第 28 卷第 1 期 系 统 工 程 学 报 Vol.28 No.1
2013 年 2 月 JOURNAL OF SYSTEMS ENGINEERING Feb. 2013

存在替代品情况下考虑消费者策略行为的动态定价

毕功兵, 王怡璇, 丁晶晶
(中国科学技术大学管理学院, 安徽 合肥 230026)

摘要: 针对消费者策略行为, 在单个厂商销售两种可替代产品情况下, 建立了两周期动态定价模型. 假设消费者对产品的估价是异质的, 且服从均匀分布, 通过相对估价系数构造两种产品不同周期内的估价函数, 比较不同的消费者剩余得到消费者的购买决策以及厂商的最优定价策略. 还分析了只存在短视型消费者时厂商和消费者的决策. 最后通过数值实验, 分析了模型主要参数变化对最优定价策略的影响, 发现消费者的策略行为会减小厂商通过动态定价所获得的额外收益.

关键词: 替代品; 策略型消费者; 动态定价; 估价
中图分类号: TP273 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000−5781(2013)01−0047−08

Dynamic pricing based on substitutes and strategic consumers

Bi Gongbing, Wang Yixuan, Ding Jingjing
(School of Management, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

Abstract: This paper develops a two-period dynamic pricing model based on strategic behaviors of consumers and two brands of substitutes which are sold by a monopolist. Assuming that the consumers' valuations for the two brands of products are heterogeneous and uniformly distributed, valuation functions in the two periods could be formulated through relative parameters. The consumers' purchasing decisions and the seller's optimal pricing strategy are obtained by comparing consumer surpluses. Decision making process with myopic consumers is analyzed. A numerical example is given to analyze the influence of the main parameters to the optimal pricing. The results show that strategic consumers' behavior can reduce the extra profit of the dynamic pricing.

Key words: substitutes; strategic consumer; dynamic pricing; valuation

1 引 言

动态定价最早出现在旅店业、航空业这些供应相对稳定、定价成本低的行业, Levin等 [1] 提到, 近年来动态定价策略已经突破上述传统应用领域, 在零售业等行业中受到越来越广泛地使用. Elmaghraby等 [2]认为这种现象的产生主要有三方面的因素：需求数据的易采集, 定价成本的降低以及使用决策支持工具来分析需求数据和定价. 目前已有一些文献从不同角度对动态定价进行了研究, 比如从厂商数量、产品数量、产品种类、销售渠道是否与库存控制联合考虑等方面. 汤卫君等 [3]研究了消费者短视情况下单个垄断厂商提供有限种质量不同的产品时的最优定价策略. Mitra [4] 建立了质量水平不同的再制造品的动态定价模型, 以最大化期望收益. Feng等 [5]讨论了多产品的动态定价问题. Zhao等 [6]研究了易逝品的最优定价模型. 程

收稿日期: 2011−09−05; 修订日期: 2012−03−26.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71171181); 国家自然科学基金创新研究群体资助项目(71121061).

岩[7]研究了电子商务零售中产品线动态定价决策的优化问题. Whitin[8]最早开始将库存与价格结合起来考虑. Federgruen等[9] 讨论了需求不确定下的定价策略和库存策略.

厂商在调整销售价格以最大化利润的同时, 顾客也会改变购买策略来获得更大的收益, 然而上述关于动态定价的文献都没有考虑到消费者的策略行为. Coase[10]最早开始关于策略型消费者的研究, 他提出如果顾客理智地等待降价, 即使是一个垄断厂商, 也会被迫以边际成本销售产品. Stockey和Nancy [11,12]、Bulow等[13] 对这一结论给予了验证. Elmaghraby等[2]认为消费者的购买行为会对厂商的定价决策产生影响. 从消费心理和行为特征来讲, 消费者可以分为两种类型. 第一种是短视型消费者, 如果产品的价格低于估价, 他们就会立即购买；第二种是策略型消费者, 他们不仅会考虑产品当前的价格是否低于估价, 还会考虑到未来能否以更低的价格得到更大的消费者剩余, 以此来决定立即购买还是继续等待直到产品降价, 这种考虑当前产品价格并预期产品未来价格所作出的等待或者购买的行为即为策略行为. 所以面对策略型消费者情形下的动态定价更为复杂, 厂商必须考虑到产品当前价格和未来价格对消费者购买决策的影响. 典型的研究策略型消费者的动态定价文献如下：刘晓峰等[14]研究了厂商在确定性需求和不确定性需求下, 面临消费者策略行为的库存和定价决策. Su[15]研究了顾客估价以及耐心程度这两个维度共同影响下的最优定价策略, 发现估价低的策略型消费者的等待行为对销售商是有利的. 杨慧等[16]基于临界估价的定义, 研究了策略型和短视型消费者同时存在时产品的最优价格路径, 得出了两类消费者总的期望购买数量和企业的期望利润会随着策略型消费者所占比例的增加而减小.

