frac{\lambda(2 + \lambda\delta)(1 - c + \delta_n \tau_{\text{OEM}}^*)}{(2 + \lambda\delta)^2} > 0$.

同理可证 2) 成立.

证毕.

结论 3 说明, 当原始制造商承担再制造设计费用且再制造产品的需求不受废旧产品回收量限制时, 再制造设计努力程度、新产品的需求量与单位再制造节约的成本成反比; 单位再制造设计努力程度给单位新产品带来的收益 $\delta_n \in (0, (\delta_r + \sqrt{\delta_r^2 + 16k(4 - \delta)})/4)$, 再制造产品的需求量及销售利润与单位再制造节约成本成正比, 当 $(\delta_r + \sqrt{\delta_r^2 + 16k(4 - \delta)})/4 \leq \delta_n$ 时, 再制造产品的需求量及销售利润与单位再制造节约成本成反比; 也即只有单位再制造设计努力程度给单位新产品带来的收益不能足够大, 如果足够大, 会减少再制造产品的销售量及销售利润; 新产品的需求量只有在 $\delta_n > (\delta_r + \sqrt{\delta_r^2 + 8k(4 - \delta)})/4$ 时, 与单位再制造节约成本成正比, 否则, 成反比; 新产品的销售利润与单位再制造节约成本成反比. 再制造产品的需求受到废旧产品回收量限制时, 再制造设计的努力程度、两种产品的单位零售价格、销售量及新产品的销售利润与单位再制造节约的成本无关, 再制造产品的销售利润与单位再制造节约成本成正比.

当再制造商承担再制造设计费用时: 当再制造产品的需求不受废旧产品回收量限制时, 再制造产品的需求量及销售利润与单位再制造节约成本成正比, 两种产品的单位零售价格与单位再制造节约成本成反比; 只有当单位再制造设计努力程度给单位新产品带来的收益 $(\delta_r + \sqrt{\delta_r^2 - k\delta^2(4 - \delta)})/\delta < \delta_n$ 时, 新产品的需求量及销售利润才与单位再制造设计节约成本成正比, 否则, 成反比. 也即, 只有单位再制造设计努力程度给单位新产品带来的收益足够大时, 再制造设计才有利于提高新产品的销售量及销售利润.

结论 4 再制造设计努力程度对两种产品的零售价格、销售价格及销售利润的影响:

1) 当再制造产品的需求量不受废旧产品回收量限制时,

当 $\frac{\delta_r}{\delta_n} > 2$ 时, $\frac{\partial q_n^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = \frac{\partial q_n^*}{\partial \tau_r^*} < 0$, $\frac{\partial q_r^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = \frac{\partial q_r^*}{\partial \tau_r^*} > 0$, $\frac{\partial p_n^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = \frac{\partial p_n^*}{\partial \tau_r^*} < 0$, $\frac{\partial p_r^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = \frac{\partial p_r^*}{\partial \tau_r^*} < 0$,

$$\frac{\partial \pi_{\text{OEM}}^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = 0, \frac{\partial \pi_r^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} < 0, \frac{\partial \pi_{\text{OEM}}^*}{\partial \tau_r^*} < 0, \frac{\partial \pi_r^*}{\partial \tau_r^*} = 0;$$

当 $\frac{\delta_r}{\delta_n} < \frac{\delta}{2}$ 时, $\frac{\partial q_n^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = \frac{\partial q_n^*}{\partial \tau_r^*} > 0$, $\frac{\partial q_r^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = \frac{\partial q_r^*}{\partial \tau_r^*} < 0$, $\frac{\partial p_n^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = \frac{\partial p_n^*}{\partial \tau_r^*} < 0$,

$$\frac{\partial p_r^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = \frac{\partial p_r^*}{\partial \tau_r^*} < 0, \frac{\partial \pi_{\text{OEM}}^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = 0, \frac{\partial \pi_r^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} < 0, \frac{\partial \pi_{\text{OEM}}^*}{\partial \tau_r^*} > 0, \frac{\partial \pi_r^*}{\partial \tau_r^*} = 0;$$

