第 32 卷第 6 期 系 统 工 程 学 报 Vol.32 No.6
2017 年 12 月 JOURNAL OF SYSTEMS ENGINEERING Dec. 2017

风险规避下基于 Stackelberg 博弈的供应链回购契约

简惠云, 许民利
(中南大学商学院, 湖南 长沙 410083)

摘要: 针对供应商主导的二级供应链, 在供应商与零售商风险规避假设下, 以 CVaR 为风险测度工具, 建立了基于 Stackelberg 博弈的供应链回购契约模型, 分析了供应商的最优决策, 以及供应链成员的风险规避水平、批发价对订货量及供应链成员收益的影响, 并与风险中性下的决策结果进行比较. 研究表明, 当批发价确定时, 在不同的风险规避水平与批发价取值区间, 供应商选择不同的回购策略; 当批发价为决策变量时, 供应商需要根据契约双方的风险规避水平设置批发价, 并决定是否回购; 与风险中性假设相比, 风险规避假设对实践中供应商的决策行为提供了更合理的解释.

关键词: 供应链; 回购契约; 风险规避; 条件风险值; Stackelberg 博弈
中图分类号: F224; F274 **文献标识码**: A **文章编号**: 1000−5781(2017)06−0829−14
doi: 10.13383/j.cnki.jse.2017.06.011

Supply chain buyback contract based on Stackelberg game with the assumption of risk-aversion

Jian Huiyun, Xu Minli
(Business School of Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: This paper establishes a buyback contract model based on Stackelberg game for the supplier dominated two-echelon supply chain with a risk-averse supplier and a risk-averse retailer by using CVaR. It analyzes the supplier's optimal decision, examines the impact of the members' risk-averse degree and the wholesale price on the order and the members' profits. The decision results are compared with the risk neutral decision results. The results show that the supplier chooses different repurchase strategies at different risk-averse levels and at wholesale price range when the wholesale price is definitive. When the wholesale price is a decision variable, the supplier needs to determine the wholesale price according to the risk-averse levels of the members and decide whether to adopt a return policy. Compared with the risk-neutral hypothesis, the risk-averse hypothesis provides a more reasonable explanation for the supplier's decision behavior in practice.

Key words: supply chain; buyback contract; risk-averse; conditional value at risk; Stackelberg game

1 引 言

供应链契约与协调一直是供应链研究的热点, 产生了大量研究成果[1−3]. 供应链契约通过调整分配方

收稿日期: 2014−12−10; 修订日期: 2015−07−16.
基金项目: 国家社会科学基金资助项目(14BGL196); 湖南省自然科学基金资助项目(2015JJ2177); 湖南省社会科学基金智库专项重点资助项目(16ZWB40); 湖南省社会科学成果评审委员会资助项目(XSP17YBZC201).

式, 监督激励, 违约惩罚等条款, 对供应链成员的策略空间和偏好进行一定限制, 引导其朝着供应链总体利益最大化方向努力. 回购契约是供应链中广泛使用的一种契约机制. Lau 等[4] 和 Choi 等[5]指出回购契约可给制造商带来较多益处, 如鼓励零售商增加产品的订货量, 进而增加制造商本身的收益.

存在主导企业的供应链在分散决策下, 广泛应用 Stackelberg 博弈描述供应链契约双方的决策过程. 如叶飞等[6]在 Stackelberg 博弈下设计回购契约来改进零售商和供应商的收益. 许传永等[7]针对零售商主导的供应链, 在 Stackelberg 博弈下分析了收益共享机制对订货水平及利润分配等的影响. Wu[8] 以双寡头竞争的供应链为背景, 分别在集中控制与基于 Stackelberg 博弈的分散决策情形下分析了回购策略对零售价及订货量等的影响. Chen 等[9]等基于 Stackelberg 博弈研究了制造商主导的双渠道供应链中的最优定价策略.

然而, 上述文献均是以风险中性(risk-neutral)假设为研究前提, 但现实中人们决策时很少是风险中性的, 由于市场需求等外部环境的不确定性, 供应链成员企业往往表现为风险规避(risk-averse). 此时, 决策者追求的不再是单一的期望收益最大化目标, 而是一种收益－风险之间的权衡(trade-off). 近年来, 学者们也对风险规避下的供应链契约进行了研究. 姚忠[10]研究了零售商具有下行风险约束时的退货合同, 分析了退货策略对单周期供应链的协调性. Gan 等[11]针对供应商风险中性, 零售商风险规避的供应链, 利用回购策略设计了一个满足零售商下行风险约束的协调契约. Choi 等[12] 在MV框架下分析了基于回购契约的供应链协调和风险控制问题. 代建生等[13,14]分别在回购契约与收益共享契约下, 考察了风险中性供应商和风险规避销售商联合促销的供应链协调问题. 林强等[15]用 CVaR 方法建立了基于收益共享契约的供应链决策模型. 但斌等[16]分析了农产品供应链中不利天气及生产商的风险厌恶程度对最优农资投入水平及供应链协调的影响. Ma 等[17] 在批发价契约下, 分析了风险规避零售商与风险中性制造商组成的供应链的合作博弈问题.

上述考虑风险规避的供应链契约研究文献中, 大多数假设供应商风险中性, 只考虑零售商的风险规避行为. 但是, 已有实证研究表明, 供应商在不确定决策下也很少表现为风险中性. 如 Fisher 等[18]在对时装制造企业 Obermeyer 的库存研究时发现, 经理人最终确定的生产量要小于风险中性时的最优值. Katok 等[19]进行的实验研究也表明, 供应商设置的契约价格参数系统性地偏离风险中性时的理论均衡值. 目前, 已有少量文献考虑了供应商的风险规避行为. 如在供应商, 零售商均为风险规避假设下, 于春云等[20], 闻卉等[21], 高文军等[22]研究了供应链优化与协调问题, 但这几篇文献均未涉及供应链合作伙伴间的博弈问题, 设计的协调契约方案也就不是厂商的自发行为, 契约参数的确定还需要协商谈判才能实现.

与已有文献不同, 本文考虑一个由单个风险规避零售商与单个风险规避供应商组成, 以供应商为主导的二级供应链, 首先提出一种直观, 易懂的建立供应商 CVaR 模型的方法, 然后在 Stackelberg 博弈的回购契约下, 研究风险规避供应商进行回购的条件以及最优回购价的设置, 分析批发价格, 供应链契约双方的风险规避程度对订货量及供应链成员收益的影响, 并与风险中性下的决策结果以及 Stackelberg 博弈的批发价契约进行比较, 探索供应商如何根据契约双方的风险规避水平确定批发价以及是否采用回购策略. 本研究有助于揭示风险规避供应商的回购动机, 并对一些现实经济活动现象提供合理解释.

2 条件风险值(CVaR)模型

考虑一个由单个供应商与单个零售商组成, 由供应商主导的单周期产品供应链, 市场需求 X 为一随机变量, $X \in [0, u_{\mathrm{h}}]$. 设 $f(\cdot)$ 和 $F(\cdot)$ 分别为随机量 X 的密度函数和分布函数, 产品生产成本及市场售价分别为 c 和 p, 残值为 v, 不考虑缺货成本, 在一个销售周期内无补货机会. w 为产品的批发价格, b 为供应商对销售季节中未售完产品的回购价, 满足 $v \leqslant b \leqslant w$. 当 $b = v$ 时, 供应商不会对季末剩余商品实行回购, 实为批发价契约; 当 $b = w$ 时, 则为全价回购. 在给定契约参数(w, b) 下, 零售商确定订货量 q.

假设供应商与零售商均为风险规避者.在常见的三种风险管理工具中, 与 VaR, MV 方法相比, CVaR 更

能体现潜在风险, 具有良好的计算特性, 并满足一致性风险测度公理, 故本文选择 CVaR 度量决策者的风险收益, 并假设供应商与零售商是理性的, 在各自确定的风险水平下, 按照 CVaR 最大化原则进行决策.

2.1 零售商的条件风险值及最优订货决策

在给定价格参数(w,b)下, 零售商订购量为 q, 其利润 π_{r} 为一随机量, 与需求 X 的实现值有关. 令 $Z=\pi_{\mathrm{r}}$, 则 Z 的分布函数为 $G(z)=\Pr\{\mathrm{Z}\leqslant \mathrm{z}\}$, 其中 z 为目标利润. 给定任意概率水平 $\beta\in(0,1]$, 利润 Z 的风险价值为 $\mathrm{VaR}_\beta(Z)=\inf\{z|G(z)\geqslant\beta\}$, 也称为 β 分位数利润. 零售商的条件风险值为

$$\mathrm{CVaR}_\beta\pi_{\mathrm{r}}=\mathrm{E}\left[Z|Z\leqslant \mathrm{VaR}_\beta\right]=\frac{1}{\beta}\int_{Z\leqslant \mathrm{VaR}_\beta} zg(z)\mathrm{d}z, \tag{1}$$

其中 $g(z)$为随机利润变量 Z 的概率密度函数.

