第 32 卷第 6 期 系 统 工 程 学 报 Vol.32 No.6
2017 年 12 月 JOURNAL OF SYSTEMS ENGINEERING Dec. 2017

网络预售产品的订货策略研究

徐浩轩[1,2,4], 张金隆[1,2,3], 龚业明[3], 吴 翔[1,2]

(1. 华中科技大学管理学院, 湖北 武汉 430074; 2. 华中科技大学现代管理信息研究中心, 湖北 武汉 430074;
3. 武汉工商学院现代物流与商务湖北省协同创新中心, 湖北 武汉 430065;
4.中南财经政法大学工商管理学院, 湖北 武汉 430073)

摘要: 基于网络预售新产品销售期较短, 且商家在预售期内缺货完全拖后的特点, 根据预售期是否固定, 构建了起始有缺货的一次订货模型和两次订货模型. 然后, 对两种模型分别进行性质分析, 证明了其最优解存在, 并给出了相应的求解步骤. 通过算例实验, 分别求得了预售期不固定情形下的最优一次订货策略和预售期固定情形下的最优两次订货策略. 结果可以指导商家根据不同产品的参数水平, 在不同的预售策略下找到相应的最佳订货方案.

关键词: 网络零售商; 新产品预售; 订货策略; 库存管理

中图分类号: TP273 **文献标识码**: A **文章编号**: 1000−5781(2017)06−0843−12

doi: 10.13383/j.cnki.jse.2017.06.012

Ordering policies of advance selling products for online retailers

Xu Haoxuan[1,2,4], Zhang Jinlong[1,2,3], Gong Yeming[3], Wu Xiang[1,2]

(1. School of Management, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074, China;
2. Modern Information Management Institution, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074, China;
3. Collaborative Innovation Center for Modern Logistics and Business of Hubei, Wuhan Business University, Wuhan 430065, China;
4. School of Business Administration, Zhongnan University of Economics and Law, Wuhan 430073, China)

Abstract: Considering that online advance selling products have short selling seasons and that retailers can fully backlog the demands arriving in the pre-selling season, this paper studies both one-ordering policy and two-ordering policy with initial stock-out for advance selling depending on whether the pre-selling season is fixed. Analyses and optimal solutions for the two policies are given alternatively. Through numerical experiments the optimal one-ordering policy under the unfixed pre-selling period and the optimal two-ordering policy under the fixed pre-selling period are obtained respectively. The results suggest that our methods can find the optimal ordering scheme under different advance selling strategies according to different product parameters.

Key words: online retailer; advance selling of new product; ordering policy; inventory management

1 引 言

科技的进步和文化的影响正引领着人们进入一个快节奏的时代. 在产品消费上, 人们越来越追求风格的多样性和版本的换代更新, 如手机等个人消费类电子产品和快时尚服装等. 于是, 在电子商务特别是网络

收稿日期: 2014−11−13; 修订日期: 2015−11−19.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71271095; 71531009; 71701212); 武汉工商学院楚天学者讲座教授资助项目(S2015-002).

零售环境逐步成熟的环境下, 商家在推行这类销售期较短的新产品时通常会采取网络预售的策略. 所谓网络预售, 是指商家先在网络渠道发布新产品信息, 并同时启动产品预订, 一段时期后才正式发售产品. 销售期较短的新产品进入市场后, 需求波动和一些未知因素导致其库存控制难以被把握, 库存积压或缺货带来的成本风险也使得商家面临巨大挑战. 而通过网络预售策略就可以获取有利的提前需求信息来降低这些风险[1]. 因此, 如何合理地制定网络预售产品的订货策略, 对于商家降低运营成本有着重要意义.

网络预售产品主要有三个特点: 第一, 通常为新产品且销售期较短, 具有短生命周期的特点. 第二, 在预售期, 即商家启动预订到正式发售产品的这段时间内, 顾客的预订行为已经导致需求发生, 但商家实际却还未发售产品满足这些需求. 因此, 商家在预售期是缺货且短缺完全拖后的. 第三, 针对不同产品, 商家会采取不同的预售策略, 主要表现为不固定的预售期和固定的预售期这两种情况[1−3]. 前者是指在启动预订时不具体告知发售时间, 于是商家可以在预售期内观察到足够的信息来做一次性订货决策, 并确定预售期的长度; 后者是指在启动预订时告知发售时间, 此时商家在预售期内可能没有充分了解市场需求信息, 在产品发售点的第一次订货通常较为保守, 补充的库存会快速耗尽, 就需要第二次订货来满足剩下需求.

与本研究相关的主要是起始有缺货的库存模型, 短生命周期产品的订货策略和网络零售商的库存管理. 首先, 起始有缺货的库存模型最初由 Wu 等[4]在变质产品库存模型[5]的基础上提出. 此后, 学者们研究了基于不同假设的起始有缺货的库存模型[6,7], 但都是基于经济订货批量模型(EOQ)的一次订货模型. 而本文针对不同的网络预售策略, 既考虑了一次订货模型, 也研究了两次订货模型. 其次, 在短生命周期产品的订货策略研究方面, 多数学者考虑将BASS增长模型与传统订货模型结合, 如报童模型[8], 基准库存策略[9], 起始无缺货的一次订货模型[10]和两次订货策略[11,12]等. 这些研究都假设规划期开始的时候就有一次订货, 与网络预售产品的特点不符. 最后, 网络零售商库存管理的相关研究主要分为两类: 纯在线零售商的库存策略和双渠道环境下零售商的库存协调. 前者主要集中在纯在线零售商的库存系统设计[13], 库存分配策略[14], 订货策略[15], 订单分配与配送联合优化方法[16,17]等. 后者相关的文献主要考虑网络和传统销售渠道的库存共享问题[18], 网络零售商与供应商之间的库存分配策略[19], 以及线上线下渠道互动模式下的库存补给问题[20,21]. 这些文献大多研究的是整体的库存策略, 而没有针对产品特征的订货策略.

综上, 本文根据网络预售产品的三个特点, 采用调整的BASS模型构造一个产品生命周期内的斜坡型需求函数, 基于预售期是否固定, 制定了两种订货策略: 1)预售期不固定时, 采用一次订货策略, 决定何时进行订货, 即确定预售期的时间跨度; 2)预售期固定时, 采用两次订货策略, 需要找到第一次订货后库存水平降为零的时间点和第二次订货的时间点. 两种订货策略都是起始有缺货且缺货在预售期是完全拖后的, 在两次订货策略下, 第二次缺货却是部分拖后的. 另外, 两种订货策略都考虑了产品的无形变质. 在两种订货策略下, 本文分别根据商家对于订货时间点的选择, 讨论了多种订货子模型, 并通过模型分析找出各自的总成本最小的情况, 对两种订货策略模型下的子模型进行比较, 从而得到了对应的最优一次和两次订货策略.

2 网络预售产品的订货模型

2.1 模型假设和符号

根据网络预售产品的特点和实际订货问题, 作以下基本假设:

1) 网络预售新产品的销售期通常较短, 具有短生命周期的特征. 根据文献[12], 新进入市场的短生命周期产品在其整个生命周期内的需求呈现出先快速增长, 随后趋于平稳, 最后迅速降为零这样一种与时间的斜坡型函数关系, 具体需求函数如下

$$f(t)=\begin{cases} m\dfrac{p(p+q)^2\mathrm{e}^{-(p+q)t}}{(p+q\mathrm{e}^{-(p+q)t})^2}, & 0\leqslant t\leqslant \sigma \\ m\dfrac{p(p+q)^2\mathrm{e}^{-(p+q)\sigma}}{(p+q\mathrm{e}^{-(p+q)\sigma})^2}, & \sigma\leqslant t\leqslant L, \end{cases}$$

其中 L 为产品的生命周期, σ 表示需求开始进入成熟期的时间点, 均为已知参数. m 为该产品的市场容量,

p 为消费者创新系数, q 为消费者模仿系数, 均可根据 BASS 模型并利用市场数据拟合估计得到.