上述关于策略型消费者的动态定价研究大多都局限于单一产品的定价问题, 而消费者在购买产品时往往面临两种或者以上的产品选择, 比如同一个厂商会销售不同系列的但用途相同的产品. 本文针对单个厂商销售两种品牌的可替代产品的情况, 首先给出了关于厂商和消费者的假设, 然后根据不同估价的消费者的购买决策, 建立厂商的利润函数, 通过求解得出厂商的最优定价决策. 此外分析了只存在短视型消费者时的决策过程, 通过数值实验比较厂商在面对不同类型消费者时的利润大小. 最后还通过数值实验对模型主要参数进行了灵敏度分析, 得到了一些管理启示.

2 定价模型

假定市场上有单个厂商销售A, B 两种品牌的同类产品, 产品可相互替代, 均供应充足, 并将销售期划分为两个周期, 第一周期内原价销售, 第二周期内降价销售.

1）消费者

市场需求是确定的, 潜在消费者的个数为N , 均为策略型消费者, 每个消费者最多只能购买一个产品. 消费者的异质性体现在对产品不同的估价上, 消费者对第一周期内A 产品的估价用参数v 表示, 假定v在[0, U]上服从均匀分布, 他在不同周期内对不同产品的估价函数构造如下$v_A^1 = v$, $v_A^2 = \delta v$, $v_B^1 = \lambda v$, $v_B^2 = \lambda\delta v$, 其中下标表示消费者所选择的产品种类, 上标表示购买产品时所在的周期, $0 < \lambda < 1$, $0 < \delta < 1$.

估价差异是可以由多种原因引起的, 比如Huang等[17]中的估价差异来源于消费者对新旧产品的不同偏好, Marcus等[18]文中的估价差异是由服务水平引起的. 本文模型的估价差异来源于消费者等待以及因产品质量不同而引起的消费者对不同品牌的偏好. 参数λ表示两种产品的相对质量, 由$0 < \lambda < 1$可知, A品牌的产品质量更好, 在同一销售周期内, 消费者对其估价相比产品B的估价更高；参数δ 表示消费者等待导致的估价折扣, 由$0 < \delta < 1$ 可知, 对于同种产品, 越晚购买, 消费者愿意支付的钱就越少, 因此对第二周期产品的估价也就越小.

根据估价函数, 可知不同周期内购买A, B产品的消费者剩余如下$s_A^1 = v - p_A^1$, $s_A^2 = \delta v - p_A^2$, $s_B^1 = \lambda v - p_B^1$, $s_B^2 = \lambda\delta v - p_B^2$.

2）厂商

A, B 产品的成本分别为c_A, c_B, 且$c_A > c_B > 0$. 第一个周期内A, B 的价格分别为p_A^1, p_B^1 , 由于不同的产品成本, 销售价格$p_A^1 > p_B^1$；第二个周期内价格分别为p_A^2, p_B^2, $p_A^2 > p_B^2$. 假设产品在第二周期内降价销

售, 那么有$p_A^1 > p_A^2, p_B^1 > p_B^2$.

在第一周期内, A, B 产品的价格分别为p_A^1, p_B^1 . 因为是策略型消费者, 所以面对两种产品, 消费者不仅会考虑在本阶段购买不同产品所得的消费者剩余, 还会权衡立即购买与继续等待在第二周期购买的消费者剩余. 由此得出在第一周期购买A 产品的条件为$s_A^1 \geqslant \max\{s_B^1, s_A^2, s_B^2\}$, 即$v - p_A^1 \geqslant \max\{\lambda v - p_B^1, \delta v - p_A^2, \lambda\delta v - p_B^2\}$, 等价于

$$v > \max\left\{\frac{p_A^1 - p_B^1}{1-\lambda}, \frac{p_A^1 - p_A^2}{1-\delta}, \frac{p_A^1 - p_B^2}{1-\lambda\delta}\right\}. \tag{1}$$