条件风险值 $\mathrm{CVaR}_\beta\pi_{\mathrm{r}}$ 度量了比 VaR_β 还小的利润平均值, 忽略收益高于 VaR_β 的部分, 而低于 VaR_β 的收益正是风险规避的决策者所要控制的风险部分. 本文称 β 为零售商的风险规避水平, 其值越小, 表示决策者风险规避程度越高, 越害怕风险.

为解决模型(1)中因包含 VaR 变量而求解困难的问题, 文献[23]提出了一种通过建立随机利润分布函数的方法求解报童 CVaR 模型. 对零售商来说, 回购契约与批发价契约相比, 只不过产品残值由 v 变为 $b(b\geqslant v)$, 故把报童决策相关公式中的 v 换成 b, 可得回购契约下零售商的最优订购决策及条件风险值, 分别为

$$q^*=F^{-1}\left(\frac{p-w}{p-b}\beta\right),\qquad \beta\in(0,1], \tag{2}$$

$$\mathrm{CVaR}_\beta\pi_{\mathrm{r}}=(p-w)q-\frac{p-b}{\beta}\int_0^q(q-x)f(x)\mathrm{d}x. \tag{3}$$

从式(2)可知, β 越小, 最优订购量也越小, 即 β 越小, 零售商的风险规避程度越高. 当 $\beta=1$ 时, 式(2)和式(3)转化为风险中性下的决策情形, $\mathrm{CVaR}_\beta\pi_{\mathrm{r}}$ 也即为零售商的期望利润值. 因此, 风险中性只是风险规避的一种特例.

2.2 供应商的条件风险值模型

回购契约下, 供应商需要与零售商共同承担市场不确定性风险. 在考虑供应商风险规避的文献[20–22]中, 求解供应商 CVaR 均是参照 Rockafellar 等提出的方法, 分别对 VaR 和 q 两次求解极值[24], 推导极其烦琐, 而且求出的 VaR 和 CVaR 的含义非常不直观. 受文献[23]的启发, 本文提出另一种求解思路, 首先分析供应商随机利润的分布函数, 并由此得到任意风险水平 α 下的风险价值 VaR_α, 然后从 CVaR 的定义出发, 建立不同订货量和风险水平下的 CVaR 模型.

2.2.1 供应商的随机利润分布函数

设 π_{m} 为供应商利润, 则 $\pi_{\mathrm{m}}=(w-c)q-(b-v)(q-X)^+$. 令 $Y=\pi_{\mathrm{m}}$, 由于 X 随机, Y 也是随机变量. Y 的分布函数为

$$H(y)=\Pr\{Y\leqslant y\}=\Pr\{(w-c)q-(b-v)(q-X)^+\leqslant y\},$$

其中 y 为目标利润, 其最小、最大值 $y_{\min}, y_{\max}$ 分别在需求为0 与 q 时获得, 即 $y_{\max}=(w-c)q$, $y_{\min}=(w-c-b+v)q$.

$H(y)$函数按以下两种情况分析:

1) 当 $X\leqslant q$ 时, $H(y)=\Pr\{(w-c)q-(b-v)(q-X)\leqslant y\}=\Pr\{X\leqslant q_1\}$, 其中 $q_1=q-\dfrac{(w-c)q-y}{b-v}$, 由于 $Y\leqslant y_{\max}=(w-c)q$, 故 $q_1\leqslant q$.记 $H_1(y)=F(q_1)$;

2) 当 $X\geqslant q$ 时, $H(y)=\Pr\{(w-c)q\leqslant y\}$. 当 $y<y_{\max}$ 时, $\Pr\{(w-c)q\leqslant y\}=0$, 而当 $y=y_{\max}$ 时, $\Pr\{(w-c)q\leqslant y\}=1$.

根据上面分析, 得到供应商随机利润变量 Y 的分布函数 $H(y)$

$$H(y)=\begin{cases}F(q_1), & y\in[y_{\min},y_{\max})\\ 1, & y=y_{\max}.\end{cases} \tag{4}$$

$H(y)$ 为一个分段函数, 在 $y=y_{\max}$ 时的左极限为 $\lim\limits_{y\to y_{\max}{}^-}F(y)=F(y_{\max})$.

2.2.2 供应商风险价值的确定

设任意 $\alpha\in(0,1]$, 利润 Y 的风险价值定义 $\mathrm{VaR}_\alpha(Y)=\inf\{y|H(y)\geqslant\alpha\}$, 记 $y_\alpha=\mathrm{VaR}_\alpha(Y)$. 根据订购量的不同, y_α 表达式有两种情况:

1) 当 $y<y_{\max}$ 时, $y={H_1}^{-1}(\alpha)$, 由分布函数 $H(y)$ 解得

$$y_\alpha=(w-c-b+v)q+(b-v)F^{-1}(\alpha). \tag{5}$$

由式(5)把约束 $y<y_{\max}$ 换成对订购量 q 的约束, 即 $q>F^{-1}(\alpha)$.

2) 当 $y=y_{\max}$ 时, 供应商在风险水平 α 下的风险价值 $y_\alpha=y_{\max}$, 即

$$y_\alpha=(w-c)q. \tag{6}$$

当 $y_\alpha=(w-c)q$ 时, $\alpha\geqslant F(q)$, 即 $q\leqslant F^{-1}(\alpha)$.

2.2.3 供应商的条件风险值

类似地, 给定概率水平 $\alpha\in(0,1]$, 供应商的条件风险值定义为

$$\mathrm{CVaR}_\alpha Y=\mathrm{E}(Y|Y\leqslant y_\alpha)=\frac{1}{\alpha}\int_{Y\leqslant y_\alpha}yh(y)\mathrm{d}y. \tag{7}$$

称 α 为供应商的风险规避水平, $h(y)$ 为随机利润变量 Y 的概率密度函数, y_α 值由式(5) 或者式(6)确定, 这取决于订购量 q 值和风险规避水平 α 的大小.

1) 当 $q>F^{-1}(\alpha)$ 时, $y_\alpha=(w-c-b+v)q+(b-v)F^{-1}(\alpha)$.

随机利润 Y 小于等于风险价值 y_α 的积分区间对应需求变量 X 的区间为$[0,q_1]$, 而 $q_1=F^{-1}(\alpha)$, 故式(7)可等价写成

$$\mathrm{CVaR}_\alpha Y=(w+v-b-c)q+\frac{(b-v)}{\alpha}\int_0^{F^{-1}(\alpha)}xf(x)\mathrm{d}x. \tag{8}$$

2) 当 $q\leqslant F^{-1}(\alpha)$ 时, $y_\alpha=(w-c)q$. 随机利润 Y 小于等于风险价值 y_α 的积分区间换算成需求变量 X 的区间为$[0,q\,]$和 $[q,F^{-1}(\alpha)]$, 故式(7)可等价写成

$$\mathrm{CVaR}_\alpha Y=(w-c)q-\frac{1}{\alpha}(b-v)\int_0^q(q-x)f(x)\mathrm{d}x. \tag{9}$$

综上, 根据风险规避水平 α 与订货量 q 的关系, 供应商条件风险值可分为两种情况, 如式(8), 式(9)所示.

3 Stackelberg 博弈下的回购契约模型

设供应商, 零售商的风险规避水平分别为 $\alpha,\beta\ (\alpha,\beta\in(0,1])$, 依照 Stackelberg 主从对策的思想, 回购契约下, 供应商的定价决策需要求解如下规划模型

$$\begin{cases}\underset{b}{\mathrm{Max}}\,\mathrm{CVaR}_\alpha\pi_{\mathrm{m}}=\begin{cases}(w+v-b-c)q+\dfrac{(b-v)}{\alpha}\displaystyle\int_0^{F^{-1}(\alpha)}x\mathrm{d}F(x), & q>F^{-1}(\alpha)\\ (w-c)q-\dfrac{b-v}{\alpha}\displaystyle\int_0^q(q-x)\mathrm{d}F(x), & q\leqslant F^{-1}(\alpha)\end{cases}\\ \text{s.t.}\\ \qquad q=F^{-1}(\beta(p-w)/(p-b))\\ \qquad w\geqslant b\geqslant v.\end{cases} \tag{10}$$

由于供应商的条件风险值有二种情况, 下面对供应商的最优决策也分两种情况进行分析, 一种是 $\beta \leqslant \alpha$, 意味着零售商比供应商更倾向于低风险; 另一种情况是 $\beta > \alpha$, 意味着供应商更倾向于低风险. 模型(10)中, $\mathrm{CVaR}_{\alpha}\pi_{\mathrm{m}}$ 取极大值的最优订货量记为 ${q_{\mathrm{s}}}^*$, 很明显, ${q_{\mathrm{s}}}^*$ 也必须满足式(10)的约束条件.

由模型(10)知, 回购价 b 除了与生产成本 c, 售价 p 及双方风险规避水平 α, β 有关外, 还与需求分布函数的逆函数有关. 由于均匀分布的逆函数可以显式表达, 进而可得到博弈均衡解的解析表达式, 以便于分析结论的管理学意义, 故下文以均匀分布为例来推导有关解, 以此分析最优决策的一些特点.

