考虑订购成本的多目标一维下料优化模型

靳 鹏[1,2], 马华伟[1,2], 杨善林[1,2]
(1. 合肥工业大学管理学院, 安徽 合肥 230009;
2. 过程优化与智能决策教育部重点实验室, 安徽 合肥 230009)

摘要: 研究多供应商选择的一维多母材下料问题. 基于企业经营过程全局最优化要求, 建立了多供应商采购与一维多母材下料协调优化模型, 最小化母材购买成本, 订购成本及作业准备成本. 用拉格朗日松弛技术对有关约束进行松弛和模型分解, 设计基于列生成法、分枝定界和次梯度算法的混合启发式算法. 该算法由两部分组成, 分别用于求解一维多母材下料子问题和多供应商采购子问题. 最后, 通过随机产生的180个算例, 验证模型合理性与算法的有效性.

关键词: 下料; 订购成本; 拉格朗日松弛; 列生成法; 分支定界; 次梯度
中图分类号: TP273 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000−5781(2013)01−0019−09

Considering stock ordering cost multiple objectives optimal model of one-dimensional cutting stock

Jin Peng[1,2], **Ma Huawei**[1,2], **Yang Shanlin**[1,2]
(1. School of Management, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China;
2. Key Laboratory of Process Optimization and Intelligent Decision-making, Ministry of Education, Hefei 230009, China)

Abstract: The paper studies a one-dimensional multiple stock size cutting stock problem (1D-MSSCSP) with multiple suppliers selection procurement problem (MSSPP) from the perspective of supply chains. According to the requirement of global optimization for enterprise business, a coordination optimization model of procurement with multiple suppliers selection and one-dimensional cutting stock with multiple stock lengths is formulated. The model's objective is to minimize total costs of the stock, ordering and setup. Lagrangian relaxation approach is employed to relaxing a certain type of constraint. A hybrid heuristic method called Lagrangian-based cutting and procurement heuristic based on the methods of column generation, branch-and-bound and subgradient, is developed. It consists of two sub-algorithms, one is for 1D-MSSCSP, the other is for MSSPP. Finally, more than 180 instances randomly generated have been solved by using the proposed method. The calculation results demonstrate the validity of the proposed model and the corresponding solving method.

Key words: cutting stock; ordering cost; Lagrangian relaxation; column generation; branch-and-bound; subgradient

1 引 言

下料问题广泛应用于钢铁、船舶、车辆、机械、建筑、造纸、制衣等行业, 同时也是运筹学、应用数学、图

收稿日期: 2011−08−25; 修订日期: 2012−03−08.
基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(71131002); 国家自然科学基金资助项目(71071045; 71001032).

论及计算机应用等学科研究的一个热点问题. 一维下料问题实质就是对线性母材进行切割, 满足客户或下游生产环节对子材品种和数量的需求, 问题规划目标是下料过程产生废料最小化, 或母材使用量最小化.

依据用于切割的母材长度不同, 一维下料问题分为两类, 即标准一维下料问题(standard one-dimensional cutting stock problem, S1D-CSP)和普通一维下料问题(general one-dimensional cutting stock problem, G1D-CSP). 在S1D-CSP中, 用于切割的母材长度全部相等, 即单一规格母材下料SSSCSP (single stock-Size cutting stock problem) [1,2], 或者有少数几种规格母材下料MSSCSP (multiple stock-size cutting stock problem) [1], 每种规格的母材供应量相当多或不受限. 而在G1D-CSP中, 用于切割的母材长度各不相同, 母材规格数较多, 且每种规格的母材数量只有几根, 甚至只有一根RCSP(residual cutting stock problem) [1].

多规格母材下料问题(MSSCSP)是NP难, 由于母材的规格数较多, 比经典一维下料问题有更多的下料模式可供选择, 因此比单规格母材下料更难求解. Belov等 [3]建立了多规格标准一维下料整数规划模型, 每种规格的母材供应量受限, 允许子材的实际下料量超额定需求, 目标函数最小化母材使用成本. 运用Chvatal-Gomory割平面算法和列生成法求解多母材长度一维下料问题. Alves等 [4]采用分支定价割平面算法计算MSSCSP. Gradisar等 [5]研究了RCSP, 模型严格满足子材的额定需求, 利用SHP算法和分支定界算法对模型求解, 几乎得到问题的最优解, 但是运算时间较长. 上述文献均没有考虑母材其它属性, 如母材的长度、库存成本、订购费用等, 只是单纯研究下料问题, 且目标函数单一, 难以应用于实际下料问题.