当 $\frac{\delta}{2} < \frac{\delta_r}{\delta_n} < 2$ 时, $\frac{\partial q_n^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = \frac{\partial q_n^*}{\partial \tau_r^*} > 0$, $\frac{\partial q_r^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = \frac{\partial q_r^*}{\partial \tau_r^*} > 0$, $\frac{\partial p_n^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = \frac{\partial p_n^*}{\partial \tau_r^*} < 0$,

$$\frac{\partial p_r^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = \frac{\partial p_r^*}{\partial \tau_r^*} < 0, \frac{\partial \pi_{\text{OEM}}^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = 0, \frac{\partial \pi_r^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} > 0, \frac{\partial \pi_{\text{OEM}}^*}{\partial \tau_r^*} > 0, \frac{\partial \pi_r^*}{\partial \tau_r^*} = 0.$$

2) 当再制造产品的需求量受到废旧产品回收量限制时, 与情况 $\frac{\delta}{2} < \frac{\delta_r}{\delta_n} < 2$ 有相同的结果.

证明 1) 由 $\frac{\partial q_n^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = \frac{\partial q_n^*}{\partial \tau_r^*} = \frac{2\delta_n - \delta_r}{4 - \delta}$, $\frac{\partial q_r^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = \frac{\partial q_r^*}{\partial \tau_r^*} = \frac{2\delta_r - \delta\delta_n}{\delta(4 - \delta)}$, 可得

$$\frac{\partial q_n^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = \frac{\partial q_n^*}{\partial \tau_r^*} > 0 \Leftrightarrow 2\delta_n - \delta_r > 0 \Leftrightarrow \frac{\delta_r}{\delta_n} < 2, \frac{\partial q_r^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = \frac{\partial q_r^*}{\partial \tau_r^*} > 0 \Leftrightarrow 2\delta_r - \delta\delta_n > 0 \Leftrightarrow \frac{\delta_r}{\delta_n} > \frac{\delta}{2}.$$

故可得如下结论:

$$\text{当 } \frac{\delta_r}{\delta_n} > 2 \text{ 时, } \frac{\partial q_n^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = \frac{\partial q_n^*}{\partial \tau_r^*} < 0, \frac{\partial q_r^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = \frac{\partial q_r^*}{\partial \tau_r^*} > 0,$$

$$\text{当 } \frac{\delta_r}{\delta_n} < \frac{\delta}{2} \text{ 时, } \frac{\partial q_n^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = \frac{\partial q_n^*}{\partial \tau_r^*} > 0, \frac{\partial q_r^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = \frac{\partial q_r^*}{\partial \tau_r^*} < 0,$$

$$\text{当 } \frac{\delta}{2} < \frac{\delta_r}{\delta_n} < 2 \text{ 时, } \frac{\partial q_n^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = \frac{\partial q_n^*}{\partial \tau_r^*} > 0, \frac{\partial q_r^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = \frac{\partial q_r^*}{\partial \tau_r^*} > 0.$$

$$\text{由 } \frac{\partial p_n^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = \frac{\partial p_n^*}{\partial \tau_r^*} = \frac{(2-\delta)\delta_n + \delta_r}{4-\delta}, \frac{\partial p_r^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = \frac{\partial p_r^*}{\partial \tau_r^*} = \frac{(2-\delta)\delta_r + \delta\delta_n}{\delta(4-\delta)}, \text{ 可得}$$

$$\frac{\partial p_n^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = \frac{\partial p_n^*}{\partial \tau_r^*} < 0, \frac{\partial p_r^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = \frac{\partial p_r^*}{\partial \tau_r^*} < 0.$$

$$\text{由 } \frac{\partial \pi_{\text{OEM}}^*}{\partial \tau_r^*} = \frac{\partial \pi_{\text{OEM}}^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = 2 \frac{(2\delta_n - \delta_r)(2-c-s-\delta) - (2\delta_n - \delta_r)(2-c-s-\delta)}{(4-\delta)^2} = 0,$$

$$\frac{\partial \pi_r^*}{\partial \tau_r^*} = 2 \frac{(2\delta_r - \delta\delta_n)(\delta + \delta c + 2s - 2c) - (2\delta_r - \delta\delta_n)(\delta + \delta c + 2s - 2c)}{\delta(4-\delta)^2} = 0, \frac{\partial \pi_r^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = \delta q_r^* \frac{\partial q_r^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*},$$