同理, 在第一周期购买B 产品的条件为$s_B^1 > \max\{s_A^1, s_B^2, s_A^2\}$, 即$\lambda v - p_B^1 > \max\{v - p_A^1, \lambda\delta v - p_B^2, \delta v - p_A^2\}$, 等价于

$$\max\left\{\frac{p_B^1 - p_B^2}{\lambda(1-\delta)}, \frac{p_B^1 - p_A^2}{\lambda-\delta}\right\} < v < \frac{p_A^1 - p_B^1}{1-\lambda}. \tag{2}$$

在第二周期内, 消费者面临A, B 两种产品的价格分别为p_A^2, p_B^2. 在第一周期没有购买产品的消费者知道销售期即将结束, 等待会变成一种无效行为, 而消费者期望购买一个产品, 因此, 只要消费者剩余大于零, 就会发生购买行为. 那么选择产品A, B 的条件分别为$s_A^2 \geqslant \max\{s_B^2, 0\}$ 与$s_B^2 > \max\{s_A^2, 0\}$, 等价于

$$v > \max\left\{\frac{p_A^2 - p_B^2}{\delta(1-\lambda)}, \frac{p_A^2}{\delta}\right\}, \tag{3}$$

$$\frac{p_B^2}{\lambda\delta} < v < \frac{p_A^2 - p_B^2}{\delta(1-\lambda)}. \tag{4}$$

3　最优定价分析

厂商根据消费者的选择来确定两种产品在不同周期内的销售价格, 这是一个两阶段的动态博弈问题. 分析消费者决策过程可知, 具有较高估价的消费者不会等到第二周期购买低价产品, 同理, 具有较低估价的消费者不会在第一周期出高价以获得产品. 厂商根据消费者的购买选择来确定销售价格以最大化利润, 那么厂商的最优定价机制是使得具有最高估价的消费者在第一周期以最高的价格购买产品A, 估价最低的消费者在第二周期以最低的价格购买产品B , 估价在两者之间的消费者可能在第一周期购买产品B , 也可能在第二周期购买产品A , 这与参数λ、δ的大小有关. 由于$0 < \lambda < 1$, $0 < \delta < 1$, 可以分为$0 < \lambda < \delta < 1$, $0 < \delta < \lambda < 1$两种情形进行分析.

3.1　情形1　$0 < \lambda < \delta < 1$

根据上面的分析可知, 在这种情形下, 消费者对第二周期内产品A 的估价高于第一周期内产品B 的估价, 所以估价从高到低的消费者的选择依次为A^1 、A^2 、B^1 、B^2 ,表示在第一周期或第二周期内选择产品A 或B. 根据消费者的选择次序, 此时厂商的定价大小应为：$p_A^1 > p_A^2 > p_B^1 > p_B^2$. 给定消费者在不同周期内购买产品的条件即公式(1)、(2)、(3)、(4), 可以得出不同估价区间的消费者购买产品的品牌、购买周期以及A, B 两种产品的市场份额如表1所示.

表 1　不同类型消费者的购买周期、品牌以及市场份额

Table 1　Choice of brand and period for consumers of different valuation and market shares

消费者估价	产品种类及购买周期	市场份额
$v_1 \leqslant v < U$	A^1	$N(U-v_1)/U$
$v_2 \leqslant v < v_1$	A^2	$N(v_1-v_2)/U$
$v_3 \leqslant v < v_2$	B^1	$N(v_2-v_3)/U$
$v_4 \leqslant v < v_3$	B^2	$N(v_3-v_4)/U$
$0 \leqslant v < v_4$	—	—

其中

$$\begin{cases} v_1 = \dfrac{p_A^1 - p_A^2}{1-\delta} \\ v_2 = \dfrac{p_A^1 - p_B^1}{1-\lambda} \\ v_3 = \dfrac{p_B^1 - p_B^2}{\lambda(1-\delta)} \\ v_4 = \dfrac{p_B^2}{\lambda\delta}, \end{cases} \tag{5}$$

大小关系如下$0 \leqslant v_4 \leqslant v_3 \leqslant v_2 \leqslant v_1 \leqslant U$.