2) 无订货提前期, 即订货后库存立即得到补充.

3) 产品的预售期存在固定和不固定的两种情况. 当预售期不固定的时候, 商家采用一次订货策略; 当预售期固定的时候, 商家采用两次订货策略.

4) 网络预售产品销售期短, 很容易发生贬值, 因此考虑产品在存储期间的无形变质损失. 本文采用文献[12] 的假设, 即无形损失与产品的消费者创新系数与模仿系数之和$(p+q)$成反比关系, 直接体现在库存持有成本上. 若用 h 表示单位产品单位时间的库存持有成本, 则单位产品从时刻 t_1 到 t_2 的库存持有成本为 $h\int_{t_1}^{t_2}(t_2-t_1)/(\alpha(p+q))\mathrm{d}t$, 其中 α 为待定参数.

5) 允许缺货, 但在最后订货周期内不允许. 由于网络预售产品发布之后立即启动预订, 在没有接触过实际产品的情况下决定订购的顾客通常都愿意等待, 所以在预售期内是缺货且完全拖后的. 产品发售之后由于顾客实际接触了产品, 当再次出现缺货时, 可能只有一部分顾客愿意等待. 因而在两次订货策略下, 预售期之后的再次缺货则是部分拖后的, 剩下的缺货则成为销售损失. 假设短缺拖后比例为 $\theta=\beta(p+q)$, $0<\theta<1$, 其中 β 为待定参数.

模型采用的符号见下表 1

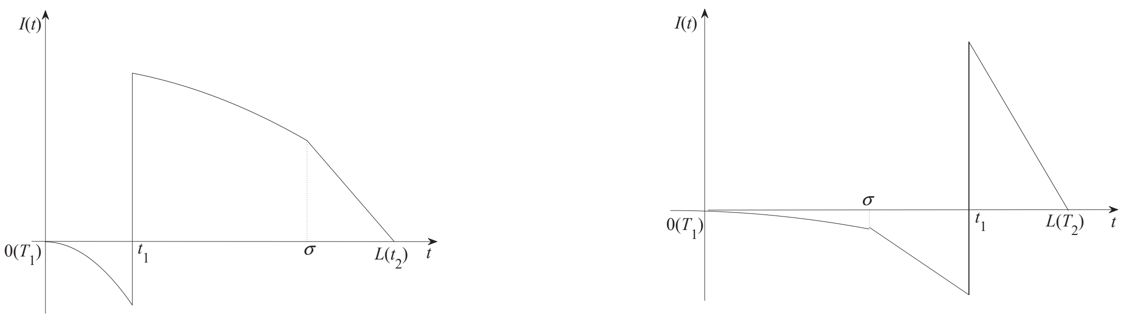
表 1 模型中的符号说明

Table 1 Account for the symbols in the model

符号	释义	符号	释义
$f(t)$	t时刻的需求率	l	单位产品销售损失成本
$I(t)$	t时刻的库存水平	T_i	i 周期内库存水平为零的时间点
s	订货固定成本	t_i	第 i 个订货时间点
h	单位时间单位产品的库存持有成本	$\mathrm{TC}_i(t_1)$	一次订货策略中第 i 种情境下的总库存成本
b	单位时间单位产品的短缺拖后成本	$\mathrm{TC}_i(T_2,t_2)$	两次订货策略中第 i 种情境下的总库存成本

2.2　一次订货策略

商家发布产品信息并启动预订的时间点为产品生命周期的起始点, 计划也由此开始. 此时库存水平为 0, 记该起始时间点为 T_1. 从起始点一直到产品正式发售这段时间被称为预售期, 产品发售的时间点即为商家的第一次订货点, 记为 t_1. 当预售期不确定, 即商家需要来决策 t_1 的时候, 采用一次订货策略, 即只在 t_1 订货, 用来立刻满足预售期的订单需求, 剩下的作为库存来满足 t_1 直到产品生命周期结束时间点 L 间的需求. 在一次订货策略下, 根据产品进入成熟期时间点 σ 和订货时间点 t_1 的关系, 考虑如图 1 所示的两种库存模型.



(a) $t_1<\sigma$　　(b) $t_1>\sigma$

图 1 一次订货策略的库存模型

Fig. 1 The inventory model under one-ordering policy

如图 1(a)所示, 当 $t_1<\sigma$ 时, 库存水平 $I(t), 0\leqslant t\leqslant L$ 满足以下方程

$$\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t}=-f(t),\quad 0\leqslant t<t_1,\ I(0)=0,\tag{1}$$

$$\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t} = -f(t), \quad t_1 \leqslant t \leqslant \sigma,\ I(\sigma^-) = I(\sigma^+), \tag{2}$$

$$\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t} = -f(\sigma), \quad \sigma \leqslant t \leqslant L,\ I(L) = 0. \tag{3}$$

分别对方程(1), 方程(2)和方程(3)积分求解得

$$I(t) = -\int_0^t f(x)\mathrm{d}x, \quad 0 \leqslant t < t_1, \tag{4}$$

$$I(t) = \int_t^\sigma f(x)\mathrm{d}x + \int_\sigma^L f(\sigma)\mathrm{d}x, \quad t_1 \leqslant t \leqslant \sigma, \tag{5}$$

$$I(t) = \int_t^L f(\sigma)\mathrm{d}x, \quad \sigma \leqslant t \leqslant L. \tag{6}$$

由式(4)可求得$[0, t_1]$内的累积短缺拖后量为 $B = \int_0^{t_1}\int_0^t f(x)\mathrm{d}x\mathrm{d}t$, 由式(5)和式(6), $[t_1, L]$内的累积库存持有量为

$$I = \int_{t_1}^\sigma \left(\int_t^\sigma f(x)\mathrm{d}x + \int_\sigma^L f(\sigma)\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}t + \int_\sigma^L \left(\int_t^L f(\sigma)\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}t.$$

因此, $t_1 < \sigma$ 时, $[0, L]$内总的成本为

$$\begin{aligned}\mathrm{TC}_1(t_1) = s + \frac{h}{\alpha(p+q)}\Bigg(&\int_{t_1}^\sigma (t-t_1)\left(\int_t^\sigma f(x)\mathrm{d}x + \int_\sigma^L f(\sigma)\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}t + \\ &\int_\sigma^L (t-t_1)\left(\int_t^L f(\sigma)\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}t\Bigg) + b\left(\int_0^{t_1}\left(\int_0^t f(x)\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}t\right),\end{aligned} \tag{7}$$

总订货量为 $Q = \int_{t_1}^\sigma f(x)\mathrm{d}x + \int_\sigma^L f(\sigma)\mathrm{d}x + \int_0^{t_1} f(x)\mathrm{d}x$, 其中 $\int_{t_1}^\sigma f(x)\mathrm{d}x + \int_\sigma^L f(\sigma)\mathrm{d}x$ 为 t_1 时间点订货后的库存水平, $\int_0^{t_1} f(x)\mathrm{d}x$ 为 t_1 时间点订货前的短缺拖后量.