$$\text{可得, 当 } \frac{\delta_r}{\delta_n} > 2 \text{ 时, } \frac{\partial \pi_{\text{OEM}}^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = 0, \frac{\partial \pi_r^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} > 0, \frac{\partial \pi_{\text{OEM}}^*}{\partial \tau_r^*} < 0, \frac{\partial \pi_r^*}{\partial \tau_r^*} = 0;$$

$$\text{当 } \frac{\delta_r}{\delta_n} < \frac{\delta}{2} \text{ 时, } \frac{\partial \pi_{\text{OEM}}^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = 0, \frac{\partial \pi_r^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} < 0, \frac{\partial \pi_{\text{OEM}}^*}{\partial \tau_r^*} > 0, \frac{\partial \pi_r^*}{\partial \tau_r^*} = 0;$$

$$\text{当 } \frac{\delta}{2} < \frac{\delta_r}{\delta_n} < 2 \text{ 时, } \frac{\partial \pi_{\text{OEM}}^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} = 0, \frac{\partial \pi_r^*}{\partial \tau_{\text{OEM}}^*} < 0, \frac{\partial \pi_{\text{OEM}}^*}{\partial \tau_r^*} > 0, \frac{\partial \pi_r^*}{\partial \tau_r^*} = 0.$$

类似可证 2) 成立。

证毕。

结论 4 说明, 无论原始制造商或再制造商承担再制造设计费用, 再制造设计都会降低两种产品的单位零售价格. 当再制造设计带给再制造商的收益与带给新产品收益之比大于 2 时: 无论原始制造商或再制造商承担再制造设计费用, 新产品的销售量与再制造设计努力程度成反比, 再制造产品的需求量的与再制造设计努力程度成正比; 原始制造商承担再制造设计费用时, 新产品的销售利润与再制造设计努力程度无关, 再制造产品的销售利润与再制造设计努力程度成正比; 再制造商承担再制造设计费用时, 新产品的销售利润与再制造设计努力程度成反比, 再制造产品的销售利润与再制造设计努力程度无关。

当再制造设计带给再制造商的收益与带给新产品收益之比小于 $\delta/2$ 时, 无论原始制造商或再制造商承担再制造设计费用, 新产品的销售量与再制造设计努力程度成正比, 再制造产品的需求量的与再制造设计努力程度成反比; 原始制造商承担再制造设计费用时, 新产品的销售利润与再制造设计努力程度无关, 再制造产品的销售利润与再制造设计努力程度成反比; 再制造商承担再制造设计费用时, 新产品的销售利润与再制造设计努力程度成正比, 再制造产品的销售利润与再制造设计努力程度无关。

当再制造设计带给再制造商的收益与带给新产品收益之比在 $(\delta/2, 2)$ 时: 无论原始制造商或再制造商承担再制造设计费用, 新产品的销售量与再制造设计努力程度成正比, 再制造产品的需求量的与再制造设计努力程度成正比; 原始制造商承担再制造设计费用时, 新产品的销售利润与再制造设计努力程度无关, 再制造产品的销售利润与再制造设计努力程度成正比; 再制造商承担再制造设计费用时, 新产品的销售利润与再制造设计努力程度成正比, 再制造产品的销售利润与再制造设计努力程度无关。

结论 5 当 $\delta/2 < \delta_r/\delta_n < 2$ 且原始制造商承担再制造设计费用时, δ_n 对再制造设计努力程度、两种产品的需求量及零售价格的影响:

$$1) \text{ 当 } \lambda > \lambda_{\text{OEM}} \text{ 时, } \frac{\partial \tau_{\text{OEM}}^*}{\partial \delta_n} > 0, \frac{\partial q_n^*}{\partial \delta_n} > 0; \text{ 当 } \frac{\delta_r}{\delta_n} > \frac{4\delta}{4+\delta} \text{ 时, } \frac{\partial q_r^*}{\partial \delta_n} > 0;$$