厂商在不同周期内销售两种产品的期望利润为

$$\mathit{\Pi}_A^1 = \frac{N}{U}\left(U - \frac{p_A^1 - p_A^2}{1-\delta}\right)(p_A^1 - c_A), \tag{6}$$

$$\mathit{\Pi}_A^2 = \frac{N}{U}\left(\frac{p_A^1 - p_A^2}{1-\delta} - \frac{p_A^1 - p_B^1}{1-\lambda}\right)(p_A^2 - c_A), \tag{7}$$

$$\mathit{\Pi}_B^1 = \frac{N}{U}\left(\frac{p_A^1 - p_B^1}{1-\lambda} - \frac{p_B^1 - p_B^2}{\lambda(1-\delta)}\right)(p_B^1 - c_B), \tag{8}$$

$$\mathit{\Pi}_B^2 = \frac{N}{U}\left(\frac{p_B^1 - p_B^2}{\lambda(1-\delta)} - \frac{p_B^2}{\lambda\delta}\right)(p_B^2 - c_B), \tag{9}$$

厂商总的利润函数为

$$\mathit{\Pi} = \mathit{\Pi}_A^1 + \mathit{\Pi}_A^2 + \mathit{\Pi}_B^1 + \mathit{\Pi}_B^2. \tag{10}$$

3.2 情形2 $0 < \delta < \lambda < 1$

在这种情形下, 消费者对第一周期内产品B 的估价高于第二周期内产品A的估价, 所以估价从高到低的消费者的选择依次为A^1 、 B^1 、A^2 、 B^2. 根据消费者的选择次序, 此时厂商的定价大小应为：$p_A^1 > p_B^1 > p_A^2 > p_B^2$. 给定消费者在不同周期内购买产品的条件即公式(1)、(2)、(3)、(4), 可以得出不同估价区间的消费者购买产品的品牌、购买周期以及A, B 两种产品的市场份额如表2所示.

表 2 不同类型消费者的购买周期、品牌以及市场份额

Table 2 Choice of brand and period for consumers of different valuation and market shares

消费者估价	产品种类及购买周期	市场份额
$v_1 \leqslant v < U$	A^1	$N(U - v_1)/U$
$v_2 \leqslant v < v_1$	B^1	$N(v_1 - v_2)/U$
$v_3 \leqslant v < v_2$	A^2	$N(v_2 - v_3)/U$
$v_4 \leqslant v < v_3$	B^2	$N(v_3 - v_4)/U$
$0 \leqslant v < v_4$	–	–

其中

$$\begin{cases} v_1 = \dfrac{p_A^1 - p_B^1}{1-\lambda} \\ v_2 = \dfrac{p_B^1 - p_A^2}{\lambda-\delta} \\ v_3 = \dfrac{p_A^2 - p_B^2}{\delta(1-\lambda)} \\ v_4 = \dfrac{p_B^2}{\lambda\delta}, \end{cases} \tag{11}$$

大小关系如下$0 \leqslant v_4 \leqslant v_3 \leqslant v_2 \leqslant v_1 \leqslant U$. 厂商在不同周期内销售两种产品的期望利润为

$$\Pi_A^1 = \frac{N}{U}\left(U - \frac{p_A^1 - p_B^1}{1-\lambda}\right)(p_A^1 - c_A), \tag{12}$$

$$\Pi_A^2 = \frac{N}{U}\left(\frac{p_B^1 - p_A^2}{\lambda-\delta} - \frac{p_A^2 - p_B^2}{\delta(1-\lambda)}\right)(p_A^2 - c_A), \tag{13}$$

$$\Pi_B^1 = \frac{N}{U}\left(\frac{p_A^1 - p_B^1}{1-\lambda} - \frac{p_B^1 - p_A^2}{\lambda-\delta}\right)(p_B^1 - c_B), \tag{14}$$

$$\Pi_B^2 = \frac{N}{U}\left(\frac{p_A^2 - p_B^2}{\delta(1-\lambda)} - \frac{p_B^2}{\lambda\delta}\right)(p_B^2 - c_B), \tag{15}$$

厂商总的利润函数为

$$\Pi = \Pi_A^1 + \Pi_A^2 + \Pi_B^1 + \Pi_B^2. \tag{16}$$

3.3 最优定价策略

厂商的目标为利润最大化, 即在约束条件$0 \leqslant v_4 \leqslant v_3 \leqslant v_2 \leqslant v_1 \leqslant U$下最大化式(10)、(16)中的利润函数.

命题 1　对于情形1的情况, 当$0 < \lambda < \delta < 1$时, 得到厂商的最优定价策略如下$p_A^{1^*} = \dfrac{c_A+U}{2}$, $p_A^{2^*} = \dfrac{(\delta-\lambda)c_A + (1-\delta)c_B + (1-\lambda)\delta U}{2(1-\lambda)}$, $p_B^{1^*} = \dfrac{c_B+\lambda U}{2}$, $p_B^{2^*} = \dfrac{\delta(c_B+\lambda U)}{2}$. 由于$c_A > c_B > 0$, 不难得出, 不同周期内不同产品的定价关系为$p_A^{1^*} > p_A^{2^*} > p_B^{1^*} > p_B^{2^*}$. 此时厂商的利润为$\Pi^* = \dfrac{N}{U}\left[\dfrac{(U-c_A)^2}{4} + \dfrac{(\lambda c_A - c_B)^2}{4\lambda(1-\lambda)}\right]$.

