

基于闭排队网络的飞机出动架次率分析

夏国清, 陈红召, 王元慧

(哈尔滨工程大学自动化学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要:提出一种基于排队理论的解析方法用以计算作战飞机的出动架次率. 首先建立作战飞机出动回收过程的闭排队网络模型, 该排队模型不同的服务中心之间可以共用同一种服务器. 然后改进了平均值分析(MVA)方法, 用以分析该闭排队网络模型, 获得了作战飞机的出动架次率, 用以辅助作战指挥人员决策. 同时分析了其它性能指标, 如各个服务中心的飞机排队长度, 资源的利用率等, 找到了制约架次率提高的瓶颈. 最后在给出的实例条件下, 通过与仿真结果的对比验证了本方法的有效性.

关键词: 出动架次率; 闭排队网络; 平均值分析

中图分类号: TP301.6

文献标识码: A

文章编号: 1000-5781(2011)05-0686-08

Analysis of aircraft sortie generation rate based on closed queueing network model

XIA Guo-qing, CHEN Hong-zhao, WANG Yuan-hui

(School of Automation, Harbin Engineering of University, Harbin 150001, China)

Abstract: Based on queuing theory, an analytical method is presented to calculate aircraft sortie generation rate. Firstly, the aircraft sortie generation process is modeled as a closed queueing network and an idea is put forward that different stations in the network can share one kind of server. Then the mean value analysis (MVA) algorithm is ameliorated. The model uses the variation of the MVA to calculate the aircraft's sortie generation rate which is useful for commander's decision-making. The paper also analyzes other performance measures such as queue length and resource utilization and ascertains the bottle-neck of the sortie generation process. At last, the validity of the analytical method is demonstrated with simulation result of an example.

Key words: sortie generation rate; closed queueing network; mean value analysis

1 引言

架次率是机场在单位时间内可以持续出动的飞机数量. 对于作战飞机, 单位时间内出动的架次越多, 战胜的机会就越大, 所以架次率的研究具有重要意义, 而这一指标也倍受关注. 但是由于架次率受飞机固有维修特性和基地后勤系统等因素决定, 因而难以确定.

为了对机场的出动能力进行详尽而又精确的分析, 常用仿真方法^[1-3]. 然而仿真方法有着共同不足之处, 就是需要输入大量的数据, 建模和运行非常耗时^[4]. 于是研究人员开始研究用解析的方法求解架次率. 飞机的出动回收形成一个事件驱动的离散系统, 飞机在出动回收中的任何一个环节都可以看作是客户到达服务中心接受服务然后离开的过程, 所以可以建成合适的排队模型, 并用排队论的成熟理论方法进行分析.

岳奎志等^[5]基于排队论建立了单个服务中心的机群出动能力模型. Sarma等^[6]基于排队论研究了一定维修资源和费用限制下, 小规模编队飞机的可用度.

一般来说, 作战飞机从机场起飞, 最终还要降落该机场, 实际就形成一个封闭的系统, 适合运用闭排队网络进行建模与分析. Dietz^[7]提出了一类Fork-Join闭排队网络的求解方法并应用到架次率的分析上. Hackmant^[8]研究了战斗机服务时间服从一般分布条件下的架次出动能力. Nicholaus^[9]验证了在自治后勤概念指导下, 机场后勤保障能力增强, 从而提高了架次率.

但是上述闭合排队网络模型中都没有考虑多个服务中心共用同一类服务资源的情况. 刘丽文^[10]研究了一名工人同时看管两台机器的生产系统, 建立了排队模型. Desruelle^[11]面向工业流水线对该问题进行了研究, 建立了单个服务器在不同服务中心之间共享的开环排队网络模型, 并构造了一个开环到闭环的转换函数用以分析闭排队网络模型. 本文建立多个服务器在多个服务中心之间共用的闭排队网络模型, 改进了的平均值分析(mean value analysis, MVA)算法, 用于分析作战飞机的出动回收作业.