$$\text{当 } \frac{\delta_r}{\delta_n} \leq \frac{4\delta}{4+\delta} \text{ 且 } \frac{1}{k(4-\delta)} > \frac{4\delta\delta_n - (4+\delta)\delta_r}{\delta_r(2\delta_n - \delta_r)^2} \text{ 时, } \frac{\partial q_r^*}{\partial \delta_n} > 0, \text{ 否则, } \frac{\partial q_r^*}{\partial \delta_n} < 0, \frac{\partial p_n^*}{\partial \delta_n} < 0, \frac{\partial p_r^*}{\partial \delta_n} < 0;$$

$$2) \text{ 当 } \lambda \leq \lambda_{\text{OEM}} \text{ 时, } \frac{\partial \tau_{\text{OEM}}^*}{\partial \delta_n} > 0, \frac{\partial q_n^*}{\partial \delta_n} > 0, \frac{\partial q_r^*}{\partial \delta_n} > 0, \frac{\partial p_n^*}{\partial \delta_n} < 0, \frac{\partial p_r^*}{\partial \delta_n} < 0.$$

$$\text{证明 } 1) \frac{\partial \tau_{\text{OEM}}^*}{\partial \delta_n} = \frac{2(2-c-s-\delta)(k(4-\delta)^2 + (2\delta_n - \delta_r)^2)}{(k(4-\delta)^2 - (2\delta_n - \delta_r)^2)^2} > 0,$$

$$\frac{\partial q_n^*}{\partial \delta_n} = \frac{1}{\delta(4-\delta)} \left(2\tau_{\text{OEM}}^* + (2\delta_n - \delta_r) \frac{\partial \tau_{\text{OEM}}^*}{\partial \delta_n} \right) > 0.$$

由 $\frac{\partial q_r^*}{\partial \delta_n} = \frac{1}{\delta(4-\delta)} \left(-\delta\tau_{\text{OEM}}^* + (2\delta_r - \delta\delta_n) \frac{\partial \tau_{\text{OEM}}^*}{\partial \delta_n} \right)$, 可知 当 $\frac{\delta_r}{\delta_n} > \frac{4\delta}{4+\delta}$ 时, $\frac{\partial q_r^*}{\partial \delta_n} > 0$;

当 $\frac{\delta_r}{\delta_n} \leq \frac{4\delta}{4+\delta}$ 且 $\frac{1}{k(4-\delta)} > \frac{4\delta\delta_n - (4+\delta)\delta_r}{\delta_r(2\delta_n - \delta_r)^2}$ 时, $\frac{\partial q_r^*}{\partial \delta_n} > 0$, 否则, $\frac{\partial q_r^*}{\partial \delta_n} < 0$,

$$\frac{\partial p_n^*}{\partial \delta_n} = \frac{-(2-\delta)\tau_{\text{OEM}}^* - (2\delta_n + \delta_r - \delta\delta_n) \frac{\partial \tau_{\text{OEM}}^*}{\partial \delta_n}}{4-\delta} < 0, \quad \frac{\partial p_r^*}{\partial \delta_n} = \frac{-\delta\tau_{\text{OEM}}^* - (2\delta_r + \delta\delta_n - \delta\delta_r) \frac{\partial \tau_{\text{OEM}}^*}{\partial \delta_n}}{4-\delta} < 0.$$

类似于 1) 可以证明 2) 成立.

证毕.

结论 5 说明, 原始制造商承担再制造设计费用时: 当再制造产品的需求不受废旧产品回收量限制时, 新产品的再制造设计努力程度及销售量与 δ_n 成正比, 两种产品的单位零售价格与 δ_n 成反比; 再制造设计带给再制造商的收益与带给新产品收益之比大于 $4\delta/(4+\delta)$ 时, 再制造产品的需求量与 δ_n 成正比. 当再制造产品的需求受到废旧产品回收量限制时, 新产品的再制造设计努力程度及两种产品的销售量与 δ_n 成正比, 两种产品的单位零售价格与 δ_n 成反比.