3.1　零售商倾向于低风险时的情形($\beta \leqslant \alpha$)

定理 1　设供应商, 零售商的风险规避水平分别为 $\alpha, \beta(\alpha, \beta \in (0,1])$, 且 $\beta \leqslant \alpha$, 令阈值 $\beta_{\mathrm{l}} = \dfrac{2\alpha(w-c)}{p+w-2v}, \beta_{\mathrm{h}} = \dfrac{2\alpha(w-c)}{p-w}$, 则有:

1) 当 $\beta \geqslant \beta_{\mathrm{h}}$ 时, 供应商的最优选择是不回购, 即设置 $b^* \equiv v$.

2) 当 $\beta_{\mathrm{l}} < \beta < \beta_{\mathrm{h}}$ 时, 存在唯一确定的最优回购价 b^*, 最优订货量 ${q_{\mathrm{s}}}^*$ 使供应商的 CVaR 取极大值, b^*, ${q_{\mathrm{s}}}^*$ 分别满足式(11), 式(12), 即

$$b^* = \frac{2\alpha p(w-c) - \beta(p-w)(p-2v)}{2\alpha(w-c)+\beta(p-w)}, \tag{11}$$

$$F({q_{\mathrm{s}}}^*) = \frac{\beta(p-w) + 2\alpha(w-c)}{2(p-v)}. \tag{12}$$

3) 当 $\beta \leqslant \beta_{\mathrm{l}}$ 时, 最优回购价 $b^* \equiv w$, 即供应商对未售完的产品实行全价回购, 此时, 零售商不再管理库存, 供应商确定库存水平, ${q_{\mathrm{s}}}^*$ 满足下式, 即

$$F({q_{\mathrm{s}}}^*) = \alpha\left(\frac{w-c}{w-v}\right). \tag{13}$$

证明见附录 1.

定理 1 给出了供应商在给定批发价 w 下的最优回购价设置, 包括不回购($b^* \equiv v$), 回购($v < b^* < w$)及全价回购($b^* \equiv w$)三种情形. 由定理 1 易得如下推论.

推论 1　当回购契约可行($v < b^* < w$)时, 最优回购价 b^* 是供应商风险水平 α 的增函数, 零售商风险规避水平 β 的减函数.

推论 1 说明, 在零售商风险规避水平一定时, 供应商越害怕风险, 其提供的回购价越低; 同样, 当供应商风险水平一定时, 零售商越害怕风险, 则供应商为了鼓励零售商增加订购量, 他需要提供更高的回购价格, 才能保证自己获取较大的风险收益.

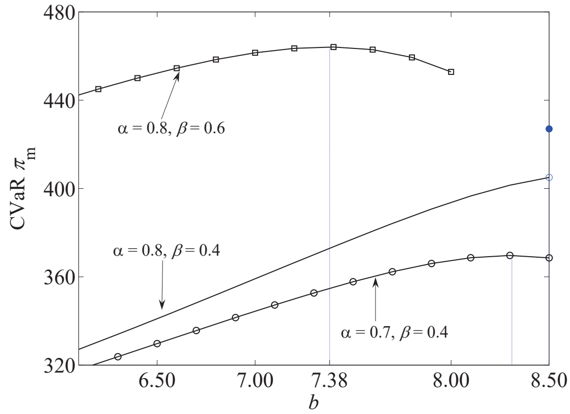

图 1　供应商条件风险值 CVaR 与回购价的关系

Fig. 1 The relationship between the supplier's CVaR and buyback price

设置系统参数 $p=12, c=3, v=0; u_{\mathrm{h}}=300$, 若不作特殊说明, 后文均以该参数进行数值计算. 令 $w=8.5$, 画出供应商的条件风险值 CVaR 与回购价 b 的关系, 如图 1 所示. 图中, 当 $\alpha=0.8, \beta=0.6$ 时, 最优回购价 $b^*=7.38$, 符合式(11). 保持供应商风险规避水平不变, 当零售商风险规避水平变小, $\beta=0.4(\beta_{\mathrm{l}}=0.43, \beta<\beta_{\mathrm{l}})$时, 在 $b \leqslant w$ 的区域内, 供应商 CVaR 是回购价 b 的单调递增函数, 故供应商的最优选择是设置 $b^*=w$, 即全价回购. 在 $b^*=w$ 时, 零售商愿意销售任意多的产品, 零售商不存在决策问题, 供应商需要确定其最优的生产量 ${q_{\mathrm{s}}}^*$, 库存水平按式(13)确定, 此时供应商承担全部市场风险, 同时也获得供应链中绝大部分收益, 故当 $b^*=w$ 时, 供应商的 CVaR 有一个显著地增加, 如图 1 中的实心点表示. 保持零售商的风险规避水平不变, 当供应商的风险规避水平变小时, 最优回购价减小, 如图中, $\alpha=0.7, \beta=0.4$ 时, 最优回购价 $b^*=8.31<w$.

3.2 供应商倾向于低风险时的情形($\alpha<\beta$)

当供应商比零售商更加倾向于低风险, 即 $\alpha<\beta$ 时, 最优订货量 ${q_{\mathrm{s}}}^*$ 的取值区间有两种情况, 一是 $F^{-1}(\alpha) \leqslant {q_{\mathrm{s}}}^* \leqslant F^{-1}(\beta)$, 二是 ${q_{\mathrm{s}}}^* \leqslant F^{-1}(\alpha) \leqslant F^{-1}(\beta)$.

1) 若 $q \geqslant F^{-1}(\alpha)$, 由式(10)可得

$$\frac{\partial \mathrm{CVaR}_\alpha \pi_{\mathrm{m}}}{\partial b}=w+v-c-p+\frac{\alpha(p-b)^2}{2\beta(p-w)},$$

$$\frac{\partial^2 \mathrm{CVaR}_\alpha \pi_{\mathrm{m}}}{\partial b^2}=-\frac{\alpha(p-b)}{\beta(p-w)}<0.$$

如果在这个区域内存在最优回购价, 则 b^* 必满足一阶条件, 令 $\dfrac{\partial \mathrm{CVaR}_\alpha \pi_{\mathrm{m}}}{\partial b}=0$, 可得

$$b^*=p-\sqrt{\frac{2\beta(p-w)(p+c-w-v)}{\alpha}}. \tag{14}$$

由式(14)及式(10), 可得回购价满足式(14)时的最优订货量为

$$F({q_{\mathrm{s}}}^*)=\sqrt{\frac{\alpha\beta(p-w)}{2(p+c-w-v)}}. \tag{15}$$

回购契约可行, 回购价还必须满足 $v<b^* \leqslant w$ 及 $q \geqslant F^{-1}(\alpha)$ 两个约束条件. 当 $\alpha \leqslant \beta$ 时, 由式(14)易证 $b^*<w$ 恒成立. 记 $\alpha_{\mathrm{l}}=\dfrac{2\beta(p-w)(p+c-w-v)}{(p-v)^2}$, $\alpha_{\mathrm{h}}=\dfrac{\beta(p-w)}{2(p+c-w-v)}$, 由式(14)知, 当 $\alpha>\alpha_{\mathrm{l}}$ 时, 可使 $b>v$. 又由式(15)知, 要保证 $q \geqslant F^{-1}(\alpha)$, 必须满足 $\alpha \leqslant \alpha_{\mathrm{h}}$.

若由式(14)和式(15)确定的解 q^*, b^* 同时满足 $w>b^*>v$ 且 $q \geqslant F^{-1}(\alpha)$ 约束, 则供应商的风险规避水平必满足 $\alpha \in (\alpha_{\mathrm{l}}, \alpha_{\mathrm{h}}]$. 由 $\alpha_{\mathrm{l}} \leqslant \alpha_{\mathrm{h}}$, 得 $w \geqslant w_{\mathrm{h}}$, 其中 $w_{\mathrm{h}}=(p+2c-v)/2$.

综上, 可得下列结论.

引理 1 当 $\alpha<\beta$ 时, 最优回购价及订货量满足式(14), 式(15)的充要条件是 $w \geqslant w_{\mathrm{h}}$ 且 $\alpha \in (\alpha_{\mathrm{l}}, \alpha_{\mathrm{h}}]$.

批发价阈值 w_{h} 不一定小于售价 p, 如果 $w_{\mathrm{h}} \geqslant p$, 则引理 1 的充要条件自动失效. 令 $w_{\mathrm{h}}'=\min\{w_{\mathrm{h}}, p\}$.

2) 若 $q \leqslant F^{-1}(\alpha)$, 且在该区间内存在极值, 则最优回购价 b^* 与最优订货量 ${q_{\mathrm{s}}}^*$ 应满足式(11), 式(12).

回购契约可行, 回购价还必须满足 $v<b^* \leqslant w$ 条件. 令 $b^*=v$, 可求出供应商不回购时的最小风险规避水平, 记为阈值 $\alpha_{\mathrm{m}}=\beta(p-w)/(2(w-c))$, 仅当$\alpha>\alpha_{\mathrm{m}}$ 时, 有 $b^*>v$ 成立. 又当 $\alpha<\beta$ 时, 用反证法易证 $b^*<w$ 恒成立.