证明　在式(10)中, 目标函数的Hesse矩阵

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\delta-1} & \frac{1+\delta-2\lambda}{(1-\delta)(1-\lambda)} & \frac{1}{1-\lambda} & 0 \\ \frac{1+\delta-2\lambda}{(1-\delta)(1-\lambda)} & \frac{2}{\delta-1} & \frac{1}{1-\lambda} & 0 \\ \frac{1}{1-\lambda} & \frac{1}{1-\lambda} & \frac{2(\delta\lambda-1)}{\lambda(1-\delta)(1-\lambda)} & \frac{2}{\lambda(1-\delta)} \\ 0 & 0 & \frac{2}{\lambda(1-\delta)} & \frac{2}{\delta\lambda(1-\lambda)} \end{bmatrix},$$

通过计算可知$\boldsymbol{H}$为负定的, 此外, 约束条件均为线性函数. 在极大化问题中, 如果目标函数是严格凹函数, 约束条件是线性函数, 这个规划就是凸规划. 对于凸规划来说, Kuhn-Tucker条件是确定最优点的充要条件.

将目标函数写成拉格朗日函数如下

$$L = \Pi_A^1 + \Pi_A^2 + \Pi_B^1 + \Pi_B^2 + x_1(U - v_1) + x_2(v_1 - v_2) + x_3(v_2 - v_3) + x_4(v_3 - v_4).$$

根据Kuhn-Tucker条件

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial p_A^1} = \dfrac{\partial L}{\partial p_A^2} = \dfrac{\partial L}{\partial p_B^1} = \dfrac{\partial L}{\partial p_B^2} = 0 \\ x_1(U-v_1) = x_2(v_1-v_2) = x_3(v_2-v_3) = x_4(v_3-v_4) = 0 \\ x_i \geqslant 0, i = 1,2,3,4, \end{cases}$$

可得出最优定价. 将最优解代入公式(10)可得厂商的最大利润.　　证毕.

命题 2　对于情形2的情况, 当$0 < \delta < \lambda < 1$时, 得到厂商的最优定价策略如下：$p_A^{1^*} = \dfrac{c_A+U}{2}$, $p_A^{2^*} = \dfrac{\delta(c_B+\lambda U)}{2\lambda}$, $p_B^{1^*} = \dfrac{c_B+\lambda U}{2}$, $p_B^{2^*} = \dfrac{\delta(c_B+\lambda U)}{2}$. 大小关系为$p_A^{1^*} > p_B^{1^*} > p_A^{2^*} > p_B^{2^*}$. 此时厂商的利

润为$\Pi^* = \frac{N}{U}\left[\frac{(U-c_A)^2}{4} + \frac{(\lambda c_A - c_B)^2}{4\lambda(1-\lambda)}\right]$.

证明 在式(16)中, 目标函数的Hesse矩阵

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\lambda-1} & 0 & \frac{2}{1-\lambda} & 0 \\ 0 & 2(\frac{1}{\delta-\lambda}+\frac{1}{\delta\lambda-\delta}) & \frac{2}{\lambda-\delta} & \frac{2}{\delta-\delta\lambda} \\ \frac{2}{1-\lambda} & \frac{2}{\lambda-\delta} & \frac{2(1-\delta)}{(\delta-\lambda)(1-\lambda)} & 0 \\ 0 & \frac{2}{\delta-\delta\lambda} & 0 & \frac{2}{\delta\lambda(\lambda-1)} \end{bmatrix},$$

通过计算可知$\boldsymbol{H}$为负定的, 此外, 约束条件均为线性函数, 那么式(16)所述问题属于凸规划. 同命题1, 根据Kuhn-Tucker条件, 可得出最优定价. 将最优解代入公式(16)可得厂商的最大利润. 证毕.

命题1及命题2说明估价高的产品比估价低的产品购买价格要高, 可见厂商的定价决策与消费者的购买策略密切相关.

性质 1 随着λ 增大, $p_B^{1^*}$、$p_B^{2^*}$增大, $p_A^{2^*}$减小. 随着δ 增大, $p_A^{2^*}$、$p_B^{2^*}$增大, $p_B^{1^*}$不变. $p_A^{1^*}$与参数λ、δ 无关.