Erjavec等 [6]认为现有的各种算法已经成功地应用于下料问题的模型求解, 解的质量得到不断地改善, 废料率从0.025% 降到0.015%. 下料问题解的质量不仅依赖于优化算法, 而且更依赖于问题的属性 [7,8]. Goulimis [9] 将一维下料问题分为软下料问题和难下料问题, 当母材的平均长度与子材的平均长度之比较小时, 该问题属于难下料问题; 反之, 就是软下料问题, 较容易得到问题的最优解. Johnston [10]进一步指出母材平均长度与子材平均年长度之比小于5时, 属于难下料问题.

联合考虑母材分类与下料的文献较少, Hinxman [11]明确给出分类问题与下料问题的联系与区别. 与MSSCSP不同之处在于, 分类问题明确限制母材规格品种数. Chauhan等 [12] 研究了纸张生产行业分类与下料问题, 建立了双非线性模型研究分类与下料问题, 目标函数是母材库存费用与废料成本和最小化. Holthau [13]认为库存中维持两种或多种不同规格数量的母材比只有单一规格的母材, 更有助于降低母材使用成本. 但随着库存中不同规格母材数量的增加, 增大了母材选择的难度, 库存成本也相应增加, 大量的实例表明库存中不同规格母材的数量不应超过4种. Gasimov等 [14]研究1.5维母材分类与下料问题, 建立了多目标混合整数规划模型. Raffensperger [15]同时研究了一般分类问题和最佳母材长度下料问题. 基于分类的下料问题是在未知子材具体需求的情况下, 根据经验选择不同规格的母材进行存储, 因此母材存储有一定的随机性和盲目性, 而且占用较多的流动资金, 增加企业的库存成本和经营风险. 目前国内外还没有相关文献研究基于母材采购与供应的下料问题.

综上所述, 下料过程与企业其它生产经营活动有着密不可分的内在联系, 单纯研究下料问题对企业降低成本显得微不足道. 企业追求经营过程的全局最优化, 而非单一下料过程最优化. 本文从供应链的角度, 研究了含有母材订购成本的多目标难下料问题. 基于企业经营过程全局最优化要求, 建立了多供应商选择采购与一维多母材下料协调优化模型, 模型不仅考虑母材规格数受限的多母材下料问题, 而且研究了基于订购成本的多母材多供应商选择采购与供应问题. 由于问题的复杂性, 基于拉格朗日松弛技术、次梯度方法、列生成法和分支定界, 设计了用于求解问题的混合启发式算法, 给出了具体求解步骤. 通过随机产生的180个实例验证算法的有效性.

2 问题描述及模型

2.1 问题描述

企业的下料车间拥有成套的切割设备, 通过母材优化套裁、自动化加工, 为下游生产环节或终端用户供

应子材. 企业拥有K 家不同的供应商, 每家供应商能供应不同规格的母材, 每种规格母材r 的购买价格及所需的订购费用, 用一个三元组表示为(L_r^k,C_r^k,B_r^k), $k=1,2,\dots,K, r=1,2,\dots,R$. 加工中心根据客户对子材$i$的规格、数量要求, 订单用二元组表示$(l_i,d_i)$, $i=1,2,\dots,M$, 制定母材的采购计划及下料加工计划. 在满足客户需求的前提下, 实现母材的使用费用、订购成本、加工费用最小化. 为此, 本文提出以下假设.

假设1 每家供应商可供应多种母材, 同一规格的母材可以由多家供应商供应;

假设2 同一规格的母材, 不同的供应商, 购买价格不同;

假设3 同一供应商的不同规格母材, 订购费用不同, 不随购数量而变化;

假设4 下料过程中, 超出需求的子材, 作为废料处理.

2.2 数学模型

$$\text{Min TC } = \sum_{k=1}^{K} C_r^k \sum_{r=1}^{R}\sum_{j=1}^{J_r} x_{jr}^k + \sum_{k=1}^{K}\sum_{r=1}^{R} B_r^k z_{rk} + W\sum_{r=1}^{R} y_r \tag{1}$$

s.t.