2 作战飞机出动回收模型的建立

一般来说, 飞机在整个过程中要完成一系列的活动, 包括预检测、飞行、维修、维护、加油、挂弹及牵引等, 如图1所示. 基于排队网络理论, 将飞机看作是客户, 各种活动为飞机接受的服务, 这样飞机的出动及回收过程就可以用一个有 M 个服务中心和 N 个客户组成的闭排队网络表示. 每架飞机在第 i 服务中心完成服务之后以一定的概率 p_{ij} 转移到第 j 个服务中心. 飞机在各个服务中心间的转移可以用一个矩阵 $\mathbf{P} = [p_{ij}]_{M \times M}$ 描述.

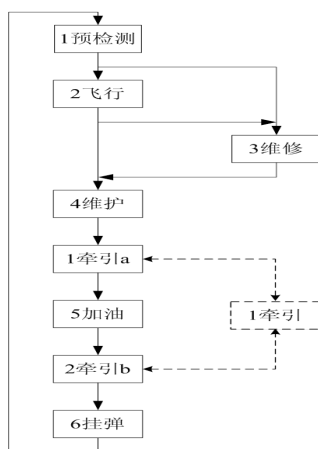


图1 飞机出动回收的排队过程

Fig.1 Aircraft sortie generation and recovery process

每架飞机的出动回收过程从预检测开始, 发现故障则立即终止起飞, 并被转移到维修位接受维修. 这种异常中断的概率为 p_{13} . 未发现故障的飞机正常起飞, 以 p_{12} 的概率进入飞行位. 飞机进入飞行位也就是飞机在空中飞行, 期间执行任务. 飞机执行任务时可能发生故障, 降落后以概率 p_{23} 自行滑行至维修位. 未发生故障的飞机以概率 p_{24} 自行滑行至维护位, 进行非故障维护. 在维修位处理完故障后的飞机也进入维护位. 飞机的非故障维护完成后由拖车牵引至加油位. 加油完成后, 飞机又被牵引至挂弹位. 飞机装好弹药后进行起飞前的预检测, 开始下一次飞行.

飞机在各个服务中心间转移并接受服务, 假定服务时间服从负指数分布. 每个服务中心拥有一定数量的资源(服务器)为客户提供服务. 服务器的数量反映了能同时接受服务的飞机数量.

对于大多数闭合排队网络, 其各个服务中心相互独立, 拥有各自的服务器. 但在飞机的出动回收流程中, 牵引a和牵引b两个服务中心所用的服务器都是拖车. 这两个服务中心之间用虚线与一个标有服务环节的方

框相连,表示共用同一种资源,这类资源便是拖车,提供牵引服务.拖车在牵引a和牵引b的服务时间取决于要行驶的距离,考虑到路程一般不相等,假定花费的时间不相同.当然,可以为两个牵引服务中心各分配一定数量的拖车,并使之独立工作,但这样做会降低拖车的利用率,从而降低飞机的出动架次率.

为了方便讨论,用 I 表示普通服务中心集合,显然对于图1所示排队模型,有 $I=\{\text{预检测, 飞行, 维修, 维护, 加油, 挂弹}\}$.用 j 表示第 j 类被共享服务器,把共享第 j 类服务器的 K_j 个服务中心抽象成母服务中心 j 下属的子服务中心,用 J 表示母服务中心集合,显然对于图1有 $J=\{\text{牵引}\}$.在不会引起误解的情况下,还用 j 表示母服务中心下属的子服务中心集合,对于本模型有 $J=\{\text{牵引}\}=\{\{\text{牵引a, 牵引b}\}\}$.

模型使用改进的MVA算法求解各服务中心的排队长度、资源利用率以及出动架次率,分析服务时间、资源配置对机场出动能力的影响,找到了制约架次率提高的瓶颈.

3 算法说明

3.1 平均值分析

MVA算法是由Reiser等^[12]提出的,在排队网络性能分析上有广泛的应用.如果排队网络没有不同服务中心共用应用服务器的情况,可以只认为有 M 个相互独立服务中心.这样就可以直接应用MVA算法求解.