证明 最优定价关于λ、δ的偏导数, $\frac{\partial p_A^{1^*}}{\partial\lambda} = 0$, $\frac{\partial p_B^{1^*}}{\partial\lambda} = \frac{U}{2} > 0$, $\frac{\partial p_B^{2^*}}{\partial\lambda} = \frac{\delta U}{2} > 0$, $\frac{\partial p_A^{1^*}}{\partial\delta} = 0$, $\frac{\partial p_B^{1^*}}{\partial\delta} = 0$, $\frac{\partial p_B^{2^*}}{\partial\delta} = \frac{c_B+\lambda U}{2} > 0$, 在情形1中, $p_A^{2^*}$关于λ、δ的偏导数为$\frac{\partial p_A^{2^*}}{\partial\lambda} = \frac{-(1-\delta)(c_A-c_B)}{2(1-\lambda)^2} < 0$, $\frac{\partial p_A^{2^*}}{\partial\delta} = \frac{c_A-c_B}{2(1-\lambda)} + \frac{U}{2} > 0$; 在情形2中, $p_A^{2^*}$关于λ、δ的偏导数为$\frac{\partial p_A^{2^*}}{\partial\lambda} = \frac{-\delta c_B}{2\lambda^2} < 0$, $\frac{\partial p_A^{2^*}}{\partial\delta} = \frac{c_B+\lambda U}{2\lambda} > 0$. 证毕.

参数λ是相比产品A , 消费者对产品B 的估价系数, λ越大, 表示消费者越偏好B 产品, 产品B 在两个周期内的定价也就越高. 产品A 在第二周期的价格如果增大, 那么消费者就会转而购买产品B , 所以价格只能降低. δ表示消费者对第二周期内产品估价与第一周期相比的系数, δ越大, 那么厂商在第二周期对两种产品的定价也就越高. 消费者对产品A 在第一周期内的估价与参数λ、δ无关, 所以厂商定价也不受其影响.

3.4 消费者为短视型的决策分析

在上面的建模分析中, 假设所有消费者均为策略型消费者, 现在分析全部为短视型消费者时的购买决策与厂商的定价策略, 其它假设均不变.

命题 3 若市场上的消费者全部为短视型的, 那么厂商的最优定价分别为$p_A^{1^*} = (c_A+2U)/(4-\delta)$, $p_A^{2^*} = (2c_A+\delta U)/(4-\delta)$, $p_B^{1^*} = \lambda(c_A+2U)/(4-\delta)$, $p_B^{2^*} = \delta\lambda(c_A+2U)/2(4-\delta)+c_B/2$.

证明 短视型消费者在第一周期购买A、B产品的条件分别为$S_A^1 > \max\{S_B^1, 0\}$, $S_B^1 > \max\{S_A^1, 0\}$; 在第二周期购买A、B产品的条件分别为$S_A^2 > \max\{S_B^2, 0\}$, $S_B^2 > \max\{S_A^2, 0\}$. 由此可得

$$\Pi = N[(U-v_1)(p_A^1-c_A)+(v_1-v_2)(p_B^1-c_B)+(v_2-v_3)(p_A^2-c_A)+(v_3-v_4)(p_B^2-c_B)]/U \quad (17)$$

其中$v_1 = (p_A^1-p_B^1)/(1-\lambda)$, $v_2 = p_B^1/\lambda$, $v_3 = (p_A^2-p_B^2)/\delta(1-\lambda)$, $v_4 = p_B^2/\lambda\delta$, 且$0 \leqslant v_4 \leqslant v_3 \leqslant v_2 \leqslant v_1 \leqslant U$. 同命题1, 命题2, 根据Kuhn-Tucker条件, 可得出最优解. 将最优定价代入公式(17), 可得出厂商的最优利润函数. 证毕.

4 数值模拟

下面通过数值算例说明定价决策关于模型中参数的敏感性. 假设潜在消费者人数$N=100$, 估价最大值$U=10$, A产品成本$c_A=5$, B产品成本$c_B=4$.令$\delta=0.8$, 可得最优定价关于λ的灵敏度分析.

从图1可以看出, 随着λ的增大, $p_B^{1^*}$、$p_B^{2^*}$增大, $p_A^{2^*}$减小. 两种产品两个周期内的定价大小关系如命题1. 参数λ是与产品A相比, 消费者对产品B的估价系数, 系数越大, 则消费者越愿意付出更多来购买B, 产品B的定价也就越高. 而产品A在第一周期内价格不受其影响. 产品A在第二周期的价格如果增大, 那么消费者就会转而购买产品B, 所以价格只能降低.