$$\sum_{k=1}^{K}\sum_{r=1}^{R}\sum_{j=1}^{J_r} a_{ijr}^k x_{jr}^k = d_i,\ \forall i \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{M} a_{ijr}^k l_i \leqslant L_r^k,\ \forall j,r,k \tag{3}$$

$$\sum_{j=1}^{J_r} x_{jr}^k \leqslant Q_r^k y_r,\ \forall r,k \tag{4}$$

$$y_r \leqslant \sum_{k=1}^{K} z_{rk},\ \forall r \tag{5}$$

$$\sum_{k=1}^{K} z_{rk} = 1,\ \forall r \tag{6}$$

$$\sum_{r=1}^{R} y_r \leqslant R',\ \forall r \tag{7}$$

$$x_{jr}^k \geqslant 0,\ j=1,2,\dots,n,\ r=1,2,\dots,R,\ k=1,2,\dots,K \tag{8}$$

$$z_{rk}\in\{0,1\},\ r=1,2,\dots,R,\ k=1,2,\dots,K \tag{9}$$

$$y_r\in\{0,1\},\ r=1,2,\dots,R, \tag{10}$$

上述各式中符号、参数及变量含义如下:

k为供应商序号, $k=1,2,\dots,K$;

r为不同规格母材的序号, $r=1,2,\dots,R$;

i为不同品种子材的序号, $i=1,2,\dots,M$;

j为下料模式序号, $j=1,2,\dots,J_r$;

C_r^k为从供应商k处购买母材r的单价;

L_r^k为供应商k能供应第r种母材的长度;

B_r^k为从供应商k处购买母材r的订购费用;

l_i为第i种子材的长度;

d_i为第i种子材的需求量;

W为作业准备费用；

Q_r^k为供应商k能供应第r种母材的最大量；

a_{ijr}^k为第i种子材在由供应商k提供的母材r, 第j下料模式中的下料根数；

J_r为由母材r生成的下料模式数；

x_{jr}^k为第j下料模式使用由供应商k供应的第r种母材的切割根数；

z_{rk}为0–1变量, 如果从供应商k处购买第r种母材, 则$z_{rk}=1$, 否则$z_{rk}=0$;

y_r为0–1变量, 如果下料过程中使用第r种母材下料, 则$y_r=1$；否则$y_r=0$；

TC为目标成本总和.

目标函数(1)由三部分组成: 母材购买成本、母材订购成本、作业准备成本; 约束(2)严格满足用户对子材的需求；约束(3)表明任何一个下料模式中所有子材长度和不超过相应母材的长度; 约束(4)表明下料过程, 母材实际下料根数不会超过该种母材的供给量；约束(5)用于下料的母材只能由一家供应商提供; 约束(6) 同约束(5); 约束(7) 用于下料的母材规格数受限; 约束(8)母材下料根数为非负; 约束(9)z_{rk}为0–1变量; 约束(10) y_r为0–1变量.

3 模型求解

由于约束(5)的存在以及多规格母材下料是NP难, 因此数学模型(1)–(10)在可接受的计算时间内, 难以得到问题的最优解. 因此必须对约束(5)进行松弛, 这样将原问题分解成一维多母材下料和多供应商选择的采购两个相对独立的子问题. 分解后的每个子问题规模都小于原问题, 相对于原问题比较容易求解, 降低原问题的求解难度, 最终得到原问题的满意解.

拉格朗日松弛技术[16]的基本原理是, 将造成问题难解的约束, 通过拉格朗日乘子吸收到目标函数中, 问题变得容易求解. 取拉格朗日乘子$\lambda_r \geqslant 0, r=1,2,\dots,R$, 对约束(5)进行拉格朗日松弛得

$$\lambda_r\Big(y_r-\sum_{k=1}^{K} z_{rk}\Big). \tag{11}$$

将式(11)代入到原问题目标函数(1)中, 得到拉格朗日松弛函数

$$\begin{aligned}\mathrm{TC}_{\mathrm{LR}}(\lambda) &= \Big(\sum_{k=1}^{K} C_r^k \sum_{r=1}^{R}\sum_{j=1}^{J_r} x_{jr}^k + \sum_{k=1}^{K}\sum_{r=1}^{R} B_r^k z_{rk} + W\sum_{r=1}^{R} y_r\Big) + \sum_{r=1}^{R}\lambda_r\Big(y_r-\sum_{k=1}^{K} z_{rk}\Big)\\ &= \Big(\sum_{k=1}^{K} C_r^k \sum_{r=1}^{R}\sum_{j=1}^{J_r} x_{jr}^k + W\sum_{r=1}^{R} y_r + \sum_{r=1}^{R} y_r\lambda_r\Big) + \Big(\sum_{k=1}^{K}\sum_{r=1}^{R} B_r^k z_{rk} - \sum_{k=1}^{K}\sum_{r=1}^{R}\lambda_r z_{rk}\Big)\\ &= \Big[\sum_{k=1}^{K} C_r^k \sum_{r=1}^{R}\sum_{j=1}^{J_r} x_{jr}^k + \sum_{r=1}^{R}(W+\lambda_r)y_r\Big] + \Big[\sum_{k=1}^{K}\sum_{r=1}^{R}(B_r^k-\lambda_r)z_{rk}\Big].\end{aligned} \tag{12}$$

通过采用拉格朗日松弛技术, 将原问题分解成一维多母材下料问题(1D-MSSCSP)和多供应商选择采购问题(MSSPP)两个独立问题.