如图 1(b)所示, 当 $t_1 > \sigma$ 时, 库存水平 $I(t), 0 \leqslant t \leqslant L$ 满足以下方程

$$\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t} = -f(t), \quad 0 \leqslant t \leqslant \sigma,\ I(0) = 0, \tag{8}$$

$$\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t} = -f(\sigma), \quad \sigma \leqslant t < t_1,\ I(\sigma^-) = I(\sigma^+), \tag{9}$$

$$\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t} = -f(\sigma), \quad t_1 \leqslant t \leqslant L,\ I(L) = 0. \tag{10}$$

对方程(8),方程(9)和方程(10)求解, 可得$[t_1, L]$内的累积库存持有量为 $I = \int_{t_1}^L\int_t^L f(\sigma)\mathrm{d}x\mathrm{d}t$, $[0, t_1]$ 内的累积短缺拖后量为

$$B = \int_0^\sigma\int_0^t f(x)\mathrm{d}x\mathrm{d}t + \int_\sigma^{t_1}\left(\int_0^\sigma f(x)\mathrm{d}x + \int_\sigma^t f(\sigma)\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}t.$$

于是, $t_1 > \sigma$ 时, $[0, L]$内总的成本为

$$\begin{aligned}\mathrm{TC}_2(t_1) = s + \frac{h}{\alpha(p+q)}&\left(\int_{t_1}^L (t-t_1)\left(\int_t^L f(\sigma)\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}t\right) + \\ &b\left(\int_0^\sigma\left(\int_0^t f(x)\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}t + \int_\sigma^{t_1}\left(\int_0^\sigma f(x)\mathrm{d}x + \int_\sigma^t f(\sigma)\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}t\right),\end{aligned} \tag{11}$$

总订货量为 $Q = \int_{t_1}^L f(\sigma)\mathrm{d}x + \int_0^\sigma f(x)\mathrm{d}x + \int_\sigma^{t_1} f(\sigma)\mathrm{d}x$, 其中 $\int_0^\sigma f(x)\mathrm{d}x + \int_\sigma^{t_1} f(\sigma)\mathrm{d}x$ 为 t_1 时间点订货前的短缺拖后量, $\int_{t_1}^L f(\sigma)\mathrm{d}x$ 为 t_1 时间点订货后的库存水平.

2.3 两次订货策略

当商家发布预售新产品信息后立即启动预订并告知过多长时间开始发售时, 即产品的预售期确定时, 商

家采用两次订货策略. 第一次订货发生在产品发售时间点 t_1. 且根据实际问题, t_1 是小于产品需求进入成熟期时间点 σ 的. 当库存水平降为零并导致缺货后, 允许商家进行第二次订货来立即满足拖后的缺货和剩下产品生命周期内的需求. 在两次订货策略下, 根据产品进入成熟期时间点 σ 和第一次订货时间点 t_1、第二次订货时间点 t_2 以及第二次零库存时间点 T_2 的关系, 考虑如图 2 所示的三种库存模型.

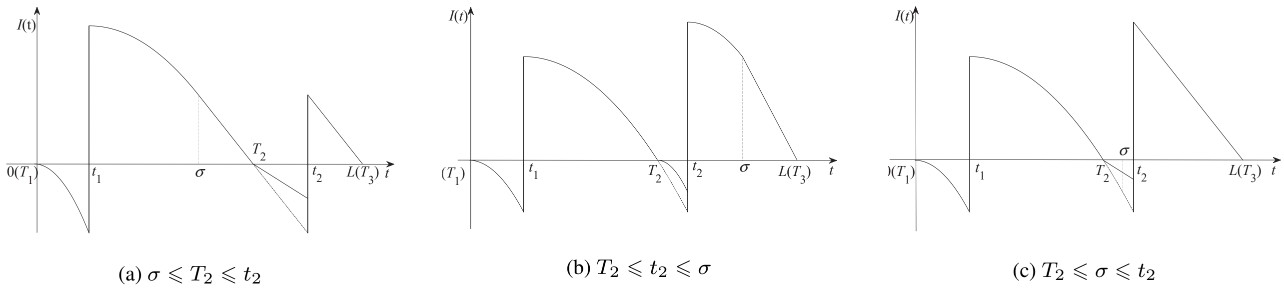


图 2 两次订货策略的库存模型

Fig. 2 The inventory model under two-ordering policy

如图 2(a) 所示, 当 $\sigma\leqslant T_2\leqslant t_2$ 时, 库存水平 $I(t), 0\leqslant t\leqslant L$ 满足以下方程

$$\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t}=-f(t),\quad 0\leqslant t<t_1,\ t_1\leqslant t\leqslant\sigma,\ I(0)=0,\ I(\sigma^-)=I(\sigma^+),\tag{12}$$

$$\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t}=-f(\sigma),\quad \sigma\leqslant t\leqslant T_2,\ t_2\leqslant t\leqslant L,\ I(L)=0,\tag{13}$$

$$\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t}=-\beta(p+q)f(\sigma),\quad T_2\leqslant t<t_2,\ I(T_2)=0.\tag{14}$$

方程(12),方程(13)和方程(14)的解为

$$I(t)=-\int_0^t f(x)\mathrm{d}x,\quad 0\leqslant t<t_1,\tag{15}$$

$$I(t)=\int_t^\sigma f(x)\mathrm{d}x+\int_\sigma^{T_2} f(\sigma)\mathrm{d}x,\quad t_1\leqslant t\leqslant\sigma,\tag{16}$$

$$I(t)=\int_t^{T_2} f(\sigma)\mathrm{d}x,\quad \sigma\leqslant t\leqslant T_2,\tag{17}$$

$$I(t)=\int_t^L f(\sigma)\mathrm{d}x,\quad t_2\leqslant t\leqslant L,\tag{18}$$

$$I(t)=-\int_{T_2}^t \beta(p+q)f(\sigma)\mathrm{d}x,\quad T_2\leqslant t<t_2.\tag{19}$$

于是可由式(15)求得$[0,t_1]$内的累积短缺拖后量为 $B_1=\int_0^{t_1}\int_0^t f(x)\mathrm{d}x\mathrm{d}t$. 由式(16)和式(17), $[t_1,T_2]$内的累积库存持有量为

$$I_1=\int_{t_1}^\sigma\left(\int_t^\sigma f(x)\mathrm{d}x+\int_\sigma^{T_2} f(\sigma)\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}t+\int_\sigma^{T_2}\int_t^{T_2} f(\sigma)\mathrm{d}x\mathrm{d}t.$$