同理, 令$\lambda=0.9$, 可得最优定价关于δ的灵敏度分析. 从图2可以看出, 随着δ增大, $p_A^{2^*}$、$p_B^{2^*}$增大. 两种产

品两个周期内的定价大小关系如命题2. δ表示消费者对第二周期内产品估价与第一周期相比的系数, 系数越大, 那么厂商在第二周期定价也就越高.

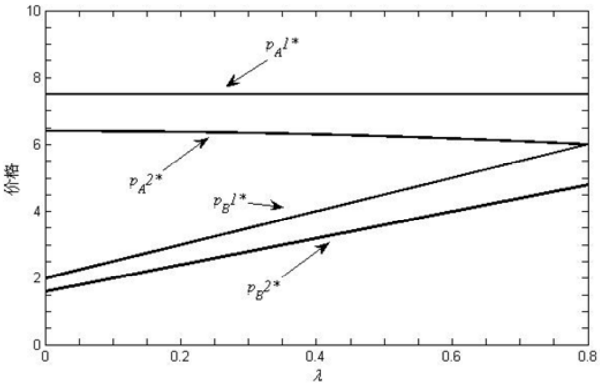

图 1　最优价格关于λ的灵敏度

Fig. 1　The sensitivity of optimal prices with respect to λ

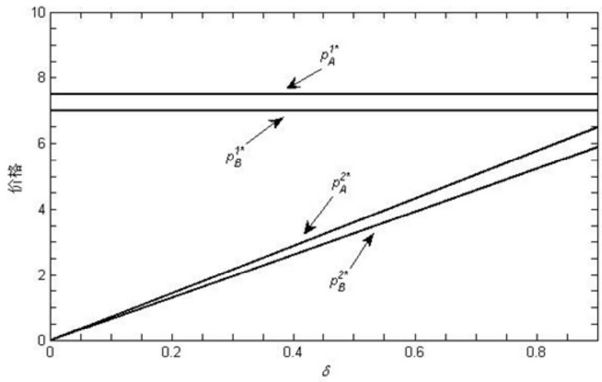

图 2　最优价格关于δ的灵敏度

Fig. 2　The sensitivity of optimal prices with respect to δ

由图3可以看出, 随着λ的增大, 在市场上的消费者全部是短视型与全部是策略型两种情况下, 厂商的总利润均不断降低, 但是前者的利润始终高于后者. 由此可见, 消费者的策略行为会减小厂商通过动态定价所获得的额外收益.

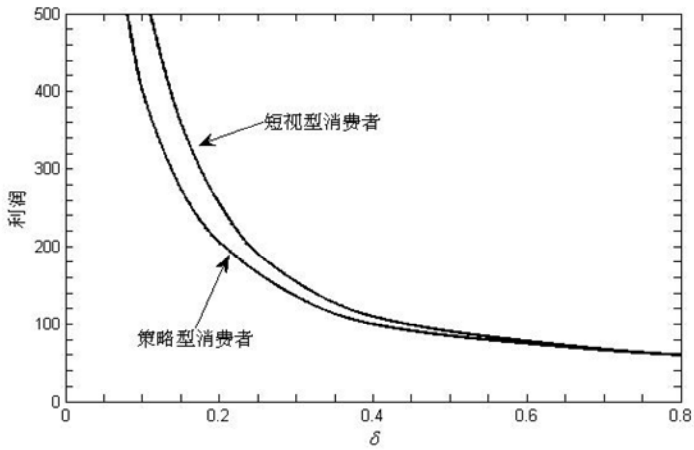

图 3　均为策略型消费者与均为短视型消费者时厂商的利润

Fig. 3　Seller's profits for strategic consumers and myopic consumers

5　结束语

消费者的异质性决定了不同消费者对不同的产品估价不同, 购买过程中会有不同的行为特征. 本文研究了单个垄断厂商销售两种可替代产品情况下的基于策略型消费者的两周期动态定价问题, 主要工作和结论如下.

(1) 通过构造不同周期不同产品的消费者剩余函数, 建立了厂商的利润函数, 得到消费者的购买决策以及求解出厂商的最优定价;

(2)通过数值实验能够看出最优决策关于估价参数的灵敏度, 结果表明, 消费者的估价影响着厂商的定价决策;

(3)分析了只存在短视型消费者的情况, 通过数值实验结果发现, 消费者的策略行为会减小厂商通过动态定价所获得的额外收益.