引理 2 当 $\alpha<\beta$ 时, 最优回购价 b^* 满足式(11)的必要条件是 $\alpha>\alpha_{\mathrm{m}}$.

引理 2 还只限定了回购价满足的约束条件, 最优决策符合式(11)和式(12), 还必须满足订货量约束, 即符合 $q \leqslant F^{-1}(\alpha)$. 又由于 $\alpha<\beta$, 要 $\alpha>\alpha_{\mathrm{m}}$ 有意义, 必有 $\dfrac{p-w}{2(w-c)}<1$, 即 $w>w_{\mathrm{l}}$, 其中 $w_{\mathrm{l}}=\dfrac{p+2c}{3}$,

易知 $w_{\rm l} < w_{\rm h}$. 当 $\alpha > \alpha_{\rm m}$ 时, 有 $\beta < \alpha\dfrac{2(w-c)}{p-w}$, 代入式(12)得 $F({q_{\rm s}}^*) \leqslant \dfrac{2\alpha(w-c)}{(p-v)}$, 若 $w < w_{\rm h}$, 则 ${q_{\rm s}}^* \leqslant F^{-1}(\alpha)$ 恒成立.

引理 3 当 $\alpha < \beta$ 时, 若 $w_{\rm l} < w < w_{\rm h}$ 且 $\alpha > \alpha_{\rm m}$, 则最优回购价 b^* 与订货量 ${q_{\rm s}}^*$ 分别满足式(11), 式(12).

引理 4 当 $w \geqslant w_{\rm h}$ 时, 若 $\alpha \leqslant \alpha_{\rm l}$, 则供应商的最优选择是不回购.

证明 首先证明当 $w \geqslant w_{\rm h}$ 时, $\alpha_{\rm l} \leqslant \alpha_{\rm m}$. 用反证法, 假设 $\alpha_{\rm l} > \alpha_{\rm m}$, 则有 $4(p+c-w-v)(w-c) > (p-v)^2$ 成立, 令 $\varphi(w) = 4(p+c-w-v)(w-c)$, $\varphi'(w) = p+2c-2w-v$, 由于 $w \geqslant w_{\rm h}$, 故 $\varphi'(w) \leqslant 0$, 即 $\varphi(w)$ 为单调递减函数. 而 $\varphi(w)|_{w=w_{\rm h}} = (p-v)^2$, 故 $\varphi(w) \leqslant (p-v)^2$, 这与 $4(p+c-w-v)(w-c) > (p-v)^2$ 矛盾, 原假设 $\alpha_{\rm l} > \alpha_{\rm m}$ 不成立. 因此, 当 $w \geqslant w_{\rm h}$ 时, $\alpha_{\rm l} \leqslant \alpha_{\rm m}$.

若 $\alpha \leqslant \alpha_{\rm l}$, 由于 $\alpha_{\rm l} \leqslant \alpha_{\rm m}$, 则 $\alpha \leqslant \alpha_{\rm m}$, 由引理 2 知, 不满足按式(11)进行决策的必要条件, 同时, 由引理 1 知, $\alpha \leqslant \alpha_{\rm l}$ 也不满足按式(14)决策的充要条件, 因此, 供应商的最优选择是不回购. 证毕.

综合引理 1 至引理 4, 可得下列结论.

定理 2 当 $\alpha < \beta$ 时, 基于 Stackelberg 博弈的回购契约下, 供应商的最优决策分三种情况:

1) 当 $w \leqslant w_{\rm l}$ 时, 供应商的最优决策是不回购;

2) 当 $w_{\rm l} < w < {w_{\rm h}}'$ 时, 若 $\alpha > \alpha_{\rm m}$, 则最优回购价及订货量分别满足式(11), 式(12); 若 $\alpha \leqslant \alpha_{\rm m}$, 供应商的最优决策是不回购;

3) 当 $w \geqslant w_{\rm h}$ 时, 若 $\alpha \leqslant \alpha_{\rm l}$, 供应商的最优决策是不回购; 若$\alpha \in (\alpha_{\rm l}, \alpha_{\rm h}]$, 最优回购价及订货量分别满足式(14), 式(15); 若 $\alpha > \alpha_{\rm h}$, 最优回购价及订货量分别满足式(11), 式(12).

对供应商比零售商更倾向于低风险的供应链, 定理 2 给出了供应商进行回购的条件. 与 $\alpha \geqslant \beta$ 的供应链不同, 当供应商比零售商更加害怕风险时, 供应商的最优决策不会出现全价回购的情况.

对于任意风险规避水平组合的供应链, 用 MATLAB 模拟供应商与零售商的最优决策, 如表 1 所示. 订货量均落在 ${q_{\rm s}}^* \leqslant F^{-1}(\alpha)$ 区域内. 计算阈值 $\alpha_{\rm m} = 0.4\beta$, $\beta_{\rm l} = 0.5\alpha$. 当 $\alpha \leqslant 0.4\beta$ 时, 供应商的最优选择是不回购, 故表 1 中右上角的最优回购价 $b^* \equiv 0$; 当 $\alpha > 0.4\beta$ 时, 分别按式(11), 式(13)计算最优回购价和订货量; 当 $\beta \leqslant 0.5\alpha$ 时, 供应商的最优选择是实行全价回购, 故表 1 中左下角 $b^* \equiv w$. 从表 1 可看出, 当供应商风险规避水平一定, 合作零售商风险规避水平越低, 则供应商提供的回购价越大, 但订货量依然降低; 当零售商风险规避水平降到一定程度时, 供应商为了增加其收益, 甚至会对未售完产品实行全价回购. 如表 1 中, 当 $\alpha = 1$, $\beta \leqslant 0.5$ 时, 供应商实行全价回购. 同理, 当零售商风险规避水平一定时, 供应商越是风险规避, 其提供的回购价越低, 甚至不回购, 如表 1 中, 当 $\beta = 1$, $\alpha \leqslant 0.4$ 时, 供应商的最优选择是不回购, 回购契约变成批发价契约.

表 1 风险规避假设下, 供应商与零售商的最优决策($w = 8$)

Table 1 The optimal decision of supplier and retailer under risk avoidance hypothesis($w = 8$)

β \ α	1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2
1.0	5.14	4.62	4.00	3.27	2.40	1.33			
	(175)	(162)	(150)	(138)	(125)	(112)			
0.9	5.65	5.14	4.55	3.85	3.00	1.95	0.63		
	(170)	(158)	(145)	(132)	(120)	(108)	(95)		
0.8	6.18	5.70	5.14	4.47	3.65	2.63	1.33		
	(165)	(152)	(140)	(128)	(115)	(102)	(90)		
0.7	6.75	6.30	5.78	5.14	4.36	3.38	2.12	0.41	
	(160)	(148)	(135)	(122)	(110)	(98)	(85)	(73)	
0.6	7.35	6.95	6.46	5.87	5.14	4.22	3.00	1.33	
	(155)	(142)	(130)	(118)	(105)	(93)	(80)	(68)	
0.5		7.64	7.20	6.67	6.00	5.14	4.00	2.40	
		(138)	(125)	(112)	(100)	(88)	(75)	(63)	
0.4				7.53	6.95	6.18	5.14	3.65	1.33
				(108)	(95)	(83)	(70)	(58)	(45)

注: 括号中为零售商订货量, 右上角空白区表示最优回购价为零, 左下角空白区表示最优回购价等于批发价.

当批发价满足 $w \geqslant w_{\rm h}$ 时, 按定理 2, 最优订货量 $q_{\rm s}{}^*$ 可能小于 $F^{-1}(\alpha)$, 也可能大于 $F^{-1}(\alpha)$. 设 $w = 9.5$, 计算阈值 $\alpha_{\rm l} = 0.191\beta, \alpha_{\rm h} = 0.227\beta$, 对由任意$(\alpha, \beta)$ 组合构成的供应链, 画出最优订货量区间, 如图 2 所示.

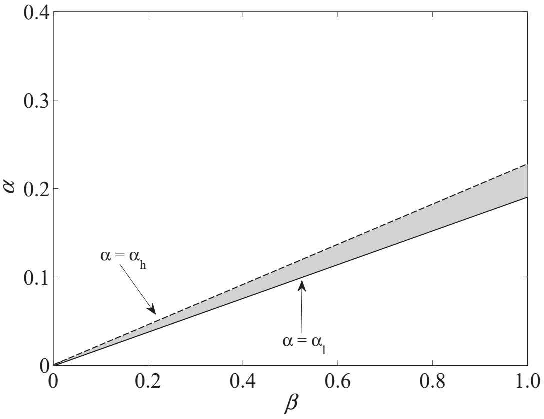

图 2　当 $w \geqslant w_{\rm h}$ 时, 最优订货量区间

Fig. 2　The optimal order quantity interval when $w \geqslant w_{\rm h}$

图 2 中, 当 $\alpha \leqslant \alpha_{\rm l}$, 供应商的最优选择是不回购, 对应图中右下角区域. 当 $\alpha \in (\alpha_{\rm l}, \alpha_{\rm h}]$, 分别按式(14)和式(15) 确定回购价和订货量, 此时最优订货量满足 $q_{\rm s}{}^* \geqslant F^{-1}(\alpha)$, 如图中阴影区域; 当 $\alpha > \alpha_{\rm h}$ 时, 分别按式(11)和式(12)计算回购价和订货量, 最优订货量满足 $q_{\rm s}{}^* < F^{-1}(\alpha)$, 如图左上角部分. 当回购能增加供应商的 CVaR 时, 不管 w 定价在哪个区间, 最优订货量大都落在 $q \leqslant F^{-1}(\alpha)$ 区域内, 此时供应商的风险价值为 ${\rm VaR}_\alpha = (w-c)q$, 说明风险规避供应商设置的最优目标利润恰好是产品全部售完, 无剩余的情形.