由式(18), $[t_2,L]$内的累积库存持有量为 $I_2=\int_{t_2}^L\int_t^L f(\sigma)\mathrm{d}x\mathrm{d}t$. 由式(19), $[T_2,t_2]$内的累积短缺拖后量为 $B_2=\int_{T_2}^{t_2}\left(\int_{T_2}^t\beta(p+q)f(\sigma)\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}t$, 销售损失量为 $\mathrm{LS}=\int_{T_2}^{t_2}(1-\beta(p+q))f(\sigma)\mathrm{d}t$. 因此, $\sigma\leqslant T_2\leqslant t_2$ 时, $[0,L]$内总的成本为

$$\begin{aligned}\mathrm{TC}_1(T_2,t_2)=&2s+\frac{h}{\alpha(p+q)}\left(\int_{t_1}^\sigma(t-t_1)\left(\int_t^\sigma f(x)\mathrm{d}x+\int_\sigma^{T_2} f(\sigma)\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}t+\right.\\&\left.\int_\sigma^{T_2}(t-t_1)\int_t^{T_2} f(\sigma)\mathrm{d}x\mathrm{d}t+\int_{t_2}^L(t-t_2)\int_t^L f(\sigma)\mathrm{d}x\mathrm{d}t\right)+l\int_{T_2}^{t_2}(1-\beta(p+q))f(\sigma)\mathrm{d}t+\end{aligned}$$

$$b\left(\int_0^{t_1}\left(\int_0^t f(x)\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}t+\int_{T_2}^{t_2}\left(\int_{T_2}^t \beta(p+q)f(\sigma)\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}t\right), \tag{20}$$

t_1 点的订货量和 t_2 点的订货量分别为

$$Q_1=\int_{t_1}^{\sigma} f(x)\mathrm{d}x+\int_{\sigma}^{T_2} f(\sigma)\mathrm{d}x+S_1,$$
$$Q_2=\int_{t_2}^{L} f(\sigma)\mathrm{d}x+S_2.$$

其中 $S_1=\int_0^{t_1} f(x)\mathrm{d}x$ 为 $[0,t_1]$ 内的短缺拖后量, $S_2=\int_{T_2}^{t_2}\beta(p+q)f(\sigma)\mathrm{d}x$ 为 $[T_2,t_2]$ 内的短缺拖后量.

如图 2(b)所示, 当 $T_2\leqslant t_2\leqslant\sigma$ 时, 库存水平 $I(t), 0\leqslant t\leqslant L$ 满足以下方程

$$\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t}=-f(t),\quad 0\leqslant t<t_1,\ t_1\leqslant t\leqslant T_2,\ t_2\leqslant t\leqslant\sigma,\ I(0)=0,$$
$$\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t}=-\beta(p+q)f(t),\quad T_2\leqslant t<t_2,\ I(T_2)=0,$$
$$\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t}=-f(\sigma),\quad \sigma\leqslant t\leqslant L,\ I(\sigma^-)=I(\sigma^+),\ I(L)=0.$$

对以上方程组求解进而求得 $[0,\ t_1]$ 内的累积短缺拖后量为 $B_1=\int_0^{t_1}\int_0^t f(x)\mathrm{d}x\mathrm{d}t$. $[t_1,T_2]$内的累积库存持有量为 $I_1=\int_{t_1}^{T_2}\int_t^{T_2} f(x)\mathrm{d}x\mathrm{d}t$. $[T_2,t_2]$内的累积短缺拖后量为 $B_2=\int_{T_2}^{t_2}(\int_{T_2}^t\beta(p+q)f(x)\mathrm{d}x)\mathrm{d}t$, 销售损失量为 $\mathrm{LS}=\int_{T_2}^{t_2}(1-\beta(p+q))f(t)\mathrm{d}t$. $[t_2,L]$的累积库存持有量为
$I_2=\int_{t_2}^{\sigma}(\int_t^{\sigma} f(x)\mathrm{d}x+\int_{\sigma}^{L} f(\sigma)\mathrm{d}x)\mathrm{d}t+\int_{\sigma}^{L}\int_t^{L} f(\sigma)\mathrm{d}x\mathrm{d}t$. 因此, $T_2\leqslant t_2\leqslant\sigma$ 时, $[0,L]$内总的成本为

$$\begin{aligned}\mathrm{TC}_2(T_2,t_2)=2s+\frac{h}{\alpha(p+q)}&\left(\int_{t_1}^{T_2}(t-t_1)\int_t^{T_2} f(x)\mathrm{d}x\mathrm{d}t+\int_{t_2}^{\sigma}(t-t_2)\left(\int_t^{\sigma} f(x)\mathrm{d}x+(L-\sigma)f(\sigma)\right)\mathrm{d}t+\right.\\ &\left.f(\sigma)\int_{\sigma}^{L}(t-t_2)(L-t)\mathrm{d}t\right)+l\int_{T_2}^{t_2}\left(1-\beta(p+q)\right)f(t)\mathrm{d}t+\\ &b\left(\int_0^{t_1}\left(\int_0^t f(x)\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}t+\int_{T_2}^{t_2}\left(\int_{T_2}^t\beta(p+q)f(x)\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}t\right).\end{aligned} \tag{21}$$

t_1 点的订货量和 t_2 点订货量分别为

$$Q_1=\int_{t_1}^{T_2} f(x)\mathrm{d}x+S_1,$$
$$Q_2=\int_{t_2}^{\sigma} f(x)\mathrm{d}x+\int_{\sigma}^{L} f(\sigma)\mathrm{d}x+S_2.$$

其中 $S_1=\int_0^{t_1} f(x)\mathrm{d}x$ 为 $[0,t_1]$ 内的短缺拖后量, $S_2=\int_{T_2}^{t_2}\beta(p+q)f(x)\mathrm{d}x$ 为 $[T_2,t_2]$ 内的短缺拖后量.

如图 2(c) 所示, 当 $T_2\leqslant\sigma\leqslant t_2$ 时, 库存水平 $I(t), 0\leqslant t\leqslant L$ 满足以下方程

$$\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t}=-f(t),\quad 0\leqslant t<t_1,\ t_1\leqslant t\leqslant T_2,\ I(0)=0,$$
$$\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t}=-\beta(p+q)f(t),\quad T_2\leqslant t\leqslant\sigma,\ I(T_2)=0,$$
$$\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t}=-\beta(p+q)f(\sigma),\quad \sigma\leqslant t<t_2,\ I(\sigma^-)=I(\sigma^+),$$
$$\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t}=-f(\sigma),\quad t_2\leqslant t\leqslant L,\ I(L)=0.$$

于是, $[0,t_1]$和$[T_2,t_2]$内的累积短缺拖后量分别为

$$B_1=\int_0^{t_1}\int_0^t f(x)\mathrm{d}x\mathrm{d}t,$$

$$B_2=\int_{T_2}^{\sigma}\left(\int_{T_2}^t\beta(p+q)f(x)\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}t+\int_{\sigma}^{t_2}\left(\int_{T_2}^{\sigma}\beta(p+q)f(x)\mathrm{d}x+\int_{\sigma}^t\beta(p+q)f(\sigma)\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}t.$$

$[T_2,t_2]$内的销售损失量为

$$\mathrm{LS}=\int_{T_2}^{\sigma}(1-\beta(p+q))f(t)\mathrm{d}t+\int_{\sigma}^{t_2}(1-\beta(p+q))f(\sigma)\mathrm{d}t.$$

$[t_1,T_2]$内的累积库存持有量为

$$I_1=\int_{t_1}^{T_2}\int_{t}^{T_2}f(x)\mathrm{d}x\mathrm{d}t.$$

$[t_2,L]$内的累积库存持有量为

$$I_2=\int_{t_2}^{L}\int_{t}^{L}f(\sigma)\mathrm{d}x\mathrm{d}t.$$

因此, $T_2\leqslant\sigma\leqslant t_2$ 时, $[0,L]$内总的成本为

$$\begin{aligned}\mathrm{TC}_3(T_2,t_2)=2s+&\frac{h}{\alpha(p+q)}\left(\int_{t_1}^{T_2}(t-t_1)\int_{t}^{T_2}f(x)\mathrm{d}x\mathrm{d}t+\int_{t_2}^{L}(t-t_2)\int_{t}^{L}f(\sigma)\mathrm{d}x\mathrm{d}t\right)+\\&l\,(1-\beta(p+q))\left(\int_{T_2}^{\sigma}f(t)\mathrm{d}t+\int_{\sigma}^{t_2}f(\sigma)\mathrm{d}t\right)+b\left(\int_{0}^{t_1}\left(\int_{0}^{t}f(x)\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}t+\right.\\&\left.\int_{T_2}^{\sigma}\left(\int_{T_2}^{t}\beta(p+q)f(x)\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}t+\beta(p+q)\int_{\sigma}^{t_2}\left(\int_{T_2}^{\sigma}f(x)\mathrm{d}x+\int_{\sigma}^{t}f(\sigma)\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}t\right).\end{aligned}\tag{22}$$