到达定理(arrival theorem)是MVA算法的理论基础^[13].它证明了在一个封闭的网络中,如果有 N 个客户,一个刚到达节点 i 的客户看到的到达此节点的客户数量的分布,为此系统中少一个客户($N-1$)时的此节点的客户数量的分布.由到达定理可得

$$\mu_i(n)P_i(n|N) = \lambda_i(N)P_i(n-1|N-1) \quad (1)$$

其中 $P_i(n|N)$ 表示在网络中有 N 个客户的情况下,第 i 个服务台有 n 个客户的概率; $\lambda_i(N)$ 表示在网络中有 N 个客户时,客户到达第 i 个服务台的速度(由于稳定状态下客户到达的速度等于离去的速度,所以也可以称 $\lambda_i(N)$ 为吞吐量); $\mu_i(n)$ 表示第 i 个服务台有 n 个客户时的服务速度

$$\mu_i(n) = \min\left(\frac{n}{s_i}, \frac{r_i}{s_i}\right) \quad (2)$$

其中 s_i 表示第 i 个服务中心的服务时间.

客户在第 i 个服务中心的停留时间为

$$R_i(n) = \sum_{n=1}^N \frac{n}{\mu_i(n)} P_i(n-1|N-1) \quad (3)$$

根据式(3)可以得到客户在整个网络中的循环周期.循环周期是客户两次经过同一个服务中心的平均时间.显然,不同的服务中心对应循环周期是不一定相同的.为了便于讨论,将循环周期定义为客户两次到达服务中心1(当然也可以定义为其它服务中心)的平均时间间隔

$$CT(N) = \sum_{i=1}^M \frac{v_i R_i(N)}{v_1} \quad (4)$$

其中 v_i/v_1 表示平均有1架飞机到达服务中心1时,到达服务中心 j 的飞机数.

令 $\mathbf{V} = (v_1, \dots, v_M)$, 设 $v_1 = 1$, 则 $\mathbf{V} = \mathbf{VP}$, 因为路径转移矩阵 $\mathbf{P}$ 是不可约的, 所以 $\mathbf{V} = \mathbf{VP}$ 有唯一解.

根据客户在闭排队网络的循环周期可以计算网络中有 N 个客户时各个服务中心的吞吐量

$$\lambda_i(N) = \frac{Nv_i}{CT_i(N)v_1} \quad (5)$$

根据Little定理可得第 i 个服务中心总的客户数量 $Q_i(N)$ 和正在接受服务的客户数量 $Q_{s,i}(N)$

$$Q_i(N) = R_i(N)\lambda_i(N) \quad (6)$$

$$Q_{s,i}(N) = s_i \lambda_i(N) \quad (7)$$

第 i 个服务中心的服务器利用率即为正在接受服务的客户数量与服务器数量的比值

$$U_i(N) = Q_{s,i}(N)/r_i \quad (8)$$

对式(1)稍加变动即可得到式(9), 从而可以计算出客户的分布 $P_i(n | N)$

$$P_i(n | N) = \lambda_i(N) P(n-1 | N-1) / \mu_i(n), n > 0 \quad (9)$$

$$P_i(0 | N) = 1 - \sum_{n=1}^N P_i(n | N) \quad (10)$$

以上方程组揭示了排队网络中有 N 个客户和 $N-1$ 个客户时的概率分布关系. 若知 $N-1$ 个客户时的概率分布, 就可以推算出网络中有 N 个客户时的概率分布. 对于任何排队网络都有 $N=1$ 时, $P_i(0 | N-1) = 1$ 和 $Q_i(N-1) = 0$, 由此经过迭代运算, 可求得闭排队网络中有任意客户时的分布.

3.2 MVA算法的改进

如果闭排队网络存在不同服务中心共用服务器的情况, 则不能直接运用 2.1 节所述的 MVA 算法. 对于普通服务中心, 直接应用 2.1 节中的算式; 对于共用服务器的服务中心, 做如下考虑.