一维多母材下料问题(1D-MSSCSP)

$$\text{Min } \mathrm{TC}_{\mathrm{LR}}^{\mathrm{CSP}} = \Big[\sum_{k=1}^{K} C_r^k \sum_{r=1}^{R}\sum_{j=1}^{J_r} x_{jr}^k + \sum_{r=1}^{R}(W+\lambda_r)y_r\Big] \tag{13}$$

s.t. (2)–(4),(7),(8),(10).

该问题是带有作业准备的多目标MSSCSP问题. 目标函数包含两个部分, 第一部母材的使用费用, 第二部分是使用不同规格的母材下料时, 必要的作业准备费用, 这类作业准备包括切割设备宽度的调整、调整前后的准备工作等. 由于采用高效自动化切割设备, 因此可以忽略同一规格母材的不同下料模式作业准备. 不同规格的母材组合下料, 减少下料过程中产生的废料量, 提高了母材的利用率. 然而, 当前后两个下料模式使用不同规格的母材时, 就会产生一次作业准备. 因此, 随着母材规格数量的增加, 就会相应增加作业准备次数.

多供应商选择采购问题(MSSPP)

$$\text{Min TC}_{\text{LR}}^{\text{PP}} = \sum_{k=1}^{K}\sum_{r=1}^{R}(B_r^k - \lambda_r)z_{rk} \tag{14}$$

s.t. (6), (9).

母材的数量及购买费用在下料问题中已经考虑, 所以本采购问题主要研究只考虑订购费用的多产品多供应商的选择问题, 目标函数最小化母材订购费用. 母材的订购费用还可以包含母材的固定运输费用等一些不随数量变化的固定费用.

因此式(13)又可以表示为

$$\text{Min TC}_{\text{LR}}(\lambda) = \text{TC}_{\text{LR}}^{\text{CSP}}(\lambda) + \text{TC}_{\text{LR}}^{\text{PP}}(\lambda) \tag{15}$$

s.t. (2)–(4), (6)–(10).

由拉格朗日松弛原理可知式(15)的拉格朗日对偶问题最优解是原问题(1)–(10)的最大下界. 式(15)拉格朗日对偶问题为

$$\underset{\lambda\geqslant 0}{\text{Max}}\,\text{MinTC}_D(\lambda) = \text{TC}_{\text{LR}}^{\text{CSP}}(\lambda) + \text{TC}_{\text{LR}}^{\text{AP}}(\lambda). \tag{16}$$

次梯度优化算法是求解对偶拉格朗日问题行之有效的算法, 次梯度优化算法描述及求解过程见参考文献[17]. 针对本问题, 次梯度方向变量为$\eta = (\eta_r), r = 1, 2, \dots, R$. 因此, 次梯度优化算法迭代$t$次时, 次梯度方向变量$\eta_r$的值为

$$\eta_r^t = y_r^t - \sum_{k=1}^{K} z_{rk}^t. \tag{17}$$

修改拉格朗日乘子$\lambda^{k+1} = \max\{0, \lambda^k + \theta^k\eta^k\}$, θ为次梯度优化算法步长参数, 且满足$\sum\limits_{k=1}^{\infty}\theta^t = \infty$和$\lim\limits_{k\to\infty}\theta^k = 0$ 的约束. 每次迭代θ的取值为

$$\eta^t = \delta(\text{TC}_{\text{UB}}^t - \text{TC}_{\text{LB}}^t) / \sum_{r=1}^{R}(\eta_r^t)^2. \tag{18}$$

δ初始值设为2, TC_{UB}^t是原问题(1)–(10)最优目标值的一个上界, 可以用原问题的一个可行解的目标值确定. TC_{LB}^t是拉格朗日问题(15)一个下界, 通常选取$\text{TC}_{\text{LB}}^t = \text{TC}_D(\lambda^t)$, $\text{TC}_D(\lambda^t)$是拉格朗日对偶问题(16)解.