4　回购契约模型的讨论

4.1　风险规避与风险中性假设下最优决策的比较

风险中性假设包含供应商, 零售商均为风险中性或者供应商风险中性而零售商为风险规避两种情形.

1) 风险中性假设下的最优决策

$\alpha = 1, \beta = 1$ 代表供应商, 零售商均为风险中性. 由定理 1 可得, 当 $w \leqslant w_{\rm l} = (p+2c)/3$ 时, 供应商不回购; 而当 $w > p + 2c - 2v$ 时为全价回购, 很显然, 全价回购的条件不成立, 这说明供应商, 零售商均为风险中性假设下, 只要当 $w > w_{\rm l}$ 时, 供应商总是会采用回购策略, 但是, 全价回购对于供应商来说都不是最优决策.

$\alpha = 1, \beta \leqslant 1$ 表示供应商为风险中性而零售商为风险规避. 同样可得, 当 $w > w_{\rm l}$ 时, $\beta < \beta_{\rm h}$ 恒成立, 也即只要 $w > w_{\rm l}$, 供应商总是会采用回购策略.

2) 两种风险态度假设下决策结果的区别及对现实经济活动的解释

综合定理 1 与定理 2 的结论, 可得不同风险态度下, 供应商进行回购的条件比较, 如表 2 所示.

相对于供应商, 零售商均为风险中性和供应商风险中性而零售商风险规避下的研究结论, 供应链成员均为风险规避假设下的研究结论更具有一般性. 如表 2 中, 设置系统参数 $p = 12, c = 3, v = 0$, 在供应商风险中性假设下, 不管零售商是风险中性还是风险规避, 只要批发价格 $w > 6$, 回购策略都是供应商的最优选择. 但是, 在供应链合作伙伴均为风险规避假设下, 不管 w 为多少, 供应商决定回购还是不回购, 都需要考虑合作双方的风险规避程度.

从表 2 知, 风险规避假设下, 当 $\alpha \geqslant \beta$ 时, 供应商可能会对未售完的产品实行全价回购. 但在供应链成员均为风险中性假设下, 全价回购都不是供应商的最佳选择. 全价回购可以解释电子商务环境下的代销直供模式: 由于网络店主对产品销售市场的掌控不如传统零售商, 加上产品更新换代频繁等原因, 他们在订购产品时的规避风险行为会更强烈, 而供应商为了提高销量, 实现利益最大化, 对零售商实行代销直供. 这样, 零售商在供应链中起到的是代理人的作用, 通过广告促销等营销手段吸引顾客, 获得订单, 并将订单转交给

供应商, 零售商不再承担库存风险, 供应商需对库存统筹安排, 并承担全部市场风险[25].

表 2　风险态度假设不同的供应链, 供应商回购条件的比较

Table 2 The comparison of suppliers' buyback conditions under different risk attitude in supply chain

风险态度	回购条件($v < b^* \leqslant w$)		全价回购条件($b^* \equiv w$)
	批发价格区间	风险规避水平区间	
$\alpha = 1, \beta = 1$	$w > w_{\mathrm{l}}$	$\alpha = 1, \beta = 1$	不满足
$\alpha = 1, \beta \leqslant 1$	$w \leqslant w_{\mathrm{l}}$	$\beta < \dfrac{2(w-c)}{p-w}$	$\beta \leqslant \dfrac{2(w-c)}{p+w-2v}$
	$w > w_{\mathrm{l}}$	任意β值($\beta \leqslant 1$)	
$\alpha \leqslant 1, \beta \leqslant 1$	$w \leqslant w_{\mathrm{l}}$	$\beta < \beta_{\mathrm{h}}$(仅当$\alpha \geqslant \beta$ 时, 该条件可能成立)	$\beta \leqslant \dfrac{2\alpha(w-c)}{p+w-2v}$
	$w_{\mathrm{l}} < w < \min\{w_{\mathrm{h}}, p\}$	$\alpha > \alpha_{\mathrm{m}}$(当$\alpha \geqslant \beta$时, 该条件恒成立)	
	$w \geqslant w_{\mathrm{h}}$	$\alpha > \alpha_{\mathrm{l}}$ (当$\alpha \geqslant \beta$ 时, 该条件恒成立)	

注: 若 $w_{\mathrm{h}} \geqslant p$, 则批发价格区间 $w \geqslant w_{\mathrm{h}}$ 不存在.

综上所述, 相对风险中性假设, 风险规避假设对现实中供应商的回购决策行为提供了更合理的解释.

4.2　风险规避水平对订货量及供应链成员收益的影响

推论 2　当批发价格 w 在$[w_{\mathrm{l}}, w_{\mathrm{h}}')$区间时, 则基于 Stackelberg 博弈的回购契约下($v < b^* < w$), 供应链合作双方的最优条件风险值以及最优订货量是风险规避水平 α, β 的严格递增函数.

证明见附录 2.

由推论 1, 推论 2 知, 当供应商风险规避水平 α 一定时, 零售商风险规避水平越小, 供应商虽然给予零售商更大的回购价, 但由于订货量 ${q_{\mathrm{s}}}^*$ 减小, 零售商的条件风险值依然减小. 同理, 当零售商风险规避水平 β 一定时, 供应商风险规避水平 α 越小, 他给予零售商的回购价就越小, 造成订货量 ${q_{\mathrm{s}}}^*$ 减小, 供应商获取的风险收益也越小. 设置 $w = 8$, 分别固定一方而变化另一方的风险规避水平, 进行最优决策模拟, 结果如表 3, 表 4 所示. 表 3 中, 当 $\alpha = 0.2$ 时, 供应商的最优选择是不回购, 设置 $b^* = v$, 实为批发价契约; 表 4 中, 全价回购时的阈值 $\beta_{\mathrm{l}} = 0.35$, 故当 β 为 0.3 和 0.2 时, $b^* = w$, 此时, 最优订货量 ${q_{\mathrm{s}}}^*$ 与零售商的风险规避水平 β 无关.

表 3　供应商风险规避水平 α 对最优决策及契约双方条件风险价值的影响($\beta = 0.7$)

Table 3 The impact of the supplier's risk aversion level on the optimal decision and the CVaR of both parties

α	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
b^*	0	0.41	2.12	3.38	4.36	5.14	5.78	6.3	6.75
${q_{\mathrm{s}}}^*$	70	73	85	97.5	110	122	135	148	160
$\mathrm{CVaR}_\alpha \pi_{\mathrm{m}}$	350.0	350.4	361.2	380.2	403.3	428.8	455.6	483.5	512.0
$\oint_\beta \pi_{\mathrm{r}}$	140.0	145.0	170.0	195.0	220.0	245.0	270.0	295.0	320.0

表 4　零售商风险规避水平 β 对最优决策及契约双方条件风险价值的影响($\alpha = 0.7$)

Table 4 The impact of the retailer's risk aversion on the optimal decision and the CVaR of both parties

β	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
b^*	8.0	8.0	7.53	6.67	5.87	5.14	4.47	3.85	3.27
${q_{\mathrm{s}}}^*$	131	131	108	112	118	122	128	132	138
$\mathrm{CVaR}_\alpha \pi_{\mathrm{m}}$	328.1	328.1	330.2	361.6	394.5	428.8	464.5	501.6	540.2
$\mathrm{CVaR}_\beta \pi_{\mathrm{r}}$	120.0	180.0	215.0	225.0	235.0	245.0	255.0	265.0	275.0

4.3　批发价格对订货量及供应链成员收益的影响

由前面分析知, 供应商在回购契约下的最优决策不仅与供应链合作伙伴的风险规避程度相关, 还与产品的批发价 w 相关. 如果 w 为外生变量, 那么, 给定 w, 供应商作为 Stackelberg 博弈的先行者, 可据定理 1, 定理 2 设置最优回购价. 但若 w 也为决策变量, 供应商还需确定合适的 w 值, 然后再决定是否采用回购策略.