把共用第 j 种服务器的 K_j 个服务中心视为一个母服务中心 j 下属的 K_j 个子服务中心. 稳定状态下, 母服务中心 j 的吞吐量为 $\lambda_j(N)$, 其中第 jk 类客户的吞吐量为 $\lambda_{jk}(N)$. 由此可以计算出在正在接受服务和正排队等待的客户当中第 jk 类客户所占的比例 $B_{s,jk}$, $B_{w,jk}$.

对于正在母服务中心 j 排队等待的客户中, 第 jk 类客户所占的比例显然只与客户的到达速度(也就是吞吐量)相关.

$$B_{w,jk} = \lambda_{jk}(N) / \lambda_j(N) = v_{jk} / v_j \quad (11)$$

对于正在接受服务的第 jk 类客户, 所占的比例与其到达速度和服务时间相关

$$B_{s,jk} = \lambda_{jk}(N) s_{jk} \left(\sum_{l=1}^{K_j} \lambda_{jl}(N) s_{jl} \right)^{-1} = v_{jk} s_{jk} \left(\sum_{l=1}^{K_j} v_{jl} s_{jl} \right)^{-1} \quad (12)$$

其中 s_{jk} 表示 jk 类客户所需要的服务时间.

由式(12)可以得到, 母服务中心 j 有 n 个客户时的服务率 $\mu_j(n)$ 为

$$\mu_j(n) = \min \left(\sum_{k=1}^{K_j} \frac{B_{s,jk} n}{s_{jk}}, \sum_{k=1}^{K_j} \frac{B_{s,jk} r_j}{s_{jk}} \right) \quad (13)$$

其中 r_j 表示母服务中心 j 下服务器(资源)总数.

客户在子服务中心 jk 的停留时间 $R_{jk}(N)$ 显然就是客户在母服务中心 j 的停留时间, 因此并不要求出第 jk 个子服务中心的客户分布. 当客户数量小于服务器数目时, 每个客户都能立即得到服务, 平均停留时间就是平均服务时间 s_{jk} ; 当客户数量大于服务器数目时, 直接由客户数量除以服务率得到平均停留时间. 利用第 j 个母服务中心的客户分布及式(13)可以得到 $R_{jk}(N)$

$$R_{jk}(N) = \sum_{n=1}^{r_j} p_j(n-1 | N-1) s_{jk} + \sum_{n=r_j+1}^N n p_j(n-1 | N-1) / \mu_j(n) \quad (14)$$

前面已经指出, 第 jk 类客户吞吐量占总的 j 类客户吞吐量的比值正好是 $B_{w,jk}$, 所以利用式(14)可以得到客户在服务中心 j 的平均停留时间

$$R_j(N) = \sum_{k=1}^K B_{w,jk} R_{jk}(N) \quad (15)$$

当然,也可以由服务速率 $\mu_j(n)$ 和客户数量直接得到

$$R_j(N) = \sum_{n=1}^N np_j(n-1 | N-1) / \mu_j(n) \quad (16)$$

实际上,可以证明及验证式(15)与式(16)等价.

由于排队网络在运行中,客户实际上经过的是子服务中心 jk 而不是被抽象出来的母服务中心 j ,所以在计算客户的循环周期时,不使用式(15)或式(16)的结果,而是要用式(14)的结果.同样将循环周期定义为客户两次通过服务中心 1(当然可以是其它任何服务中心)的平均时间间隔

$$CT(N) = \sum_{j \in I} v_j / v_1 R_j(N) + \sum_{j \in J} \sum_{k=1}^{K_j} v_{jk} / v_1 R_{jk}(N) \quad (17)$$