4　启发式算法描述

LCPH(Lagrangian-based cutting and procurement heuristic)是一个基于拉格朗日松弛技术[16]、列生成法[18,19]、分支定界和次梯度[17]的混合启发式算法. 该算法由HBCG(hybrid branch-and-bound column generation)算法和HBPP(heuristic branch-and-bound for procurement problem)算法两部分组成. HBCG 算法用于求解1D-MSSCSP子问题, 而HBAP算法用于计算MSSPP子问题最优解.

4.1 HBCG算法

HBCG算法综合运用分枝定界和列生成法求解1D-MSSCSP子问题最优解$\mathrm{TC}_{\mathrm{LR}}^{\mathrm{CSP}}$. 主要思想是, 首先, 设置最短母材长度, 运用列生成法算法计算单规格母材情况下CSP一个可行解; 然后, 逐步增加母材种类数, 重新计算1D-MSSCSP子问题. 算法描述如下.

步骤1 初始化, 设置母材最大规格数R', 读入(l_i, d_i)及L_r^k, C_r^k, B_r^k, 母材L_r非降序排序, 按设置母材长度$L_r = \max\{l_i | i = 1, 2, ..., m\} + 100$;

步骤2 设置迭代次数$\mathrm{nCnt} = R' - r + 1$, 列生成法计算第$r$母材和第$r'$母材$(r' = R', r' \neq r)$的CSP问题, 分别得到$z_r$和$z_{r'}$, 如果$z_r > z_{r'}$, 则下界值$z_r^{\mathrm{LB}} = z_{r'}$, 上界值$z_r^{\mathrm{UB}} = z_r$; 否则$z_r^{\mathrm{LB}} = z_r$, $z_r^{\mathrm{UB}} = z_{r'}$;

步骤3 综合运用分支定界算法和列生成法, 确定最优母材长度L_r^{best}和满意解z^{best};

步骤4 计算母材规格数受控的下料问题(13), 问题解的上界$z_{\mathrm{LR}}^{\mathrm{UB}} = z^{\mathrm{best}}$, L_r^{best}对应的母材作为分支定界的根节点$\mathrm{root} = r$, 设母材规格数R', 可选母材规格数$R = 2$, 迭代次数$t = 0$, 拉格朗日乘子$\lambda = 0$;

步骤5 置$t = t + 1$, 用分支定界和列生成法计算下料问题(13), 得到一个可行解$z_{\mathrm{LR\text{-}CSP}}^t$; 如果$z_{\mathrm{LR\text{-}CSP}}^t < z_{\mathrm{LR}}^{\mathrm{UB}}$, 则$z_{\mathrm{LR}}^{\mathrm{UB}} = z_{\mathrm{LR\text{-}CSP}}^t$, 否则, 如果$R > R'$, 确定母材集合$\mathrm{set} = (L_r, C_r, Q_r), r = 1, ..., R'$, 终止运算; 否则, 执行步骤6;

步骤6 增加母材种类数$R = R + 1$, 执行步骤5.

4.2 HBPP算法

HBPP是基于分枝定界算法求解MSSPP子问题(14)最优解$\mathrm{TC}_{\mathrm{LP}}^{\mathrm{PP}}$的启发式算法. 算法描述如下.

步骤1 初始化设迭代次数$t = 0$, 读入HBCG算法结果$\mathrm{set} = (L_{r'}, C_{r'}, Q_{r'})$, $r' = 1, 2, ..., R'$数据, 供应商数据L_r^k, C_r^k, B_r^k;

步骤2 置$t = t + 1$, 依据$(L_{r'}, C_{r'}, Q_{r'})$在L_r^k, C_r^k, B_r^k选择供应商k, 计算$\mathrm{TC}_{\mathrm{LP}}^{\mathrm{PP}}$值, 作为MSPP子问题一个上界$z_{\mathrm{PP}}^{\mathrm{UB}}$, 运用分枝定界算法求解PP子问题修改. 如果$t > R'$, 确定供应商集合$L_{r'}^{k'}, C_{r'}^{k'}, B_{r'}^{k'}$ 执行步骤3, 否则, 执行步骤2;

步骤3 在母材集合中$R \setminus R'$需找母材4 且$L_r > L_{r'}$,计算$\mathrm{TC}_r^k = C_r^k Q_{r'}$ 和$\mathrm{TC}_{r'}^{k'} = C_{r'}^{k'} Q_{r'}^{k'} + B_{r'}^{k'}$的值, 如果$\mathrm{TC}_r^k < \mathrm{TC}_{r'}^{k'}$执行步骤4; 否则算法终止运行.