由于高利润产品($p - c > 0.5(p - v)$)[19]才有可能存在 $w \geqslant w_{\mathrm{h}}$ 的情形, 而且价格阈值 w_{h} 相对产品利润 $p - c$ 已经很高了, 故实践中 $w > w_{\mathrm{h}}$ 的可能性较低. 又由于 Stackelberg 博弈的批发价契约下, 最优定价 $w^* = 0.5(p + c)$[26], 而 $w^* > w_{\mathrm{l}}$, 回购契约下的 w 值不可能比批发价契约下的值还低. 综合上述两个原因, 本文认为$[w_{\mathrm{l}}, w_{\mathrm{h}}')$ 是实践中 w 比较合理的价格区间. 下面分析 w 处于$[w_{\mathrm{l}}, w_{\mathrm{h}}')$ 区间时, 批发价格对订货量及供应链成员风险收益的影响.

定理 3 当批发价格 w 在$[w_{\mathrm{l}}, w_{\mathrm{h}}')$区间内且风险规避水平 α, β 满足回购条件($v < b^* < w$) 时, 供应商在最优决策下, 有下列结论:

1)当 $\alpha > 0.5\beta$ 时, 供应商的条件风险值及订货量是批发价格 w 的单调递增函数;

2)当 $\alpha < 0.5\beta$ 时, 供应商的条件风险值及订货量是批发价格 w 的单调递减函数;

3)当 $\alpha = 0.5\beta$ 时, 供应商的条件风险值及订货量与批发价格 w 无关;

4)不管供应商, 零售商的风险规避水平如何, 最优回购价 b^* 为 w 的单调递增函数, 而零售商的条件风险值是 w 的单调递减函数.

证明见附录 3.

定理 3 说明, 当 w 也为决策变量时, 供应商可根据自身及零售商的风险规避程度设置产品的批发价格, 并进一步决定是否采取回购策略. 对风险规避零售商而言, 不管合作双方的风险规避程度如何, 批发价 w 增加, 虽然回购价也增加, 但其条件风险值始终是下降的, 换句话说, 供应商提高批发价, 对零售商总是不利的.

在最优决策下, 画出供应商的条件风险值及订货量与批发价格 w 的关系, 如图 3, 图 4 所示.

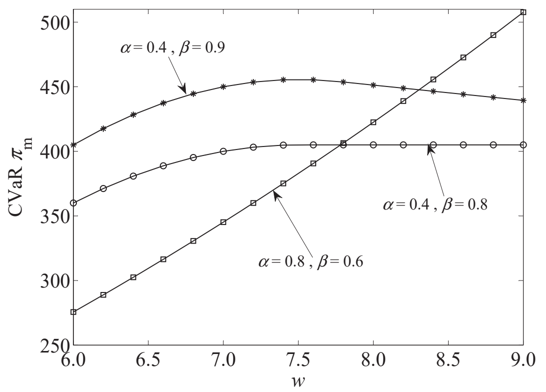

图 3 供应商最优条件风险值与 w 的关系

Fig. 3 The relationship between the supplier's optimal CVaR and w

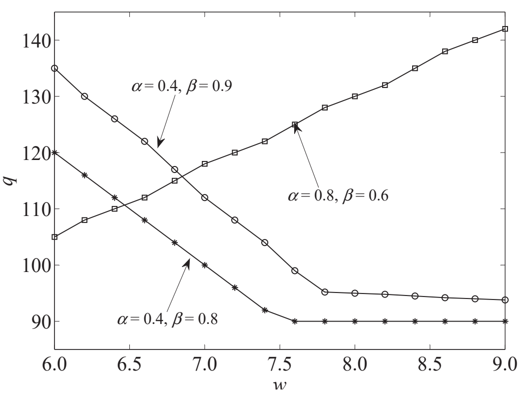

图 4 最优订货量与 w 的关系

Fig. 4 The relationship between the optimal order quantity and w

图 3 和图 4 中, 当 $\alpha = 0.8, \beta = 0.6$ 时, 供应商的最优风险收益及最优订货量随着 w 的增加而增加, 结合定理 3 知, 当 $\alpha > 0.5\beta$ 时, 供应商实行“高批发价, 高回购价”的策略比较好; 当 $\alpha = 0.4, \beta = 0.9$ 时, 在较低批发价格区间($w < 7.8$)内, 供应商的最优决策是不回购, 其收益随着 w 的增加而增加, 在 $w = 7.5$ (批发价契约下的最优定价)时达到最大, 此时, 供应商若再提高批发价, 满足 $w \geqslant 7.8$ 时, 其最优选择是实行回购策略, 但其风险收益随着 w 的增加反而下降(见图 3), 同时, 在 $w < 7.8$ 时, 订货量随着 w 的增加而直线下降, 在 $w \geqslant 7.8$ 时, 由于供应商采用了回购策略, 订货量的下降幅度减缓(见图 4), 结合定理 3 知, 对于风险规避程度较高的供应商($\alpha < 0.5\beta$)来说, 实行 Stackelberg 博弈的批发价契约更好; 当 $\alpha = 0.4, \beta = 0.8$ 且 $w \geqslant 7.6$ 时, 供应商的最优选择是实行回购策略, 此时, 供应商的条件风险值, 订货量与批发价格无关, 因此, 当供应商与零售商的风险规避水平恰好满足 $\alpha = 0.5\beta$ 时, 批发价格的设置只要满足回购条件, w 值对供应商的风险收益没有影响, 而且供应商在回购契约下的收益与 Stackelberg 博弈的批发价契约下的收益相等.

由定理 3, 可得以下结论.

推论 3 当批发价 w 处在$[w_{\mathrm{l}}, w_{\mathrm{h}}')$区间且风险规避水平 α, β 满足回购条件($v < b^* < w$) 时, 在 Stackelberg 博弈下, 回购契约与批发价契约(w^* 为批发价契约下的最优定价)进行比较, 在最优决策下有

1)若 $w = w^*$, 则供应商, 零售商的条件风险值严格增加;

2)若 $w > w^*$, 则当 $\alpha > 0.5\beta$ 时, 供应商的条件风险值增加; 当 $\alpha = 0.5\beta$ 时, 供应商的条件风险值不变; 当 $\alpha < 0.5\beta$ 时, 供应商的条件风险值减小.

在定理 3 的基础上, 推论 3 进一步明确地指出了供应商的批发价策略.

表 5 在不同批发价与风险规避水平组合下, 回购契约与批发价契约的比较

Table 5 Comparison between buyback contract and the wholesale price contract under different wholesale price and risk aversion levels

$\beta = 0.7$	Stackelberg 博弈的回购契约								Stackelberg博弈的批发价契约
	$w = 7.5$				$w = 8$				
α	0.3	0.4	0.5	0.6	0.3	0.35	0.5	0.6	$w^* = 7.5$
b^*	0.0	0.8	2.12	3.16	0.41	1.33	3.38	4.36	
$q_\mathrm{s}{}^*$	79	84	96	107	73	79	98	110	$q^* = 79$
$\mathrm{CVaR}_\alpha\pi_\mathrm{m}$	354.4	356.0	365.8	380.7	350.4	354.4	380.2	403.3	$\mathrm{CVaR}\pi_\mathrm{m} = 354.4$
$\mathrm{CVaR}_\beta\pi_\mathrm{r}$	177.2	189.8	215.2	240.5	145.0	157.5	195.0	220.0	$\mathrm{CVaR}_\beta\pi_\mathrm{r} = 177.2$

在 Stackelberg 博弈下, 设置回购契约与批发价契约中的批发价相等或不相等时, 分别对供应商, 零售商在这两种契约下的 CVaR 值进行比较, 如表 5 示. 令 $w = w^* = 7.5$, 当 $\alpha = 0.3$ 时, 供应商的最优选择是不回购, 设置 $b^* = v$, 即实行批发价契约; 当 $\alpha \geqslant 0.4$ 时, 供应商的最优选择是实行回购策略, 此时, 供应商与零售商在回购契约下的 CVaR 值更大. 令 $w = 8$, 即供应商提高回购契约下的批发价格, 则当 $\alpha = 0.3$ (满足 $\alpha < 0.5\beta$) 时, 供应商在回购契约下的 CVaR 值反而更小; 当 $\alpha = 0.35$ (满足 $\alpha = 0.5\beta$) 时, 供应商在两种契约下的 CVaR 值相等; 而当 α 等于 0.5 或 0.6(满足 $\alpha > 0.5\beta$)时, 供应商在回购契约下获取到更高收益. 表 5 的数据符合推论 3 的结论. 从表 5 还可看出, 若供应商实行回购契约, 同时提高批发价格, 则仅当供应商的风险规避水平 α 较大时, 零售商收益才会高于批发价契约下的值.

5　结束语

在供应链成员均为风险规避假设下, 本文研究了基于 Stackelberg 博弈的供应链回购契约, 提出了一种直观、易懂的建立供应商 CVaR 模型的方法, 构建了基于 Stackelberg 博弈的供应链回购契约模型, 分析了供应商的最优决策, 以及批发价、供应链成员的风险规避程度对订货量及供应链成员收益的影响, 并与风险中性下的决策结果进行比较. 研究结果表明, 当批发价确定时, 在不同的风险规避水平与批发价区间, 供应商的最优选择包括不回购、回购及全价回购三种情形. 当批发价为决策变量时, 供应商需根据契约双方的风险规避水平确定合适的批发价, 再进一步决定是否采取回购策略. 与风险中性假设下的结论相比, 风险规避假设对现实经济中供应商的回购决策行为提供了更合理的解释.