根据式(17)的结果可以求得母服务中心 j 的客户到达率 $\lambda_j(N)$,母服务中心 jk 的客户到达率 $\lambda_{jk}(N)$

$$\lambda_j(N) = N v_j / CT(N) v_1 \quad (18)$$

$$\lambda_{jk}(N) = N v_{jk} / CT(N) v_1 \quad (19)$$

应用Little定理可得母服务中心及其所属的子服务中心的排队长度

$$Q_j(N) = R_j(N) \lambda_j(N) \quad (20)$$

$$Q_{jk}(N) = R_{jk}(N) \lambda_{jk}(N) \quad (21)$$

第 jk 类客户对服务器的利用率

$$U_{jk}(N) = s_{jk} \lambda_{jk}(N) / r_j \quad (22)$$

母服务中心 j 的服务器利用率即为各个子类客户对服务器的利用率之和

$$U_j(N) = \sum_{k=1}^{K_j} U_{jk}(N) \quad (23)$$

前面已经指出,不必求出子服务中心 jk 的客户分布.对于母服务中心 j 的客户分布 $P_j(n | N)$,可以用式(9)、(10)得到,在此不再重复给出.

至此,MVA方法及其改进已经介绍完毕,在下一节将利用式(1)–(23)对第1节所给出的作战飞机出动回收的闭排队网络模型进行分析.

4 实例分析

4.1 参数设定

根据图1所示的作战飞机出动回收流程,表1给出了各个服务中心的平均服务时间和服务器的数目.

表1 出动回收过程相关参数

Table 1 Sortie generation and recovery model parameters

服务中心		服务时间(h)	服务器数目
普通服务中心	1 预检测	0.2	无穷
	2 飞行	2.0	无穷
	3 维修	1.6	4
	4 维护	0.3	4
	5 加油	0.5	5
	6 挂弹	0.7	8
共享服务中心	1 牵引	11 牵引 a	4
		12 牵引 b	

假定服务时间都服从负指数分布.飞机到达预检测或飞行两个服务中心时不需要等待,能立刻被处理,所以服务器的数目设为无穷.其它服务中心都配备了有限数目的服务器.特别的,牵引 a 和牵引 b 共用 4 个服务

器(拖车). 各个服务中心都遵循先来先服务的排队原则. 图1所描述作战飞机出动回收过程闭排队网络的路径转移矩阵参数如下.

$$P = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.95 & 0.05 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.30 & 0.70 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \\ 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}$$

4.2 计算结果与分析

运用第2节给出的MVA方法对实例进行分析, 得到了机场出动的架次率、各服务中心的排队长度和各种服务资源的利用率.

图2显示了有 N 架飞机参与飞行时的架次率. 可以看出, 当 $N < 30$ 时, 架次率几乎是呈线性上升的, 表明每架飞机都能及时地得到服务. 当 $N > 40$ 时, 架次率增加趋于平缓, 说明飞机对资源的竞争逐渐变强, 相互影响变大, 这时单纯靠增加飞机的数量已经不能提高出动能力.

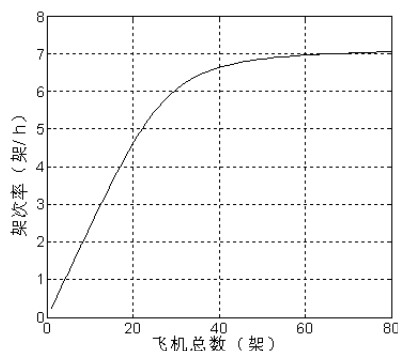


图2 飞机出动架次率

Fig.2 Aircraft sortie generation rate

根据排队长度和资源利用率可以判定哪个服务中心是出动架次率的瓶颈. 从表2可以看出, 随着作业飞机数量的增加, 维修环节的资源利用率增长得最快. 当有70架飞机参与飞行时, 维修位的飞机有39架左右, 资源利用率达到100%. 所以制约架次率提高的瓶颈是维修服务.

4.3 模型验证

基于排队网络的解析模型运行方便、快捷, 却不及仿真模型得到的结果精确^[4]. 为了验证解析模型的有效性, 将解析模型的结果与仿真模型得到的精确值对比. 基于蒙特卡罗方法^[14]建立了图1所示排队网络的仿真模型, 仿真时间 10×10^4 h, 实际运行约12 h. 表2给出了分别有10、30、70架飞机参与飞行时, 两种模型得到的各个服务中心的排队长度、利用率和吞吐量. 可以看出随着飞机数的增加, 误差有增大的趋势. 但误差基本都在1%以内, 最大不超过3%.