第一次订货量和第二次订货量分别为

$$Q_1=\int_{t_1}^{T_2}f(x)\mathrm{d}x+S_1,\ \ Q_2=\int_{t_2}^{L}f(\sigma)\mathrm{d}x+S_2,$$

其中 $S_1=\int_0^{t_1}f(x)\mathrm{d}x$ 为 $[0,t_1]$ 内的短缺拖后量, $S_2=\int_{T_2}^{\sigma}\beta(p+q)f(x)\mathrm{d}x+\int_{\sigma}^{t_2}\beta(p+q)f(\sigma)\mathrm{d}x$ 为 $[T_2,t_2]$ 内的短缺拖后量.

3 最优订货策略

3.1 一次最优订货策略分析

根据式(7)和式(11), 一次订货策略下的$[0,L]$内的总成本为

$$\mathrm{TC}(t_1)=\begin{cases}\mathrm{TC}_1(t_1),\ \ 若\ t_1\leqslant\sigma\\ \mathrm{TC}_2(t_1),\ \ 若\ t_1>\sigma.\end{cases}$$

显然, $\mathrm{TC}(t_1)$在 $t_1=\sigma$ 处连续, 首先对 $\mathrm{TC}_1(t_1)$求关于 t_1 的一阶导数, 并令其为零, 可得

$$-\frac{h}{\alpha(p+q)}\left(\int_{t_1}^{\sigma}\left(\int_{t}^{\sigma}f(x)\mathrm{d}x+\int_{\sigma}^{L}f(\sigma)\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}t+\frac{1}{2}f(\sigma)(L-\sigma)^2\right)+b\int_0^{t_1}f(x)\mathrm{d}x=0.\tag{23}$$

若 t_1^* 是方程(23)的根, 则 $\mathrm{TC}_1(t_1)$关于 t_1 的二阶导数在 t_1^* 处必须大于零时, TC_1 才在该点取极小值, 即

$$\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{TC}_1(t_1)}{\mathrm{d}t_1^2}=\frac{h}{\alpha(p+q)}\left(\int_{t_1}^{\sigma}f(x)\mathrm{d}x+\int_{\sigma}^{L}f(\sigma)\mathrm{d}x\right)+bf(t_1)>0.\tag{24}$$

因为各参数均大于零, 且需求率为正, 不等式(24)显然成立, 因而可由方程(23)求得 TC_1 的极小值点.

同样地, 再将 $\mathrm{TC}_2(t_1)$ 对 t_1 分别求一阶和二阶导数, 并令一阶导数为零, 可得

$$\frac{\mathrm{d}\mathrm{TC}_2(t_1)}{\mathrm{d}t_1}=-\frac{h}{\alpha(p+q)}(L-t_1)^2f(\sigma)+b\left(\int_0^{\sigma}f(x)\mathrm{d}x+\int_{\sigma}^{t_1}f(\sigma)\mathrm{d}x\right)=0,\tag{25}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{TC}_2(t_1)}{\mathrm{d}t_1^2}=\frac{2h}{\alpha(p+q)}(L-t_1)f(\sigma)+bf(\sigma).\tag{26}$$

在式(26)中, $L > t_1$, $f(\sigma) > 0$, 且其他参数都为正, 故 $\mathrm{TC}_2(t_1)$关于 t_1 的二阶导数大于零. 所以, 可由方程(25)求得 TC_2 的极小值点.

于是, 可以采用以下步骤来求得一次订货策略下的最优订货点 t_1^*:

步骤 1

步骤 1.1 找到 $\mathrm{TC}_1(t_1)$的全局最小点 t_1^1, 假设由方程(23) 求得的根为 $t_1 = t_1'$, 则

$$\mathrm{TC}_1(t_1^1) = \min\{\mathrm{TC}_1(t_1^1), \mathrm{TC}_1(0), \mathrm{TC}_1(\sigma)\},$$

步骤 1.2 找到 $\mathrm{TC}_2(t_1)$的全局最小点 t_1^2, 假设由方程(25)求得的根为 $t_1 = t_1''$, 则

$$\mathrm{TC}_2(t_1^2) = \min\{\mathrm{TC}_2(t_1^2), \mathrm{TC}_2(\sigma), \mathrm{TC}_2(L)\};$$

步骤 2 根据 $\min\{\mathrm{TC}_1(t_1^1), \mathrm{TC}_2(t_1^2)\}$找到一次订货策略下的最优订货点 t_1^*, 并求得相应的最优订货量.

3.2 两次最优订货策略分析

根据式(20), 式(21)和式(22), 两次订货策略下的$[0, L]$内的总成本为

$$\mathrm{TC}(T_2, t_2) = \begin{cases} \mathrm{TC}_1(T_2, t_2), & \text{若 } t_1 \leqslant \sigma \leqslant T_2 \\ \mathrm{TC}_2(T_2, t_2), & \text{若 } t_2 \leqslant \sigma < L \\ \mathrm{TC}_3(T_2, t_2), & \text{若 } T_2 \leqslant \sigma \leqslant t_2. \end{cases}$$

在线零售商在发布产品信息后通常是在一个固定时间后开始正式发售产品, 也就是说在两次策略订货系统中, t_1 是一个固定值, 由决策者根据实际情况提前制定. 因此, 决策变量为 T_2 和 t_2, 即产品正式发售后库存降为零的时间点和第二次订货的时间点. 这是一个二元极小值问题, 故需要根据海塞矩阵的正定性来判定. 成本函数 $\mathrm{TC}_i(T_2, t_2)$在点 $\mathrm{P}(T_2^*, t_2^*)$ 的海塞矩阵为

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 \mathrm{TC}_i}{\partial T_2^2} & \dfrac{\partial^2 \mathrm{TC}_i}{\partial T_2 \partial t_2} \\ \dfrac{\partial^2 \mathrm{TC}_i}{\partial t_2 \partial T_2} & \dfrac{\partial^2 \mathrm{TC}_i}{\partial t_2^2} \end{bmatrix}.$$

其中 $i = 1, 2, 3$.

当 $\boldsymbol{H}$ 正定, 即各阶顺序主子式大于零时, 点 P^* 为 $\mathrm{TC}_i(T_2, t_2)$ 的极小值点.