3 实例研究

为了详细分析再制造产品不受废旧产品回收量限制时, 再制造设计给单位新产品/再制造产品带来的收益对再制造设计努力程度、废旧产品边界回收率、两种产品的单位零售价格、销售量及销售利润的影响, 本文以再制造发动机为例进行数值仿真. 根据文献[14,15]可知, 单位再制造发动机的生产成本是单位新产品的生产成本的 50%, 单位再制造发动机的销售价格是单位新产品销售价格的 50% ~ 70%. 鉴于此, 本文取 $c = 0.2$, $s = 0.1$, $\delta = 0.6$. 借鉴文献[8], 取 $k = 1.1$.

3.1 δ_n 与 δ_r 对再制造设计努力程度及边界回收率的影响

图 2 和图 3 分别描述了 δ_n 与 δ_r 对再制造设计努力程度和边界回收率的影响

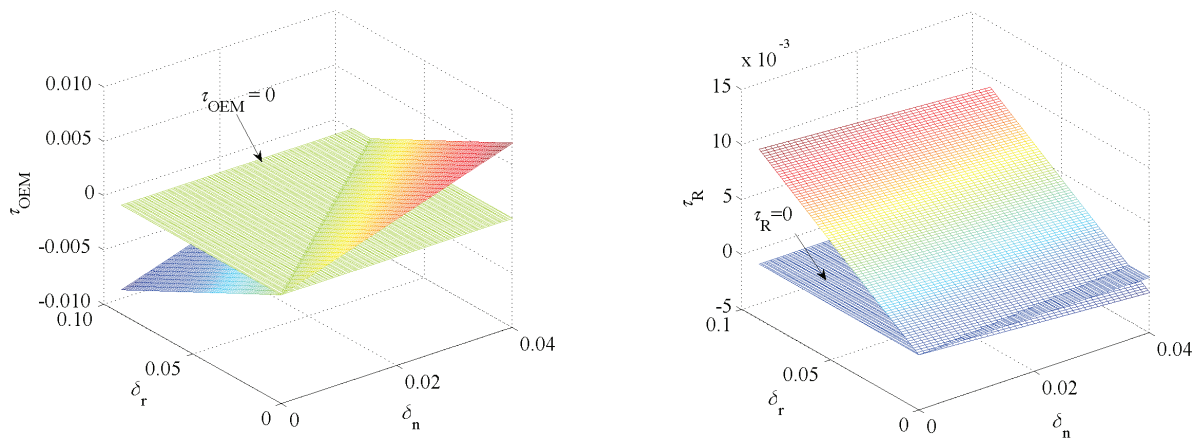
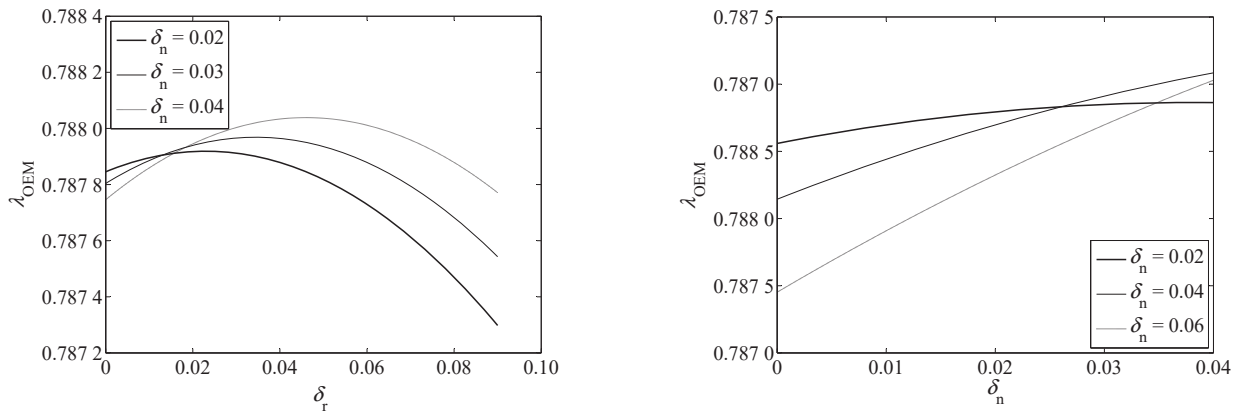