步骤4 修改HBCG算法解.

4.3 LPCH算法

启发式算法LCA在HBCG和HBPP算法基础上, 利用次梯度优化原理求拉格朗日对偶问题(16)的最优解. 算法描述如下.

步骤1 初始化, 设置程序最大迭代次数T, 置迭代次数$t = 0$, 拉格朗日乘子$\lambda_r^t = 0, r = 1, 2, ..., R$;

步骤2 如果$t < T$则执行步骤3, 否则执行步骤8;

步骤3 执行HBCG算法程序, 计算CSP式(13)可行解$\mathrm{TC}_{\mathrm{LR}}^{\mathrm{CSP}}$;

步骤4 执行HBPP算法程序, 计算PP式(14)可行解$\mathrm{TC}_{\mathrm{LR}}^{\mathrm{PP}}$;

步骤5 计算拉格朗日对偶解$z_D(\lambda^k) = \mathrm{TC}_{\mathrm{LR}}^{\mathrm{CSP}} + \mathrm{TC}_{\mathrm{LR}}^{\mathrm{PP}}$, 令$\mathrm{TC}_{\mathrm{LB}}^t = z_D(\lambda^k)$;

步骤6 计算原问题式(1)–(10)上界解$\mathrm{TC}_{\mathrm{UB}}^t$;

步骤7 根据式(17)、式(18)修改拉格朗日乘子;

步骤8 如果$\mathrm{TC}_{\mathrm{UB}}^t - \mathrm{TC}_{\mathrm{LB}}^t < 10^{-5}$, 停止计算, 否则执行步骤2.

5 实验结果及分析

LCPH采用Java语言设计实现, 在Intel Pentium 4 2.8 GHz 512MB DDRRAM PC 机上进行随机实验. 子材实例按文献[20]随机产生, 子材实例参数设计, m为子材品种数, 分三组, 每组子材的品种数为10、20、40,

分别对应小规模下料问题、中等规模下料问题和大规模下料问题; v_1L为子材最小长度, $v_1 \in \{0.1, 0.2, 0.3\}$; v_2L为子材最大长度, $v_2 \in \{0.3, 0.6, 0.9\}$, 设置标准母材长度为$L = 1\ 000$cm; $\overline{d}$为每组子材平均需求量, $\overline{d} \in \{10, 100\}$. 有25种不同规格的母材, 最短的母材长度为$L_{\min} = 400$, 母材长度按100递增, 最大的母材长度为$L_{\max} = 2\ 800$. 表1 给出了一组子材实例参数, 按子材实例参数的不同组合, 有18组.

表 1　子材实例参数1

Table 1　Number of items instances of parameters where cuts are necessary

No	m	v_1	v_2	$\overline{d}$	No	m	v_1	v_2	$\overline{d}$
1	10	0.1	0.3	10	10	20	0.2	0.6	100
2	10	0.1	0.3	100	11	40	0.2	0.6	10
3	20	0.1	0.3	10	12	40	0.2	0.6	100
4	20	0.1	0.3	100	13	10	0.3	0.9	10
5	40	0.1	0.3	10	14	10	0.3	0.9	100
6	40	0.1	0.3	100	15	20	0.3	0.9	10
7	10	0.2	0.6	10	16	20	0.3	0.9	100
8	10	0.2	0.6	100	17	40	0.3	0.9	10
9	20	0.2	0.6	10	18	40	0.3	0.9	100

表1中每组测试数据代表一类问题实例, 每个实例运行10次. 母材供应商k供应第r种母材的单价$C_r^k = \alpha L_r + \beta$, 其中$\alpha$为常量, $0 < \alpha < 1$, β在$[0, \alpha L_k/10]$随机产生. 表2给出单规格母材和多规格母材下料的实验结果, 其中Gap表示MSSCSP下料比SSSCSP下料少用母材长度量，$\text{Gap} = \sum\limits_{j=1}^{n} x_j - \sum\limits_{r=1}^{R}\sum\limits_{j=1}^{J_r} x_{jr}$. 每组实验数据中, MSSCSP下料比SSSCSP下料母材平均少用2 936cm, 产生的废料平均减少48.78%, 除了第9组外, MSSCSP下料的母材平均长度均比SSSCSP下料的母材长度要短. 因此, MSSCSP下料优于SSSCSP下料. 在所有的180次随机实验中, MSSCSP下料使用的母材品种没有超过4种, 再次验证了文献[13]的结论. 表3 给SSSCSP下料和MSSCSP下料解的时间和迭代次数, MSSCSP下料所用的计算时间和迭代次数均大于SSSCSP下料, 其中第17组MSSCSP下料平均计算时间最长, 但是924.788s的计算时间对于大规模下料问题($m \geqslant 40$)是可以接受的.