1) 当 $t_1 \leqslant \sigma \leqslant T_2$ 时, 对 $\mathrm{TC}_1(T_2, t_2)$ 求关于 T_2 的一阶和二阶偏导, 有

$$\frac{\partial \mathrm{TC}_1}{\partial T_2} = \frac{h}{2\alpha(p+q)} f(\sigma)(T_2 - t_1)^2 - b\beta(p+q) f(\sigma)(t_2 - T_2) - l\left(1 - \beta(p+q)\right) f(\sigma), \tag{27}$$

$$\frac{\partial^2 \mathrm{TC}_1}{\partial T_2^2} = \frac{h}{\alpha(p+q)}(T_2 - t_1) f(\sigma) + b\beta(p+q) f(\sigma) > 0. \tag{28}$$

由式(27)再对 t_2 求偏导, 得

$$\frac{\partial^2 \mathrm{TC}_1}{\partial T_2 \partial t_2} = -b\beta(p+q) f(\sigma). \tag{29}$$

同样地, 将 $\mathrm{TC}_1(T_2, t_2)$ 求关于 t_2 的一阶和二阶偏导, 有

$$\frac{\partial \mathrm{TC}_1}{\partial t_2} = -\frac{h}{2\alpha(p+q)} f(\sigma)(L - t_2)^2 + b\beta(p+q) f(\sigma)(t_2 - T_2) + l\left(1 - \beta(p+q)\right) f(\sigma), \tag{30}$$

$$\frac{\partial^2 \mathrm{TC}_1}{\partial t_2^2} = \frac{h}{\alpha(p+q)} f(\sigma)(L - t_2) + b\beta(p+q) f(\sigma) > 0. \tag{31}$$

于是, 由式(28),式(29)和式(31)可得

$$|\boldsymbol{H}| = \frac{\partial^2 \mathrm{TC}_1}{\partial T_2^2}\frac{\partial^2 \mathrm{TC}_1}{\partial t_2^2} - \left(\frac{\partial^2 \mathrm{TC}_1}{\partial T_2 \partial t_2}\right)^2 = \left(\frac{h^2}{\alpha^2(p+q)^2}(T_2^* - t_1)(L - t_2^*) + \frac{\beta h b}{\alpha}(T_2^* - t_1 + L - t_2^*)\right) f(\sigma)^2.$$

因为 $T_2^* > t_1, L > t_2^*$, 其他各参数均大于零, 所以 $|\boldsymbol{H}| > 0$. H 的各阶顺序主子式均大于零, 故正定. 由 $\dfrac{\partial \mathrm{TC}_1}{\partial T_2} = 0$ 和 $\dfrac{\partial \mathrm{TC}_1}{\partial t_2} = 0$ 可求得成本函数 $\mathrm{TC}_1(T_2, t_2)$的极小值点.

2) 当 $t_2 \leqslant \sigma \leqslant L$ 时, 对 $\mathrm{TC}_2(T_2, t_2)$ 求关于 T_2 的一阶和二阶偏导, 有

$$\frac{\partial \mathrm{TC}_2}{\partial T_2} = f(T_2)\left(\frac{h(T_2-t_1)^2}{2\alpha(p+q)} - b\beta(p+q)(t_2-T_2) - l(1-\beta(p+q))\right), \tag{32}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \mathrm{TC}_2}{\partial T_2^2} = & f'(T_2)\left(\frac{h(T_2-t_1)^2}{2\alpha(p+q)} - b\beta(p+q)(t_2-T_2) - l(1-\beta(p+q))\right) + \\ & f(T_2)\left(\frac{h(T_2-t_1)}{\alpha(p+q)} + b\beta(p+q)\right).\end{aligned} \tag{33}$$

式(32)中, 设
$$g(T_2) = \frac{h(T_2-t_1)^2}{2\alpha(p+q)} - b\beta(p+q)(t_2-T_2) - l(1-\beta(p+q)),$$
则
$$\frac{\mathrm{d}g(T_2)}{\mathrm{d}T_2} = \frac{h(T_2-t_1)}{\alpha(p+q)} + b\beta(p+q) > 0.$$
所以 $g(T_2)$ 是 T_2 的一个严格增函数. 又因为 $t_1 \leqslant T_2 \leqslant \sigma$, 由 $f(t)$ 的函数形式可知, $f'(T_2) > 0$. 因此, $\dfrac{\partial \mathrm{TC}_2}{\partial T_2} = 0$ 必存在唯一的根 T_2^*, 使得 $g(T_2^*) = \dfrac{h(T_2^*-t_1)^2}{2\alpha(p+q)} - b\beta(p+q)(t_2-T_2^*) - l(1-\beta(p+q)) = 0$. 且由式(33)可知在 T_2^* 处, $\dfrac{\partial^2 \mathrm{TC}_2}{\partial T_2^2} = f'(T_2^*)g(T_2^*) + f(T_2^*)g'(T_2^*) = f(T_2^*)g'(T_2^*) > 0$. 由式(32)再对 t_2 求偏导, 得

$$\frac{\partial^2 \mathrm{TC}_2}{\partial T_2 \partial t_2} = -b\beta(p+q)f(T_2). \tag{34}$$

同样地, 将 $\mathrm{TC}_2(T_2, t_2)$求关于 t_2 的一阶和二阶偏导, 有

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathrm{TC}_2}{\partial t_2} = & -\frac{h}{\alpha(p+q)} \frac{2\int_{t_2}^{\sigma}\int_t^{\sigma} f(x)\mathrm{d}x\mathrm{d}t - f(\sigma)\left(\sigma^2 - L^2 - 2t_2(\sigma - L)\right)}{2} + \\ & b\beta(p+q)\int_{T_2}^{t_2} f(x)\mathrm{d}x + l\left(1-\beta(p+q)\right)f(t_2),\end{aligned} \tag{35}$$

$$\frac{\partial^2 \mathrm{TC}_2}{\partial t_2^2} = \frac{h}{\alpha(p+q)}\left(\int_{t_2}^{\sigma} f(x)\mathrm{d}x - f(\sigma)(\sigma - L)\right) + b\beta(p+q)f(t_2) + l\left(1-\beta(p+q)\right)f'(t_2) > 0. \tag{36}$$

所以, 由式(33),式(34)和式(36)可得

$$\begin{aligned}|\boldsymbol{H}| = & f(T_2^*)\left(\frac{h(T_2^*-t_1)}{\alpha(p+q)} + b\beta(p+q)\right)\left(\frac{h}{\alpha(p+q)}\left(\int_{t_2}^{\sigma} f(x)\mathrm{d}x + f(\sigma)(L-\sigma)\right) + \right. \\ & \left. b\beta(p+q)f(t_2^*) + l\left(1-\beta(p+q)\right)f'(t_2^*)\right) - \left(b\beta(p+q)f(T_2^*)\right)^2 \\ > & f(T_2^*)\left(\frac{h(T_2^*-t_1)}{\alpha(p+q)} + b\beta(p+q)\right)b\beta(p+q)f(t_2^*) - \left(b\beta(p+q)f(T_2^*)\right)^2 \\ > & f(T_2^*)b\beta(p+q)b\beta(p+q)f(T_2^*) - \left(b\beta(p+q)f(T_2^*)\right)^2 = 0.\end{aligned}$$

$\boldsymbol{H}$ 的各阶顺序主子式均大于零, 故正定. 由 $\dfrac{\partial \mathrm{TC}_2}{\partial T_2} = 0$ 和 $\dfrac{\partial \mathrm{TC}_2}{\partial t_2} = 0$ 可求得成本函数 $\mathrm{TC}_2(T_2, t_2)$的极小值点.