5 结束语

基于排队理论建立了飞机出动回收过程的闭排队网络模型. 就排队网络中不同服务中心可能共用同一种资源这类问题, 改进了MVA算法. 此模型能够求得飞机出动架次率, 为确定使用多少架飞机参战提供参

考; 分析各服务中心服务资源的利用率和排队长度, 找到了制约架次率的瓶颈. 最后通过与仿真结果的对比验证了本方法的有效性.

用解析方法分析机场的飞机出动回收过程, 忽略了一些细节, 不及用仿真方法得到的结果精确, 但是实现简单, 计算迅速, 与仿真结果的相对误差很小. 该方法可以用于陆基、舰基机场的出动能力分析, 还可以用于其它领域如交通运输, 柔性制造系统中.

表 2 计算结果预仿真结果对比

Table 2 Compare analytical results with simulation results

飞机数	服务中心	排队长度			吞吐量			利用率		
		MVA结果	仿真结果	误差(%)	MVA结果	仿真结果	误差(%)	MVA结果(%)	仿真结果(%)	误差(%)
N=10	预检测	0.455 7	0.455 8	0.22	2.278 3	2.272 7	0.25	/	/	/
	飞行	4.328 8	4.334 2	0.12	2.164 4	2.163 3	0.05	/	/	/
	维修	1.227 6	1.237 3	0.78	0.763 2	0.751 4	1.57	30.53	30.49	0.13
	维护	0.683 9	0.684 8	0.13	2.278 3	2.273 0	0.23	17.09	17.15	0.35
	加油	1.139 6	1.129 1	0.93	2.278 3	2.273 1	0.23	22.78	22.76	0.09
	挂弹	1.594 8	1.587 5	0.46	2.278 3	2.272 5	0.26	19.94	19.93	0.05
	牵引a	0.341 8	0.345 8	1.16	2.278 3	2.273 0	0.23	14.24	14.46	1.54
	牵引b	0.228 0	0.226 0	0.84	2.278 3	2.272 8	0.24			
N=30	预检测	1.258 9	1.258 0	0.07	6.294 7	6.274 1	0.33	/	/	/
	飞行	11.959 9	11.848 8	0.94	5.980 0	5.957 9	0.37	/	/	/
	维修	5.223 8	5.384 4	2.98	2.108 7	2.116 6	0.37	84.35	84.19	0.19
	维护	1.993 1	1.995 8	0.13	6.294 7	6.274 4	0.32	47.21	47.42	0.44
	加油	3.472 7	3.449 2	0.68	6.294 7	6.273 8	0.33	62.95	62.97	0.03
	挂弹	4.473 2	4.443 2	0.68	6.294 7	6.274 0	0.33	55.08	55.05	0.05
	牵引a	0.954 9	0.965 0	1.05	6.294 7	6.274 3	0.33	39.35	39.98	1.60
	牵引b	0.663 7	0.655 5	1.25	6.294 7	6.273 7	0.33			
N=70	预检测	1.492 5	1.502 8	0.69	7.460 6	7.493 4	0.41	/	/	/
	飞行	14.178 9	14.254 7	0.53	7.089 5	7.121 0	0.44	/	/	/
	维修	39.123 5	38.804 7	0.82	2.500 0	2.513 1	0.52	100	100	0
	维护	2.541 2	2.542 5	0.05	7.462 6	7.493 8	0.41	55.97	55.23	0.46
	加油	5.069 4	5.201 3	2.54	7.462 6	7.493 6	0.41	74.63	74.82	0.25
	挂弹	5.604 2	5.685 8	1.44	7.462 6	7.493 4	0.41	65.30	65.18	0.18
	牵引a	1.155 1	1.184 7	2.50	7.464 6	7.493 8	0.42	46.64	47.34	1.47
	牵引b	0.835 2	0.820 7	1.73	7.462 6	7.493 6	0.41			

注: 预检测和飞行两个服务中心的服务器数目无穷大, 求其利用率无意义.