表 2　单规格母材下料与多规格母材下料的实验结果

Table 2　Experiment results of cutting stock with single stock length and multiple stock lengths

No	子材平均长度(cm)	单规格母材			多规格母材				Gap(cm)	废料减少(%)
		平均长度(cm)	总长度(cm)	长度比	平均长度(cm)	总长度(cm)	长度比	r		
1	209	700	23 800	3.35	500	22 400	2.39	3	1 400	44.1
2	205	1 400	225 400	6.83	1 150	224 800	5.62	2	600	14.0
3	194	600	42 000	3.10	570	39 150	2.90	2	2 850	88.5
4	222	800	464 000	3.60	700	459 900	3.15	3	4 100	88.8
5	200	700	86 100	3.50	450	85 800	2.25	2	300	17.7
6	189	700	787 500	3.70	450	786 900	2.38	2	600	39.8
7	444	1 800	50 400	4.05	1 267	47 700	2.85	3	2 700	65.6
8	390	2 200	426 800	5.64	1 433	424 600	3.67	3	2 200	44.6
9	387	1 400	89 600	3.62	1 400	86 300	3.62	3	3 300	41.5
10	409	1 400	785 400	3.42	1 225	782 700	2.30	4	2 700	30.8
11	395	1 100	163 900	2.78	1 050	161 900	2.66	2	2 000	41.7
12	401	1 300	1 566 500	3.24	1 100	1 564 500	2.74	2	2 000	40.6
13	631	2 000	68 000	3.17	1 650	66 500	2.62	2	1 500	73.7
14	635	1 700	588 200	2.68	1 700	583 300	2.68	3	4 900	50.6
15	590	1 800	131 400	3.05	1 300	128 500	2.20	3	2 900	40.0
16	548	1 800	1 128 600	3.29	1 500	1 121 300	2.74	3	7 300	61.8
17	660	1 600	280 000	2.42	1 450	270 800	2.20	4	9 200	71.0
18	567	2 200	2 305 600	3.88	1 900	2 303 300	3.35	3	2 300	23.2

表 3 单规格母材下料与多规格母材下料运算时间及迭代次数

Table 3 The computational time and iterations of cutting stock with single stock length and multiple stock lengths

No	单规格母材		多规格母材	
	计算时间(s)	迭代次数	计算时间(s)	迭代次数
1	0.172	5.23	0.387	8.23
2	0.303	9.40	1.439	18.45
3	0.129	4.16	0.894	7.15
4	0.353	5.69	1.589	8.45
5	1.000	4.92	2.014	6.14
6	1.260	5.76	2.261	6.77
7	0.317	10.23	2.443	22.21
8	1.034	13.26	2.764	25.36
9	1.163	8.25	11.84	23.67
10	0.770	8.19	26.504	16.45
11	2.388	6.37	20.441	10.56
12	2.294	7.16	15.814	11.67
13	0.237	7.34	1.933	20.56
14	0.165	5.15	4.144	26.56
15	0.794	6.34	10.869	20.43
16	0.989	6.34	17.348	23.13
17	2.478	5.11	924.788	17.39
18	44.06	8.27	311.964	30.14

6 结束语

本文从企业生产实际问题出发, 抽象出多产品供应商采购及下料问题, 构建混合整数规划模型. 基于拉格朗日松弛技术, 设计混合启发式算法对模型进行求解. 通过对180组实例计算, 充分验证了模型及其算法的有效性. 本文运用数学模型方法解决多供应商多规格母材采购与下料加工问题, 所构建的多产品多供应商采购与多母材一维下料协调优化模型, 适用于家具生产、纸张加工、钢筋加工配送中心等存在下料环节的企业, 具有行业背景的生产实际需求与理论研究相结合.

对于本文中提出的模型还有改进的必要, 因为该模型没有考虑运输与配送问题. 从企业内部协调生产角度出发, 合理制定下料与内部转运计划, 降低子材的库存费用和减少下游生产环节的等待时间; 从供应链角度出发, 合理制定下料与配送计划, 使整个供应链运作成本大幅度降低.