实践中, 供应链成员的风险态度除了风险规避, 也可能有风险寻求, 未来的研究, 可以考虑更多的风险偏好组合情形, 以扩展研究结论对实践的普遍性解释与指导意义. 另外, 本文建立的理论模型还可以进行实证研究, 以确定供应链成员风险规避水平的合理区间.

参考文献:

[1] Cachon G P. Supply chain coordination with contracts // Graves S, Kok T, Handbooks in Operations Research and Management Science: Supply Chain Management. North–Holland, 2003, 227–339.

[2] Hezarkhani B, Kubiak W. Coordinating contracts in SCM: A review of methods and literature. Decision Making in Manufacturing and Services, 2010, 4(1/2): 5–28.

[3] Govindan K, Popiuc M N, Diabat A. Overview of coordination contracts within forward and reverse supply chains. Journal of Cleaner Production, 2013, 47(5): 319–334.

[4] Lau H S, Lau A H L. Manufacturers pricing strategy and return policy for a single period commodity. European Journal of Operational Research, 1999, 116(2): 291–304.

[5] Choi T M, Li D, Yan H M. Optimal returns policy for supply chain with e-marketplace. International Journal of Production Economics, 2004, 88(3): 205–227.

[6] 叶　飞, 李怡娜. 基于 Stackelberg 模型与 Nash 协商模型的供应链回购契约机制研究. 管理工程学报, 2007, 21(3): 39–43.
Ye F, Li Y N. Research on buy-back contract mechanism of supply chain based on stackelberg model and Nash negotiation model. Journal of Industrial Engineering and Engineering Management, 2007, 21(3): 39–43. (in Chinese)

[7] 许传永, 苟清龙, 周垂日, 等. 收益共享对供应链的影响. 系统管理学报, 2009, 18(1): 7–13.
Xu C Y, Gou Q L, Zhou C R, et al. Studies on the impacts of revenue sharing in a supply chain. Journal of Systems & Management, 2009, 18(1): 7–13. (in Chinese)

[8] Wu D. Coordination of competing supply chains with newsvendor and buyback contract. International Journal of Production Economics, 2013, 144(1): 1–13.

[9] Chen J, Zhang H, Sun Y. Implementing coordination contracts in a manufacturer stackelberg dual-channel supply chain. Omega: The International Journal of Management Science, 2012, 40(5): 571–583.

[10] 姚 忠. 风险约束下退货合同对供应链的协调性分析. 管理科学学报，2008, 11(3): 96–105.
Yao Z. Analysis of return policy for coordinating supply chain under downside risk constraints. Journal of Management Sciences in China, 2008, 11(3): 96–105. (in Chinese)

[11] Gan X H, Sethi S P, Yan H M. Channel coordination with a risk-neutral supplier and a downside-risk-averse retailer. Production and Operations Management, 2005, 14(1): 80–89.

[12] Choi T M, Li D, Yan H M. Mean-variance analysis of a single supplier and retailer supply chain under a returns policy. European Journal of Operational Research, 2008, 184(1): 356–376.

[13] 代建生, 孟卫东. 基于 CVaR 的供应链联合促销的回购契约协调研究. 中国管理科学, 2014, 22(7): 43–51.
Dai J S, Meng W D. Buy-back contracts for a supply chain with a risk-neutral supplier and a risk-averse retailer who take joint promotion actions based on CVaR. Chinese Journal of Management Science, 2014, 22(7): 43–51. (in Chinese)

[14] 代建生, 孟卫东. 风险规避下具有促销效应的收益共享契约. 管理科学学报, 2014, 17(5): 25–34.
Dai J S, Meng W D. Revenue sharing contract for a risk-averse supply chain with promotional effect. Journal of Management Sciences in China, 2014, 17(5): 25–34. (in Chinese)

[15] 林 强, 叶 飞, 陈晓明. 随机弹性需求条件下基于 CVaR 与收益共享契约的供应链决策模型. 系统工程理论与实践, 2011, 31(12): 2296–2307.
Lin Q, Y F, Chen X M. Decision models for supply chain based on CVaR and revenue sharing contract under stochastic elastic demand. Systems Engineering: Theory & Practice, 2011, 31(12): 2296–2307. (in Chinese)

[16] 但 斌, 伏红勇, 徐广业, 等. 风险厌恶下天气影响产出的农产品供应链协调. 系统工程学报, 2014, 29(3): 362–370.
Dan B, Fu H Y, Xu G Y, et al. Coordination of agri-food supply chain with weather-related yield under risk-averse producer. Journal of Systems Engineering, 2014, 29(3): 362–370. (in Chinese)

[17] Ma L J, Liu F M, Li S J, et al. Channel bargaining with risk-averse retailer. International Journal of Production Economics, 2012, 139 (1): 155–167.

[18] Fisher M, Raman A. Reducing the cost of demand uncertainty through accurate response to early sales. Operations Research, 1996, 44 (1): 87–99.

[19] Katok E, Wu D. Contracting in supply chains: A laboratory investigation. Management Science, 2009, 55(12): 1953–1968.

[20] 于春云, 赵希南, 彭艳东, 等. 基于条件风险值理论的供应链优化与协调模型研究. 中国管理科学, 2007, 15(3): 31–39.
Yu C Y, Zhao X N, Peng Y D, et al. Study of supply chains optimization and coordination model based on conditional value-at-risk. Chinese Journal of Management Science, 2007, 15(3): 31–39. (in Chinese)

[21] 闻 卉, 曹晓刚, 黎继子. 基于 CVaR 的供应链回购策略优化与协调研究. 系统工程学报, 2013, 28(2): 211–217.
Wen H, Cao X G, Li J Z. Research on buyback policy optimization and coordination of closed-loop supply chain based on CVaR. Journal of Systems Engineering, 2013, 28(2): 211–217. (in Chinese)

[22] 高文军, 陈菊红. 基于 CVaR 的闭环供应链优化与协调决策研究. 控制与决策, 2011, 26(4): 489–494.
Gao W J, Chen Ju H. Research on decisions of closed-loop supply chain optimization and coordination based on CVaR. Control and Decision, 2011, 26(4): 489–494. (in Chinese)

[23] 简惠云, 许民利. “报童问题”中风险偏好下的条件风险值及其优化研究. 控制与决策, 2013, 28(10): 1446–1453.
Jian H Y, Xu M L. Condi tional value-at-risk approach and its optimization of newsvendor with risk preference. Control and Decision, 2013, 28(10): 1446–1453. (in Chinese)

[24] Rockafellar R T, Uryasev S. Conditional value-at-risk for general loss distributions. Journal of Banking ＆Finance, 2002, 26 (7): 1443–1471.

[25] Gan X, Sethi S P, Zhou J. Commitment-penalty contracts in drop-shipping supply chains with asymmetric demand information. European Journal of Operational Research, 2010, 204(3): 449–462.

[26] 周树民, 王　涛. 基于 CVaR 准则下二层报童问题模型及其解法. 江汉大学学报(自然科学版), 2009, 37(1): 12–15.
Zhou S M, Wang T. Model and solution for bilevel newsboy problem with CVaR criterion. Journal of Jianghan University(Natural Sciences Edition), 2009, 37(1): 12–15. (in Chinese)

作者简介:

简惠云 (1971—), 女, 湖南桃源人, 博士, 讲师, 研究方向: 供应链管理, Email: jianhuiyun@163.com;

许民利 (1969—), 男, 湖南武冈人, 博士, 教授, 研究方向: 物流与供应链管理, Email: xu_minli@163.com.

附录 1　定理 1 的证明

当 $\beta \leqslant \alpha$ 时, $q^* \leqslant F^{-1}(\beta) \leqslant F^{-1}(\alpha)$. 由式(10)可得

$$\frac{\partial \mathrm{CVaR}_\alpha \pi_\mathrm{m}}{\partial b} = w - c - \frac{1}{\alpha}\left(\frac{(p-w)\beta}{2} + \frac{(b-v)(p-w)\beta}{p-b}\right).$$

二阶导数 $\dfrac{\partial^2(\mathrm{CVaR}_\alpha \pi_\mathrm{m})}{\partial b^2} = -\dfrac{\beta}{\alpha}\dfrac{(p-w)(p-v)}{(p-b)^2} < 0$, 若不考虑 b 的约束条件, 最优回购价 b^* 必满足一阶条件, 令 $\dfrac{\partial \mathrm{CVaR}_\alpha \pi_\mathrm{m}}{\partial b} = 0$, 可得 b^* 满足式(12), 把 b^* 代入式(10), 得最优订货量 ${q_\mathrm{s}}^*$ 满足式(12).

记 $\beta_\mathrm{l} = \dfrac{2\alpha(w-c)}{p+w-2v}$, $\beta_\mathrm{h} = \dfrac{2\alpha(w-c)}{p-w}$, 易知 $\beta_\mathrm{l} \leqslant \beta_\mathrm{h}$, $\beta_\mathrm{l} < \alpha$. 令 $b^* > v$, 求得 $\beta < \beta_\mathrm{h}$; 又当 $\beta > \beta_\mathrm{l}$ 时, 有 $b^* < w$.