图 2 δ_n 与 δ_r 对再制造设计努力程度的影响

Fig. 2 The influence of δ_n and δ_r on the degree of designing for remanufacturing

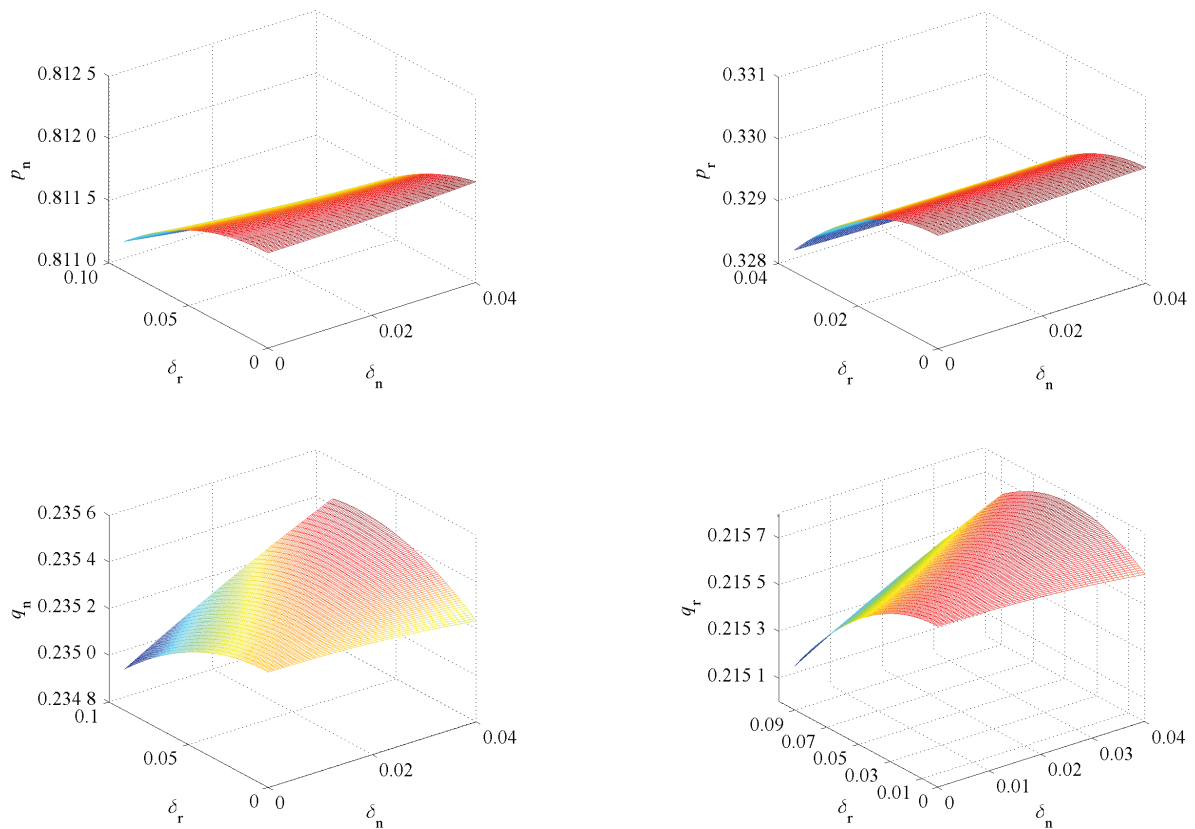
由图 2 可知, 当原始制造商承担再制造设计费用时, 再制造设计努力程度与单位再制造设计努力程度给单位新产品带来的收益成正比, 与单位再制造设计努力程度给单位再制造产品带来的收益成反比. 当再制造商承担再制造设计费用时, 再制造设计努力程度与单位再制造设计努力程度给单位新产品带来的收益成反比, 与单位再制造设计努力程度给单位再制造产品带来的收益成正比.