参考文献:

[1] Wascher G, Haubner H, Schumann H. An improved typology of cutting and packing problems[J]. European Journal of Operational Research, 2007, 183(3): 1109–1130.

[2] 贾志欣. 排样问题的研究现状与趋势[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2004, 16(7): 890–897.
Jia Zhixin. State-of-the-art and future trends of cutting and packing studies [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2004, 16(7): 890–897. (in China)

[3] Belov G, Scheithauer G. A cutting plane algorithm for the one-dimensional cutting stock problem with multiple stock length[J]. European Journal of Operational Research, 2002, 141(2): 274–294.

[4] Claudio Alves, Valerio de Carvalho J M. A stabilized branch-and-price-and-cut algorithm for the multiple length cutting stock problem[J]. Computers & Operations Research, 2008, 35(4): 1315–1328.

[5] Gradisar M, Trkman P. A combined approach to the solution to the general one-dimensional cutting stock problem[J]. Computers & Operations Research, 2005, 32(7): 1793–1807.

[6] Erjavec J, Trkman P, Gradisar M. Renovation of the cutting stock process[J]. International Journal of Production Research, 2009, 47(14): 3979–3996.

[7] 阎春平, 宋天峰, 刘　飞. 面向可加工性的复杂约束状态下一维优化下料[J]. 计算机集成制造系统, 2010, 16(1): 195–201.
Yan Chunping, Song Tianfeng, Liu Fei. Manufacturability-oriented one-dimensional cutting-stock problem under complex constraints status[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2010, 16(1): 195–201. (in Chinese)

[8] 尹震飚, 阎春平, 刘　飞, 等. 基于零件相似性特征的大规模下料分组优化方法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2007, 19(11): 1142–1146.
Yin Zhenbiao, Yan Chunping, Liu Fei, et al. A grouping optimization method for solving large-scale cutting stock problem based on the similarity of parts[J]. Journal of Computer: Aided Design & Computer Graphics, 2007, 19(11): 1142–1146. (in Chinese)

[9] Goulimis C. Optimal solutions for the cutting stock problem[J]. European Journal of Operational Research, 1990, 44 (2): 197–208.

[10] Johnston R W. Cutting schedules for the paper industry[C]//Proceedings of 4th IFAC Conference. Ghent Belgium: 1980.

[11] Hinxman A I. The trim-loss and assortment problems: A survey[J]. European Journal of Operational Research, 1980, 5(1): 8–18.

[12] Chauhan S S, Martel A, Amou S. Roll assortment optimization in a paper mill: An integer programming approach[J]. Computers & Operations Research, 2008, 35(2): 614–627.

[13] Holthau O. On the best number of different standard lengths to stock for one-dimensional assortment problems[J]. International Journal of Production Economics, 2003, 83(3): 233–246.

[14] Gasimov R N, Sipahioglu A, Sarac T. A multi-objective programming approach to 1.5-dimensional assortment problem[J]. European Journal of Operational Research, 2007, 179(1): 64–79.

[15] Raffensperger J F. The generalized assortment and best cutting stock length problems[J]. International Transactions in Operational Research, 2010, 17 (1): 35–49.

[16] Fisher M L. The Lagrangian relaxation method for solving integer programming problems[J]. Management Science, 1981, 27(1): 1–18.

[17] Held M, Wolfe P, Crowder H P. Validation of subgradient optimization[J]. Mathematical Programming, 1974, 6 (1): 62–88.

[18] Gilmore P C, Gomory R E. A linear programming approach to the cutting-stock problem[J]. Operations Research, 1961, 9(6): 849–859.

[19] Gilmore P C, Gomory R E. A linear programming approach to the cutting stock problem: Part II[J]. Operations Research, 1963, 11(6): 863–888.

[20] Gradisar M, Resinovi G, Kljaji M. Evalution of algorithms for one-dimensional cutting[J]. Computers and Operations Research, 2002, 29 (9): 1207–1220.

作者简介:

靳　鹏 (1969—), 男, 山东邹平人, 硕士, 讲师, 研究方向: 运筹与优化, 供应链, E-mail: jinpeng.hfut@gmail.com;

马华伟 (1977—), 男, 安徽滁州人, 博士, 副研究员, 研究方向: 车辆调度问题, 运筹与优化, E-mail: colt_mhw@126.com;

杨善林 (1948—), 男, 安徽怀宁人, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向: 信息管理与决策支持系统, E-mail: slyang@mail.hf.ah.cn.