在本文的研究中, 两种产品都由同一个厂商进行销售, 如果存在不同的厂商, 动态定价策略可能会受到影响；本文只考虑了两种品牌的可替代产品, 可以扩展到销售更多品牌的情形; 此外, 本文没有考虑产品供应有限对最优价格的影响.

参考文献:

[1] Levin Y, McGill J, Nediak M. Price guarantees in dynamic pricing and revenue management[J]. Operations Research, 2007, 55(1): 75–97.

[2] Elmaghraby W, Keskinocak P. Dynamic pricing in the presence of inventory considerations: Research overview, current practices, and future directions[J]. Management Science, 2003, 49(10): 1287–1309.

[3] 汤卫君, 梁　樑, 扶元广, 等. 单个垄断厂商多产品质量差别歧视和最优质量定价策略分析[J]. 系统工程理论与实践, 2009, 26(1): 84–90.
Tang Weijun, Liang Liang, Fu Yuanguang, et al. The analysis of multi-product quality difference discrimination and the optimal quality and pricing strategy under single monopolistic manufacturer[J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2009, 26(1): 84–90. (in Chinese)

[4] Mitra S. Revenue management for remanufactured products[J]. Omega: The International Journal of Management Science, 2007, 35(5): 553–562.

[5] Feng Y, Gallego G. Optimal starting times for end-of-season sales and optimal stopping times for promotional fares[J]. Management Science, 1995, 41(8): 1371–1391.

[6] Zhao W, Zheng Y S. Optimal dynamic pricing for perishable assets with nonhomogeneous demand[J]. Management Science, 2000, 46(3): 375–388.

[7] 程　岩. 电子商务中面向产品线的动态定价方法研究[J]. 系统工程学报, 2010, 25(4): 533–539.
Cheng Yan. Research on method of dynamic pricing for product line in E-commerce[J]. Journal of System Engineering, 2010, 25(4): 533–539. (in Chinese)

[8] Whitin T M. Inventory control and price theory[J]. Management Science, 1955, 2(1): 61–68.

[9] Federgruen A, Heching A. Combined pricing and inventory control under uncertainty[J]. Operations Research, 1999, 47(3): 454–475.

[10] Coase R H. Durability and monopoly[J]. Journal of Law and Economics, 1972, 15(1): 143–149.

[11] Stockey, Nancy L. Intertemporal price discrimination[J]. Quarterly Journal of Economics, 1979, 93(3): 355–371.

[12] Stockey, Nancy L. Rational expectations and durable goods pricing[J]. Bell Journal of Economics, 1981, 12(1): 112 –128.

[13] Bulow, Jeremy I. Durable-goods monopolists[J]. Journal of Political Economics, 1982, 90(2): 314–332.

[14] 刘晓峰, 黄　沛. 基于策略型消费者的最优动态定价与库存决策[J]. 管理科学学报, 2009, 12(5): 18–26.
Liu Xiaofeng, Huang Pei. Optimal dynamic pricing and inventory policy under strategic customers[J]. Journal of Management Sciences in China, 2009, 12(5): 18–26. (in Chinese)

[15] Su X M. Intertemporal pricing with strategic customer behavior[J]. Management Science, 2007, 53(5): 726–741.

[16] 杨　慧, 周　晶, 宋华明. 考虑消费者短视和策略行为的动态定价研究[J]. 管理工程学报, 2010, 24(4): 133–137.
Yang Hui, Zhou Jing, Song Huaming. A dynamic pricing model with strategic and myopic consumers[J]. Journal of Industrial Engineering, 2010, 24(4): 133–137. (in Chinese)

[17] Huang S, Yang Y, Anderson K. A theory of finitely durable goods monopoly with used-goods market and transaction cost[J]. Management Science, 2001, 47(11): 1515–1532.

[18] Marcus B, Anderson C. Revenue management for low-cost providers[J]. European Journal of Operational Research, 2008, 188(1): 258–272.

作者简介:

毕功兵 (1966—), 男, 安徽无为人, 博士, 副教授, 研究方向：决策分析、供应链管理; Email: bgbwhl@ustc.edu.cn;

王怡璇 (1986—), 女, 山西神池人, 硕士生, 研究方向：供应链管理；Email: wyx511@mail.ustc.edu.cn;

丁晶晶 (1984—), 男, 安徽合肥人, 博士后, 研究方向：决策分析、供应链管理, 通讯作者, Email: jingding@mail.ustc.edu.cn.