图3 δ_r 与 δ_n 对边界回收率的影响Fig. 3 The influence of δ_r and δ_n on the boundary recovery rate

由图3可知,当原始制造商承担再制造设计费用时,当 δ_n 一定, λ_{OEM} 先随 δ_r 增大达到最大时,然后随 δ_r 增大而减小;当 δ_r 一定, λ_{OEM} 先随 δ_n 增大而增大且 δ_r 的值越小 λ_{OEM} 随 δ_n 变化趋势越缓慢.再制造商承担再制造设计费用时,边界回收率与单位再制造设计努力程度给单位新产品带来的收益成正比,与单位再制造设计努力程度给单位再制造产品带来的收益成反比.

3.2 δ_n 与 δ_r 对单位产品零售价格及需求量的影响

δ_n 与 δ_r 对单位产品零售价格及需求量的影响如图4所示.

图4 δ_n 与 δ_r 对单位零售价格及需求量的影响Fig. 4 The influence of δ_n and δ_r on the unit retail price and demand

由图4可知, 当再制造商承担再制造设计费用时, 两种产品的单位零售价格与单位再制造设计努力程度给单位再制造产品带来的收益成反比, 与单位再制造设计努力程度给单位再制造产品带来的收益成正比. 两种产品的需求量关于 δ_r 都在某一点 δ_r^0 (不同产品的需求量 δ_r^0 不同) 达到最大; 当 $\delta_r < \delta_r^0$ 时, 两种产品的需求与 δ_r^0 成正比, 与 δ_n^0 成反比; 当 $\delta_r^0 \leq \delta_r$ 时, 两种产品的需求与 δ_r 成反比, 与 δ_n 成正比.

3.3 δ_n 与 δ_r 对销售利润的影响

δ_n 与 δ_r 对销售利润的影响如图5所示.

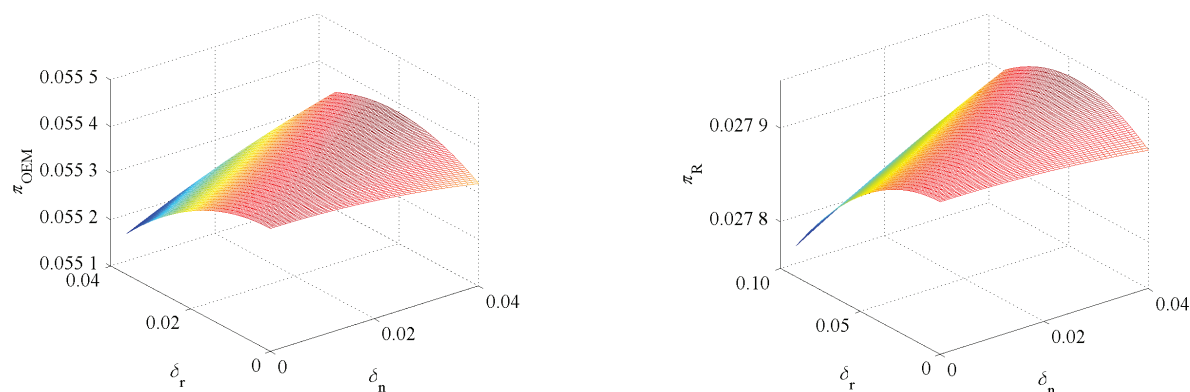


图5 δ_n 与 δ_r 对销售利润的影响

Fig. 5 The influence of δ_n and δ_r on the sales profit

由图5可知, 无论再制造设计费用由原始制造商承担还是再制造商承担, δ_n 和 δ_r 对原始制造商和再制造商销售利润的影响变化趋势一致. 再制造商的销售利润与再制造设计带给单位再制造产品的收益成正比, 与带给单位新产品的收益成反比. 而新产品的销售利润变化趋势和新产品销售量变化趋势一致.

4 结束语

本文基于再制造设计时, 建立了原始制造商和再制造商博弈模型. 考虑了原始制造商承担再制造设计费用和再制造商承担再制造设计费用两种情况, 对比分析了两种情况下, 单位再制造设计努力程度给单位新产品带来的收益和单位再制造设计努力程度给单位再制造产品带来的收益对再制造设计努力程度废旧产品边界回收率、单位零售价格、销售量及销售利润的影响. 主要得到了如下结论:

1) 在再制造不进入市场时, 原始制造商选择再制造设计, 不仅能降低单位新产品的零售价格, 还能增加新产品的销售量及销售利润, 也即再制造设计有利于原始商.