3) 当 $T_2 \leqslant \sigma \leqslant t_2$ 时, 求 $\mathrm{TC}_3(T_2, t_2)$ 关于 T_2 的一阶和二阶偏导得

$$\frac{\partial \mathrm{TC}_3}{\partial T_2} = f(T_2)\left(\frac{h}{2\alpha(p+q)}(T_2-t_1)^2 - b\beta(p+q)(t_2-T_2) - l(1-\beta(p+q))\right), \tag{37}$$

$$\frac{\partial^2 \mathrm{TC}_3}{\partial T_2^2} = f'(T_2)\left(\frac{h(T_2-t_1)^2}{2\alpha(p+q)} - b\beta(p+q)(t_2-T_2) - l(1-\beta(p+q))\right) + f(T_2)\left(\frac{h(T_2-t_1)}{\alpha(p+q)} + b\beta(p+q)\right). \tag{38}$$

式(37)中, 设 $g(T_2)=\dfrac{h(T_2-t_1)^2}{2\alpha(p+q)} - b\beta(p+q)(t_2-T_2)-l(1-\beta(p+q)$, 同上可知在 T_2^* 处, $\dfrac{\partial^2 \mathrm{TC}_3}{\partial T_2^2} = f'(T_2^*)g(T_2^*)+f(T_2^*)g'(T_2^*)=f(T_2^*)g'(T_2^*)>0$. 由式(37) 再对 t_2 求偏导, 得

$$\frac{\partial^2 \mathrm{TC}_3}{\partial T_2 \partial t_2} = -b\beta(p+q)f(T_2). \tag{39}$$

将 $\mathrm{TC}_3(T_2,t_2)$求关于 t_2 的一阶和二阶偏导, 有

$$\frac{\partial \mathrm{TC}_3}{\partial t_2} = \frac{-h(L-t_2)^2}{2\alpha(p+q)}f(\sigma) + b\left(\int_{T_2}^{\sigma}\beta(p+q)f(x)\mathrm{d}x + \beta(p+q)f(\sigma)(t_2-\sigma)\right) + l(1-\beta(p+q))f(\sigma), \tag{40}$$

$$\frac{\partial^2 \mathrm{TC}_3}{\partial t_2^2} = \frac{h(L-t_2)}{\alpha(p+q)}f(\sigma) + b\beta(p+q)f(\sigma) > 0. \tag{41}$$

所以,
$$\begin{aligned}|\boldsymbol{H}| &= f(T_2^*)\left(\frac{h(T_2^*-t_1)}{\alpha(p+q)} + b\beta(p+q)\right)\left(\frac{h(L-t_2)}{\alpha(p+q)}f(\sigma) + b\beta(p+q)f(\sigma)\right) - (b\beta(p+q)f(T_2^*))^2 \\ &> f(T_2^*)b\beta(p+q)b\beta(p+q)f(\sigma) - (b\beta(p+q)f(T_2^*))^2 \\ &> f(T_2^*)b\beta(p+q)b\beta(p+q)f(T_2^*) - (b\beta(p+q)f(T_2^*))^2 = 0.\end{aligned}$$

各阶顺序主子式均大于零, 故 $\boldsymbol{H}$ 正定.

由 $\dfrac{\partial \mathrm{TC}_3}{\partial T_2}=0$ 和 $\dfrac{\partial \mathrm{TC}_3}{\partial t_2}=0$ 可求得成本函数 $\mathrm{TC}_3(T_2,t_2)$ 的极小值点. 于是, 在两次订货策略下, 可采用以下步骤来求得最优的订货点:

步骤 1

步骤 1.1 找到 $\mathrm{TC}_1(T_2,t_2)$的全局最小点(T_2^1,t_2^1), 假设由 $\dfrac{\partial \mathrm{TC}_1}{\partial T_2}=0$ 和 $\dfrac{\partial \mathrm{TC}_1}{\partial t_2}=0$ 求得的解分别为 T_2' 和 t_2', 则 $\mathrm{TC}_1(T_2^1,t_2^1)=\min\{\mathrm{TC}_1(T_2',t_2'),\mathrm{TC}_1(\sigma,\sigma),\mathrm{TC}_1(\sigma,L),\mathrm{TC}_1(L,L)\}$,

步骤 1.2 找到 $\mathrm{TC}_2(T_2,t_2)$的全局最小点 (T_2^2,t_2^2), 假设由 $\dfrac{\partial \mathrm{TC}_2}{\partial T_2}=0$ 和 $\dfrac{\partial \mathrm{TC}_2}{\partial t_2}=0$ 求得的解分别为 T_2'' 和 t_2'', 则 $\mathrm{TC}_2(T_2^2,t_2^2)=\min\{\mathrm{TC}_2(T_2'',t_2''),\mathrm{TC}_2(t_1,t_1),\mathrm{TC}_2(t_1,\sigma),\mathrm{TC}_2(\sigma,\sigma)\}$,

步骤 1.3 找到 $\mathrm{TC}_3(T_2,t_2)$的全局最小点(T_2^3,t_2^3), 假设由 $\dfrac{\partial \mathrm{TC}_3}{\partial T_2}=0$ 和 $\dfrac{\partial \mathrm{TC}_3}{\partial t_2}=0$ 求得的解分别为 T_2''' 和 t_2''', 则 $\mathrm{TC}_3(T_2^3,t_2^3)=\min\{\mathrm{TC}_3(T_2''',t'''_2),\mathrm{TC}_3(t_1,\sigma),\mathrm{TC}_3(t_1,L),\mathrm{TC}_3(\sigma,\sigma),\mathrm{TC}_3(\sigma,L)\}$;

步骤 2 由 $\min\{\mathrm{TC}_1(T_2^1,t_2^1),\mathrm{TC}_2(T_2^2,t_2^2),\mathrm{TC}_3(T_2^3,t_2^3)\}$ 找到两次订货策略下的最优决策点(T_2^*,t_2^*), 并据此求得相应的最优订货量等相关决策变量.

4 数值实验

本文借鉴文献[12]中数值算例的基本参数, 假设商家在网上销售该新型256M的MP3, 而且采用了预售的策略. 由文献[12], 基本参数见表 2.

假设产品的生命周期为 12 个季度, 即 $L=12$, 产品需求在第八季度开始进入稳定期, 即 $\sigma=8$. 另外, 参数 $\alpha=4$, $\beta=1.8$. 根据 3.1 和 3.2 节中的分析与步骤, 利用 MATLAB 软件编程计算可分别得到一次订货

策略和两次订货策略下的结果.

表 2　模型的基本参数

Table 2　The basic parameters of the model

参数	m	p	q	s	h	b	l
值	4 043.45	0.007 3	0.402	250	4	8	62

4.1　一次订货最优策略

当预售期不固定时, 商家采用一次订货策略来决定何时订货来立即补充库存以正式发售产品, 算例结果如表3 所示.

表 3　一次订货策略结果

Table 3　The results of one-ordering policy

取值范围	t_1^*	极小值点	总成本 TC	总订货量 Q	短缺拖后量 S
$t_1 < \sigma$	7.57	驻点	34 641.86	2 738.50	1 107.97
$t_1 \geqslant \sigma$	8.00	区间端点	35 265.90	2 738.50	1 261.59

从表 3 可以看到, 当 $t_1 < \sigma$ 时, 极小值在驻点 $t_1 = 7.57$ 处取得, 而当 $t_1 \geqslant \sigma$ 时, 极小值点在区间端点 $t_1 = \sigma = 8$ 处取得. 通过比较两种情形下的总成本, 可知一次订货策略下的最优订货点为 $t_1^* = 7.57$, 即最佳预售期长度应该为 7.57, 最优策略为在该点订货 $Q^* = 2\,738.50$, 对应的总成本为 34 641.86.

4.2　两次订货最优策略

当预售期固定时, 商家采用两次订货策略. 假设产品发布后经过两个季度正式发售, 即 $t_1 = 2$, 且在该点第一次订货. 商家还需要确定第一次订货后库存降为零的时间点以及在此之后何时进行第二次订货. 算例结果如表 4 所示.