综上, 当 $\beta_\mathrm{l} < \beta < \beta_\mathrm{h}$ 时, $v < b^* < w$ 恒成立.当 $\beta \geqslant \beta_\mathrm{h}$ 时, 供应商的最优选择是 $b^* \equiv v$.

又由于 $\beta \leqslant \alpha$, 由式(12), 有 $F({q_\mathrm{s}}^*) \leqslant \dfrac{\alpha(p+w-2c)}{2(p-v)}$, 由 $p > w > c > v$, 知 ${q_\mathrm{s}}^* \leqslant F^{-1}(\alpha)$. 因此, 由式(11)和式(12)确定的回购价 b^* 及订货量 ${q_\mathrm{s}}^*$ 使供应商 CVaR 取极大值.

当 $\beta \leqslant \beta_\mathrm{l}$ 时, 最优回购价超出了批发价格, 这不符合一般的现实情况, 但供应商设置 $b^* = w$, 即供应商对未售出的产品实行全价回购仍是其最优选择. 此时, 零售商不存在决策问题, 供应商需考虑其最优生产量.

当 $b^* = w$ 时, 由式(10)可得 $\dfrac{\partial \mathrm{CVaR}_\alpha \pi_\mathrm{m}}{\partial q} = w - c - \dfrac{(w-v)}{\alpha}F(q)$, $\dfrac{\partial^2 \mathrm{CVaR}_\alpha \pi_\mathrm{m}}{\partial q^2} = -\dfrac{(w-v)}{\alpha}f(q) < 0$, 说明 $\mathrm{CVaR}_\alpha \pi_\mathrm{m}$ 存在极大值, 令其一阶导数等于 0, 有 $F(q) = \alpha\left(\dfrac{w-c}{w-v}\right)$.

故当 $\beta \leqslant \beta_\mathrm{l}$ 时, 最优生产量满足式(13), 亦符合 $q^* \leqslant F^{-1}(\alpha)$ 约束.　证毕.

附录 2　推论 2 的证明

由定理 1, 定理 2 知, 当批发价格 w 处在 $[w_\mathrm{l}, {w_\mathrm{h}}')$ 区间时, 最优回购价 b^*, 订货量 ${q_\mathrm{s}}^*$ 分别满足式(11)和式(12). 由式(12) 可得 $\dfrac{\partial {q_\mathrm{s}}^*}{\partial \alpha} > 0$, $\dfrac{\partial {q_\mathrm{s}}^*}{\partial \beta} > 0$, 说明回购契约下的最优订货量是供应链成员风险规避水平的单调递增函数.

在最优回购价 b^*, 订货量 ${q_\mathrm{s}}^*$ 分别满足式(11)和式(12)的情况下, 有

$$\frac{\partial b^*}{\partial \beta} = -\frac{4\alpha(p-w)(p-v)(w-c)}{(2\alpha(w-c)+\beta(p-w))^2}, \text{故} \left.\frac{\partial \mathrm{CVaR}_\beta \pi_\mathrm{r}}{\partial \beta}\right|_{q={q_\mathrm{s}}^*} = \left(\frac{p-b}{\beta^2} + \frac{1}{\beta}\frac{\partial b^*}{\partial \beta}\right)\int_{u_\mathrm{l}}^{q}(q-x)f(x)\mathrm{d}x > 0 .$$

同样可得 $\left.\dfrac{\partial \mathrm{CVaR}_\beta \pi_\mathrm{r}}{\partial \alpha}\right|_{q={q_\mathrm{s}}^*} = \dfrac{4(w-c)(p-w)(p-v)}{(2\alpha(w-c)+\beta(p-w))^2}\displaystyle\int_{u_\mathrm{l}}^{q}(q-x)f(x)\mathrm{d}x > 0$.

综上知, 基于 Stackelberg 博弈的回购契约下, 零售商的最优条件风险值是 α, β 的严格递增函数.

同理, 可证供应商的最优条件风险值也是 α, β 的严格递增函数.　证毕.

附录 3　定理 3 的证明

由定理 1, 定理 2 知, 当批发价格 w 处在 $[w_\mathrm{l}, {w_\mathrm{h}}')$ 区间时, 最优回购价 b^*, 订货量 ${q_\mathrm{s}}^*$ 分别满足式(11)和式(12). 当供应链系统的其他参数给定时, 供应商的最优条件风险值 $\mathrm{CVaR}_\alpha {\pi_\mathrm{m}}^*$ 可看成批发价格 w 的函数.

由式(11), 式(12)有 $\dfrac{\partial b^*}{\partial w} = \dfrac{4\alpha\beta(p-v)(p-c)}{(2\alpha(w-c)+\beta(p-w))^2}$, $\dfrac{\partial {q_\mathrm{s}}^*}{\partial w} = \dfrac{2\alpha-\beta}{2(p-v)}u_\mathrm{h}$, $\mathrm{CVaR}_\alpha {\pi_\mathrm{m}}^*$ 对决策变量 w 求一阶导数, 化简得 $\dfrac{\partial \mathrm{CVaR}_\alpha {\pi_\mathrm{m}}^*}{\partial w} = \dfrac{(2\alpha-\beta)}{2(p-v)}\left(\dfrac{2\alpha(w-c)+\beta(p-w)}{2\alpha}\right)u_\mathrm{h}$.

分析 ${q_\mathrm{s}}^*$ 及 $\mathrm{CVaR}_\alpha {\pi_\mathrm{m}}^*$ 的一阶导数表达式, 易知, 当 $\alpha > 0.5\beta$ 时, ${q_\mathrm{s}}^*$ 及 $\mathrm{CVaR}_\alpha {\pi_\mathrm{m}}^*$ 为 w 的单调递增函数; 当 $\alpha < 0.5\beta$ 时, ${q_\mathrm{s}}^*$ 及 $\mathrm{CVaR}_\alpha {\pi_\mathrm{m}}^*$ 为 w 的单调递减函数; 当 $\alpha = 0.5\beta$ 时, ${q_\mathrm{s}}^*$ 及 $\mathrm{CVaR}_\alpha {\pi_\mathrm{m}}^*$ 与 w 无关. 而 $\dfrac{\partial b^*}{\partial w} > 0$ 恒成立, 即回购契约下, 高批发价必然伴随着高回购价.

又由零售商条件风险值式(3)得

$$\frac{\partial \mathrm{CVaR}_{\beta}\pi_{\mathrm{r}}}{\partial w}\bigg|_{q=q_{\mathrm{s}}^{*}} = -q_{\mathrm{s}}^{*} + (p-w)\frac{\partial q_{\mathrm{s}}^{*}}{\partial w} - \frac{p-b^{*}}{\beta}F(q_{\mathrm{s}}^{*})\frac{\partial q_{\mathrm{s}}^{*}}{\partial w},$$

其中 q_{s}^{*} 满足式(12), 化简得 $\frac{\partial \mathrm{CVaR}_{\beta}\pi_{\mathrm{r}}}{\partial w}\Big|_{q=q_{\mathrm{s}}^{*}} = -q < 0$, 表明零售商的最优条件风险值是批发价格的单调递减函数.

证毕.

** *************************

(上接第 782 页)

[17] 中华人民共和国国家统计局. 中国统计年鉴. 北京: 中国统计出版社, 2000–2011.
National Bureau of Statistics of China. China Statistical Yearbook. Beijing: China Statistics Press, 2000–2011. (in Chinese)

[18] 民政部综合计划司. 中国民政统计年鉴. 北京: 中国社会出版社, 2000–2011.
The Ministry of Civil Affairs of Comprehensive Plan Department. Yearbook of China Civil Administration. Beijing: China Social Press, 2000–2011. (in Chinese)

[19] 中国财政年鉴编辑委员会. 中国财政年鉴. 北京: 中国财政杂志社, 2000–2011.
The Editorial Board of Finance Yearbook of China. Finance Yearbook of China. Beijing: Journal of China Finance, 2000–2011. (in Chinese)

[20] 腾素珍, 数理统计. 大连: 大连理工大学出版社, 2000: 260–264.
Teng S Z. Mathematical Statistics. Dalian: Dalian University of Technology Press, 2000: 260–264. (in Chinese)

[21] 刘志彪. 重新认识江苏第三产业发展滞后: 兼论加快江苏发展现代服务业的新思路.新华日报.http://xh.xhby.net/mp2/html/2011-01/25/content.htm, 2011.01.25.
Liu Z B. Recognition of the third industry development lag in Jiangsu: New idea to accelerate the development of modern service industry in Jiangsu province. Xinhua Daily.http://xh.xhby.net/mp2/html/2011-01/25/content.htm, 2011.01.25. (in Chinese)

作者简介:

迟国泰(1955—), 男, 黑龙江海伦人, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向: 复杂系统评价, Email: chigt@dlut.edu.cn;

孟　斌(1985—), 男, 山东滕州人, 博士生, 研究方向: 复杂系统评价, Email: mengbinfly@163.com.