2) 在再制造产品进入市场时且再制造产品能满足市场需求时, 无论那一方承担再制造设计费用, 原始制造商会根据再制造设计带给两种产品的收益比, 来决策是否进行再制造设计, 也即原始制造商在再制造设计中处于主导地位. 因此, 只要再制造设计带给再制造商与原始制造商的收益之比大于 $\delta/2$ 且小于 2 时, 再制造商要选择承担再制造设计费用, 这时, 原始制造商更愿意选择易于再制造的设计, 最终促进再制造业的发展.

3) 当再制造产品不能满足市场需求时, 无论原始制造商或再制造商承担再制造设计费用, 原始制造商都会选择易于再制造的设计. 因此, 再制造商要根据再制造产品的市场供需关系选择是否承担再制造设计费用.

参考文献:

- [1] Shu L H, Flowers W C. Application of a design-for-remanufacture framework to the selection of product life-cycle fastening and joining methods. *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*, 1999, 15(3): 179–190.

- [2] Kerr W, Ryan C. Eco-efficiency gains from remanufacturing: A case study of photocopier remanufacturing at Fuji Xerox Australia. *Journal of Cleaner Production*, 2001, 1(9): 75–81.
- [3] Steinhilper R. *Remanufacturing: The Ultimate form of Recycling*. Stuttgart: Fraunhofer IRB Verlag, 1998.
- [4] Magrab E B, Gupta S K, Cluskey F, et al. *Integrated Product and Process Design and Development: The Product Realization Process*. Boca Raton: CRC Press, 2009.
- [5] Wang X, Chen M. Implementing extended producer responsibility: Vehicle remanufacturing in China. *Journal of Cleaner Production*, 2011, 19(7): 680–686.
- [6] Gray C, Charter M. *Remanufacturing and Product Design: Designing for the Seventh Generation*. UK: The Centre for Sustainable Design University College for the Creative Arts Earnham, 2007.
- [7] Orsdemir A, Ziya E K, Parlaktürk A K. Competitive quality choice and remanufacturing. *Production and Operations Management*, 2014, 23(1): 48–64.
- [8] Wu C. OEM product design in a price competition with remanufactured product. *Omega: International Journal of Management Science*, 2013, 41(2): 287–298.
- [9] Wu C. Product-design and pricing strategies with remanufacturing. *European Journal of Operational Research*, 2012, 222(2): 204–215.
- [10] Kim K, Chhajed D. Commonality in product design: Cost saving, valuation change and cannibalization. *European Journal of Operational Research*, 2000, 125: 602–621.
- [11] Maikhopadhyay S K, Steoputro R. Optimal return policy and modular design for build-to-order products. *Journal of Operations Management*, 2005, 23: 496–506.
- [12] Geylani T, Dukes A J, Srinivasan K. Strategic manufacturer response to a dominant retailer. *Marketing Science*, 2007, 26(2): 164–178.
- [13] Agrawal V V, Mark F, Toktay L B, et al. Is leasing greener than selling. *Management Science*, 2012, 58(3): 523–533.
- [14] 王洪童. “二手”新发动机. 2011年10月24日. <http://tech.sina.com.cn/d/2011-10-24/12046220269.shtml>.
Wang H T. “Second-hand” new engine. 24 October, 2011. <http://tech.sina.com.cn/d/2011-10-24/12046220269.shtml>. (in Chinese)
- [15] 张曙红, 张金隆, 初叶萍. 基于再制造优先的闭环供应链定价与协调. *系统工程学报*, 2013, 28(4): 506–513.
Zhang S H, Zhang J L, Chu Y P. Pricing and coordination of closed-loop supply based on remanufacturing priority. *Journal of Systems Engineering*, 2013, 28(4): 506–513. (in Chinese)

作者简介:

夏西强(1984—), 男, 河南周口人, 博士, 讲师, 研究方向: 博弈论, 再制造, 绿色供应链, Email: xiexiqiang@126.com;

朱庆华(1970—), 女, 江苏太仓人, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向: 博弈论, 再制造, 绿色供应链, Email: qhzhu@sjtu.edu.cn.