表 4　两次订货策略结果

Table 4　The results of two-ordering policy

取值范围	T_2^*	t_2^*	极小值点	总成本 TC	订货量 Q_1	订货量 Q_2	总订货量 Q	短缺拖后量 S	损失销售量 LS
$\sigma \leqslant T_2 \leqslant t_2$	8.00	8,00	区间端点	35 155.06	1 261.59	1 476.91	2 738.50	89.37	0
$T_2 \leqslant t_2 \leqslant \sigma$	6.43	7.74	驻点	28 209.32	757.01	1873.78	2 630.79	390.80	107.71
$T_2 \leqslant \sigma \leqslant t_2$	8.00	8.00	区间端点	35 155.06	1 261.59	1 476.91	2 738.50	89.37	0

从表 4 可以看到, 当 $\sigma \leqslant T_2 \leqslant t_2$ 和 $T_2 \leqslant \sigma \leqslant t_2$ 时, 极小值都在区间端点 $T_2 = 8,\ t_2 = 8$ 处取得. 而当 $T_2 \leqslant t_2 \leqslant \sigma$ 时, 极小值在驻点 $T_2 = 6.43,\ t_2 = 7.74$ 处取得. 比较三种情形下的总成本可知, 两次订货策略下的最优决策点为 $T_2^* = 6.43,\ t_2^* = 7.74$, 最优策略为: 在 $t_1 = 2$ 时订货 $Q_1^* = 757.01$, 库存在 $T_2^* = 6.43$ 时再次降为零, 然后在 $t_2^* = 7.74$ 时再次订货 $Q_2^* = 1\,873.78$, 总订货量为 $Q^* = 2\,630.79$, 对应的总成本为 28 209.32.

5　结束语

本文首先针对网络预售产品的三个主要特点, 采用调整的 BASS 模型描述了产品生命周期内的需求. 然后根据预售期是否固定, 构建了起始有缺货的一次订货策略和两次订货策略. 同时, 考虑产品需求达到稳定的时间点与订货时间点及零库存时间点的关系, 分别讨论了在每种订货策略下不同的订货子模型. 接着通过模型分析找到了每种情形下使得成本最小的条件, 进一步得到求解每种订货策略中最优订货点和订货量的步骤. 最后, 用算例进行实验, 分别求得了预售期不固定时一次订货策略和预售期固定时两次订货策略下的最优结果.

本文的研究可以应用于网络零售商采用预售方式推行新产品时的订货决策. 在发布新产品之前, 商家可以根据市场已有的相似产品的信息进行预测并得到新产品的相应需求参数, 同时可利用在预售期内提前

收集到的需求信息对所获得的参数进行贝叶斯更新, 进而得到更为准确的需求信息. 另外, 商家也可以根据不同产品的参数情况, 在不同的预售情形下, 分析各自的最优订货策略来决定应采取什么样的订货方案. 后续研究还可以从考虑服务质量约束、促销影响和有形变质等方面延伸.

参考文献:

[1] Li C, Zhang F. Advance demand information, price discrimination, and preorder strategies. Manufacturing & Service Operations Management, 2013, 15(1): 57–71.

[2] Prasad A, Stecke K E, Zhao X. Advance selling by a newsvendor retailer. Production and Operations Management, 2011, 20(1): 129–142.

[3] Mesak H I, Zhang H, Pullis J M. On optimal service capacity allocation policy in an advance selling environment in continuous time. European Journal of Operational Research, 2010, 203(2): 505–512.

[4] Wu K S, Ouyang L Y. A replenishment policy for deteriorating items with ramp type demand rate. Proceedings of the National Science Council, Republic of China, Part A: Physical Science and Engineering, 2000, 24(4): 279–286.

[5] Mandal B, Pal A K. Order level inventory system with ramp type demand rate for deteriorating items. Journal of Interdisciplinary Mathematics, 1998, 1(1): 49–66.

[6] Deng P S, Lin R H J, Chu P. A note on the inventory models for deteriorating items with ramp type demand rate. European Journal of Operational Research, 2007, 178(1): 112–120.

[7] Skouri K, Konstantaras I, Papachristos S, et al. Inventory models with ramp type demand rate, partial backlogging and weibull deterioration rate. European Journal of Operational Research, 2009, 192(1): 79–92.

[8] Kurawarwala A A, Matsuo H. Forecasting and inventory management of short life-cycle products. Operations Research, 1996, 44(1): 131–150.

[9] Zhu K, Thonemann U W. An adaptive forecasting algorithm and inventory policy for products with short life cycles. Naval Research Logistics, 2004, 51(5): 633–653.

[10] 徐贤浩, 余双琪. 短生命周期产品的三种库存模型的比较. 管理科学学报, 2007, 10(4): 9–15.
Xu X H, Yu S Q. Comparison of three inventory models of short life cycle products. Journal of Management Sciences in China, 2007, 10(4): 9–15. (in Chinese)

[11] 陈 军, 但 斌, 曹群辉, 等. 短保质期变质产品的两次订货策略研究. 管理科学学报, 2009, 12(3): 83–91.
Chen J, Dan B, Cao Q H, et al. Ordering policy with two ordering opportunities for deteriorating items with short shelf life. Journal of Management Sciences in China, 2009, 12(3): 83–91. (in Chinese)

[12] 徐贤浩, 陈 雯, 廖丽平, 等. 基于需求预测的短生命周期产品订货策略研究. 管理科学学报, 2013, 16(4): 22–32.
Xu X H, Chen W, Liao L P, et al. Ordering strategy of short life-cycle products based on the demand forecasting. Journal of Management Sciences in China, 2013, 16(4): 22–32. (in Chinese)

[13] Allgor R, Graves S C, Xu P J. Traditional inventory models in an e-retailing setting: A two-stage serial system with space constraints // Proceedings of 2004 SMA Conference. Singapore, 2004: 1–6.

[14] Xu P J. Order fulfillment in online retailing: What goes where. Boston: Massachusetts Institute of Technology, 2005.

[15] Acimovic J A. Lowering outbound shipping costs in an online retail environment by making better fulfillment and replenishment decisions. Boston: Massachusetts Institute of Technology, 2012.

[16] 张源凯, 黄敏芳, 胡祥培. 网上超市订单分配与物流配送联合优化方法. 系统工程学报, 2015, 30(2): 251–258.
Zhang Y K, Huang M F, Hu X P. Integrated optimization approach to order allocation and delivery problem of online supermarket. Journal of Systems Engineering, 2015, 30(2): 251–258. (in Chinese)

[17] 黄敏芳, 张源凯, 胡祥培. 有机蔬菜 B2C 直销的配送方案智能生成方法. 系统工程学报. 2013, 28(5): 600–607.
Huang M F, Zhang Yu K, Hu X P. Intelligent delivery scheme generation method for organic vegetables under B2C direct sale. 2013, 28(5): 600–607. (in Chinese)

[18] Seifert R W, Thonemann U W, Sieke M A. Integrating direct and indirect sales channels under decentralized decision-making. International Journal of Production Economics, 2006, 103(1): 209–229.

[19] 刘丽文, 王欣宇. 代发货环境下网络零售商的阈值库存分配策略. 系统工程学报, 2009, 23(6): 650–658.
Liu L W, Wang X Y. Threshold level inventory rationing policies with drop-shipping for internet retailers. Journal of Systems Engineering, 2009, 23(6): 650–658. (in Chinese)

(下转第 864 页)