参考文献:

- [1] Emerson D E. An Introduction to the TSAR Simulation Program [R]. Santa Monica, CA: The Rand Corporation, 1982: 5 – 30.
- [2] Pettingill K B. An analysis of the efficacy of the logistics composite model in estimating maintenance manpower productive capacity[D]. Dayton: American Air Force Institute of Technology, 2003: 13 – 45.
- [3] 方绍强, 卫克, 陈伟鹏, 等. 基于ARENA的战场飞行保障过程建模与仿真[J]. 系统仿真学报, 2008, 20(3): 746 – 750.
FANG Shaoqiang, WEI Ke, CHEN Weipeng, et al. Modeling and simulation of flight support process of airfield station based on ARENA[J]. Journal of System Simulation, 2008, 20(3): 746 – 750. (in Chinese)
- [4] Banks J, Carson J S, Nelson B L, et al. Discrete-Event System Simulation[M]. Beijing: China Machine Press, 2005: 1 – 7.

- [5] 岳奎志, 韩 维, 王庆官. 基于排队论的机群出动能力模型[J]. 海军航空工程学院院报, 2009, 24(2): 224 – 228.
Yue Kuizhi, Han Wei, Wang Qingguan. A queuing theory model of the air fleet sortie ability[J]. Journal of Naval Aeronautical and Astronautical University, 2009, 24(2): 224 – 228. (in Chinese)
- [6] Sarma V V S, Ramchand K, Rao A K. Queuing models for estimating aircraft fleet availability [J]. IEEE Transactions on Reliability, 1977, 26(4): 253 – 256.
- [7] Dietz D C, Jerkins R C. Analysis of aircraft sortie with the use of a fork-join queueing network model[J]. Naval Logistics Research, 1997(44): 153 – 164.
- [8] Hackman D V. Analysis of Aircraft Sortie Generation with Concurrent Maintenance and General Times[D]. Dayton: Air Force Institute of Technology(AU), Wright-Patterson AFB OH, 1997: 13 – 46.
- [9] Nicholas A. Models for Sortie Generation with Autonomic Logistics Capabilities[D]. Air Force Institute of Technology(AU), Wright-Patterson AFB OH, 2003: 16 – 39.
- [10] 刘丽文. 一人多机生产系统的排队论模型研究[J]. 系统工程学报, 1995, 10(3): 20 – 30.
Liu Liwen. A queueing model of a production system with one operator and two machines[J]. Journal of Systems Engineering, 1995, 10(3): 20 – 30. (in Chinese)
- [11] Desruelle P, Steudel H J. A queueing network model of a single-operator manufacturing workcell with machine/operator interference[J]. Management Science, 1996, 42(4): 576 – 590.
- [12] Reiser M, Lavenberg S S. Mean value analysis of closed multichain queueing network[J]. Journal of Association for Computing Machinery, 1980, 27(2): 313 – 322.
- [13] Lavenberg S S, Reiser M. Stationary probabilities at arrival instants for closed queueing networks with multiple types of customers[J]. Journal of Applied Probability, 1980, 17(4): 1048 – 1061.
- [14] 刘兴堂, 梁炳成, 刘 力, 等. 复杂系统建模理论、方法与技术[M]. 北京: 科学出版社, 2008: 137 – 138.
Liu Xingtang, Liang Bingcheng, Liu Li, et al. The Theory, Method & Technique for Complex System Modeling[M]. Beijing: Science Press, 2008: 137 – 138. (in Chinese)

作者简介:

夏国清(1962 —), 男, 黑龙江人, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向: 模糊控制与神经网络控制学, 系统分析与集成;

陈红召(1984 —), 男, 河北人, 博士生, 研究方向: 复杂系统分析与决策, Email: chzzg304@126.com;

王元慧(1981 —), 女, 吉林人, 博士, 讲师, 研究方向: 先进控制理论及应用, 系统分析与集成.